مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۶)
دوره‌ی ۱-۳۳، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۱۲۱-۱۲۸، (یادداشت فنی)

Research Note

مدل‌سازی و بهینه‌سازی یک سیستم کنترل موجودی یک دوره‌یی با محدودیت‌های تصادفی در حالت‌های پس‌افت و فروش ازدست رفته

زهرا اسدزاده (کارشناس ارشد)
سید حمیدرضا پسندیده* (دانشیار)
گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی، دانشگاه خوارزمی

zahraasadzadeh91@gmail.com
shr_pasandideh@khu.ac.ir

در این تحقیق دو مدل برای سیستم‌های سفارش دوره‌یی در حالت چندمحصولی با تقاضای احتمالی ارائه شده است. در مدل اول کل کمبود به‌صورت پس‌افت و در مدل دوم کل کمبود به‌صورت فروش ازدست رفته است. فرض حاکم بر مسئله وجود محدودیت سطح خدمت، فضای انبار، بودجه و تعداد دفعات سفارش است. محدودیت فضای انبار و بودجه حالت احتمالی دارند و از توزیع نرمال پیروی می‌کنند. هدف، به‌دست آوردن بیشترین موجودی و طول هر دوره است به‌گونه‌یی که هزینه‌ی کل کمینه شود. برای حل مدل‌ها از دو الگوریتم فراابتکاری ژنتیک و بهینه‌سازی ازدحام ذرات استفاده شده است. مدل‌ها در قالب ۳۰ مثال توسط دو الگوریتم حل شده، و نیز نتایج به‌دست آمده با استفاده از دو روش آماری و تصمیم‌گیری چندمعیاره بررسی و الگوریتم‌ها مقایسه می‌شوند.

واژگان کلیدی: کنترل موجودی، سیستم‌های مرور دوره‌یی، پس‌افت، فروش ازدست رفته، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، تاپسیس.

۱. مقدمه

امروزه مدل‌های کنترل موجودی در حوزه‌های مختلف تولید و فروش کاربرد گسترده‌یی دارند، اما کماکان فرضیات برخی از این مدل‌ها سبب شده تا امکان به‌کارگیری صحیح آن‌ها در عمل فراهم نشود. لذا کنار گذاشتن فرضیات محدودکننده و توسعه‌ی این مدل‌ها به‌منظور به‌کارگیری واقعی آن‌ها در عمل ضروری به نظر می‌رسد. یکی از فرضیات مهم در بسیاری از مدل‌های موجودی فرض عدم وجود کمبود است. معروف‌ترین این مدل‌ها، مدل کلاسیک مقدار سفارش اقتصادی (EOQ)[۱] است. در این مدل به دلیل قطعی بودن تقاضا، کمبود در نظر گرفته نمی‌شود. چنان که در دنیای واقعی به‌دلیل احتمالی بودن تقاضا، مشکلات حمل و نقل، حوادث پیش‌بینی نشده و... امکان مواجهه‌ی سیستم با کمبود همواره وجود دارد. نیاز به برتری‌های رقابتی و خواست مشتری بر خدمت‌رسانی سریع موجب افزایش فشارهایی شده که پیش از این وجود نداشته است. به‌همین دلیل سازمان‌ها و واحدهای صنعتی علاوه بر کاهش هزینه‌های سازمان درصدد افزایش هم‌زمان سطح خدمت هستند و از رضایت مشتریان به‌عنوان استراتژی تمایز برای رقابت استفاده می‌کنند. در نظر گرفتن سطح خدمت علاوه بر افزایش سود و کاهش زیان باعث افزایش اعتبار سازمان می‌شود که در بلندمدت تأثیرات مثبتی بر سود سازمان خواهد داشت. محققان تلاش کردند تا با برداشتن چنین فرضیاتی مدل‌های جدیدی توسعه دهند. طالعی‌زاده و همکاران مدل مقدار سفارش اقتصادی را در سه حالت مختلف توسعه دادند: در حالت اول فرض بر آن است که در سیستم موجودی هیچ کمبودی وجود ندارد؛ در حالت دوم کمبود مجاز است و تمامی تقاضاهایی که با کمبود روبه‌رو می‌شوند حالت پس‌افت پیدا می‌کنند؛ و در حالت سوم کمبود مجاز است و ترکیبی از پس‌افت و فروش ازدست رفته جریان دارد.[۱] هیل مدل موجودی بدون هزینه‌ی سفارش و تحت سیستم مرور پیوسته[۲] را توسعه داد. در این مدل تقاضا از توزیع پواسون پیروی می‌کند و تقاضاهایی که با کمبود روبه‌رو می‌شود، حالت فروش ازدست رفته دارد.[۲] ژاوو و همکاران سیستم موجودی با سیاست سفارش‌دهی مرور پیوسته و محدودیت فضای انبار را در نظر گرفتند.[۳] برا نیز مدل موجودی چندمحصولی را توسعه داد؛[۴] در این مدل تقاضا و زمان تدارک[۳] حالت تصادفی دارند. او همچنین برای نزدیک‌کردن مدل به شرایط واقعی محدودیت بودجه را در نظر گرفت. هاریگا سیستم موجودی تک‌محصولی با سیاست سفارش‌دهی مرور پیوسته را توسعه داد. در این مدل تقاضا حالت احتمالی دارد و برای ذخیره‌ی محصول در انبار محدودیت فضا وجود دارد.[۵] اویانگ و همکارش سیستم موجودی با سیاست سفارش‌دهی مرور دوره‌یی و محدودیت سطح خدمت[۴] را در نظرگرفتند. در این مدل تقاضا حالت

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۱/۲۲، اصلاحیه ۱۳۹۴/۴/۲۹، پذیرش ۱۳۹۴/۶/۲۸.

