مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۶)
دوره‌ی ۱-۳۳، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۶۷-۷۵

Original Article

به‌کارگیری مدل صف فوق مکعبی در مکان‌یابی تسهیلات اضطراری با درنظرگرفتن تسهیل پشتیبان

جمال ارکات[*] **(دانشیار)**
مهران یعقوبی (کارشناس ارشد)
گروه مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان

در مسائل مکان‌یابی تسهیلات اضطراری، در نظرگرفتن تسهیل یا تسهیلات پشتیبان برای مشتریان باعث افزایش سطح پوشش تقاضا می‌شود. در این مقاله با در نظرگرفتن چنین فرضی، از مدل صف فوق مکعبی برای مدل‌سازی مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات اضطراری با خدمت‌دهندگان متحرک استفاده می‌شود. هدف مدل ارائه شده، انتخاب تعدادی از سایت‌های کاندیدا برای استقرار تعداد مشخصی تسهیل است به گونه‌یی که مجموع میانگین زمان‌های انتظار مشتریان تا رسیدن خدمت‌دهنده، کمینه شود. در این مدل، فرض می‌شود که فواصل زمانی بین تقاضاهای متوالی هر مشتری و همچنین زمان‌های خدمت‌دهی توسط هر تسهیل، دارای توزیع نمایی با نرخ مشخص است. به منظور ارزیابی صحت مدل ریاضی ارائه‌شده، تعدادی مثال عددی ارائه و توسط نرم‌افزار GAMS و حل‌کننده‌ی CPLEX حل و تحلیل می‌شوند. همچنین با توجه به ناچندجمله‌یی سخت بودن مسئله‌ی تحت بررسی، یک الگوریتم ژنتیک به‌منظور حل مسائل در ابعاد بزرگ توسعه داده می‌شود.

واژگان کلیدی: مکان‌یابی تسهیلات اضطراری، خدمت‌دهنده‌ی متحرک، تسهیل پشتیبان، مدل صف فوق‌مکعبی، الگوریتم ژنتیک.

j.arkat@uok.ac.ir
mehran.yaghoubi68@gmail.com

۱. مقدمه

«مکان‌یابی تسهیلات» عبارت است از تعیین یا انتخاب مکان مناسب برای احداث یک یا چند مرکز ارائه‌ی خدمات، با توجه به مکان مشتریان و سایر محدودیت‌های از پیش تعیین‌شده، به گونه‌یی که هدف یا اهداف مشخصی بهینه شوند. مسائل مکان‌یابی را می‌توان با توجه به فضای تخصیص به سه دسته: مکان‌یابی تسهیلات پیوسته، مکان‌یابی تسهیلات گسسته و مکان‌یابی شبکه‌یی تسهیلات تقسیم کرد. در مسائل مکان‌یابی پیوسته، فضای حل به‌صورت پیوسته در نظرگرفته می‌شود؛ بنابراین امکان استقرار تسهیل در هر نقطه از فضای شدنی وجود دارد. در مسائل مکان‌یابی گسسته، مکان استقرار تسهیلات از بین تعداد مشخصی از سایت‌های کاندیدا انتخاب می‌شود. در مسائل مکان‌یابی شبکه‌یی فرض می‌شود که تردد بین تسهیلات صرفاً از طریق شبکه‌یی از راه‌های موجود امکان‌پذیر است و بنابراین فاصله‌ی نقاط وقوع تقاضا و مکان تسهیلات براساس معیار کوتاه‌ترین مسیر ارتباطی محاسبه می‌شود.

از دیدگاهی دیگر، مسائل مکان‌یابی را می‌توان براساس متحرک یا ثابت بودن خدمت‌دهندگان به دو دسته‌ی مکان‌یابی تسهیلات متحرک و مکان‌یابی تسهیلات ثابت تقسیم کرد. در مسائل «مکان‌یابی تسهیلات متحرک» درخواست مشتری (معمولاً به‌صورت تماس تلفنی) توسط خدمت‌دهنده دریافت می‌شود و سپس خدمت‌دهنده به محل وقوع تقاضا مراجعه و خدمت مربوطه را ارائه می‌کند. از جمله کاربردهای مسائل مکان‌یابی با تسهیلات متحرک می‌توان به مکان‌یابی آمبولانس‌ها و تسهیلات خدمات درمانی و اضطراری، گشت‌های پلیس و تسهیلات آتش‌نشانی اشاره کرد. در مسائل مکان‌یابی تسهیلات ثابت، مشتری جهت دریافت خدمت از محل استقرار خود حرکت کرده و به مکان خدمت‌دهنده مراجعه و در همان مکان، خدمت خود را دریافت می‌کند. ازکاربردهای مسائل مکان‌یابی با خدمت‌دهنده‌ی ثابت می‌توان به تعیین مکان دستگاه‌های خودپرداز[1] (ATM)، ایستگاه‌های سوخت‌رسانی بنزین و گاز، بیمارستان‌ها و مراکز درمانی اشاره کرد.

در دسته‌بندی دیگر، مسائل مکان‌یابی براساس معیاروجود یا عدم وجود ازدحام[2] در سیستم خدمت‌دهی به دو دسته تقسیم می‌شود. در دسته‌ی نخست فرض بر این است که خدمت‌دهی به هر مشتری بلافاصله پس از ورود وی به تسهیل انجام می‌گیرد و هیچ‌گاه صفی در سیستم تشکیل نمی‌شود. در دسته‌ی دوم، زمان‌های خدمت‌دهی در مقایسه با فواصل زمانی بین ورود مشتریان متوالی قابل ملاحظه است و بنابراین صف تشکیل می‌شود و مشتریان مجبور خواهند بود در نظامی از قبل مشخص، برای شروع خدمت‌دهی منتظر بمانند.

وقوع تصادفی تقاضا و محدودیت ظرفیت خدمت‌دهی تسهیلات، منجر به ایجاد ازدحام در تسهیلات می‌شود. ایده‌ی ایجاد ازدحام در مکان استقرار تسهیلات

---

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۳/۹/۱۵، اصلاحیه ۱۳۹۴/۶/۲۳، پذیرش ۱۳۹۴/۸/۱۶.

برای اولین بار توسط لارسون مطرح شد.[۱،۲] در این دو مطالعه، سیستم‌های خدمات اورژانس شهری، بررسی و مدل‌سازی شده است. در مدل‌های ارائه‌شده، درصد مشغولیت خدمت‌دهنده‌ها در حالت پایدار، محاسبه و از آن در حل مسئله‌ی مکان‌یابی استفاده شده است. برمن و همکاران[۳،۴] مسئله‌ی قبل را با درنظرگرفتن جنبه‌های احتمالی صف تعمیم داده‌اند. محققین با توسعه‌ی مسئله‌ی مکان‌یابی میانه و ادغام مفاهیم نظریه‌ی صف در مدل ریاضی، ساختار جدیدی برای مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات متحرک ارائه کرده‌اند. در این ساختار هریک از خدمت‌دهندگان دارای صفی از نوع $M/G/1$ (ورود پواسن، خدمت براساس توزیع کلی و یک خدمت‌دهنده) است. باتا و برمن[۵] مدل قبل را در وضعیتی که در هر تسهیل چندین خدمت‌دهنده مستقر است (مدل صف $M/G/C$) توسعه داده‌اند.

