

تحلیل حساسیت در ریسک با استفاده از شبکه‌های بی‌زی

علی نوروزیان (دانشجوی دکتری)

رضا بوادران کاظم‌زاده* (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس

سید تقی اخوان نیکی (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، تابستان ۱۳۹۷
دوری ۱-۳۳، شماره ۱/۲، ص. ۵۵-۶۳

بررسی ریسک و بهبود ایمنی سیستم‌های امروزی به دلیل پیچیدگی‌های طراحی و عملکردی فراوان آنها، تحلیلی دشوار، پیچیده و هزینه‌بر است. معیارهای اهمیت در پایایی با شناسایی مهمترین اجزای تأثیرگذار در ایمنی سیستم، نقشی بسزا در افزایش سطح ایمنی سیستم و کاهش ریسک آن با صرف کمترین منابع ممکن را دارند. اما درخت خطا که ابزار پیاده‌سازی این معیارهاست امکان مدل‌سازی بسیاری از پیچیدگی‌های سیستم‌های امروزی را ندارد. این در حالی است که قابلیت‌های فراوان شبکه‌های بی‌زی امکان تحلیل پیچیدگی‌های مذکور را به آن می‌دهد و برتری این روش نسبت به درخت خطا موضوع بسیاری از تحقیقات صورت گرفته در ادبیات موضوع بوده است. در این مقاله با توسعه‌ی معیارهای اهمیت، از شبکه‌های بی‌زی به عنوان بستر پیاده‌سازی آنها استفاده شده است و در یک مثال عملی، قابلیت بستر جدید توسعه داده شده برای معیارهای اهمیت در مدل‌سازی تعاریف آنها به اثبات رسیده است.

واژگان کلیدی: تحلیل ریسک، معیارهای اهمیت در پایایی، درخت خطا،

شبکه‌های بی‌زی.

a.noroozian@modares.ac.ir

rkazem@modares.ac.ir

niaki@sharif.edu

۱. مقدمه

محدودیت‌های موجود در بودجه‌ها و از طرف دیگر بهبود عملکرد پایایی و ایمنی سیستم‌ها دو هدف مهم در طراحی سیستم‌های جدید هستند. این دو هدف با یکدیگر تناقضی آشکار دارند، اما تنها راه رسیدن به هر دوی آنها شناسایی مهمترین اجزای سیستم و سپس اختصاص بخش بیشتر بودجه به آنهاست. معیارهای اهمیت، کارشناسایی مهم‌ترین اجزای سیستم را انجام می‌دهند. به‌طور کلی می‌توان گفت که معیارهای اهمیت به نیاز مربوط به بهبود و رتبه‌بندی اجزای تصمیم‌گیری در ارتباط با ریسک مربوط به عملکرد، ایمنی، و نگهداری و تعمیرات سیستم پاسخ می‌دهند.^[۱] ایده‌ی معیارهای اهمیت در مبحث پایایی برای اولین بار توسط برنهام در سال ۱۹۶۹ ارائه شد.^[۲] پس از آن معیارهای دیگری نیز ارائه شدند که در پایایی و ریسک سیستم‌ها بسیار استفاده می‌شوند.^[۳-۸] این معیارها بر پایه‌ی درخت خطا استوارند که روشی مهم در تحلیل ریسک است. اما درخت خطا برای تحلیل سیستم‌های بزرگی که دارای جنبه‌هایی از قبیل: خرابی با ریشه‌ی مشترک^۱، خرابی‌های موازی^۲، عدم قطعیت، اجزای چندحالتی^۳ وابستگی‌های پیچیده‌ی مانند خرابی‌های متوالی وابسته^۴ هستند مناسب نیست.^[۹-۱۳] البته با انجام تغییراتی

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۱۲/۲۴، اصلاحیه ۱۳۹۵/۰۶/۰۶، پذیرش ۱۳۹۵/۰۶/۱۴.

DOI: 10.24200/J65.2018.5601

محققان زیادی به بررسی امتیازات آن در برابر روش‌های سنتی همانند درخت خطا پرداختند. [۲۷-۲۳، ۱۱، ۱۰]

از آنجا که پیشرفت فناوری موجب پیچیدگی سیستم‌ها شده است، مسائل مختلفی مانند جنبه‌های مذکور دیگر قابل چشم‌پوشی نیستند و نیاز به داشتن روشی توانا تر برای مدل‌سازی در ریسک و پایایی احساس می‌شود. در این تحقیق تعریف معیارهای اهمیت برای استفاده در شبکه‌های بیزی توسعه داده می‌شود تا این معیارها به توانایی‌های شبکه‌های بیزی در مدل‌سازی و تحلیل مجهز شوند.

با وجود اینکه استفاده از شبکه‌های بیزی در پایایی توسعه یافته است، در زمینه معیارهای اهمیت و شبکه‌های بیزی تحقیقات زیادی صورت نگرفته است. سی و همکاران معیار اهمیت در پایایی را برای سیستم‌های چندحالتی تحت عدم قطعیت ارائه کردند. آنها با استفاده از هم‌زمان از الگوریتم‌هایی که بر پایه اطلاعات بیزی استوار شده‌اند توانستند شبکه‌های بیزی یک سیستم چندحالتی را به صورت خوار تولید کنند. آنها کارایی روش خود را با پیاده‌سازی آن روی یک سیستم نمایشگر^۹ نشان دادند. [۲۸] همچنین سی و همکاران با استفاده از شبکه‌های بیزی و معیارهای اهمیت توانستند مهم‌ترین عامل‌های تشخیصی بیماری سرطان سینه را مشخص کنند. [۲۹] دائمی و همکاران از شبکه‌های بیزی برای تحلیل سیستم‌های قدرت ترکیبی^{۱۰} استفاده کردند. هدف تحقیق آنها یافتن مهم‌ترین اجزای این سیستم‌ها بود. امتیاز روش آنها تخمین اهمیت اجزای سیستم با توجه به نقاط بار مختلف بود. [۳۰] معیارهای اهمیتی که در این تحقیق به شبکه‌های بیزی تعمیم داده شده‌اند عبارت‌اند از: BI^{۱۱}، FV^{۱۲}، RRW^{۱۳}، RAW^{۱۴}، DIM^{۱۵}. این معیارها از مهم‌ترین و معروف‌ترین معیارها در این زمینه هستند و روش‌های معروفی چون تجزیه و تحلیل احتمالی ریسک^{۱۶} از این معیارها استفاده می‌کنند. [۳۱]

در این تحقیق بعد از بخش مقدمه، در بخش دوم به تعاریف معیارهای اهمیت استفاده‌شده پرداخته می‌شود. در بخش سوم مقدمه‌یی در ارتباط با شبکه‌های بیزی ارائه می‌شود. بخش چهارم به تعمیم معیارهای اهمیت به شبکه‌های بیزی اختصاص دارد. بخش پنجم اجرای مدل و تفسیر نتایج را ارائه می‌کند و نتایج تحقیق در بخش ششم ارائه شده است.