تصادفی دارد و زمان تدارک و طول دوره را متغیر تصمیم فرض کرده‌اند.[۶] بجونک و همکارش یک مسئله‌ی مرور دوره‌یی را که در آن کمبود مجاز است و سیاست فروش ازدست رفته در آن به‌کارگرفته شده توسعه دادند؛ آنان همچنین برای مدل خود تقاضا را پواسون مرکب و زمان تدارک را ثابت لحاظ کرده‌اند.[۷] اینان و همکارش روی یک سیستم مرور دوره‌یی، فرض تقاضای تصادفی و هزینه‌ی انبارداری متغیر را مطرح ساخته‌اند که از جمله سایر فرضیات آن می‌توان به غیر صفر بودن مدت تحویل و لحاظ کردن موجودی اطمینان اشاره کرد.[۸] طالعی‌زاده و همکارانش یک مسئله‌ی بازپرسازی را توسعه دادند که در آن مقدار بازپرسازی ثابت و فاصله‌ی زمانی دو بازپرسازی متغیر تصادفی فازی است. مدل ارائه شده یک مسئله‌ی چندمحصولی است که تقاضا در آن ثابت فرض شده و هدف آن کمینه‌کردن هزینه‌های مربوط به خرید، نگه‌داری و کمبود است. ضمناً ایشان برای مدل خود محدودیت سطح خدمت و فضا را لحاظ کرده‌اند، همچنین برای حل مدل ترکیبی از روش پارتو، تاپسیس و الگوریتم ژنتیک استفاده شده است.[۹] پسندیده و همکارش یک مدل ریاضی ارائه کردند که با استفاده از آن نوع سیستم سفارش‌دهی محصول مشخص می‌شود. مدل ارائه شده یک مدل دوهدفه است که در آن اهداف هزینه‌ی سالیانه و سطح خدمت دنبال می‌شود.[۱۰] سینگ و همکارانش نیز یک مدل سفارش‌دهی ارائه کردند که تمرکزش بر عدم قطعیت در سیستم تولیدی است.[۱۱] دوتا و همکارش یک مدل کنترل موجودی پریودیک پرداختند که نکته‌ی مهم تحقیق آنها در نظر گرفتن کالاهای فاسدشدنی است.[۱۲] ولیتال و همکارش این تحقیق را در جهت توسعه اهداف گسترش دادند.[۱۳] برای نمونه‌های بیشتر می‌توان به تحقیقات راجکومار و شوکما و همکارانش[۱۴و۱۵] اشاره کرد.

سیستم سفارش‌دهی (R,T) معمولاً گزینه‌ی سفارش‌دهی محصولات گروه‌های B و C در آنالیز ABC است، و مروری بر ادبیات نشان می‌دهد که تمرکز در گروه A بوده است. لذا مدل جامعی که با در نظرگرفتن تمام محدودیت‌های کلاسیک به تعیین متغیرهای R و T در دو حالت پس‌افت و فروش ازدست رفته مبادرت کرده باشد کم‌تر مشاهده شده است. درنظر گرفتن محدودیت‌ها به‌صورت تصادفی که در آن منابع موجود یک متغیر تصادفی است از دیگر جنبه‌های نوآوری است. لذا در این تحقیق سعی شده است که با کنارگذاشتن بعضی از فرضیات محدودکننده، مدل به‌گونه‌یی توسعه یابد تا فرضیات آن هرچه بیشتر با شرایط دنیای واقعی سازگار باشد. در این مدل سیستم موجودی مرور دوره‌یی در حالت چندمحصولی، با تقاضای احتمالی در نظر گرفته شده و با الگوریتم‌های متاهیوریستیک نیز حل شده است.

۲. تعریف مسئله

در این تحقیق با دو مدل کنترل موجودی مرور دوره‌یی (R,T) مواجه هستیم که تقاضا حالت احتمالی دارد و از توزیع یکنواخت پیروی می‌کند. کمبود مجاز است و از نوع پس‌افت و فروش ازدست رفته است. مدل چندمحصولی است و چهار محدودیت سطح خدمت، فضای انبار، بودجه و تعداد دفعات سفارش در نظرگرفته می‌شود به‌طوری که محدودیت فضای انبار و بودجه حالت احتمالی دارند و از توزیع نرمال پیروی می‌کنند.

هدف، به‌دست آوردن سقف سطح موجودی (R) و طول هر دوره (T) است، به‌گونه‌یی که مجموع هزینه‌های سالیانه ــ شامل هزینه‌ی سفارش‌دهی، هزینه‌ی نگه‌داری و هزینه‌ی کمبود پس‌افت و فروش ازدست رفته ــ کمینه شود. فرضیات مسئله عبارت است از:

- مسئله حالت چند محصولی دارد.
- تقاضای هر محصول احتمالی است و از توزیع یکنواخت پیروی می‌کند.
- هزینه‌ی موجود در مسئله، هزینه‌ی نگه‌داری، سفارش‌دهی و کمبود است.
- فضای انبار و بودجه محدود است و حالت احتمالی دارند و از توزیع نرمال پیروی می‌کنند.
- هزینه‌ی کمبود (پس‌افت و فروش ازدست رفته) ثابت و برای هر محصول متفاوت است.
- هزینه‌ی واحد کالا برای هر محصول ثابت و مستقل از تعداد سفارش است.
- تعداد دفعات سفارش محدود است.
- مدت زمان تحویل ثابت است.

۳. مدل‌سازی مسئله

در این بخش به تعریف پارامترها و متغیرهای تصمیم مسئله می‌پردازیم و در نهایت مدل ارائه شده را شرح می‌دهیم.

۱.۳. پارامترها و متغیرهای تصمیم مسئله

در تمامی پارامترها و متغیرهای زیر $(i = 1, 2, ..., n)$ است.

h_i: هزینه‌ی نگه‌داری هر واحد از محصول نوع iام در سال؛

A_i: هزینه‌ی ثابت سفارش هربار محصول iام؛

π_i: هزینه‌ی پس‌افت هر واحد از محصول iام در سال؛

π'_i: هزینه‌ی فروش ازدست رفته‌ی هر واحد از محصول iام در سال؛

D_i: نرخ تقاضای هر واحد از محصول iام در سال؛

f_i: فضای مورد نیاز برای هر واحد محصول iام در انبار؛

F: کل فضای انبار در دسترس برای تمام محصولات؛

$\bar{b}(R_i)$: میانگین کمبود محصول iام در هر دوره؛

$F(R_i)$: سطح خدمت محصول iام؛

c_i: قیمت خرید برای هر واحد محصول iام؛

C: کل بودجه‌ی در دسترس؛

γ: حداقل احتمال برای صدق در محدودیت بودجه؛

β: حداقل احتمال برای صدق در محدودیت فضای انبار؛

μ_{L+T_i}: میانگین تقاضا در زمان مدت تحویل و دوره سفارش برای محصول iام؛

M: تعداد دفعات سفارش در سال برای تمام محصولات؛

R_i: سقف موجودی محصول iام (متغیر تصمیم)؛

T_i: فاصله‌ی زمانی بین دو سفارش متوالی (متغیر تصمیم).

۲.۳. محاسبه‌ی هزینه

ساختار هزینه‌های موجودی برای مدل پیشنهادی شامل هزینه‌ی سفارش‌دهی، هزینه‌ی نگه‌داری و هزینه‌ی رخ دادن کمبود در حالت پس‌افت و فروش ازدست رفته است.