نظریه‌ی صف، مجموعه‌یی از تکنیک‌های تجزیه و تحلیل فرایندهای احتمالی است که در زمینه‌های مختلف مورد استفاده قرارگرفته است. وجود عناصر احتمالی همچون زمان‌های بین تقاضاهای متوالی و زمان‌های خدمت‌دهی، نقش نظریه‌ی صف را در مطالعات مکان‌یابی پررنگ کرده است. بسیاری از مدل‌های ارائه‌شده در حوزه‌ی مسائل مکان‌یابی احتمالی از مفاهیم و نتایج مدل‌های نظریه‌ی صف بهره برده‌اند. مهم‌ترین مدل صف استفاده شده در مکان‌یابی تسهیلات، مدل صف فوق مکعبی[۳] است. از این نوع سیستم‌های صف به‌عنوان ابزاری برای تحلیل وضعیت‌های صف در مسائل مکان‌یابی با تسهیلات پشتیبان استفاده شده است. فرض در نظر گرفتن تسهیل پشتیبان بدین معناست که اگر تسهیل متناظر یک مشتری در لحظه‌ی مراجعه (یا تماس برای دریافت خدمت) در دسترس نباشد، مشتری از تسهیلی دیگر برای دریافت خدمت استفاده می‌کند. در چنین شرایطی وضعیت‌های سیستم‌های صف تسهیلات، مستقل نیستند و نمی‌توان آنها را به‌صورت مجزا تحلیل کرد. از مدل‌های صف فوق مکعبی برای هر دو نوع مسائل مکان‌یابی تسهیلات اضطراری با خدمت‌دهندگان ثابت و متحرک، استفاده شده است.[۶] در ادامه، شماری از تحقیقاتی که از سیستم‌های صف فوق مکعبی استفاده کرده‌اند، معرفی و بررسی می‌شود.

گیرولیمینس و همکاران از مدل صف فضایی[۴] برای مدل‌سازی مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات اضطراری با درنظرگرفتن ازدحام استفاده کرده‌اند؛ آنان به‌دلیل پیچیده بودن مدل ارائه‌شده، از یک روش ابتکاری برای یافتن راه‌حل‌های نزدیک به بهینه استفاده کرده‌اند.[۷] هکتور و همکاران[۸] مدل تحقیق قبل را توسعه داده و یک مدل ریاضی یکپارچه که ترکیبی از مکان‌یابی و سیاست اعزام[۵] وسایل نقلیه‌ی اضطراری است، ارائه کرده‌اند. محققین برای تعیین احتمال در دسترس بودن خدمت‌دهندگان از مدل صف فوق مکعبی استفاده کرده‌اند. تعریف وضعیت انجام شده در این مدل صف براساس مشغول یا آزاد بودن خدمت‌دهندگان صورت گرفته و مسئله‌ی تحت بررسی با استفاده از یک چارچوب بهینه‌سازی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک حل شده است. فرناندو و همکاران[۹] پس از بررسی تعدادی مدل مکان‌یابی تسهیلات اضطراری، مدل صف فوق مکعبی را به‌عنوان تنها مدلی که قابلیت نمایش دقیق سیستم‌های اضطراری را دارد، معرفی کرده‌اند. باتا و همکاران[۱۰] مسئله‌ی مکان‌یابی حداکثر پوشش مورد انتظار را بررسی کرده‌اند. محققین، این مدل را با مدل صف فوق مکعبی ترکیب کرده و از الگوریتم جستجوی محلی برای حل آن استفاده کرده‌اند. بویاکی و گیرولیمینس[۱۱] مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات اضطراری را با زمان خدمت‌دهی و تقاضای احتمالی در نظر گرفته و یک مدل صف فوق مکعبی را برای تجزیه و تحلیل آن ارائه داده‌اند. در مسائل مکان‌یابی با تسهیلات متحرک، سیاست اعزام به یک طرح اولویت‌بندی شده جهت ارسال یکی از خدمت‌دهندگان به مکان مشتری اطلاق می‌شود. کارتر و همکاران[۱۲] برای اولین بار دلایل استفاده از سیاست اعزام را بررسی کرده‌اند.

باپتیستا و اولویرا،[۱۳] کاربردی از مدل فوق مکعبی تقریبی را برای ارزیابی سیاست‌های جایگزین تخصیص آمبولانس‌ها در مرکز اورژانس شهر لیسبن، ارائه داده‌اند. در مدل ارائه‌شده، ورود مشتریان (تماس‌های اورژانسی) از توزیع پواسون پیروی می‌کند. از سویی، توزیع زمان‌های خدمت از نوع لگ ـ نرمال است و به خدمت‌دهنده و نوع تقاضا وابسته است. سیدام و همکاران[۱۴] سیستم اورژانسی را بررسی کرده‌اند که در آن، نرخ ورود تقاضاها با توجه به ساعت‌های مختلف روز و روزهای مختلف هفته تغییر می‌کند. محققین از یک الگوریتم تقریبی برای محاسبه‌ی احتمال اشتغال خدمت‌دهندگان استفاده کرده‌اند. تورودیاز و همکاران،[۱۵] یک مدل ریاضی از ترکیب یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح با اهداف مکان‌یابی و ارسال و یک مدل فوق مکعبی با عناصر صف ارائه کرده‌اند.

بویاچی و گیرولیمینس[۱۶] یک مدل صف فوق مکعبی با 3^n وضعیت ارائه کرده‌اند که در آن، نرخ خدمت‌دهی هر خدمت‌دهنده برای هر ناحیه، متفاوت در نظر گرفته شده است. همچنین محققین وضعیت متفاوتی را برای حالات صف تعریف کرده‌اند که در آن به جای در نظر گرفتن وضعیت هریک از خدمت‌دهندگان، تعداد خدمت‌دهندگان در هر مکان منظور شده است. سوزا و همکاران،[۱۷] یک مدل صف فوق مکعبی اصلاح شده برای تحلیل سیستم‌های اورژانسی ارائه کرده و در آن اولویت‌های متفاوتی برای مشتریان در صف در نظر گرفته‌اند. در مدل ارائه‌شده از نظام صف بدون وقفه استفاده شده است؛ بدین معنا که خدمت‌دهی به یک مشتری با اولویت پایین حاضر در صف، در صورتی شروع می‌شود که مشتری سطح بالاتری در صف نباشد. ایانونی و همکاران،[۱۸] یک مدل صف فوق مکعبی را توسعه داده‌اند که برای مشتریان مختلف، اولویت‌های متفاوتی در نظر می‌گیرد. در مدل ارائه‌شده، قابلیت رزرو خدمت‌دهندگان نیز وجود دارد؛ یعنی هر مشتری سطح پایین تنها در صورتی خدمت دریافت می‌کند که حداقل دو خدمت‌دهنده، بیکار باشند.

در این مقاله مسئله‌ی تعیین مکان استقرار تسهیلات اضطراریِ دارای ازدحام با خدمت‌دهندگان متحرک بررسی می‌شود. در مسئله‌ی تحت بررسی، خدمات تسهیلات به محدوده‌ی جمعیتی مشخصی عرضه می‌شود که خود به‌صورت نواحی خدمت‌دهی تقسیم‌بندی شده است و تقاضا در مرکز هر ناحیه رخ می‌دهد. مراکز نواحی به‌عنوان مکان‌های کاندیدا برای استقرار تسهیلات مد نظر بوده و در هر تسهیل یک خدمت‌دهنده مستقر می‌شود. زمانی که درخواست ارائه‌ی خدمت از یک مشتری دریافت شد، خدمت‌دهنده براساس سیاست اعزام به‌منظور ارائه‌ی خدمت اعزام می‌شود. در این تحقیق، سیاست اعزام به‌صورت فهرستی اولویت‌بندی شده و ثابت برای هر مشتری در نظرگرفته شده است که در آن، خدمت‌دهنده‌ها براساس فاصله از مشتری، رتبه‌بندی شده‌اند. اعزام براساس فهرست هر مشتری انجام می‌گیرد، یعنی اولین خدمت‌دهنده در دسترس که در بالاترین اولویت قرار دارد برای خدمت‌دهی اعزام می‌شود. در مسئله‌ی تحت بررسی، از مدل صف فوق مکعبی برای به‌دست آوردن احتمال مشغول یا آزاد بودن خدمت‌دهنده‌ها استفاده می‌شود.