۲. تعاریف معیارهای اهمیت

۲.۱. RAW

این معیار مقدار اهمیت خرابی هر جزء را در ریسک سیستم نشان می‌دهد و به عبارتی اهمیت حفظ احتمال خرابی فعلی هر جزء و جلوگیری از افزایش آن را بیان می‌کند. این تعریف بسیار کاراست و موجب استفاده‌ی وسیعی از RAW شده است. [۳۲، ۵] رابطه‌ی ۱ این معیار را نشان می‌دهد.

$$RAW(j) = \frac{R^j}{R^b}, \quad j = 1, \dots, N \quad (1)$$

۲.۲. RRW

ای معیار میزان تأثیر سالم‌بودن یک جزء روی ریسک سیستم را ارائه می‌کند. رابطه‌ی ۲ فرمول این معیار را نشان می‌دهد.

$$RRW(j) = \frac{R^b}{R^j}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

تعریف این معیار می‌تواند بسیار کمک کننده باشد. با این تعریف می‌توان اجزایی از سیستم را که بهبود پایایی آنها می‌تواند بیشترین تأثیر را روی پایایی سیستم داشته باشد، شناسایی کرد. [۳۳، ۳۲، ۳۱]

۳.۲. FV

این معیار مقدار تأثیر نسبی یک جزء را روی ریسک سیستم زمانی که احتمال خرابی یک جزء از مقدار فعلی خود به صفر برسد، نشان می‌دهد. در واقع این معیار مقداری از کل ریسک خرابی سیستم را، که مربوط به جزء مورد نظر است، نشان می‌دهد. [۸] رابطه‌ی ۳ این معیار را نشان می‌دهد.

$$FV(j) = \frac{R^b - R^j}{R^b}, \quad j = 1, \dots, N \quad (3)$$

۴.۲. BI

این معیار اولین معیاری است که در این زمینه ارائه شده است. [۱] این معیار مهم‌ترین اجزا را با این روش پیدا می‌کند که چقدر احتمال خرابی یا سالم‌بودن یک جزء با احتمال خرابی و سالم‌بودن سیستم تطابق دارد یا به عبارت دیگر احتمال بحرانی بودن یک جزء برای سیستم چقدر است. رابطه‌ی ۴ این معیار را ارائه می‌کند.

$$BI(j) = P(\phi(X) = 1 | x_j = 1) - P(\phi(X) = 1 | x_j = 0), \quad j = 1, \dots, N \quad (4)$$

۵.۲. DIM

این معیار مقدار تغییر در ریسک سیستم را با توجه به تغییر در ریسک هر جزء نسبت به سایر اجزا ارائه می‌کند. با توجه به نوع تغییر مورد بررسی در ریسک اجزا، این معیار دو تعریف مختلف دارد: DIM^I زمانی که مقدار تغییرات برای همه‌ی اجزا یکسان باشد، DIM^{II} زمانی که اجزا با درصد مساوی از ریسک فعلی خود تغییر کنند. روابط ۵ و ۶ این معیار را نشان می‌دهند.

$$DIM^I(j) = \frac{\frac{\partial R}{\partial q_j} \times dq_j}{\sum_{k=1}^n \frac{\partial R}{\partial q_k} \times dq_k} = \frac{\frac{\partial R}{\partial q_j}}{\sum_{k=1}^n \frac{\partial R}{\partial q_k}} \quad (5)$$

$$DIM^{II}(j) = \frac{\frac{\partial R}{\partial q_j} \times dq_j}{\sum_{k=1}^n \frac{\partial R}{\partial q_k} \times dq_k} = \frac{\frac{\partial R}{\partial q_j} \times \frac{\partial q_j}{q_j} \times q_j}{\sum_{k=1}^n \frac{\partial R}{\partial q_k} \times \frac{\partial q_k}{q_k} \times q_k} = \frac{\frac{\partial R}{\partial q_j} \times q_j}{\sum_{k=1}^n \frac{\partial R}{\partial q_k} \times q_k} \quad (6)$$

یک خاصیت بسیار مهم این معیار خاصیت جمع‌پذیری آن است. بدین معنی که DIM برای گروهی از اجزا برابر با جمع DIM‌های آنهاست. [۸]

۳. شبکه‌های بیزی

شبکه‌ی بیزی یک گراف جهت‌دار است که متغیرهای احتمالی و ارتباط آنها را نشان می‌دهد. این گراف از دو قسمت تشکیل شده است. قسمت اول بخش کیفی گراف است، در حالی که قسمت دوم بخش کمی گراف را تشکیل می‌دهد. بخش کیفی

نباشد، C برابر با صفر می‌شود. در نهایت با استفاده از قانون بیز می‌توان فرمول ۷ را ساده‌سازی کرده و به فرمول ۸ رسید.

RAW(component j) =

$$\frac{\sum_{i f a = \setminus f a}^{M_j^{f a}} p(\phi = \setminus / S_{j, i f a} = \setminus) \times \frac{p(S_{j, i f a} = \setminus)}{\sum_{i f a = \setminus f a}^{M_j^{f a}} p(S_{j, i f a} = \setminus)}}{p(\phi = \setminus)} \quad (۸)$$

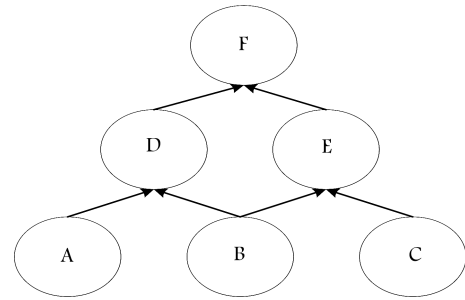
امتیاز این رابطه در این است که بسامد رخداد هر حادثه و همچنین میزان شدت تأثیر آن در خرابی سیستم، هر دو هم‌زمان در نظر گرفته شده‌اند. این امر موجب می‌شود که دیدی مناسب‌تر و واقع‌بینانه‌تر از اهمیت هر جزء در ریسک سیستم به دست آید. در ادامه تعاریف تعمیم‌یافته‌ی سایر معیارهای اهمیت به شبکه‌های بیزی نیز ارائه می‌شود. نکته این است که روند به‌کارگرفته‌شده برای آنها نیز شبیه به آنچه که برای RAW به کار گرفته شده است، می‌باشد.