- هزینه‌ی سالیانه‌ی سفارش‌دهی:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{A_i}{T_i} \qquad i = 1, ..., n \qquad (1)$$

ـــ هزینه‌ی نگه‌داری در حالت کمبود پس‌افت:

$$\sum_{i=1}^{n} h_i\left(\frac{D_iT_i}{2}+R_i-\mu_{L+T_i}\right) \qquad i=1,...,n \tag{۲}$$

ـــ هزینه‌ی نگه‌داری در حالت کمبود فروش ازدست رفته:

$$\sum_{i=1}^{n} h_i\left(\frac{D_iT_i}{2}+R_i-\mu_{L+T_i}+\bar{b}(R_i)\right) \qquad i=1,...,n \tag{۳}$$

ـــ هزینه‌ی کمبود در حالت پس‌افت:

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_i\frac{\bar{b}(R_i)}{T_i} \qquad i=1,...,n \tag{۴}$$

رابطه‌ی ۵ متوسط کمبود در سال را نشان می‌دهد.

$$\bar{b}(R_i)=\int_{R_i}^{\infty}(x_{L+T}-R_i)f(x_{L+T})d(x_{L+T}) \tag{۵}$$

x متغیر تصادفی تقاضا در مدت زمان T + Lead time است که از توزیع یکنواخت پیروی می‌کند و به‌صورت x_L+T نشان داده شده است.

ـــ هزینه‌ی کمبود در حالت فروش ازدست رفته:

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_i'\frac{\bar{b}(R_i)}{T_i} \qquad i=1,...,n \tag{۶}$$

ـــ تابع هزینه‌ی در حالت پس‌افت:

$$\begin{aligned} k(R_i,T_i)=&\sum_{i=1}^{n}\frac{A_i}{T_i}+h_i\left(\frac{D_iT_i}{2}+R_i-\mu_{L+T_i}\right)...\\ &+\frac{\pi_i}{T_i}\int_{R_i}^{\infty}(x_{L+T}-R_i)f(x_{L+T})d(x_{L+T})) \end{aligned} \tag{۷}$$

برای دست‌یابی به تابع هدف مسئله در حالت کمبود پس‌افت، $k(R_i,T_i)$ را کمینه می‌کنیم.

ـــ تابع هزینه‌ی فروش ازدست رفته:

$$\begin{aligned} k'(R_i,T_i)=&\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{A_i}{T_i}+h_i\left(\frac{D_iT_i}{2}+R_i-\mu_{L+T_i}+\bar{b}(R_i)\right)...\right.\\ &+\frac{\pi_i'}{T_i}\int_{R_i}^{\infty}(x_{L+T}-R_i)f(x_{L+T})d(x_{L+T})) \end{aligned} \tag{۸}$$

۳.۳. تعیین محدودیت‌های مسئله

محدودیت اول، سطح خدمت است که برابر است با احتمال اینکه طی مدت تحویل کمبود بوجود نیاید، رابطه‌ی ۹ این موضوع را نشان می‌دهد:

$$F(R)=P(D_{L+T}\leq R)=\int_{0}^{R}f(x_{L+T})d(x_{L+T}) \tag{۹}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{F(R_i)}{n}\geq\delta \qquad i=1,...,n \tag{۱۰}$$

رابطه‌ی ۱۰ محدودیت سطح خدمت است که بیان می‌دارد میانگین سطح خدمت نباید از مقدار δ که توسط تصمیم گیرنده تعیین می‌شود کمتر باشد.

محدودیت دوم مربوط به گنجایش انبار است، به‌طوری که مجموع فضای اشغال شده توسط کالاهای انبار نباید از فضای در دسترس انبار فراتر رود. در مدل ارائه شده فضای انبار احتمالی بوده و از توزیع نرمال پیروی می‌کند:

$$p\left\{\sum_{i=1}^{n}f_i\left(\frac{D_iT_i}{2}+R_i-\mu_{L+T_i}\right)\leq F\right\}\geq\beta \qquad i=1,...,n \tag{۱۱}$$

$$p\left\{\sum_{i=1}^{n}f_i\left(\frac{D_iT_i}{2}+R_i-\mu_{L+T_i}+\bar{b}(R_i)\right)\leq F\right\}\geq\beta \tag{۱۲}$$

رابطه‌ی ۱۱ و ۱۲ به‌ترتیب محدودیت فضای انبار در حالت کمبود پس‌افت و فروش ازدست رفته را نشان می‌دهند.

محدودیت سوم مربوط به بودجه است که در آن بودجه حالت احتمالی دارد و از توزیع نرمال پیروی می‌کند:

$$P\left\{\sum_{i=1}^{n}c_iR_i\leq C\right\}\geq\gamma \qquad i=1,...,n \tag{۱۳}$$

محدودیت چهارم مسئله نشان می‌دهد تعداد دفعات سفارش برای هر محصول نباید از مقدار M تعیین شده آن محصول بیشتر باشد.

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{T_i}\leq M \qquad i=1,...,n \tag{۱۴}$$

و در نهایت رابطه‌ی ۱۵ محدودیت سقف موجودی و طول دوره است که غیرمنفی‌اند:

$$R_i,T_i\geq 0 \tag{۱۵}$$

۴.۳. مدل ریاضی در حالت کمبود پس‌افت

$$\begin{aligned} \text{Min } k(R_i,T_i)=&\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{A_i}{T_i}+h_i\left(\frac{D_iT_i}{2}+R_i-\mu_{L+T_i}\right)...\right.\\ &+\frac{\pi_i}{T_i}\int_{R_i}^{\infty}(x_{L+T}-R_i)f(x_{L+T})d(x_{L+T}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{s.t}:\\ &\sum_{i=1}^{n}\frac{F(R_i)}{n}\geq\delta\\ &p\left\{\sum_{i=1}^{n}f_i\left(\frac{D_iT_i}{2}+R_i-\mu_{L+T_i}\right)\leq F\right\}\geq\beta\\ &P\left\{\sum_{i=1}^{n}c_iR_i\leq C\right\}\geq\gamma\\ &\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{T_i}\leq M_i\\ &R_i,T_i\geq 0 \qquad i=1,...,n \end{aligned} \tag{۱۶}$$