در تمامی مطالعاتی که از سیستم‌های صف فوق مکعبی در مکان‌یابی تسهیلات اضطراری استفاده کرده‌اند، سیستم صف در چارچوبی خارج از مدل ریاضی بررسی شده است؛ یعنی از تعریف وضعیت فوق مکعبی صرفاً در توسعه‌ی الگوریتم‌های حل

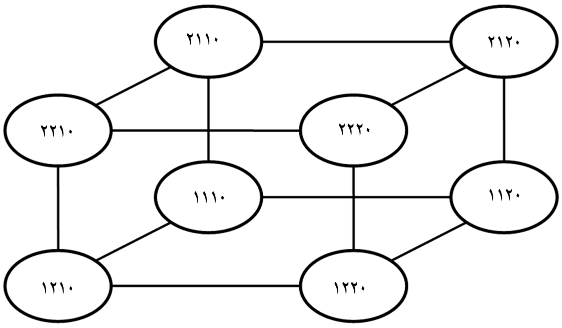
ابتکاری استفاده شده است. روش کار اصلی در این مطالعات بدین‌صورت است که در هر تکرار از الگوریتم حل، مکان استقرار تسهیلات با اتخاذ روشی ابتکاری تعیین می‌شود و سپس بر مبنای مکان‌های تعیین شده، سیستم صف فوق مکعبی برای به دست آوردن احتمالات مربوط به آزاد یا مشغول بودن خدمت‌دهندگان، تحلیل می‌شود. تکرارهای الگوریتم تا رسیدن به شرط توقف ادامه می‌یابند. با این اوصاف، این امکان وجود دارد که راه‌حل به دست آمده توسط این الگوریتم‌ها، راه‌حل بهینه‌ی سراسری نباشد. در مقاله‌ی حاضر، برای نخستین بار تعریف وضعیت فوق مکعبی در مدل ریاضی گنجانده می‌شود و کل مسئله به‌صورت مدلی یکپارچه ارائه می‌شود به‌گونه‌یی که با حل مدل ریاضی توسط نرم‌افزارهای بهینه‌ساز، می‌توان راه‌حل بهینه‌ی سراسری را به دست آورد.

ساختار مقاله بدین صورت سازماندهی شده است: در بخش دوم، تعریف وضعیت سیستم صف براساس مدل صف فوق مکعبی معرفی می‌شود؛ با توجه به تعریف وضعیت ارائه‌شده، نحوه‌ی استخراج معادلات تعادل سیستم صف تشریح می‌شود. در بخش سوم پس از تعریف مسئله‌ی تحت بررسی، مدل ریاضی مسئله با استفاده از نتایج به دست آمده در تحلیل سیستم صف فوق مکعبی ارائه می‌شود. در بخش چهارم، با توجه به پیچیدگی مسئله‌ی تحت بررسی، یک الگوریتم ژنتیک توسعه داده می‌شود. در بخش پنجم، نتایج حل مدل ریاضی و نتایج اجرای الگوریتم ژنتیک گزارش می‌شود. جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و ارائه‌ی پیشنهادها در بخش آخر مقاله ارائه می‌شوند.

۲. سیستم صف فوق مکعبی

مهم‌ترین مدل صفی که برای مکان‌یابی تسهیلات استفاده شده، مدل صف فوق مکعبی است. ویژگی بارز این مدل کاربرد آن در مسائل مکان‌یابی با در نظر گرفتن تسهیلات پشتیبان است. مدل صف فوق مکعبی مبتنی بر نظریه‌ی صف فضایی و روش تجزیه و تحلیل مارکوف است. در این نوع سیستم صف، وضعیت سیستم به‌صورت یک بردار چندعنصری تعریف می‌شود که در آن، هر عنصر نشان‌دهنده‌ی وضعیت یکی از خدمت‌دهندگان است. در ساده‌ترین نسخه از سیستم صف فوق مکعبی، اعداد موجود در بردار وضعیت (صفر یا ۱) معرف بیکار یا مشغول بودن خدمت‌دهندگان متناظر است. در این پژوهش به ازای هریک از مکان‌های کاندیدا برای استقرار تسهیلات، یک عنصر در بردار تعریف وضعیت در نظر گرفته می‌شود. هر عنصر بردار وضعیت می‌تواند یکی از مقادیر صفر (عدم احداث تسهیل)، ۱ (مشغول به کار بودن تسهیل احداث شده)، یا ۲ (آزاد یا بیکار بودن تسهیل احداث شده) را اختیار کند. بدین ترتیب در هر بردار به تعداد تسهیلات، اعداد ۱ یا ۲ قرار دارد و مابقی اعداد صفر خواهد بود.

برای روشن شدن تعریف وضعیت به کار رفته در سیستم صف، مسئله‌یی را در نظر بگیرید که در آن چهار مکان کاندیدا برای احداث سه تسهیل در نظر گرفته شده است. در این مثال، بردار وضعیت دارای چهار عنصر است که سه عنصر آن اعداد ۱ یا ۲ است. در این تعریف وضعیت، وضعیت (۱۱۲۰) حالتی را نشان می‌دهد که در آن، در مکان چهارم خدمت‌دهنده‌یی استقرار نیافته است، خدمت‌دهنده‌ی مستقر در مکان سوم بیکار، و خدمت‌دهنده‌های مستقر در مکان‌های اول و دوم شاغل‌اند. در شکل ۱ نمودار آهنگ انتقال حالتی را نشان می‌دهد که در آن مکان کاندیدای چهارم به تسهیلی احداث نشده اختصاص یافته است. شکل به دست آمده برای این نمودار آهنگ انتقال به‌صورت یک مکعب است. در صورتی که تعداد تسهیلات



شکل ۱. نمودار آهنگ انتقال برای مثال ذکر شده.

بیش از ۳ تسهیل باشد، نمودار آهنگ انتقال به‌صورت یک ابرمکعب یا فوق مکعب خواهد بود.

۳. بیان مسئله و ارائه‌ی مدل ریاضی

مسئله‌یی که در این تحقیق بررسی می‌شود، مکان‌یابی تسهیلات اضطراری با استفاده از مدل صف فوق مکعبی است. در این مسئله، فرض بر این است که فرایند درخواست برای دریافت خدمت (ایجاد تقاضا یا ورود مشتریان) به‌صورت یک فرایند پواسون همگن است. همچنین در هر تسهیل، یک خدمت‌دهنده با زمان خدمت‌دهی نمایی و نرخ مشخص، مستقر می‌شود. زمانی که درخواست ارائه‌ی خدمت از یک مشتری دریافت شد، خدمت‌دهنده آزادی که دارای بالاترین اولویت برای مشتری مذکور است، به‌منظور ارائه‌ی خدمت اعزام می‌شود. در صورتی که تمامی خدمت‌دهندگان مشغول باشند تقاضا از دست رفته تلقی می‌شود. هدف مسئله، انتخاب تعداد مشخصی تسهیل از بین تعدادی سایت کاندیداست به گونه‌یی که میانگین مدت زمان انتظار مشتریان تا رسیدن یک خدمت‌دهنده، کمینه شود. مفروضات مد نظر در مدل‌سازی مسئله عبارت‌اند از:

- تقاضا در مرکز نواحی جمعیتی رخ می‌دهند؛
- شبکه‌ی مسیرها مشخص و کوتاه‌ترین مسیر بین هر جفت گره، قابل محاسبه است؛
- فواصل زمانی بین تقاضاهای متوالی هر مشتری و زمان‌های خدمت‌دهی هر خدمت‌دهنده از توزیع نمایی با نرخ‌های مشخص پیروی می‌کنند؛
- اولویت‌بندی خدمت‌دهنده‌ها برای هر مشتری براساس فاصله‌ی بین مکان مشتری و مکان خدمت‌دهندگان انجام می‌شود؛
- سیستم‌های صف در حالت پایدار بررسی می‌شود.

نمادگذاری استفاده شده در مدل ریاضی در ادامه تشریح می‌شود:

مجموعه اندیس‌ها

I: مجموعه‌ی مکان‌های کاندیدا برای استقرار تسهیلات (i و i' اندیس مکان‌های کاندیدا)؛

J: مجموعه‌ی مشتریان (j: اندیس مشتریان)؛

L: مجموعه‌ی اولویت‌ها (l: اندیس اولویت‌ها)؛

K: مجموعه‌ی حالت‌های انتخاب f تسهیل از بین c مکان کاندیدا ($k = ۱, ۲, ..., \binom{c}{f}$: اندیس حالات ممکن)؛

C_k: مجموعه‌ی شماره‌ی مکان‌های کاندیدا که در حالت k، برای استقرار یک تسهیل انتخاب شده‌اند؛

S: مجموعه‌ی تمامی حالت‌های مربوط به مشغول (معادل ۱ در بردار وضعیت) یا آزاد (معادل ۲ در بردار وضعیت) بودن مکان‌های کاندیدای انتخاب شده (s: اندیس مربوط به حالت‌های مشغول یا آزاد بودن تسهیلات).