$$\begin{aligned} RRW(\text{component } j) &= \frac{p(\phi = \setminus)}{p(\phi = \setminus / x_j = \circ)} \\ &= \frac{p(\phi = \setminus)}{p(\phi = \setminus)} \quad (۹) \\ &= \frac{\sum_{i f u = \setminus f u}^{M_j^{f u}} p(\phi = \setminus / S_{j, i f u} = \setminus) \times \frac{p(S_{j, i f u} = \setminus)}{\sum_{i f u = \setminus f u}^{M_j^{f u}} p(S_{j, i f u} = \setminus)}}{p(\phi = \setminus)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FV(\text{component } j) &= \frac{p(\phi = \setminus) - p(\phi = \setminus / x_j = \circ)}{p(\phi = \setminus)} \\ &= 1 - \frac{\sum_{i f u = \setminus f u}^{M_j^{f u}} p(\phi = \setminus / S_{j, i f u} = \setminus) \times \frac{p(S_{j, i f u} = \setminus)}{\sum_{i f u = \setminus f u}^{M_j^{f u}} p(S_{j, i f u} = \setminus)}}{p(\phi = \setminus)} \quad (۱۰) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BI(\text{component } j) &= p(\phi = \setminus / x_j = \setminus) - p(\phi = \setminus / x_j = \circ) \\ &= \sum_{i f a = \setminus f a}^{M_j^{f a}} p(\phi = \setminus / S_{j, i f a} = \setminus) \times \frac{p(S_{j, i f a} = \setminus)}{\sum_{i f a = \setminus f a}^{M_j^{f a}} p(S_{j, i f a} = \setminus)} \\ &\quad - \sum_{i f u = \setminus f u}^{M_j^{f u}} p(\phi = \setminus / S_{j, i f u} = \setminus) \times \frac{p(S_{j, i f u} = \setminus)}{\sum_{i f u = \setminus f u}^{M_j^{f u}} p(S_{j, i f u} = \setminus)} \quad (۱۱) \end{aligned}$$

برای تعمیم تعریف DIM به شبکه‌های بیزی از ویژگی جمع‌پذیری آن استفاده می‌شود. برای اینکار در ابتدا میزان DIM مربوط به حالت‌های مختلف یک جزء محاسبه می‌شود و در ادامه با استفاده از ویژگی جمع‌پذیری، مقادیر DIM مربوط به حالت‌های مختلف جمع می‌شوند تا بدین‌وسیله DIM کل آن جزء به دست آید. فرمول محاسبه‌ی DIM در رابطه‌ی ۱۲ برای تغییرات یکسان و در رابطه‌ی ۱۳ برای نسبت تغییرات یکسان آمده است. برای اثبات به پیوست مراجعه شود.



شکل ۱. نمونه‌ی از یک شبکه‌ی بیزی.

گراف در واقع همان ساختار گراف است. بخش کمی نیز نشان‌دهنده‌ی پارامترهای مدل است. ساختار یک شبکه‌ی بیزی از یک سری گره و خطوط ارتباطی بین آنها تشکیل شده است. گره‌ها نشان‌دهنده‌ی متغیرهای مدل شده هستند و خطوط، ارتباطات بین آنها را نشان می‌دهند. نمونه‌ی از یک شبکه‌ی بیزی در شکل ۱ نشان داده شده است.

در این شبکه گره A والد گره‌ی D محسوب می‌شود (در نتیجه، گره D فرزند گره A است). گره‌هایی مانند B، A و C را، که فرزند دارند، گره‌های ریشه‌ی ۱۷ می‌نامند و گره‌هایی همانند F، که فرزندی ندارند، گره نتیجه ۱۸ گویند.

پارامترهای یک شبکه‌ی بیزی توزیع‌های احتمالی هستند. درحالی‌که وابستگی بین یک گره با والد خود توسط احتمال شرطی بیان می‌شود، گره‌های ریشه‌ی با استفاده از توزیع حاشیه‌ی مربوط به خود شناخته می‌شوند. با استفاده از شبکه‌های بیزی، می‌توان بسیاری از سیستم‌ها و پارامترها را مدل کرد. [۳۲] در ادامه تعمیم معیارهای اهمیت استفاده‌شده در PSA به شبکه‌های بیزی نشان داده می‌شود.

۴. تعمیم معیارهای اهمیت به شبکه‌های بیزی

در این قسمت یک سیستم چندزیرسیستمی که هر زیرسیستم آن دارای چند مد ۱۹ است، در نظر گرفته می‌شود. سپس با استفاده از قوانین احتمال، تعاریف سنتی معیارهای اهمیت در شبکه‌های بیزی ارائه می‌شود. تعاریف توسعه‌داده‌شده‌ی جدید موجب می‌شوند تا مهم‌ترین اجزای سیستم شناسایی شوند زمانی‌که سیستم مورد بررسی از چند جزء، که هر کدام دارای چند حالت هستند و بین اجزا وابستگی وجود دارد، تشکیل شده است.

در ابتدا تعریف RAW به شبکه‌های بیزی تعمیم داده می‌شود. تعریف تعمیم‌داده‌شده‌ی RAW به BN در رابطه‌ی ۷ آورده شده است.

$$\begin{aligned} RAW(\text{component } j) &= \frac{\overbrace{p(\phi = \setminus / x_j = \setminus)}^A}{p(\phi = \setminus)} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^M \overbrace{p(\phi = \setminus / x_j = \setminus, S_{j, i} = \setminus)}^C \times \overbrace{p(S_{j, i} = \setminus / x_j = \setminus)}^D}{p(\phi = \setminus)} \quad (۷) \end{aligned}$$

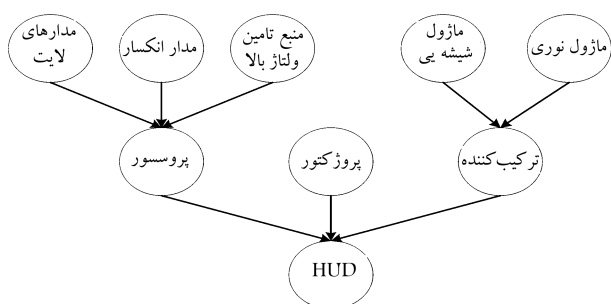
در این فرمول A نشان‌دهنده‌ی تعریف سنتی RAW با استفاده از قانون بیز است، B توسعه‌داده‌شده‌ی A است، و C مقدار احتمال خرابی سیستم با توجه به خرابی جزء j در حالت i است. نکته این است که اگر i یک حالت خرابی برای این جزء

$$\text{DIM}^I(j) = \frac{\sum_{i f a=1}^{M f a} p(\phi=1/S_{j, i f a=1}) - p(\phi=1/S_{j, i f a=0})}{\sum_{j=1}^N \sum_{i f a=1}^{M f a} p(\phi=1/S_{j, i f a=1}) - p(\phi=1/S_{j, i f a=0})} \quad (12)$$

$$\text{DIM}^{II}(j) = \frac{\sum_{i f a=1}^{M f a} (p(\phi=1/S_{j, i f a=1}) - p(\phi=1/S_{j, i f a=0})) p(S_{j, i f a=1})}{\sum_{j=1}^N \sum_{i f a=1}^{M f a} (p(\phi=1/S_{j, i f a=1}) - p(\phi=1/S_{j, i f a=0})) p(S_{j, i f a=1})} \quad (13)$$

جدول ۱. اطلاعات سیستم HUD. [۲۸]