۵.۳. مدل ریاضی در حالت کمبود فروش ازدست رفته

$$\begin{aligned}\text{Min}\ \ k'(R_i,T_i)=&\sum_{i=1}^{n}\Big(\frac{A_i}{T_i}+h_i\big(\frac{D_iT_i}{2}+R_i-\mu_{L+T_i}+\bar{b}(R_i)\big)\ldots\\&+\frac{\pi'_i}{T_i}\int_{R_i}^{\infty}(x_{L+T}-R_i)f(x_{L+T})d(x_{L+T})\Big)\\ \text{s.t}:&\\ &\sum_{i=1}^{n}\frac{F(R_i)}{n}\geq\delta\\ &p\left\{\sum_{i=1}^{n}f_i\big(\frac{D_iT_i}{2}+R_i-\mu_{L+T_i}+\bar{b}(R_i)\big)\leq F\right\}\geq\beta\\ &P\left\{\sum_{i=1}^{n}c_iR_i\leq C\right\}\geq\gamma\\ &\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{T_i}\leq M\qquad i=1,\ldots,n\\ &R_i,T_i\geq 0\qquad i=1,\ldots,n\end{aligned}\qquad(۱۷)$$

۴. رویکرد حل

غیر خطی بودن مدل و داشتن چندین محدودیت موجب می‌شود که حل مدل به‌اندازه‌ی کافی سخت باشد، به‌همین دلیل از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک و بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای حل مدل‌ها استفاده می‌کنیم. این الگوریتم‌ها در محیط برنامه‌نویسی Matlab نسخه‌ی ۲۰۱۲b کدنویسی شده‌اند.

۱.۴. الگوریتم ژنتیک (GA)[5]

الگوریتم ژنتیک که در دسته الگوریتم‌های تکاملی قرار می‌گیرد نخستین بار توسط جان هلند در اوایل دهه‌ی هفتاد مطرح شد. اساساً این الگوریتم مبتنی بر نظریه‌ی «سیر تکامل تدریجی جانداران در طبیعت» است.[16] انتقال خصوصیات موروثی توسط ژن‌ها ایده‌ی اساسی این الگوریتم است و مزیت آن این است که به جای این که از یک نقطه‌ی اولیه شروع به جست‌وجو کند، یک جمعیت از نقاط فضای جست‌وجو را به‌عنوان فضای اولیه برای شروع در نظر می‌گیرد و با عملگرهای ژنتیکی سعی در بهبود نسل‌های بعدی دارد. برای کاربرد الگوریتم ژنتیک در بهترین شکل خود، خصوصیاتی از الگوریتم باید در ابتدا براساس ویژگی‌های مسئله طراحی شود. این خصوصیات شامل ساختار کروموزوم (کد کردن جواب مسئله)، تابع ارزیابی، جمعیت اولیه، انتخاب والدین برای تولید یک جمعیت جدید، تقاطع، جهش و معیار توقف است. از این‌رو جمعیت اولیه به‌صورت تصادفی طراحی می‌شود. سایر خصوصیات الگوریتم ژنتیک عبارت است از:

۱.۱.۴. نحوه‌ی نمایش جواب و ساختار کروموزوم

در هر دو مدل، کروموزوم به‌صورت یک ماتریس $n \times 2$ نمایش داده می‌شود. سطر اول سقف موجودی برای هر محصول و سطر دوم طول دوره برای هر محصول است.

بنابراین ماتریس جواب را می‌توان چنین نشان داد:

$$\begin{pmatrix} R_1 & R_2 & \ldots & R_n\\ T_1 & T_2 & \ldots & T_n\end{pmatrix}$$

۲.۱.۴. ارزیابی جواب‌ها و محاسبه‌ی تابع برازش

به‌دلیل مقید بودن مسئله و تصادفی ایجاد شدن جواب‌ها انتظار نداریم همه کروموزوم‌های ایجاد شده موجه باشند و در محدودیت‌های مدل صدق کنند. برای برطرف کردن این مشکل از تابع جریمه استفاده می‌کنیم:

$$\text{Fitness}(x)=f(x)(1+p(x))\qquad(۱۸)$$

که در آن $f(x)$ مقدار تابع هدف به‌ازای جواب x و $p(x)$ مقدار جریمه است که برابر است با:

$$p(x)=M\times\max(0,\ \frac{g_i(x)}{g_{i0}})\qquad(۱۹)$$

M یک عدد مثبت و بزرگ است و $g_i(x)$ مقدار محدودیت iام برحسب جواب x، و g_{i0} منبع محدودیت iام است.

۳.۱.۴. انتخاب والدین

در این الگوریتم از چرخ رولت برای انتخاب والدین استفاده می‌کنیم. در این روش احتمال انتخاب هر کروموزوم برای حضور در نسل بعد متناسب با مقدار برازندگی آن است و کروموزوم‌ها با برازندگی بیشتر شانس انتخاب بیشتری دارند.

۴.۱.۴. عملگر تقاطع

اگر $X_1=(x_{11},x_{12},\ldots,x_{1n})$ و $X_2=(x_{21},x_{22},\ldots,x_{2n})$ دو جواب باشند که با استفاده از سازوکار چرخ رولت به‌عنوان والدین انتخاب شده‌اند، آنگاه دو فرزند جدید Y_1 و Y_2 چنین تولید می‌شوند:

$$Y_1=\alpha_iX_1+(1-\alpha_i)X_2\qquad(۲۰)$$

$$Y_2=\alpha_iX_2+(1-\alpha_i)X_1\qquad(۲۱)$$

که در آن α_i عدد تصافی در بازه $[0,1]$ است.

۵.۱.۴. عملگر جهش

اگر X_j کروموزومی باشد که به‌طور تصادفی از میان جمعیت انتخاب شده باشد، آنگاه X_j^* به‌صورت زیر تولید می‌شود:

$$X_j^*=X_j+r\times(u_j-X_j)\times(1-\frac{i}{\max gen})\qquad(۲۲)$$

$$X_j^*=X_j-r\times(X_j-l_j)\times(1-\frac{i}{\max gen})\qquad(۲۳)$$

u_j و l_j به‌ترتیب حد بالا و پایین X_j، r یک عدد تصافی در بازه $[0,1]$، i تعداد تکرار فعلی، و $\max \text{gen}$ بیشترین تعداد تکرارهاست.

۶.۱.۴. شرط توقف

الگوریتم هنگامی متوقف می‌شود که تعداد تکرارها به مقدار از پیش تعریف شده‌یی برسد.