وضعیت‌های سیستم صف

$n_{(s,k)}$: وضعیت سیستم صف که براساس آن kامین حالت انتخاب مکان‌های کاندیدا انجام شده و تسهیلات در sامین حالت مشغول یا آزاد بودن هستند؛

$n^{i+}_{(s,k)}$: همان بردار وضعیت $n_{(s,k)}$ که در آن، مقدار n_i برابر با ۲ است؛

$n^{i-}_{(s,k)}$: همان بردار وضعیت $n_{(s,k)}$ که در آن، مقدار n_i برابر با ۱ است.

پارامترها

t_{ij}: کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین سایت i و مشتری j؛

λ_j: نرخ تقاضای مشتری j؛

μ: نرخ خدمت‌دهی در هریک از تسهیلات؛

c: تعداد نواحی تقاضا (تعداد سایت‌ها)؛

f: تعداد تسهیلات $(f \leq c)$؛

M: یک عدد مثبت بزرگ؛

λ: مجموع نرخ تقاضای مشتریان $(\lambda = \sum_j \lambda_j)$؛

$D_{n_{(s,k)}}$: تعداد خدمت‌دهندگان مشغول در وضعیت $n(s,k)$.

متغیرهای تصمیم

x_i: یک متغیر دودویی که مقدار ۱ می‌گیرد اگر در سایت i یک تسهیل احداث شود و در غیر این صورت برابر صفر است؛

y^l_{ij}: یک متغیر دودویی که مقدار ۱ می‌گیرد اگر خدمت‌دهنده مستقر در مکان i دارای اولویت l برای مشتری j باشد و در غیر این صورت برابر صفر است؛

$\pi_{n_{(s,k)}}$: مقدار احتمال حدی برای وضعیت $n(s,k)$.

پیش از آن که مدل ریاضی ارائه شود، برای درک بهتر نحوه‌ی نمایش وضعیت‌های سیستم صف فوق مکعبی و نمادگذاری مربوطه، مثالی ارائه می‌شود. هدف، انتخاب دو سایت از چهار سایت برای احداث دو تسهیل است. در این شرایط وضعیت سیستم صف به‌صورت برداری با چهار عنصر نمایش داده می‌شود که همواره دو عنصر آن دارای مقدار صفر و دو عنصر دیگر دارای مقادیر ۱ یا ۲ هستند. در صورتی که سایت‌ها با شماره‌های ۱ تا ۴ نشان داده شده باشند، در مجموع شش حالت مختلف برای انتخاب دو سایت وجود دارد که مجموعه‌های C_k را به ازای $k = 1, 2, ..., 6$ به‌ترتیب به‌صورت $\{1,2\}$، $\{1,3\}$، $\{1,4\}$، $\{2,3\}$، $\{2,4\}$ و $\{3,4\}$ مشخص می‌سازند. از آنجا که دو سایت برای انتخاب تسهیلات انتخاب می‌شوند، مجموعه‌ی S دارای چهار عضو خواهد بود. بنابراین به‌ازای هر k از اعضای مجموعه K چهار وضعیت مختلف سیستم صف وجود دارد. مثلاً اگر k برابر با ۶ در نظر گرفته شود، سایت‌های ۳ و ۴ انتخاب شده و مجموعه وضعیت‌های مربوط به این انتخاب شامل $n_{16} = \{0,0,1,1\}$، $n_{26} = \{0,0,1,2\}$، $n_{36} = \{0,0,,2,1\}$ و $n_{46} = \{0,0,2,2\}$ خواهند بود. به طریقی مشابه می‌توان سایر وضعیت‌های مرتبط با پنج نوع انتخاب دیگر را مشخص کرد. با توجه به نمادگذاری و مفروضات فوق، مدل ریاضی مسئله به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\min \sum_s \sum_k \sum_{i:n_i=2} \sum_{j:y^1_{ij}=1} t_{ij}\pi_{n_{(s,k)}} \tag{1}$$

$Subject\ to:$

$$\sum_i x_i = f \tag{2}$$

$$\sum_i y^l_{ij} = 1 \quad ;\forall j,l \tag{3}$$

$$\sum_l y^l_{ij} \leq 1 \quad ;\forall i,j \tag{4}$$

$$y^l_{ij} \leq x_i \quad ;\forall i,j,l \tag{5}$$

$$t_{ij}\, y^l_{ij} \leq t_{i'j}\, y^{l+1}_{ij} + M\left(2 - y^l_{ij} - y^{l+1}_{ij}\right) \;;\forall i,j,i' \neq i, l \neq s \tag{6}$$

$$M\left(\sum_{i\in C_k} x_i - f\right) \leq \sum_s \pi_{n_{(s,k)}} - 1 \quad ;\forall k \tag{7}$$

$$-M\left(\sum_{i\in C_k} x_i - f\right) \geq \sum_s \pi_{n_{(s,k)}} - 1 \quad ;\forall k \tag{8}$$

$$M\left(\sum_{i\in C_k} x_i - f\right) \leq \lambda\pi_{n_{(s,k)}} - \mu \sum_{i\in C_k} \pi_{n^{i-}_{(s,k)}} \quad ;\forall\, k,s|\forall\, n_i = 2 \tag{9}$$

$$-M\left(\sum_{i\in C_k} x_i - f\right) \geq \lambda\pi_{n_{(s,k)}} - \mu \sum_{i\in C_k} \pi_{n^{i-}_{(s,k)}} \quad ;\forall\, k,s|\forall\, n_i = 2 \tag{10}$$

$$M\left(\sum_{i\in C_k} x_i - f\right) \leq S\mu\pi_{n_{(s,k)}} - \lambda \sum_{i\in C_k} \pi_{n^{i+}_{(s,k)}} \quad ;\forall\, k,s|\forall\, n_i = 1 \tag{11}$$

$$-M\left(\sum_{i\in C_k} x_i - f\right) \geq S\mu\pi_{n_{(s,k)}} - \lambda \sum_{i\in C_k} \pi_{n^{i+}_{(s,k)}} \quad ;\forall\, k,s|\forall\, n_i = 1 \tag{12}$$

$$M\left(\sum_{i\in C_k} x_i - f\right) \leq \left(\lambda + D_{n_{(s,k)}}\mu\right)\pi_{n_{(s,k)}} - \sum_{i\in C_k} \sum_{j:y^1_{ij}=1} \lambda_j \pi_{n^{i+}_{(s,k)}} - \mu \sum_{i\in C_k} \pi_{n^{i-}_{(s,k)}} \quad ;\forall s,k \tag{13}$$

$$-M\left(\sum_{i\in C_k} x_i - f\right) \geq \left(\lambda + D_{n_{(s,k)}}\mu\right)\pi_{n_{(s,k)}} - \sum_{i\in C_k} \sum_{j:y^1_{ij}=1} \lambda_j \pi_{n^{i+}_{(s,k)}} - \mu \sum_{i\in C_k} \pi_{n^{i-}_{(s,k)}} \quad ;\forall s,k \tag{14}$$

$$x_i, y^l_{ij} \in \{0,1\} \quad ;\forall i,j,l \tag{15}$$

$$\pi_{n_{(s,k)}} \geq 0 \quad ;\forall s,k \tag{16}$$

رابطه‌ی ۱ به‌عنوان تابع هدف، متوسط زمان انتظار مشتریان تا رسیدن خدمت‌دهنده را کمینه می‌کند. در این تابع هدف، برای هر یک از مشتریان، احتمال آزاد بودن هریک از تسهیلات به‌ترتیب اولویت اعزام برای مشتری مذکور، محاسبه و در کوتاه‌ترین فاصله مشتری از تسهیل، ضرب می‌شود. مجموع به دست آمده میانگین زمان انتظار مشتری تا رسیدن نزدیک‌ترین خدمت‌دهنده‌ی آزاد را نشان می‌دهد. محدودیت ۲ تعداد خدمت‌دهندگان را مشخص می‌کند. محدودیت ۳ تضمین می‌کند که هر تسهیل صرفاً در یکی از اولویت‌های هر مشتری قرار گیرد. محدودیت ۴ تضمین می‌کند که هر مکان کاندیدا حداکثر یک بار در لیست مشتری قرار گیرد.