ردیف	نام	متغیر نشانگر	حالت صفر	حالت یک	حالت دو
۱	سیستم HUD	X۱	نرمال	تصویر نامشخص	بدون تصویر
۲	پردازنده	X۲	نرمال	سیگنال مغشوش	بدون سیگنال
۳	پروژکتور	X۳	نرمال	عملکرد ناقص	-
۴	ترکیب‌کننده	X۴	نرمال	عملکرد ناقص	-
۵	مدارهای لایت	X۵	نرمال	سیگنال مغشوش	بدون سیگنال
۶	مدار انکسار	X۶	نرمال	سیگنال مغشوش	-
۷	منبع ولتاژ بالا	X۷	نرمال	جریان غیرقابل کنترل	قطع جریان برق
۸	جزء شیشه‌یی	X۸	نرمال	عملکرد ناقص	-
۹	جزء نوری	X۹	نرمال	عملکرد ناقص	-



شکل ۲. شبکه‌ی بی‌ریزی سیستم HUD. [۲۸]

۵. اجرای مدل و تفسیر نتایج

در این قسمت، مدل جدید روی یک مثال واقعی برگرفته از پژوهش‌های پیشین اجرا می‌شود. سیستم مورد مطالعه یک HUD است. این سیستم در هواپیما نصب شده است و اطلاعات را به صورت لحظه‌یی به خلبان ارائه می‌کند تا خلبان بتواند بدون نیاز به تغییر در جهت دید خود اطلاعات را دریافت کند. در واقع این سیستم دارای یک نمایشگر است که روبروی خلبان نصب می‌شود. این سیستم دارای سه زیرسیستم است که عبارت‌اند از: ترکیب‌کننده^۲، پروژکتور^۳ و پردازنده^{۲۲}. ترکیب‌کننده از دو جزء تشکیل شده است که عبارت‌اند از جزء شیشه‌یی^{۲۳} و جزء نوری^{۲۴}. پروژکتور یک لامپ پرتوی کاتودی^{۲۵} است. پردازنده از سه جزء تشکیل شده است که عبارت‌اند از: منبع تأمین ولتاژ بالا^{۲۶}، مدار انکسار^{۲۷} و مدار لایت^{۲۸}. HUD و زیرسیستم‌های آن حالات عملکردی مختلفی دارند که با اعداد ۰، ۱ و ۲ نشان داده می‌شود. حالت صفر، عملکرد بی‌نقص و صحیح را نشان می‌دهد. حالت یک، عملکرد ناقص و حالت ۲ خرابی کامل را نشان می‌دهد. در این تحقیق فرض بر این است که حالات یک و دو حالات خرابی سیستم هستند. شکل ۲ شبکه‌ی بی‌ریزی HUD است. [۲۸]

مورد بررسی را نشان می‌دهند. هر خانه‌ی جدول حاوی سه عدد است. عدد اول که درون پرانتز قرار ندارد نشانگر مقدار معیار اهمیت ستون نظیر برای جزء آمده در ردیف نظیر خود است، زمانی که سیستم یا همان متغیر X۱ در حالت خرابی باشد. عدد دوم هر خانه نشان‌دهنده‌ی معیار اهمیت است، زمانی که سیستم در حالت یک خود باشد. عدد سوم در هر خانه‌ی جدول نشان‌دهنده‌ی معیار اهمیت مورد نظر است، زمانی که سیستم در حالت دو خود باشد.

جدول ۳ نشان می‌دهد که متغیرهای X۴، X۸ و X۹ بیشترین مقدار RAW را بر اساس حالت ۱ متغیر X۱ دارند. علت این است که احتمال اینکه سیستم در حالت ۱ باشد زمانی که متغیرهای مورد نظر خراب باشد، در بین همه‌ی متغیرها بیشترین است. با استفاده از منطقی مشابه، متغیرهای X۲، X۵ و X۷ دارای بیشترین RAW در بین همه‌ی متغیرها بر اساس حالت ۲ متغیر X۱ هستند. بنابراین، با استفاده از مدل جدید هرچه میزان احتمال خرابی سیستم زمانی که متغیری

نکته اینکه همه‌ی اجزای سیستم برای راحتی به کارگیری در تحلیل‌ها با استفاده از متغیرهایی کدگذاری شده‌اند. این اطلاعات به همراه اطلاعات مربوط به حالات مختلف سیستم و زیرسیستم‌های آن در جدول ۱ آمده است. اطلاعات مربوط به شبکه‌ی بی‌ریزی سیستم در جدول ۲ آمده است. [۲۸]

نتایج اجرای مدل پیشنهادی جدید روی HUD در جدول ۳ آمده است. در این جدول سطرها بیانگر متغیرها (اجزای سیستم) هستند و ستون‌ها، معیارهای اهمیت

جدول ۲. اطلاعات شبکه‌ی بیزی سیستم HUD. [۲۸]

متغیر	متغیرهای والد			توزیع احتمالی حالات متغیر			
	X۲	X۳	X۴	صفر (%)	یک (%)	دو (%)	
X۱	۰	۰	۰	۹۹,۹۷۶	۰,۰۲۴	۰	
	۰	۰	۱	۰	۱۰۰	۰	
	۰	۱	۰	۰	۸۷,۵	۱۲,۵	
	۰	۱	۱	۰	۸۷,۵	۱۲,۵	
	۱	۰	۰	۰	۱۰۰	۰	
	۱	۰	۱	۰	۱۰۰	۰	
	۱	۱	۱	۰	۰	۱۰۰	
	۲	۰	۰	۰	۰	۱۰۰	
	۲	۰	۱	۰	۰	۱۰۰	
	۲	۱	۰	۰	۰	۱۰۰	
X۲	۰	۰	۰	۹۹,۹۷۶	۰,۰۲۴	۰	
	۰	۰	۱	۰	۱۰۰	۰	
	۰	۰	۰	۰,۲	۰	۱۰۰	
	۰	۱	۰	۰	۱۰۰	۰	
	۰	۱	۱	۰	۱۰۰	۰	
	۰	۱	۲	۰	۰	۱۰۰	
	۱	۰	۰	۰	۱۰۰	۰	
	۱	۰	۱	۰	۱۰۰	۰	
	۱	۰	۲	۰	۰	۱۰۰	
	۱	۱	۰	۰	۱۰۰	۰	
X۳	۰	۰	۰	۹۹,۹۷۶	۰,۰۲۴	۰	
	۰	۰	۱	۰	۱۰۰	۰	
	۰	۰	۰	۰,۲	۰	۱۰۰	
	۰	۱	۰	۰	۱۰۰	۰	
	۰	۱	۱	۰	۱۰۰	۰	
	۰	۱	۲	۰	۰	۱۰۰	
	۱	۰	۰	۰	۱۰۰	۰	
	۱	۰	۱	۰	۱۰۰	۰	
	۱	۰	۲	۰	۰	۱۰۰	
	۱	۱	۰	۰	۱۰۰	۰	
X۴	۰	۰	۰	۹۹,۷۵۸	۰,۲۴۲	۰	
	۰	۰	-	۱۰۰	۰	۰	
	۰	۱	۰	۰	۱۰۰	۰	
	۱	۰	۰	۰	۱۰۰	۰	
	۱	۱	۰	۰	۱۰۰	۰	
	X۵	-	-	-	۹۹,۳۹۶	۰,۳۸۷	۰,۲۱۷
		-	-	-	۹۹,۸۵۵	۰,۱۴۵	۰
		-	-	-	۹۹,۵۱۶	۰,۲۴۲	۰,۲۴۲
		-	-	-	۹۹,۸۷۹	۰,۱۲۱	۰
		-	-	-	۹۹,۹۲۸	۰,۰۷۲	۰