۲.۴. الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)[۶]

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات یک الگویتم جست‌وجو برمبنای جمعیت است که از رفتار اجتماعی پرندگان شبیه‌سازی شده، و نخستین‌بار توسط ابرهارت وکندی پیشنهاد شد.[۱۷] در الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات براساس جمعیتی که در ابتدا تولید می‌شود، فضای جواب جست‌وجو می‌شود به این ترتیب که در ابتدا سرعت ذرات صفر درنظر گرفته می‌شود، و ذرات از یک نقطه‌ی تصادفی شروع به حرکت می‌کنند. در مراحل بعد هر ذره با توجه به سرعت خودش و بهترین موقعیتی که تا آن مرحله تجربه کرده و بهترین موقعیتی که کل ذرات تا آن مرحله تجربه کرده‌اند به حرکت خود ادامه می‌دهد. سرعت حرکت ذرات در الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چنین تعریف می‌شود:

$$v^i[t+1] = wv^i[t] + c_1 r_1 \left(x^{i,pbest}[t] - x^i[t]\right) \ldots + c_2 r_2 \left(x^{gbest}[t] - x^i[t]\right) \qquad (۲۴)$$

$$x^i[t+1] = x^i[t] + v^i[t+1] \qquad (۲۵)$$

$v^i[t]$ بردار سرعت ذره‌ی iام در زمان t است؛ در واقع این بردار مسیری را تعیین می‌کند که ذره برای بهبود موقعیت فعلی خود باید به سمت آن حرکت کند. W وزن اینرسی است و تأثیر سرعت‌های قبلی روی سرعت جدید را کنترل می‌کند، $pbest$ بهترین موقعیت شخصی هر ذره و $gbest$ بهترین موقعیتی است که یک ذره در جمعیت به آن رسیده است. همچنین c_1 شتاب ذره به سمت بهترین خاطره‌ی شخصی و c_2 شتاب ذره به سمت بهترین ذره در جمعیت است. r_1 و r_2 دو عدد تصادفی در بازه $[0, 1]$ هستند. لازم به تذکر است که سرعت اولیه صفر است.

نحوه‌ی نمایش جواب همانند الگوریتم ژنتیک است که در بخش ۴.۱.۱. ارائه شده است.

۵. تنظیم پارامتر

در الگوریتم‌های فراابتکاری مقادیر پارامترهای ورودی الگوریتم، تأثیر بسیار زیادی در عملکرد وکارایی الگوریتم دارد. بنابراین چگونگی تعیین مقادیر مؤثر برای پارامترها یکی از موضوعات بسیار مهمی است که هنگام به‌کارگیری الگوریتم‌های فراابتکاری باید درمورد آن تصمیم‌گیری شود.[۱۸] براین اساس روش‌هایی برای تنظیم دقیق پارامترها و بهبود عملکرد الگوریتم استفاده شده است. یکی از این تکنیک‌ها، طراحی آزمایشات و استفاده از سطح پاسخ (RSM)[۷] است.

روش سطح پاسخ مجموعه‌یی از فنون ریاضی و آماری است که برای مدل‌سازی و تحلیل مسائلی مفید است که در آن‌ها پاسخ مورد نظر تحت تأثیر چندین متغیر قرار دارد و بهینه‌سازی این پاسخ مدنظر است.[۱۹] در این روش با انجام آزمایشاتی که داده‌های قابل اطمینان برای فرایند فراهم می‌سازد، یک مدل ریاضی که رابطه‌ی بین متغیرهای فرایند و متغیر پاسخ را توصیف کند برازش داده می‌شود. پس از آن، سطوح بهینه‌ی متغیرهای فرایند تعیین می‌شود. پارامترهای ورودی الگوریتم ژنتیک عبارت است از: اندازه جمعیت در هر تکرار، حداکثر تعداد تکرار، نرخ تقاطع و نرخ جهش. همچنین پارامترهای الگوریتم بهینه‌سازی ذرات شامل تعداد ذرات در هر تکرار، تعداد تکرارهای الگوریتم، وزن اینرسی، ضریب شناختی و ضریب اجتماعی است. برای تنظیم پارامتر الگوریتم‌های پیشنهادی از روش سطح پاسخ توسط نرم‌افزار Design Expert استفاده شده است. برای این منظور ۳۰ آزمایش برای الگوریتم ژنتیک و

جدول ۱. مقادیر بهینه پارامترهای الگوریتم ژنتیک برای دو مدل.

	پس‌افت	فروش ازدست رفته
اندازه جمعیت	۲۰۰	۱۹۵
تعداد تکرار	۹۹	۱۰۱
نرخ تقاطع	۰٫۶	۰٫۷۶
نرخ جهش	۰٫۰۸	۰٫۰۸

جدول ۲. مقادیر بهینه پارامترهای الگوریتم بهینه‌سازی ذرات.

	پس‌افت	فروش ازدست رفته
تعداد ذرات	۴۵	۶۲
تعداد تکرار	۹۸	۷۰
وزن اینرسی	۰٫۷	۰٫۸۸
ضریب شناختی	۱٫۰۱	۱٫۹۹
ضریب اجتماعی	۱٫۵	۱٫۵۶

۵۰ آزمایش برای الگوریتم بهینه‌سازی ذرات با تغییر مقادیر مختلف پارامترها طراحی شد. جداول ۱ و ۲ مقادیر بهینه‌ی پارامترهای الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی ازدحام ذرات را برای دو مدل پیشنهادی نشان می‌دهند.

۶. مثال عددی

در این بخش ۳۰ مثال با ابعاد مختلف به‌صورت تصادفی تولید شده، و توسط دو الگوریتم پیشنهادی حل شده است. مثال‌ها را می‌توان به سه دسته‌ی کوچک، متوسط و بزرگ تقسیم‌بندی کرد. در دسته‌ی اول مسائل ۵ تا ۱۵ محصولی، در دسته‌ی دوم مسائل ۱۵ تا ۳۰ محصولی، و در دسته‌ی سوم ۳۰ تا ۵۰ محصولی قرار گرفته‌اند. الگوریتم‌های فراابتکاری برای هریک از مسائل سه بار اجرا شده و میانگین سه اجرای هر مسئله، به‌عنوان مقدار بهینه‌ی تابع هدف در جدول ۳ گزارش شده است.

۷. مقایسه‌ی نتایج عددی الگوریتم‌ها

در این بخش عملکرد مناسب روش‌های حل ارائه شده مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

۱.۷. مقایسه با رویکرد آماری

آزمون‌های آماری که دارای دو گروه مقایسه‌اند به‌وسیله‌ی آزمون t (t-test) مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. برای این منظور فرض صفر و فرض مقابل آزمون را چنین در نظر می‌گیریم:

$$\mathrm{H1}: \mu_1 \neq \mu_2 \qquad (۲۶)$$

که در آن μ_1 و μ_2 میانگین نتایج حاصل از حل مسائل نمونه توسط الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی ازدحام ذرات است. در جداول ۴ و ۵ نتایج حاصل از آزمون ارائه شده است.