محدودیت ۵ تضمین می‌کند که در صورتی یک مشتری به یک سایت کاندیدا تخصیص یابد که در آن سایت، تسهیلی احداث شده باشد. محدودیت ۶ مکان‌های کاندیدای موجود در لیست هر مشتری را براساس معیار فاصله، اولویت‌بندی می‌کند. محدودیت‌های ۷ و ۸ تضمین می‌کنند که مجموع احتمالات حدی برابر با ۱ شوند. محدودیت‌های ۹ و ۱۰ معادلات تعادل سیستم صف را در وضعیتی نشان می‌دهند که تمامی خدمت‌دهندگان آزادند. محدودیت‌های ۱۱ و ۱۲ معادلات تعادل سیستم صف را در وضعیتی نشان می‌دهند که تمامی خدمت‌دهندگان مشغول‌اند. محدودیت‌های ۱۳ و ۱۴ معادلات تعادل سایر وضعیت‌های سیستم صف را نشان می‌دهند. از آنجا که ظرفیت پذیرش سیستم برابر است با تعداد خدمت‌دهندگان بیکار، و هیچ‌گاه جمعیت سیستم به بی‌نهایت میل نمی‌کند، سیستم صف همواره در حالت پایدار خواهد بود و نیازی به اعمال شرایط پایداری نیست. محدودیت‌های ۱۵ و ۱۶ دامنه‌ی متغیرهای مسئله را نشان می‌دهند. مسئله‌ی تحت بررسی جزو مسائل ناچندجمله‌یی سخت محسوب می‌شود و بدین جهت، حل مدل ریاضی ارائه‌شده برای مسائل در مقیاس بزرگ، امکان‌پذیر نیست. در ادامه، به‌منظور حل مسئله در اندازه دنیای واقعی، یک الگوریتم ژنتیک معرفی می‌شود.

۴. الگوریتم ژنتیک

در دهه‌ی هفتاد میلادی، جان هالند[۱۹] ایده استفاده از الگوریتم ژنتیک را در مسائل بهینه‌سازی مطرح کرد. الگوریتم‌های ژنتیک، الگوریتم‌های جست‌وجوی سیستماتیک مبتنی بر جمعیت‌اند که با به‌کارگیری رویه‌هایی مانند جهش[۶]، هم‌گذری[۷] و انتخاب، از ژنتیک طبیعی الهام گرفته شده‌اند. در یک الگوریتم ژنتیک، جمعیتی از راه حل‌های رمزگذاری شده (کروموزوم) در روندی تکاملی به سمت راه‌حل‌های بهتر حرکت می‌کنند. این تکامل معمولاً با تولید تصادفی جمعیتی از کروموزوم‌ها به‌نام «نسل اول» شروع می‌شود. در هر نسل، کروموزوم‌های جمعیت فعلی براساس احتمالات وابسته به مقادیر برازندگی انتخاب می‌شود و با استفاده از عملگرهای ژنتیکی ترکیب و اصلاح شده و نسل بعدی تشکیل می‌شود. این رویه‌ی بهبود تا رسیدن به شرط توقف ادامه می‌یابد. عناصر اصلی الگوریتم ژنتیک که برای حل مسئله‌ی تحت بررسی توسعه یافته است، در زیربخش‌های آتی تشریح می‌شود.

۱.۴. نمایش راه‌حل و محاسبه‌ی برازندگی

یکی از مهم‌ترین بخش‌های هر الگوریتم فراابتکاری، مشخص کردن نحوه‌ی نمایش راه‌حل یا به‌عبارتی رمزگذاری است. در این فرایند، هر راه‌حل مسئله به‌صورت یک بردار یا ماتریسی از اعداد نشان داده می‌شود به‌گونه‌یی که بتوان با استفاده از بردار یا ماتریس مذکور، مقادیر متغیرهای تصمیم را مشخص کرد. در مسئله‌ی تحت بررسی، مکان استقرار تسهیلات، متغیر تصمیم اصلی محسوب می‌شود بدین معنا که تمامی متغیرهای تصمیم دیگر با مشخص شدن مقادیر مربوط به متغیرهای مکان استقرار، قابل محاسبه‌اند. بدین‌ترتیب، در الگوریتم ارائه‌شده هر کروموزوم به‌صورت یک بردار نشان داده می‌شود و ژن‌های کروموزوم نشانگر مکان استقرار تسهیلات هستند. اندازه‌ی (تعداد ژن‌های) هر کروموزوم برابر با تعداد سایت‌های کاندیداست و مقادیر ژن‌های هر کروموزوم، جایگشتی از اعداد یک تا تعداد سایتهای کاندیدا (c) است. در هر کروموزوم، مقادیر f ژن اول، شماره سایت‌های کاندیدایی را نشان می‌دهند که در آنها یک تسهیل مستقر می‌شود. واضح است که $c-f$ ژن انتهایی هر کروموزوم، نقشی در محاسبه‌ی تابع برازندگی ندارند. در نظر گرفتن این ژن‌های اضافی، روند انجام عملگرهای ژنتیکی را تسهیل می‌کند. با توجه به این که، اولویت‌بندی تسهیلات برای مشتریان براساس قاعده مجاورت صورت می‌گیرد، در هر کروموزوم با مشخص شدن مکان استقرار تسهیلات، اولویت‌بندی تسهیلات برای مشتریان نیز مشخص می‌شود. در شکل ۲ نمونه‌یی از یک کروموزوم برای یک مسئله با پنج مکان کاندیدا و سه تسهیل نشان داده شده که در آن، مکان‌های ۱، ۲ و ۴ برای استقرار تسهیلات در نظر گرفته شده است. واضح است که چنین شیوه‌ی نمایشی اجازه‌ی تولید کروموزوم‌های نشدنی را نمی‌دهد.

۲	۴	۱	۵	۳

مکان استقرار تسهیلات

شکل ۲. مثالی از نحوه‌ی نمایش کروموزوم.

در الگوریتم طراحی شده، میزان برازندگی هر کروموزوم برابر با مقدار تابع هدف متناظر آن در نظر گرفته می‌شود. برای محاسبه‌ی برازندگی هر کروموزوم، نخست براساس مکان‌های انتخاب شده برای استقرار تسهیلات، نحوه‌ی تخصیص مشتریان به تسهیلات مشخص می‌شود. با مشخص شدن نحوه‌ی تخصیص مشتریان، می‌توان مقادیر نرخ ورودی به هر تسهیل را محاسبه کرد و در نهایت با حل معادلات تعادل سیستم صف مربوطه، مقدار تابع برازندگی به دست می‌آید.

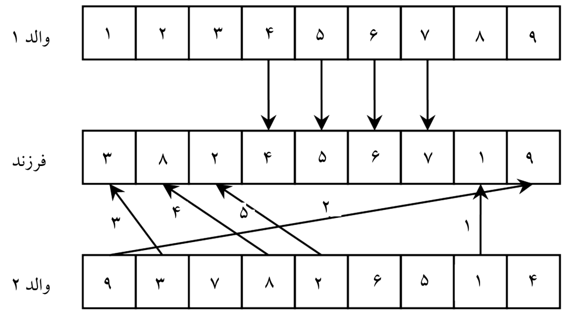
۲.۴. انتخاب و بازتولید

انتخاب والدین برای مشارکت در عملگرهای ژنتیکی، برمبنای میزان برازندگی کروموزوم‌ها انجام می‌گیرد بدین‌ترتیب که هرچه تابع برازندگی یک کروموزوم بهتر باشد، احتمال انتخاب کروموزوم برای مشارکت در جهش و هم‌گذری بیشتر خواهد بود. در الگوریتم ژنتیک ارائه‌شده، از چرخ رولت[۸] برای انتخاب والدین استفاده می‌شود. در این روش برای تعیین احتمال انتخاب هر کروموزوم به‌عنوان والد، ابتدا کروموزوم‌های هر جمعیت براساس میزان برازندگی رتبه‌بندی شده و با استفاده از رابطه‌ی ۱۷ احتمال انتخاب هر کروموزوم محاسبه می‌شود:

$$p_i = \frac{e^{\left(-\beta \frac{C_i}{C_{\max}}\right)}}{\sum\limits_i e^{\left(-\beta \frac{C_i}{C_{\max}}\right)}} \qquad (۱۷)$$

که در آن c_i مقدار برازندگی کروموزوم، i و $c_{\max}$ مقدار برازندگی بدترین عضو جمعیت است. پارامتر β برای تنظیم نحوه‌ی تخصیص احتمالات به کروموزوم‌ها در نظر گرفته شده است، به‌گونه‌یی که افراد دارای رتبه‌ی پایین نیز شانس عادلانه‌یی برای انتخاب داشته باشند.