۶. نتیجه‌گیری

در این تحقیق تعاریف معیارهای اهمیت RAW، RRW، FV، DIM^I و DIM^{II} به شبکه‌های بیزی تعمیم داده شد. در سیستم‌های پیچیده و پیشرفته‌ی امروزی

در حالت خرابی باشد بیشتر شود، مقدار RAW متغیر مورد نظر بیشتر می‌شود که این نتیجه با تعریف سنتی RAW سازگاری دارد.

همان‌طور که در جدول ۳ دیده می‌شود، RRW مربوط به متغیرهای X۲، X۵ و X۷ در بین همه‌ی متغیرها بیشترین است. این نتیجه درست است زیرا مقدار احتمال خرابی سیستم زمانی که این متغیرها در حالت خرابی نباشند، کمترین در بین متغیرهاست. در نتیجه میزان کاهش در ریسک سیستم زمانی که این متغیرها سالم هستند بیشترین در بین متغیرهاست. این نتیجه مطابق با تعریف سنتی RRW است.

این جدول همچنین نشان می‌دهد که متغیرهای X۲، X۵ و X۷ در بین همه‌ی متغیرها دارای بیشترین مقدار FV هستند. این نتیجه درست است زیرا احتمال خرابی سیستم زمانی که این متغیرها در حالات کارکرد خود قرار دارند، از همه کمتر است. بنابراین زمانی که احتمال خرابی هر یک از این متغیرها از صفر به مقدار پایه‌ی خود می‌رسد، بیشترین مقدار افزایش در احتمال خرابی سیستم رخ می‌دهد که این نتیجه با تعریف سنتی FV سازگار است.

همچنین این نکته در جدول ۳ مشهود است که متغیرهای X۲، X۵ و X۷ در بین همه‌ی متغیرها دارای بیشترین مقدار BI بر اساس حالت دوم متغیر X۱ هستند. علت این است که احتمال اینکه متغیر X۱ در حالت دوم و حالت خرابی باشد/نباشد زمانی که متغیرهای X۲، X۵ و X۷ در حالت خرابی خود باشند/نباشند، در بین همه‌ی متغیرها بیشترین است. این مورد موجب می‌شود که متغیرهای X۴، X۸ و X۹ دارای بیشترین BI بر اساس حالت یک متغیر X۱ شوند. این نتایج مطابق با تعریف سنتی BI هستند که نشان‌دهنده‌ی درجه‌ی تطابق خرابی و کارکرد یک جزء با خرابی و کارکرد سیستم است.

با توجه به DIM^I در جدول ۳ متغیرهای X۲، X۵ و X۷ مهم‌ترین متغیرها بر اساس حالت دو و خرابی متغیر X۱ هستند. همچنین متغیرهای X۴، X۸ و X۹ دارای بیشترین اهمیت بر اساس حالت یک متغیر X۱ هستند. این مسئله به این علت رخ داده است که مطابق با تعریفی که در این پژوهش ارائه شده است، وقتی خرابی سیستم زمانی که متغیری در حالت خرابی یا کارکرد خود باشد به ترتیب زیاد و کم باشد، مقدار DIM^I آن متغیر زیاد می‌شود. به عبارت دیگر طبق تعریف این پژوهش، زمانی DIM^I جزئی زیاد می‌شود که تغییر در احتمال خرابی آن موجب تغییر زیادی در احتمال خرابی سیستم شود که مطابق با تعریف سنتی DIM^I است. این جدول همچنین نشان می‌دهد که متغیرهای X۲، X۵ و X۷ دارای بیشترین DIM^{II} در بین سایر متغیرها هستند. دو دلیل برای این اتفاق وجود دارد. دلیل اول مشابه استدلال آمده برای DIM^I است و دلیل دوم این نکته است که احتمال خرابی اجزای مورد بحث بیشترین در بین همه‌ی اجزاست. از آنجا که DIM^{II} بر اساس نسبت یکسانی از مقادیر پایه‌ی خرابی اجزا محاسبه می‌شود، اجزایی که مقدار احتمال خرابی پایه‌ی آنها بیشترین است باید بیشتر تغییر کنند که موجب می‌شود تأثیر آنها بر احتمال خرابی سیستم از همه بیشتر شود. در نتیجه دو عامل مورد بحث موجب شده‌اند تا DIM^{II} اجزای مورد بحث بیشترین باشد. این نتایج تطابق آنها با مفاهیم DIM^{II} را نشان می‌دهند.

جدول ۳. داده‌های اجرای مدل روی سیستم HUD.