چنان‌که مشاهده می‌شود سطح اهمیت مربوط به آزمون تساوی واریانس‌ها برای هر دو مدل بیشتر از سطح معنی‌داری ۰٫۰۵ است. بنابراین فرض برابری واریانس‌ها

جدول ۳. نتایج به‌دست آمده از حل مسائل نمونه.

I	نتایج مدل کمبود پس‌افت حل شده توسط دو الگوریتم				نتایج مدل کمبود فروش ازدست رفته حل شده توسط دو الگوریتم			
	مقدار تابع هدف (GA)	زمان حل دقیقه (GA)	مقدار تابع هدف (PSO)	زمان حل دقیقه (PSO)	مقدار تابع هدف (GA)	زمان حل دقیقه (GA)	مقدار تابع هدف (PSO)	زمان حل دقیقه (PSO)
۱	۶۵۰۶٫۵۹۳	۱٫۷۶	۶۰۳۹٫۵۵	۰٫۹۲	۷۳۱۰٫۶۱	۲٫۱۱	۶۲۲۹٫۲۶	۰٫۸۶
۲	۱۲۷۶۴٫۳۷	۱٫۷۴	۹۴۱۱٫۷۶	۰٫۹۱	۱۲۹۷۷٫۹۳	۲٫۱۳	۹۷۰۶٫۷۶	۰٫۸۶
۳	۱۵۰۶۱٫۹۲	۱٫۷۶	۱۰۸۱۸٫۱۷	۰٫۹	۱۶۵۸۳٫۸۷	۲٫۱۹	۱۱۳۸۸٫۲۱	۰٫۸۶
۴	۱۳۳۳۷٫۳۹	۱٫۷۵	۹۳۷٫۱۷۶	۰٫۸۹	۱۴۷۲۱٫۳۶	۲٫۱۳	۱۰۳۱۰٫۳۹	۰٫۸۶
۵	۱۶۱۸۱٫۰۲	۱٫۷۶	۱۲۹۸۱٫۶۳	۰٫۹	۱۷۱۸۱٫۰۳	۲٫۱۳	۱۳۵۹۱٫۶۹	۰٫۸۴
۶	۱۵۰۰۲٫۰۵	۱٫۷۲	۱۱۱۹۹٫۱	۰٫۸۹	۱۴۹۳۲٫۳۸	۲٫۱۱	۱۱۶۱۳٫۶۶	۰٫۸۴
۷	۱۶۱۷۴٫۶۱	۱٫۷۳	۱۰۹۷۲٫۶	۰٫۹	۱۴۱۶۳٫۸۲	۲٫۰۶	۱۱۴۷۲٫۲۱	۰٫۸۵
۸	۱۸۸۲۶٫۹۳	۱٫۹۲	۱۳۵۴۷٫۶۹	۰٫۹	۱۹۵۳۰٫۴	۲٫۰۶	۱۴۰۳۲٫۵۸	۰٫۸۶
۹	۱۷۲۳۹٫۰۳	۱٫۶۹	۱۴۲۵۰٫۸۹	۰٫۸۹	۱۹۷۸۰٫۱۶	۲٫۰۸	۱۵۰۶۰٫۴۵	۰٫۸۵
۱۰	۱۶۵۵۷٫۸۶	۱٫۷۲	۱۲۸۰۳٫۷۶	۰٫۹	۱۹۱۳۱٫۳۴	۲٫۰۹	۱۳۱۲۰٫۶۲	۰٫۸۶
۱۱	۲۹۴۸۲٫۲۳	۱٫۷۲	۲۰۴۰۴٫۴۱	۰٫۸۹	۲۹۷۴۸٫۶۹	۲٫۱۴	۲۱۶۵۵٫۹۷	۰٫۸۶
۱۲	۲۲۳۸۵٫۱۲	۱٫۷۲	۱۵۹۶۰٫۶۱	۰٫۸۹	۲۴۶۹۷٫۹۹	۲٫۰۸	۱۶۷۸۶٫۶۵	۰٫۸۴
۱۳	۲۳۱۷۶٫۲۸	۱٫۶۸	۱۸۱۶۷٫۰۵	۰٫۹۸	۲۵۹۲۸٫۳۸	۲٫۰۸	۱۸۹۹۹٫۷۳	۰٫۸۵
۱۴	۳۷۴۳۲٫۹۶	۱٫۹۷	۲۶۶۰۹٫۸۷	۰٫۸۹	۳۹۵۴۳٫۲۶	۲٫۰۹	۲۷۶۹۱٫۸۳	۰٫۸۷
۱۵	۳۹۵۲۹٫۰۱	۱٫۶۹	۲۷۵۷۷٫۵	۰٫۸۸	۴۳۱۶۲٫۲۴	۲٫۰۲	۲۹۰۲۹٫۵۵	۰٫۸۶
۱۶	۳۹۹۵۸٫۹۲	۱٫۶۹	۳۰۹۶۱٫۱۳	۰٫۹	۴۳۵۳۰٫۴۹	۲٫۰۷	۳۱۵۸۶٫۶۶	۰٫۸۶
۱۷	۴۰۶۰۰٫۱۱	۱٫۶۹	۲۸۳۷۳٫۹۷	۰٫۸۹	۳۹۹۳۴٫۴۹	۲٫۰۷	۲۹۹۱۸٫۵۴	۰٫۸۶
۱۸	۴۲۶۳۶٫۸۹	۱٫۷۲	۳۱۴۶۶٫۹۷	۰٫۸۹	۴۵۱۶۵٫۳۷	۲٫۱	۳۲۸۰۵٫۱۶	۰٫۸۶
۱۹	۵۴۱۵۴٫۴	۱٫۷۱	۴۴۱۴۳٫۸۶	۰٫۸۹	۶۲۴۶۵٫۷۶	۲٫۰۹	۴۶۵۴۱٫۵۷	۰٫۸۷
۲۰	۵۸۳۴۹٫۳۹	۱٫۷۳	۴۳۸۴۴٫۳۷	۰٫۸۹	۶۳۲۶۵٫۹۲	۲٫۱۲	۴۵۷۹۴٫۱۹	۰٫۸۹
۲۱	۱۰۲۹۹۱٫۳	۱٫۷۶	۹۴۲۴۵	۰٫۹۱	۱۰۳۵۹۲٫۹۶	۲٫۱۴	۹۹۱۵۹٫۱۹	۰٫۸۹
۲۲	۹۶۳۱۲٫۶۴	۱٫۷۲	۸۹۴۲۱٫۶۳	۰٫۹	۹۷۶۱۷٫۰۴	۲٫۱۸	۹۱۶۰۰٫۱۲	۰٫۹
۲۳	۱۲۴۶۶۳٫۱	۱٫۷۳	۱۲۶۱۹۹٫۹	۰٫۹۱	۱۳۴۵۴۵٫۴۶	۲٫۱۴	۱۳۰۴۱۷٫۶	۰٫۸۷
۲۴	۱۳۶۳۲۷٫۵	۱٫۷	۱۲۸۸۱۹٫۱	۰٫۹	۱۳۶۱۴۹٫۴۱	۲٫۱۵	۱۳۱۹۵۸٫۶۵	۰٫۸۸
۲۵	۱۵۷۱۹۵٫۳	۱٫۷	۱۵۵۰۸۹٫۹	۰٫۹	۱۶۹۸۸۷٫۲۱	۲٫۱۳	۱۶۳۱۹۱٫۱۶	۰٫۸۶
۲۶	۱۵۹۸۳۷٫۱	۱٫۷۲	۱۵۶۵۲۸٫۶	۰٫۹	۱۶۷۴۲۹٫۴۲	۲٫۱۲	۱۶۵۹۰۲٫۲۲	۰٫۸۸
۲۷	۲۱۰۷۵۲٫۸	۱٫۷۴	۲۰۹۲۱۶٫۱	۰٫۹۲	۲۱۸۲۳۴٫۵۹	۲٫۱۴	۲۱۶۹۷۷٫۱۸	۰٫۸۹
۲۸	۲۰۹۲۰۷٫۸	۱٫۷۴	۲۰۵۸۷۴٫۱	۰٫۹۱	۲۱۶۶۵۳٫۲۵	۲٫۱۳	۲۱۴۵۱۴٫۵۱	۰٫۸۶
۲۹	۲۴۶۹۲۰٫۳	۱٫۷۵	۲۴۴۷۸۷	۰٫۹۱	۲۵۵۶۴۹٫۹۸	۲٫۱۸	۲۵۴۲۵۷٫۰۷	۰٫۸۹
۳۰	۲۵۲۳۵۴٫۳	۱٫۷۴	۲۶۴۳۷۰٫۳	۰٫۹	۲۵۸۳۲۶٫۴۵	۲٫۱۵	۲۵۷۹۸۵٫۹۸	۰٫۸۸