هم‌گذری و جهش، عملگرهای اصلی بازتولید[۹] نسل آتی هستند. هم‌گذری فرایندی است که در آن، با ترکیب اطلاعات دو والد، یک (یا چند) جواب جدید به‌عنوان فرزند تولید می‌شود. از آنجا که در الگوریتم ارائه‌شده نمایش راه حل به‌صورت جایگشت است، از عملگر هم‌گذری ترتیبی[۱۰] استفاده می‌شود. هم‌گذری ترتیبی، توسط دیویس[۲۰] برای مسائل دارای کروموزوم‌های جایگشتی ارائه شده است. در این هم‌گذری، نخست دو نقطه‌ی برش روی هریک از والدین تعیین شده و سپس مقادیر ژن‌هایی که بین دو نقطه‌ی مذکور از والد اول قرار دارد، در ژن‌های فرزند اول کپی می‌شود. برای تکمیل فرزند اول، نخست بخش انتهایی این کروموزوم که بعد از نقطه‌ی برش دوم قرارگرفته است و سپس بخش ابتدایی که قبل از نقطه برش اول



شکل ۳. مثالی از نحوه‌ی انجام هم‌گذری ترتیبی.

قرارگرفته، توسط ژن‌های والد دوم تکمیل می‌شود. در انتخاب ژن‌های والد دوم برای جایگذاری در فرزند اول نیز به روشی مشابه، نخست ژن‌های بخش انتهایی و سپس با شروع از ابتدای کروموزوم، سایر ژن‌ها، یک‌به‌یک کنترل می‌شود و هر ژنی که در فرزند اول وجود نداشته باشد، به‌ترتیب گفته‌شده کپی می‌شود. به روشی مشابه، فرزند دوم با تعویض نقش والدین اول و دوم تولید می‌شود. مثالی از هم‌گذری ترتیبی در شکل ۳ نشان داده شده است. در این شکل، اعداد نوشته شده روی خطوط نشانگر ترتیب انتخاب و جایگذاری ژن‌هاست.

در الگوریتم ارائه‌شده از جهش معاوضه[۱۱] استفاده می‌شود. در این نوع جهش، دو ژن به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شوند و مقادیر آنها با یکدیگر تعویض می‌شود. از آنجا که هر کروموزوم یک جایگشت کامل از اعداد ۱ تا c است، کروموزوم‌های تولید شده توسط عملگرهای هم‌گذری و جهش همواره شدنی هستند. برای بازتولید نسل آتی از استراتژی نخبه‌گرا[۱۲] استفاده می‌شود. در این روش، درصد مشخصی از اندازه جمعیت نسل آتی توسط بهترین کروموزوم‌های نسل فعلی، تکمیل می‌شود. در الگوریتم ژنتیک توسعه داده شده از دو معیار توقف شامل تولید تعداد مشخصی نسل و تولید تعداد مشخصی نسل بدون بهبود استفاده می‌شود.

۵. نتایج محاسباتی

به‌منظور ارزیابی صحت مدل ریاضی و بررسی عملکرد الگوریتم ارائه شده، در این بخش دو مجموعه از مسائل در ابعاد کوچک و بزرگ طراحی و تحلیل شده است. مجموعه‌ی نخست شامل مثال‌های عددی در اندازه کوچک است. این مسائل توسط الگوریتم ژنتیک ارائه‌شده، حل و بهترین راه‌حل‌های الگوریتم با راه‌حل دقیق به دست آمده از حل مدل ریاضی متناظر با هر مسئله مقایسه می‌شوند. مدل ریاضی مربوط به هر مسئله توسط نرم‌افزار GAMSحل‌کننده CPLEX حل می‌شوند. در مجموعه‌ی دوم، از آنجا که اندازه مسائل بزرگ است، نرم‌افزار بهینه‌ساز توانایی حل مدل ریاضی را ندارد و در نتیجه صرفاً راه‌حل‌های به دست آمده از اجراهای متوالی الگوریتم ژنتیک گزارش می‌شود. هدف از حل مسائل مجموعه‌ی نخست، کنترل صحت مدل ریاضی و ارزیابی توانایی الگوریتم ژنتیک در به دست آوردن راه‌حل‌های بهینه است. مجموعه‌ی دوم به‌منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم ژنتیک در حل مسائل با اندازه بزرگ به کار برده می‌شود. در این مسائل میزان پراکندگی راه‌حل‌های به دست آمده توسط الگوریتم ژنتیک، به‌عنوان معیاری برای ارزیابی عملکرد الگوریتم در نظرگرفته می‌شود.

به‌علت عدم وجود داده‌های استاندارد، تمامی مسائل نمونه به‌صورت تصادفی تولید شده‌اند. برای تولید ماتریس‌های فاصله‌یی مبتنی بر شبکه‌های واقعی، ابتدا شبکه‌یی از نقاط و کمان‌های واصل آنها تولید و سپس طول کوتاه‌ترین مسیر بین هر جفت گره به‌عنوان فاصله آن دو گره منظور می‌شود. لازم به ذکر است که هریک از گره‌های شبکه به‌عنوان یک سایت کاندیدا برای استقرار یک تسهیل در نظرگرفته می‌شود. نرخ‌های وقوع تقاضا در هرگره و نرخ خدمت‌دهی توسط تسهیلات به‌صورت تصادفی تولید می‌شود.

تنظیم پارامترها یکی از مهم‌ترین مراحل پیاده‌سازی الگوریتم ژنتیک به شمار می‌رود که می‌تواند کیفیت راه حل نهایی و زمان رسیدن به آن را به‌شدت تحت تأثیر قرار دهد. در این مقاله از طراحی آزمایش‌ها به‌منظور تعیین سطوح مناسب پارامترهای ورودی استفاده می‌شود. سطوح در نظرگرفته شده برای هریک از پارامترهای ورودی و بهترین سطح به دست آمده برای مسائل عددی مجموعه اول و دوم به‌ترتیب در جداول ۱ و ۲ گزارش شده‌اند.

جدول ۱. تنظیم پارامترها در مسائل مجموعه‌ی اول.

پارامتر	سطوح پارامترها	بهترین سطح
اندازه جمعیت	۱۰، ۲۰ و ۲۵	۱۰
تعداد تکرار	۴۰، ۶۰ و ۸۰	۴۰
تعداد تکرار بدون بهبود *	۰٫۵، ۰٫۶ و ۰٫۷	۰٫۶
نرخ هم‌گذری	۰٫۶، ۰٫۷ و ۰٫۸	۰٫۷
نرخ جهش	۰٫۰۵، ۰٫۰۸ و ۰٫۱	۰٫۱

* به‌صورت درصدی از تعداد تکرار محاسبه می‌شود.

جدول ۲. تنظیم پارامترها در مسائل مجموعه‌ی دوم.

پارامتر	سطوح پارامترها	بهترین سطح
اندازه جمعیت	۱۵، ۲۰ و ۲۵	۲۰
تعداد تکرار	۷۰، ۱۰۰ و ۱۵۰	۱۰۰
تعداد تکرار بدون بهبود *	۰٫۵، ۰٫۶ و ۰٫۷	۰٫۶
نرخ هم‌گذری	۰٫۶، ۰٫۷ و ۰٫۸	۰٫۷
نرخ جهش	۰٫۰۵، ۰٫۰۸ و ۰٫۱	۰٫۱

* به‌صورت درصدی از تعداد تکرار محاسبه می‌شود.