DIM ^{II}	DIM ^I	BI	FV	RRW	RAW	
۰٫۴۰۴۲۷۳۶۶	۰٫۱۸۲۴۵۴۸۷	۰٫۹۹۵۴۰۰۰۰	۰٫۷۲۹۴۱۱۷۶	۳٫۶۹۵۶۵۲۱۷	۵۸٫۸۲۳۵۲۹۴۱	
(۰٫۳۶۹۰۰۵۹۶)	(۰٫۱۲۷۱۳۱۶۹)	(۰٫۶۲۶۱۸۳۲۰)	(۰٫۶۴۴۶۲۸۱۰)	(۲٫۸۱۳۹۵۳۴۹)	(۵۲٫۱۰۶۰۴۹۵۹)	X۲
(۰٫۴۸۲۷۷۵۵)	(۰٫۳۱۹۰۹۵۸۲)	(۰٫۳۶۹۲۱۶۸۰)	(۰٫۹۳۸۷۷۵۵۱)	(۱۶٫۳۳۳۳۳۳۳۳)	(۷۵٫۴۱۱۵۹۱۸۴)	
۰٫۰۷۷۲۷۹۰۰	۰٫۰۹۰۸۶۷۴۷	۰٫۹۸۵۳۰۰۰۰	۰٫۱۳۵۲۹۴۱۲	۱٫۱۵۶۴۶۲۵۸	۵۸٫۸۲۳۵۲۹۴۱	
(۰٫۰۹۷۰۵۳۶۲)	(۰٫۱۱۰۶۳۴۲۴)	(۰٫۸۵۳۸۹۹۹۹)	(۰٫۱۶۵۲۸۹۲۶)	(۱٫۱۹۸۰۱۹۸۰)	(۷۱٫۴۰۴۹۵۸۶۸)	X۳
(۰٫۰۳۳۲۵۰۶۱)	(۰٫۰۴۲۰۴۶۱۷)	(۰٫۱۳۱۴۰۰۰۰)	(۰٫۰۶۱۲۲۴۴۹)	(۱٫۰۶۵۲۱۷۳۹)	(۲۷٫۷۵۵۱۰۲۰۴)	
۰٫۰۶۱۱۵۱۳۰	۰٫۰۹۰۸۲۶۰۲	۰٫۹۸۴۹۰۰۰۰	۰٫۱۱۱۷۶۴۷۱	۱٫۱۲۵۸۲۷۸۱	۵۸٫۸۲۳۵۲۹۴۱	
(۰٫۰۸۸۶۱۶۴۰)	(۰٫۱۲۷۵۹۹۶۶)	(۰٫۹۸۴۸۹۹۹۹)	(۰٫۱۵۷۰۲۴۷۹)	(۱٫۱۸۶۲۷۴۵۱)	(۸۲٫۲۳۹۶۶۹۴۲)	X۴
(۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۱٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۱٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	
۰٫۱۹۶۶۰۳۹۳	۰٫۱۸۱۸۶۲۵۵	۰٫۹۸۸۹۰۰۰۰	۰٫۳۴۷۰۵۸۸۲	۱٫۵۳۱۵۳۱۵۳	۵۸٫۸۲۳۵۲۹۴۱	
(۰٫۱۸۱۰۲۰۶۲)	(۰٫۱۲۶۳۰۰۱۸)	(۰٫۶۲۷۸۷۵۴۱)	(۰٫۳۰۵۷۸۵۱۲)	(۱٫۴۴۰۴۷۶۱۹)	(۵۲٫۵۸۴۷۴۶۶۱)	X۵
(۰٫۲۳۱۳۰۰۳۲)	(۰٫۳۱۹۰۹۴۲۶)	(۰٫۳۶۱۰۲۴۵۹)	(۰٫۴۴۸۹۷۹۵۹)	(۱٫۸۱۴۸۱۴۸۱)	(۷۴٫۲۲۹۵۰۸۱۹)	
۰٫۰۴۵۰۳۵۹۸	۰٫۰۹۰۷۷۹۹۱	۰٫۹۸۴۴۰۰۰۰	۰٫۰۸۲۳۵۲۹۴	۱٫۰۸۹۷۴۳۵۹	۵۸٫۸۲۳۵۲۹۴۱	
(۰٫۰۶۵۱۲۳۹۲)	(۰٫۱۲۷۲۶۲۸۱)	(۰٫۹۸۲۲۹۹۹۹)	(۰٫۱۱۵۷۰۲۴۸)	(۱٫۱۳۰۸۴۱۱۲)	(۸۲٫۰۶۶۱۱۵۷۰)	X۶
(۰٫۰۰۰۰۳۰۹۹۸)	(۰٫۰۰۰۰۶۷۱۹۷)	(۰٫۰۰۰۲۱۰۰۰۰)	(۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۱٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۱٫۴۲۸۵۷۱۴۳)	
۰٫۱۵۴۵۶۳۶۳	۰٫۱۸۱۷۴۱۵۶	۰٫۹۸۷۷۰۰۰۰	۰٫۲۷۶۴۷۰۵۹	۱٫۳۸۲۱۱۳۸۲	۵۸٫۸۲۳۵۲۹۴۱	
(۰٫۱۱۰۶۴۸۳۱)	(۰٫۱۲۶۱۳۱۲۲)	(۰٫۴۸۷۹۰۰۰۰)	(۰٫۱۹۰۰۸۲۶۴)	(۱٫۲۳۴۶۹۳۸۸)	(۴۱٫۱۳۲۲۳۱۴۰)	X۷
(۰٫۲۵۲۳۴۱۵۳)	(۰٫۳۱۹۰۹۱۷۷)	(۰٫۴۹۹۸۰۰۰۰)	(۰٫۴۸۹۷۹۵۹۲)	(۱٫۹۵۹۹۹۹۹۹)	(۱۰۲٫۵۱۰۲۰۴۰۸)	
۰٫۰۳۸۵۹۰۵۰	۰٫۰۹۰۷۵۲۲۵	۰٫۹۸۴۱۰۰۰۰	۰٫۰۶۴۷۰۵۸۸	۱٫۰۶۹۱۸۲۳۹	۵۸٫۸۲۳۵۲۹۴۱	
(۰٫۰۵۵۹۲۲۷۹)	(۰٫۱۲۷۴۹۶۰۱)	(۰٫۹۸۴۰۹۹۹۹)	(۰٫۰۹۰۹۰۹۰۹)	(۱٫۱۰۰۰۰۰۰۰)	(۸۲٫۲۳۹۶۶۹۴۲)	X۸
(۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۱٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۱٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	
۰٫۰۲۲۵۰۱۹۸	۰٫۰۹۰۷۱۵۳۶	۰٫۹۸۳۷۰۰۰۰	۰٫۰۴۱۱۷۶۴۷	۱٫۰۴۲۹۴۴۷۸	۵۸٫۸۲۳۵۲۹۴۱	
(۰٫۰۳۲۶۰۹۳۷)	(۰٫۱۲۷۴۴۱۹)	(۰٫۹۸۳۷۰۰۰۰)	(۰٫۰۵۷۸۵۱۲۴)	(۱٫۰۶۱۴۰۳۵۱)	(۸۲٫۲۳۹۶۶۹۴۲)	X۹
(۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۰٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۱٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	(۱٫۰۰۰۰۰۰۰۰)	

را با توجه به تعاریف سنتی خود دارند. این مسئله نشان‌دهنده‌ی اثربخشی مدل جدید در ارضای تعاریف سنتی معیارهای اهمیت در پایایی است. تعمیم سایر معیارهای اهمیت موجود در پیشینه به شبکه‌های بی‌زی می‌تواند زمینه‌ی مناسب برای تحقیقات آتی باشد.

فهرست علائم

$\phi(X)$: تابع ساختار سیستم. یک نشانگر خرابی و صفر نشانگر عملکرد سالم آن است؛
 $p(\phi = 1)$, $p(\phi = 0)$: احتمال خرابی و عملکرد سیستم به ترتیب از چپ به راست؛

جنبه‌هایی مانند خرابی با ریشه‌ی مشترک، خرابی‌های موازی، عدم قطعیت، اجزای چندحالت‌ه و وابستگی‌های پیچیده غیر قابل اجتنابند. اگرچه درخت خطا با روش‌های دیگری ترکیب شده است تا بتواند این جنبه‌ها را در خود جای دهد، شبکه‌های بی‌زی قابلیت مدل‌کردن آنها را به‌طور ذاتی در خود دارند. علاوه‌بر این بسیاری از ویژگی‌ها و امتیازات دیگر شبکه‌های بی‌زی در پژوهش‌های پیشین مورد تحقیق قرار گرفته است که نشان از برتری این روش نسبت به درخت خطا در مدل‌سازی و تحلیل دارد. تعمیم معیارهای اهمیت به شبکه‌های بی‌زی، به آنها قابلیت تحلیل اهمیت اجزا با وجود جنبه‌های مذکور را می‌دهد و موجب می‌شود که این معیارها به قابلیت‌های شبکه‌های بی‌زی مجهز شوند.