جدول ۴. مقایسه‌ی میانگین نتایج حاصل از حل مسائل نمونه برای مدل کمبود پس‌افت.

		آزمون لونس برای برابری واریانس‌ها		آزمون برابری میانگین‌ها						
		آماره F	سطح اهمیت	آماره t	درجه آزادی	سطح اهمیت	میانگین	خطای استاندارد	فاصله اطمینان ۹۵٪	
									حد پایین	حد بالا
مقدار هدف	فرض برابری واریانس‌ها	۰٫۰۳۶	۰٫۸۵	۰٫۲۶	۵۸	۰٫۷۹۴	۵۲۶۳٫۱۹	۲۰۰۷۳٫۰۷	−۳۴۹۱۷٫۴۲	۴۵۴۴۳٫۸
	فرض عدم برابری واریانس‌ها			۰٫۲۶	۵۷٫۹۴	۰٫۷۹۴	۵۲۶۳٫۱۹	۲۰۰۷۳٫۰۷	−۳۴۹۱۸٫۳۱	۴۵۴۴۴٫۷

جدول ۵. مقایسه‌ی میانگین نتایج حاصل از حل مسائل نمونه برای مدل کمبود فروش ازدست رفته.

		آزمون لونس برای برابری واریانس‌ها		آزمون برابری میانگین‌ها						
		آماره F	سطح اهمیت	آماره t	درجه آزادی	سطح اهمیت	میانگین	خطای استاندارد	فاصله اطمینان ۹۵٪ حد پایین	فاصله اطمینان ۹۵٪ حد بالا
مقدار هدف	فرض برابری واریانس‌ها	۰٫۰۳۵	۰٫۸۵	۰٫۳۱	۵۸	۰٫۷۶۲	۶۲۸۴٫۷۳	۲۰۶۲۶٫۴۶	-۳۵۰۰۳٫۶۱	۴۷۵۷۳٫۰۷۶
	فرض عدم برابری واریانس‌ها			۰٫۳۱	۵۷٫۹۷	۰٫۷۶۲	۶۲۸۴٫۷۳	۲۰۶۲۶۶٫۴۶	-۳۵۰۰۴٫۰۸	۳۴۷۵۷٫۵۴۵

جدول ۶. ماتریس اولیه‌ی تصمیم برای مدل کمبود پس‌افت.

	Fitness	Time
GA	۷۴۳۹۷٫۳۱	۱٫۷۳۹
PSO	۶۹۱۳۴٫۱۲	۰٫۸۹۹

جدول ۷. ماتریس اولیه‌ی تصمیم برای مدل فروش ازدست رفته.

	Fitness	Time
GA	۷۷۷۲۸٫۰۴۲	۲٫۱۱۳
PSO	۷۱۴۴۳٫۳۱۲	۰٫۸۶۴

برای هر دو آزمون پذیرفته می‌شود. از طرفی سطح اهمیت آزمون t برای هر دو آزمون بزرگ‌تر از ۰٫۰۵ است و فرض برابری میانگین‌ها رد نمی‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که دو الگوریتم تفاوت معنی‌داری با یکدیگر ندارند.

۲.۷. مقایسه‌ی عملکرد الگوریتم‌ها براساس تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه

مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه مدل‌هایی انتخاب‌گرند و در ارزیابی، رتبه‌بندی و انتخاب بهترین گزینه از بین گزینه‌های موجود کاربرد دارند. روش‌های مختلفی برای انتخاب گزینه‌ی مناسب وجود دارد که ما از روش TOPSIS برای مقایسه و انتخاب الگوریتم برتر استفاده می‌کنیم. در این روش m گزینه به‌وسیله‌ی n شاخص مورد بررسی قرار می‌گیرد. این تکنیک بر این مفهوم بنا شده که گزینه‌ی انتخابی، باید کم‌ترین فاصله را با راه حل ایده‌آل مثبت (بهترین حالت ممکن) و بیشترین فاصله را با راه حل ایده‌آل منفی (بدترین حالت ممکن) داشته باشد.[۲۰] از جمله مزیت‌های این روش آن است که شاخص‌های به کار رفته برای مقایسه می‌توانند دارای واحدهای سنجش متفاوت، و طبیعت مثبت و منفی باشند. در جداول ۶ و ۷ به‌ترتیب ماتریس‌های اولیه‌ی تصمیم برای مدل کمبود پس‌افت و فروش ازدست رفته ارائه شده است. در این ماتریس‌ها هر سطر نشان‌دهنده‌ی گزینه‌ها، و هر ستون نشان‌گر معیارهاست. گزینه‌ها الگوریتم‌های حل، و معیارها میانگین نتایج به‌دست آمده از حل ۳۰ مثال عددی توسط هریک از الگوریتم‌ها و میانگین مدت زمان اجراست. در نهایت معیار نزدیکی نسبی گزینه‌ها عبارت است از:

$$CL_{GA} = ۰$$
$$CL_{PSO} = ۱ \qquad (۲۷)$$

نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد الگوریتم بهینه‌سازی ذرات به راه حل ایده‌آل نزدیک‌تر است و به‌عنوان الگوریتم برتر انتخاب می‌شود.

۸. نتیجه‌گیری

در این تحقیق دو مدل برای سیستم‌های سفارش دوره‌یی در حالت چندمحصولی ارائه شده است. کمبود مجاز بوده و در مدل اول حالت پس‌افت و در مدل دوم حالت فروش ازدست رفته دارد؛ تقاضا حالت احتمالی دارد و از توزیع یکنواخت پیروی می‌کند. همچنین چهار محدودیت سطح خدمت، فضای انبار، بودجه و تعداد دفعات سفارش را در نظر گرفتیم. برای حل مدل‌ها از دو الگوریتم ژنتیک و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات بهره بردیم. سپس با انجام آزمون‌های فرض آماری، روش‌های حل مورد سنجش و مقایسه قرار گرفتند؛ بین نتایج دو الگوریتم تفاوت معنی‌داری وجود نداشت. علاوه بر آن در مقایسه‌ی روش‌ها به مقایسات آماری اکتفا نکردیم و از روش TOPSIS برای انتخاب الگوریتم برتر استفاده کردیم که در نهایت الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات به‌عنوان الگوریتم برتر انتخاب شد. در نظر گرفتن مدل به‌صورت ترکیبی پس‌افت و فروش ازدست رفته، اضافه کردن محدودیت‌هایی نظیر محدودیت تخفیف و حل مدل با استفاده از روش‌های دیگر، همچنین در نظر گرفتن پارامترهای مسئله به‌صورت فازی پیشنهاد می‌شود.

پانوشت‌ها

1. economic order quantity
2. continues review
3. lead time
4. service level
5. genetic algorithm
6. particle swarm optimization
7. response surface methodology

منابع (References)

1. Taleizadeh, A.A., Pentico, D.W., Jabalameli, M.S. and Aryanezhad, M. "An economic order quantity model with multiple partial prepayments and partial backo-

rdering", *Mathematical and Computer Modelling*, **57**, pp. 311-323 (2013).

2. Hill, R. "Continuous-review Lost-sales inventory models with poisson demand, a fixed lead time and no fixed order cost", *Europan Journal of Operational Research*, **176**, pp. 956-963 (2007).
3. Zhao, X., Fan, F. and Liu, X. "Storage-space capacitated inventory system with (r, Q) policies", *Operation Research*, **55**, pp. 854-865 (2007).
4. Bera, U.K., Rong, M., Mahapatra, N.K. and Maiti, M. "A multi-item mixture inventory model involving random lead time and demand with budget constraint and surprise function", *Applied Mathematical Modelling*, **33**, pp. 4337-4344 (2009).
5. Hariga, M.A. "A single-item continuous review inventory problem with space restriction", *International Journal of Production Economics,* **128**, pp. 153-158 (2010).
6. Ouyang, L.Y. and Chuang, B.R. "A periodic review inventory model involving variable lead time with a service level constraint", *International Journal of System Science*, **31**, pp. 1209-1215 (2000).
7. Bijvank, M. "Periodic review lost-sales inventory models with compound Poisson demand and constant lead times of any length", *European Journal of Operational Research*, **220**, pp. 106-114 (2012).
8. Eynan, A. and Kropp, D. "Effective and simple EOQ-like solutions for stochastic demand periodic review system", *European Journal of Operational Research,* **180**, pp. 1135-1143 (2007).
9. Taleizadeh, A., AkhavanNiaki, S.T. and Aryanezhad, M.B. "A hybrid method of Pareto, TOPSIS and genetic algorithm to optimize multi-product multi-constraint inventory control systems with random fuzzy replenishments", *Mathematical and Computer Modeling*, **49**, pp. 1044-1057 (2009).
10. Pasandideh, S.H.R. and Keshavarz, M. "A multi objective model for determining orderingstrategy within different constraints", *International Journal Mathematics in Operational Research,* **7**, pp. 52-68 (2015).
11. Singh, N., Jain, M. and Arora, N. "Economic lot sizing for unreliable production system with shortage", *International Journal of Mathematics in Operational Research*, **7**(40), pp. 464-483 (2015).
12. Dutta, D. and Kumar, P. "A partial backlogging inventory model for deteriorating items with time-varying demand and holding cost", *International Journal Mathematics in Operational Research,* **7**, pp. 281-296 (2015).
13. Valliathal, M. and Uthayakumar, R. "Optimal replenishment policies of an EOQ model for non-instantaneous Weibull deteriorating items with ramp-type of demand under shortage", *International Journal of Mathematics in Operational Research*, **8**(1), pp. 60-86 (2015).
14. Rajkumar, M. "An (s, S) retrial inventory system with impatient and negative customers", *International Journal Mathematics in Operational Research*, **6**, pp. 106-122 (2014).
15. Shukla, H.S., Shukla, V. and Yadava, S.K. "EOQ model for deteriorating items with exponential demand rate and shortages", *Uncertain Supply Chain Management*, **2**, pp. 67-76 (2013).
16. Holland, J.M., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Ann Arbor, MI: The University of Michigan (1975).
17. Kennedy, J. and Eberhart, R.C. "Particle swarm optimization", in *Proceeding of the 1995 IEEE International Conference on Neural Network*, IEEE Service Center, New Jersey, pp. 1942-1948 (1995).
18. Davis, L., *Handbook of Genetic Algorithms*, Van Nostrand Reinhold, New York (1991).
19. Anderson, M.J. and Whitcomb, P.J., *RSM Simplified*, NY: Productivity Press (2005).
20. Hwang, C.L. and Yoon, K., *Multiple Attribute Decision Making*, Springer Verlag, Berlin (1981).