مسائل مجموعه‌ی اول در دو اندازه پنج و هشت گره تولید شده‌اند. برای هر دسته از مسائل، نرخ‌های وقوع تقاضا در دو حالت λ_j^l (حجم پایین تقاضا) و λ_j^h (حجم بالای تقاضا) مدنظر قرارگرفته‌اند تا امکان بررسی اثر حجم تقاضای مشتریان بر مکان استقرار تسهیلات، فراهم شود. دو نوع نرخ خدمت نیز برای تسهیلات در نظر گرفته شده است که نشانگر سرعت پایین و سرعت بالا برای ارائه‌ی خدمت در تسهیلات است. در جدول ۳ و ۴ به‌ترتیب ماتریس کوتاه‌ترین فاصله میان گره‌های شبکه و همچنین نرخ‌های وقوع تقاضا برای مسائل دارای پنج و هشت گره نشان داده شده است.

هریک از مسائل مجموعه‌ی اول توسط نرم‌افزار بهینه‌ساز GAMS حل‌کننده CPLEXحل شده و راه‌حل بهینه‌ی هریک به دست آمده است. همچنین هر مسئله در چهار بار اجرا توسط الگوریتم ژنتیک، حل شده و بهترین راه‌حل به دست آمده از چهار بار اجرا گزارش شده است. لازم به ذکر است که برای حل مثال‌های نمونه توسط نرم‌افزار بهینه‌ساز و الگوریتم ژنتیک از یارانه‌یی با پردازشگر مرکزی چهار هسته‌یی ۳٫۱ گیگاهرتز و حافظه‌ی اصلی ۸ گیگابایت استفاده شده است. الگوریتم پیشنهادی در محیط برنامه‌نویسی نرم‌افزار MATLAB کد شده است. در جدول ۵ نتایج محاسباتی مربوط به مسائل مجموعه‌ی اول ارائه شده است.

جدول ۳. اطلاعات مربوط به مسائل دارای پنج گره.

گره	گره ۱	۲	۳	۴	۵	λ_j^l	λ_j^h
۱	۰	۴	۵	۹	۸	۹	۲۰
۲	۴	۰	۶	۵	۱۰	۵	۱۴
۳	۵	۶	۰	۷	۳	۵	۱۷
۴	۹	۵	۷	۰	۴	۶	۱۱
۵	۸	۱۰	۳	۴	۰	۷	۱۳

جدول ۴. اطلاعات مربوط به مسائل دارای هشت گره.

گره	گره ۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	λ_j^l	λ_j^h
۱	۰	۸	۷	۲	۶	۵	۳	۹	۹	۱۲
۲	۸	۰	۹	۱۰	۵	۲	۷	۴	۸	۱۴
۳	۷	۹	۰	۶	۲	۳	۸	۵	۶	۱۶
۴	۲	۱۰	۶	۰	۹	۸	۵	۳	۸	۱۸
۵	۶	۵	۲	۹	۰	۱۰	۴	۷	۶	۱۲
۶	۵	۲	۳	۸	۱۰	۰	۹	۶	۷	۱۵
۷	۳	۷	۸	۵	۴	۹	۰	۱۰	۹	۱۶
۸	۹	۴	۵	۳	۷	۶	۱۰	۰	۷	۱۶

جدول ۵. نتایج محاسباتی برای مسائل مجموعه‌ی اول.

s/m	μ	λ	CPLEX OF	CPLEX Time(s)	GA OF	GA Time(s)
۳/۵	۱۵	λ_j^l	۱۲/۶۶	۰/۴۲	۱۲/۶۶	۰/۵۸
	۲۵	λ_j^l	۱۲/۵۴	۰/۴۳	۱۲/۵۴	۰/۵۸
	۴۰	λ_j^h	۱۲/۸۱	۰/۷۵	۱۲/۸۱	۰/۵۹
	۵۰	λ_j^h	۱۲/۷۸	۰/۵۴	۱۲/۷۸	۰/۵۸
۴/۸	۲۰	λ_j^l	۲۱/۹۵	۴۹/۰۳	۲۱/۹۵	۱/۸۰
	۳۰	λ_j^l	۲۱/۱۷	۴۸/۹۰	۲۱/۱۷	۱/۸۱
	۴۰	λ_j^h	۲۱/۹۶	۴۹/۱۷	۲۱/۹۶	۱/۸۰
	۵۰	λ_j^h	۲۱/۷۹	۴۸/۹۱	۲۱/۷۹	۱/۸۲

چنان که نتایج حل مسائل دسته اول نشان می‌دهد با افزایش نرخ خدمت‌دهی تسهیلات، متوسط مدت زمان انتظار مشتریان تا رسیدن خدمت‌دهنده، کمتر می‌شود و برعکس، در صورتی که نرخ خدمت در مقابل نرخ‌های ورود، کم باشد، این معیار افزایش می‌یابد. با مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از حل مسائل دسته اول توسط نرم‌افزار بهینه‌ساز و الگوریتم ژنتیک مشاهده می‌شود که الگوریتم ژنتیک در حل تمامی مسائل مجموعه اول توانسته است راه‌حل بهینه را در زمان کمتری نسبت به نرم‌افزار GAMS به دست آورد.

برای ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در حل مسائل بزرگ، چهار مثال عددی به شیوه‌یی که پیشتر گفته شد، تولید شده‌اند. از آنجا که نرم‌افزار GAMS قابلیت حل مدل ارائه‌شده برای مسائلی در چنین ابعادی را ندارد، بنابراین در این بخش صرفاً راه‌حل‌های به دست آمده در اجراهای متوالی الگوریتم ژنتیک گزارش می‌شوند. هریک از مثال‌های نمونه در چهار اجرای متوالی توسط الگوریتم پیشنهادی

جدول ۶. نتایج محاسباتی برای مسائل مجموعه دوم.

N/M	حداقل تابع هدف: اجرا (۱)	اجرا (۲)	اجرا (۳)	اجرا (۴)	واریانس نتایج
۷/۱۴	۳۶۰/۴۳	۳۶۰/۴۶	۳۶۰/۴۱	۳۶۰/۴۲	۰/۰۰۰۴۹
۸/۱۵	۳۹۱/۴۴	۳۹۱/۴۱	۳۹۱/۴۲	۳۹۱/۴۲	۰/۰۰۰۰۹
۹/۲۰	۵۲۶/۴۵	۵۲۶/۴۶	۵۲۶/۴۹	۵۲۶/۴۸	۰/۰۰۰۳۲
۱۰/۵۲	۶۱۵/۲۳	۶۱۵/۱۲	۶۱۵/۲۳	۶۱۵/۳۴	۰/۰۰۸۰۷

حل شده و بهترین مقدار تابع هدف در هر یک از اجراها در جدول ۶ گزارش شده‌اند. از آنجا که مسئله‌ی تحت بررسی از مسائل طراحی محسوب می‌شود، کیفیت راه‌حل به دست آمده در مقایسه با زمان حل، از اهمیت بیشتری برخوردار است. بنابراین در انجام آزمایش‌های محاسباتی مربوط به مسائل دارای ابعاد بزرگ، به الگوریتم اجازه داده شده است تا در زمان بیشتری به جست‌وجوی فضای جواب بپردازد. نتایج حل مثال‌های عددی مجموعه دوم، حاکی از پراکنش کم نتایج به دست آمده از الگوریتم ژنتیک است و بدین لحاظ، می‌توان نتیجه گرفت که تنظیم پارامترها برای الگوریتم به‌گونه‌یی مناسب انجام شده است. از آنجا که الگوریتم در حل مسائل کوچک از کارایی خوبی برخوردار است، انتظار می‌رود که نتایج حل مسائل با ابعاد بزرگ نیز مطلوب باشند.