روش جدید مدل‌سازی بر روی یک سیستم HUD که دارای اجزای چندحالت‌ه و وابستگی‌های مختلف است، پیاده‌سازی شد. تحلیل نتایج نشان داد که معیارهای اهمیت تعمیم‌یافته به شبکه‌های بی‌زی، توانایی شناسایی کارای مهم‌ترین اجزای سیستم

R^{j^1} : ریسک سیستم زمانی که جزء j خراب است؛

R^{j^0} : ریسک سیستم زمانی که جزء j سالم است؛

M_j : مجموعه M_j حالت جزء j . زمانی که جزء j در حالت i است داریم:
 $S_{j,i} \in M_j$
 $S_{j,i} = 1$

$M_j^{f^a}$: مجموعه $M_j^{f^a}$ حالت های خرابی جزء j . نشان دهنده $M_j^{f^a}$ نشان دهنده $M_j^{f^a}$ تعداد حالات است؛

$M_j^{f^u}$: مجموعه $M_j^{f^u}$ حالت های سالم جزء j . نشان دهنده $M_j^{f^u}$ نشان دهنده $M_j^{f^u}$ تعداد حالات است.

$p(S_{j,i} = 1)$, $p(S_{j,i} = 0)$: به ترتیب از چپ به راست: جزء j در حالت i باشد و نباشد؛

N : تعداد اجزای سیستم؛

$\{j\}$: جزء ۱، ۲، ... و جزء N ؛

x_j : متغیر بولی نشانگر حالت خرابی جزء j . زمانی که این متغیر برابر با یک باشد به معنی خرابی است و بالعکس؛

$q_j = p(x_j = 1)$: احتمال خرابی جزء j ؛

$X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ ؛

R^b : مقدار احتمال خرابی پایه ی سیستم؛

پانویسها

1. common cause failure
2. redundant failure
3. multi-state components
4. sequentially dependent failure
5. extended fault trees
6. boolean logic driven Markov process
7. chain rule
8. D-separation
9. head-up display (HUD) system
10. composite power systems
11. birnbaum importance measure (BI)
12. fussell-vesely importance measure (FV)
13. risk reduction worth (RRW)
14. risk achievement worth (RAW)
15. differential importance measure: equal change, equal fraction of change (DIM^I, DIM^{II})
16. probabilistic safety assessment (PSA)
17. root node
18. leaf node
19. failure mode
20. combiner
21. Projector
22. Processor
23. glass module
24. optical module
25. Cathode ray tube
26. high voltage power
27. deflection circuit
28. highlight circuit
2. Birnbaum, L.W., *On the Importance of Different Elements in a Multielement System*, Multivariate Analysis, v2, Academic Press, New York (1969).
3. Levitin, G., Podofillini, L. and Zio, E. "Generalised importance measures for multi-state elements based on performance level restrictions", *Reliability Engineering & System Safety*, **82**, pp. 287-298 (2003).
4. Vasseur, D. and Llory, M. "International survey on PSA figures of merit", *Reliability Engineering & System Safety*, **66**, pp. 261-274 (1999).
5. Vesely, W.E. "A time-dependent methodology for fault tree evaluation", *Nuclear Engineering and Design*, **13**, pp. 337-360 (1970).
6. Fussell, J.B. "How to hand-calculate system reliability and safety characteristics", *Reliability, IEEE Transactions on*, **R-24**, pp. 169-174 (1975).
7. Meng, F.C. "Comparing the importance of system components by some structural characteristics", *Reliability, IEEE Transactions on*, **45**, pp. 59-65 (1996).
8. Borgonovo, E. and Apostolakis, G.E. "A new importance measure for risk-informed decision making", *Reliability Engineering & System Safety*, **72**, pp. 193-212 (2001).
9. Torres-Toledano, J.G. and Sucar, L.E. "Bayesian networks for reliability analysis of complex systems", in *Progress in Artificial Intelligence-IBERAMIA 98*, Springer, pp. 195-206 (1998).
10. Bobbio, A., Portinale, L., Minichino, M. and Ciancamerla, E. "Improving the analysis of dependable systems by mapping fault trees into Bayesian networks", *Reliability Engineering & System Safety*, **71**, pp. 249-260 (2001).
11. Khakzad, N., Khan, F. and Amyotte, P. "Safety analysis in process facilities: Comparison of fault tree and Bayesian network approaches", *Reliability Engineering & System Safety*, **96**, pp. 925-932 (2011).

منابع (References)

1. Vaurio, J.K. "Importance measures in risk-informed decision making: Ranking, optimisation and configuration control", *Reliability Engineering & System Safety*, **96**, pp. 1426-1436 (2011).

12. Ruijters, E. and Stoelinga, M.I. "Fault tree analysis: A survey of the state-of-the-art in modeling, analysis and tools", *Computer Science Review*, **15**, pp. 29-62 (2015).
13. Bobbio, A., Portinale, L., Minichino, M. and Ciancamerla, E. "Comparing fault trees and bayesian networks for dependability analysis", in *Computer Safety, Reliability and Security*, Springer, pp. 310-322 (1999).
14. Tanaka, H., Fan, L.T., Lai, F.S. and Toguchi, K. "Fault-tree analysis by fuzzy probability", *Reliability, IEEE Transactions on*, **32**, pp. 453-457 (1983).
15. Buchacker, K. "Combining fault trees and Petri nets to model safety-critical systems", in *High Performance Computing*, pp. 439-444 (1999).
16. Buchacker, K. "Modeling with extended fault trees", in *High Assurance Systems Engineering, Fifth IEEE International Symposium on. HASE 2000*, pp. 238-246 (2000).
17. Vaurio, J.K. "Treatment of general dependencies in system fault-tree and risk analysis", *Reliability, IEEE Transactions on*, **51**, pp. 278-287 (2002).
18. Bouissou, M. "Boolean logic driven Markov processes: A powerful new formalism for specifying and solving very large Markov models", PSAM6, Puerto Rico (2002).
19. Bouissou, M. "BDMP (boolean logic driven Markov processes)® as an alternative to event trees", ESREL, Valencia, Spain (2008).
20. Nielsen, T.D. and Jensen, F.V., *Bayesian Networks and Decision Graphs*, Springer Science & Business Media (2009).
21. Kjaerulff, U.B. and Madsen, A.L., *Bayesian Networks and Influence Diagrams*, Springer Science+ Business Media, **200**, 114 p. (2008).
22. Boudali, H. and Duga, J.B. "A new Bayesian network approach to solve dynamic fault trees", in *Reliability and Maintainability Symposium, Proceedings. Annual*, pp. 451-456 (2005).
23. Montani, S., Portinale, L., Bobbio, A. and Codetta-Raiteri, D. "Radyban: A tool for reliability analysis of dynamic fault trees through conversion into dynamic Bayesian networks", *Reliability Engineering & System Safety*, **93**, pp. 922-932 (2008).
24. Bartlett, L.M., Hurdle, E.E. and Kelly, E.M. "Integrated system fault diagnostics utilising digraph and fault tree-based approaches", *Reliability Engineering & System Safety*, **94**, pp. 1107-1115 (2009).
25. Kavcic, M. and Juricic, D. "CAD for fault tree-based diagnosis of industrial processes", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **14**, pp. 203-216 (2001).
26. Simon, C., Weber, P. and Levrat, E. "Bayesian networks and evidence theory to model complex systems reliability", *Journal of Computers*, **2**, pp. 33-43 (2007).
27. Weber, P., Medina-Oliva, G., Simon, C. and Iung, B. "Overview on Bayesian networks applications for dependability, risk analysis and maintenance reas", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **25**, pp. 671-682 (2010).
28. Si, S., Cai, Z., Sun, S. and Zhang, S. "Integrated importance measures of multi-state systems under uncertainty", *Computers & Industrial Engineering*, **59**, pp. 921-928 (2010).
29. Si, S., Liu, G., Cai, Z. and Xia, P. "Using Bayesian networks and importance measures to indentify tumour markers for breast cancer", in *Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), 2011 IEEE International Conference on*, pp. 1826-1830 (2011).
30. Daemi, T., Ebrahimi, A. and Fotuhi-Firuzabad, M. "Constructing the Bayesian network for components reliability importance ranking in composite power systems", *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, **43**, pp. 474-480 (2012).
31. Van der Borst, M. and Schoonakker, H. "An overview of PSA importance measures", *Reliability Engineering & System Safety*, **72**, pp. 241-245 (2001).
32. Kuo, W. and Zhu, X. "Some recent advances on importance measures in reliability", *Reliability, IEEE Transactions on*, **61**, pp. 344-360 (2012).
33. Cheok, M.C., Parry, G.W. and Sherry, R.R. "Use of importance measures in risk-informed regulatory applications", *Reliability Engineering & System Safety*, **60**, pp. 213-226 (1998).
34. Pyeatt, L.D. and Howe, A.E. "Decision tree function approximation in reinforcement learning", *Proceedings of the Third International Symposium on Adaptive Systems Evolutionary Computation and Probabilistic Graphical Models*, **2**, pp. 70-77 (1998).

پیوست

اثبات DIM

لم ۱.

است با:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(\phi = 1)}{\partial p(S_{j,ifa} = 1)} &= \frac{p(\phi = 1/S_{j,ifa} = 1) - p(\phi = 1/S_{j,ifa} = 0)}{(p(S_{j,ifa} = 1) = 1) - (p(S_{j,ifa} = 1) = 0)} \\ &= \frac{p(\phi = 1/S_{j,ifa} = 1) - p(\phi = 1/S_{j,ifa} = 0)}{1 - 0} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial p(\phi = 1)}{\partial p(S_{j,ifa} = 1)} = p(\phi = 1/S_{j,ifa} = 1) - p(\phi = 1/S_{j,ifa} = 0)$$

اثبات لم ۱. از آنجا که مقدار ریسک با توجه به هر یک $p(S_{j,ifa} = 1)$ ها خطی است، مقدار $\frac{\partial p(\phi=1)}{\partial p(S_{j,ifa}=1)}$ ثابت است. این مقدار برابر با شیب تابع ریسک نسبت به $p(S_{j,ifa} = 1)$ است. مقدار این شیب با توجه به نقاط ابتدایی و انتهایی برابر

با استفاده از لم ۱ و قوانین دیفرانسیل داریم:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i f a = \backslash f a}^{M_j^{f a}} p(\phi = \backslash / S_{j, i f a} = \backslash) - p(\phi = \backslash / S_{j, i f a} = \circ) \\
 = & \frac{\sum_{i f a = \backslash f a}^{M_j^{f a}} p(\phi = \backslash / S_{j, i f a} = \backslash) - p(\phi = \backslash / S_{j, i f a} = \circ)}{\sum_{j = \backslash}^N \sum_{i f a = \backslash f a}^{M_j^{f a}} p(\phi = \backslash / S_{j, i f a} = \backslash) - p(\phi = \backslash / S_{j, i f a} = \circ)} \\
 = & \sum_{i f a = \backslash f a}^{M_j^{f a}} \text{DIM}^I(S_{j, i f a})
 \end{aligned}$$

برای به دست آوردن رابطه ی ۱۳ کافی است در اثبات، رابطه ی $dp(S_{j, i f a} = \backslash) = dp(S_{j, i f a} = \backslash) / p(S_{j, i f a} = \backslash) \times p(S_{j, i f a} = \backslash)$ را جایگزین کرد. با توجه به تساوی $dp(S_{j, i f a} = \backslash) / p(S_{j, i f a} = \backslash)$ برای همه ی حالت ها، این مقدار در صورت و مخرج حذف می شود و رابطه ی (۱۳) حاصل می شود.

$$\begin{aligned}
 \text{DIM}^I(x_j) &= \frac{\frac{\partial p(\phi = \backslash)}{\partial p(x_j = \backslash)} dp(x_j = \backslash)}{\sum_{j = \backslash}^N \frac{\partial p(\phi = \backslash)}{\partial p(x_j = \backslash)} dp(x_j = \backslash)} \\
 &= \frac{\frac{\partial p(\phi = \backslash)}{\partial p(x_j = \backslash)} \left(\sum_{i f a = \backslash f a}^{M_j^{f a}} \frac{\partial p(x_j = \backslash)}{\partial p(S_{j, i f a} = \backslash)} dp(S_{j, i f a} = \backslash) \right)}{\sum_{j = \backslash}^N \frac{\partial p(\phi = \backslash)}{\partial p(x_j = \backslash)} \left(\sum_{i f a = \backslash f a}^{M_j^{f a}} \frac{\partial p(x_j = \backslash)}{\partial p(S_{j, i f a} = \backslash)} dp(S_{j, i f a} = \backslash) \right)} \\
 &= \frac{\sum_{i f a = \backslash f a}^{M_j^{f a}} \frac{\partial p(\phi = \backslash)}{\partial p(S_{j, i f a} = \backslash)} dp(S_{j, i f a} = \backslash)}{\sum_{j = \backslash}^N \sum_{i f a = \backslash f a}^{M_j^{f a}} \frac{\partial p(\phi = \backslash)}{\partial p(S_{j, i f a} = \backslash)} dp(S_{j, i f a} = \backslash)}
 \end{aligned}$$