۶. نتیجه‌گیری

در این نوشتار مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات اضطراری متحرک مورد بررسی قرارگرفت. براساس مفروضات اتخاذ شده، هر مشتری به نزدیک‌ترین تسهیل آزاد تخصیص می‌یابد بدین معنا که اگر نزدیک‌ترین تسهیل به مشتری، مشغول ارائه‌ی خدمت باشد، مشتری خدمت مورد نیازش را از دومین و نزدیک‌ترین تسهیل دریافت می‌کند. این رویه تا دستیابی مشتری به یک تسهیل آزاد ادامه می‌یابد. اگر در لحظه‌ی درخواست مشتری، کلیه‌ی تسهیلات مشغول باشند، تقاضای مشتری از دست رفته تلقی می‌شود. همچنین فرض شد که تقاضاهای هر مشتری از فرایند پواسون و مدت زمان‌های خدمت‌دهی توسط هر یک از تسهیلات از توزیع نمایی پیروی می‌کنند. با استفاده از نمایش وضعیت متداول در سیستم‌های صف فوق مکعبی، سیستم‌های صف شبکه تسهیلات، تحلیل شده و نتایج تحلیل صف در ساختار مدل ریاضی گنجانده شدند. هدف مدل ریاضی ارائه شده، انتخاب تعدادی از سایت‌های کاندیدا برای استقرار تعداد مشخصی تسهیل است به‌گونه‌یی که متوسط زمان انتظار مشتریان تا رسیدن خدمت‌دهنده، کمینه شود. به‌دلیل آن که مسئله‌ی تحت بررسی، ناچندجمله‌یی سخت است، به‌منظور حل مسائل با ابعاد بزرگ، یک الگوریتم ژنتیک، معرفی شد. به‌منظور ارزیابی مدل ریاضی و عملکرد الگوریتم ارائه‌شده، تعدادی مثال عددی، حل و تحلیل شدند. نتایج به دست آمده از حل مسائل کوچک توسط الگوریتم پیشنهادی نشان دادند که این الگوریتم در حل مسائل کوچک از کارایی لازم برخوردار است زیرا در زمانی بسیارکم، نتایجی یکسان با نرم‌افزار GAMS را به دست آورده است. از آنجا که نرم‌افزار بهینه‌ساز GAMS قابلیت حل مسائل با ابعاد بزرگ را ندارد، با توجه به کارایی الگوریتم در حل مثال‌های کوچک انتظار می‌رود که الگوریتم در حل مسائل با ابعاد بزرگ نیز نتایج نزدیک به بهینه را تولید کند. با توجه به مطالعات صورت گرفته در این تحقیق، موارد زیر می‌توانند به‌عنوان زمینه‌هایی مناسب برای تحقیقات آتی تلقی شوند:

- در این تحقیق، فرض شده است که زمان‌های رفت و برگشت خدمت‌دهنده به مکان مشتری در مقابل زمان‌های خدمت‌دهی ناچیز است و به همین دلیل، زمان خدمت‌دهی به‌صورت توزیع نمایی در نظرگرفته شده است. این در حالی است که در مسائل دنیای واقعی، بخش عمده‌یی از زمان‌های خدمت‌دهی تسهیلات متحرک صرف اعزام به محل مشتری می‌شود. زمان‌های سفر به فاصله تسهیل تا مشتری و سرعت وسیله‌ی نقلیه مرتبط‌اند و لذا در نظرگرفتن توزیع آماری کلی به جای توزیع نمایی برای زمان خدمت‌دهی، منجر به نزدیک شدن مدل ریاضی به شرایط دنیای واقعی می‌شود.
- در مسئله‌ی تحت بررسی فرض شده است که تقاضا در یک نقطه از هر ناحیه جمعیتی رخ می‌دهد. این در حالی است که در مسائل دنیای واقعی، هر نقطه از یک ناحیه جمعیتی می‌تواند متقاضی دریافت خدمات اضطراری باشد. در نظرگرفتن فرض ناحیه‌یی بودن تقاضا می‌تواند زمینه‌ی تحقیقاتی مناسبی برای مطالعات آتی قلمداد شود.
- در مسئله‌ی تحت بررسی، فرض شده است که در هر یک از تسهیلات صرفا یک خدمت‌دهنده متحرک، مستقر است. در مسائل دنیای واقعی، در بیشتر مواقع بیش از یک وسیله‌ی نقلیه‌ی اضطراری در هر یک از تسهیلات امدادرسانی، مستقر هستند. آزادسازی محدودیت استقرار حداکثر یک خدمت‌دهنده در هر تسهیل و متغیر تصمیم در نظر گرفتن تعداد خدمت‌دهندگان، می‌تواند به‌نحوی مطلوب شرایط دنیای واقعی را در نظر بگیرد.
- به دست آوردن حدود پایین مناسب برای مدل ریاضی و همچنین توسعه‌ی روش‌های حل ابتکاری و فراابتکاری دیگر برای حل این مسئله، به‌منظور بهبود نتایج این تحقیق می‌تواند یکی دیگر از زمینه‌های تحقیقات آتی تلقی شود.

پانوشت‌ها

1. automated teller machine
2. congestion
3. hyper-cube queue
4. spatial queuing model
5. dispatching policy
6. mutation
7. crossover
8. roulette wheel
9. reproduction
10. order crossover
11. swap mutation
12. elitist strategy

منابع (References)

1. Larson, R.C. "A hypercube queuing model for facility location and redistricting in urban emergency services", *Computers & Operations Research*, **1**(1), pp. 67-95 (1974).
2. Larson, R.C. "Approximating the performance of urban emergency service systems", *Operations Research*, **23**(5), pp. 845-868 (1975).
3. Berman, O. and et al. "The stochastic queue p-median problem", *Transportation Science*, **21**(3), pp. 207-216 (1987).
4. Berman, O. and et al. "Locating service facilities to reduce lost demand", *IIE Transactions*, **38**(11), pp. 933-946 (2006).
5. Batta, R. and Berman, O. "A location model for a facility operating as an M/G/k queue", *Networks*, **19**(6), pp. 717-728 (1989).
6. Chiyoshi, F. and et al. "A tutorial on hypercube queueing models and some practical applications in emergency service systems", *Pesquisa Operacional*, **31**(2), pp. 271-299 (2011).
7. Geroliminis, N. and et al. "A spatial queuing model for the emergency vehicle districting and location problem", *Transportation Research Part B: Methodological*, **43**(7), pp. 798-811 (2009).
8. Toro-Diaz, H. and et al. "Joint location and dispatching decisions for Emergency Medical Services", *Computers & Industrial Engineering*, **64**(4), pp. 917-928 (2013).
9. Chiyoshi, F. and et al. "Modelo hipercubo: Analise e resultados para o caso de servidores nao-homogeneos", *Pesquisa Operacional*, **21**(2), pp. 199-218 (2001).
10. Batta, R. and et al. "The maximal expected covering location problem: Revisited", *Transportation Science*, **23**(4), pp. 277-287 (1989).
11. Boyaci, B. and Geroliminis, N. "Extended hypercube models for large scale spatial queueing systems" 11th Swiss Transport Research Conference, Swiss (2011).
12. Carter, G.M. and et al. "Response areas for two emergency units", *Operations Research*, **20**(3), pp. 571-594 (1972).
13. Baptista, S. and Oliveira, R.C. "A case study on the application of an approximated hypercube model to emergency medical systems management", *Central European Journal of Operations Research*, **20**(4), pp. 559-581 (2012).
14. Saydam, C. and et al. "The dynamic redeployment coverage location model", *Health Systems*, **2**(2) pp. 103-119 (2013).
15. Toro-Diaz, H. and et al. "Joint location and dispatching decisions for emergency medical services", *Computers & Industrial Engineering*, **64**(4), pp. 917-928 (2013).
16. Boyaci, B. and Geroliminis, N. "Hypercube queueing models for emergency response systems", *14th Swiss Transport Research Conference* (2014).

17. Souza, R.M. and et al. "Incorporating priorities for waiting customers in the hypercube queuing model with application to an emergency medical service system in Brazil", *European Journal of Operations Research*, **242**(1), pp. 274-285 (2015).

18. Iannoni, A.P. and et al. "A spatially distributed queuing model considering dispatching policies with server reservation", *Transportation Research Part E*, **75**, 49-66 (2015).

19. Holland, J.H. "Outline for a logical theory of adaptive systems", *Journal of the ACM*, **9**(3), pp. 297-314 (1962).

20. Davis., L., *Handbook of Genetic Algorithms*, **115**, Van Nostrand Reinhold, New Yourk (1991).