مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۷)
دوره‌ی ۱-۳۴، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۱۵-۲۶

Original Article

قیمت‌گذاری محصولات آزاد و مشترک تولیدکنندگان تلفن همراه و اپراتورهای خدمات مخابراتی در حالت‌های همکاری و عدم همکاری آن‌ها: رویکرد نظریه‌ی بازی

محمدرضا سینائی (کارشناسی ارشد)
مرتضی راستی بزرکی * (دانشیار)
ساجد زارع (کارشناسی ارشد)
دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان

امروزه با افزایش اهمیت ارتباطات، رقابت در زنجیره‌ی تأمین تلفن همراه با ورود شرکت‌های مختلف به شدت افزایش یافته است. این شرکت‌ها باید بتوانند در بازار رقابتی تصمیم‌گیری مناسبی داشته باشند و حتی با برخی دیگر از اعضای زنجیره همکاری کنند تا بتوانند بقای خود را در بازار حفظ کنند. در این مقاله یک زنجیره‌ی تأمین تلفن همراه شامل دو تولیدکننده‌ی تلفن همراه و دو اپراتور خدمات مخابراتی در نظر گرفته شده است. در این زنجیره سیاست‌های قیمت‌گذاری بهینه‌ی تولیدکنندگان برای تعیین قیمت خرده‌فروشی تلفن همراه در حالت فروش مستقل و در حالت همکاری با یکی از اپراتورها با ساختارهای قدرت مختلف بررسی شده است. در نهایت پس از ارائه‌ی یک مثال عددی، تحلیل حساسیت و بررسی اثر تغییرات قیمت خدمات آورده شده است. نتایج نشان می‌دهد که همکاری بین یک تولیدکننده‌ی تلفن همراه و یک اپراتور خدمات مخابراتی تأثیر بسزایی در سود هرکدام از طرفین دارد.

واژگان کلیدی: قیمت‌گذاری، اپراتورهای تلفن همراه، نظریه‌ی بازی، نش، استکلبرگ، تلفن همراه.

m.sinayi@in.iut.ac.ir
rasti@cc.iut.ac.ir
sajed.zare@in.iut.ac.ir

۱. مقدمه

دنیای فنّاوری در دو دهه‌ی گذشته پیشرفت‌های چشم‌گیری داشته است به نحوی که وسایل فنّاوری حال حاضر در مقابل وسایل دهه‌های قبل بسیار پیچیده‌تر و پیشرفته‌تر هستند. صنعت تلفن‌های همراه یکی از صنعت‌های پیشتاز دنیای فنّاوری است که در این بین نسبت به سایر صنعت‌ها پیشرفت‌های قابل توجهی داشته است. نیاز انسان به ارتباط با همنوع خود چه در درون یک جامعه‌ی کوچک و چه بین جوامع بزرگ باعث پررنگ‌تر شدن نقش تلفن‌های همراه در زندگی روزمره‌ی انسان‌ها شده است. ارتباط بین انسان‌ها از طریق تلفن‌های همراه به وسیله‌ی دو مجموعه صورت می‌گیرد که یکی دستگاه‌های تلفن همراه است و دیگری اپراتورهای ارائه‌دهنده‌ی خدمات مخابراتی. در نتیجه دو عضو مهم زنجیره‌ی تأمین تلفن‌های همراه، سازندگان تلفن‌های هوشمندِ همراه و اپراتورهای ارائه‌دهنده‌ی خدمات مخابراتی هستند که در این بین ارتباط بین انسان‌ها را از فاصله‌های کم و زیاد برقرار می‌کنند. یک ارتباط خوب و با کیفیت نیازمند دستگاه‌های تلفن همراه با کیفیت و همچنین خدمات مخابراتی با کیفیت است.[1] افزایش تعداد تولیدکنندگان تلفن‌های همراه و همچنین افزایش تعداد اپراتورهای خدمات مخابراتی در دنیای امروز باعث افزایش رقابت بین تولیدکنندگان تلفن‌های همراه و نیز افزایش رقابت بین اپراتورهای خدمات مخابراتی شده است. رقابت شدید درون زنجیره‌ی تأمین تلفن‌های همراه که بین سازندگان تلفن‌های همراه و بین اپراتورهای خدمات مخابراتی وجود دارد باعث شده است که اعضای این دو مجموعه برای جذب بیشتر مشتریان و کسبِ سهمِ بیشتر در بازار اقدام به همکاری با اعضای مجموعه‌ی دیگر کنند. این همکاری به نحوی است که برای مثال وقتی در یک جامعه، تلفنِ همراهِ یک سازنده‌ی تلفن‌های هوشمند محبوبیت بالایی داشته باشد اپراتورهای خدمات مخابراتی برای این‌که مشتریان بیش‌تری کسب کنند با سازنده‌ی تلفن همراه مورد نظر همکاری می‌کنند و در قالب یک بسته‌ی مشترک که شامل تلفن همراه سازنده‌ی تلفن‌های هوشمند و خدمات مخابراتی اپراتور است محصول خود را به مشتریان عرضه می‌کنند. این همکاری می‌تواند برعکس نیز باشد یعنی اگر در جامعه‌یی یک اپراتور خدمات مخابراتی، خدماتِ گسترده‌تر و با کیفیت‌تری ارائه کند

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۶/۲۵، اصلاحیه ۱۳۹۵/۵/۱۲، پذیرش ۱۳۹۵/۵/۲۰.
DOI:10.24200/J65.2018.5608

سازندگان تلفن‌های هوشمند اقدام به همکاری با اپراتور مورد نظر می‌کنند تا از این طریق سهم خود را در بازار نسبت به رقبا افزایش دهند.

بازار تلفن‌های هوشمند و خدمات مخابراتی مرتبط از دو مجموعه‌ی محصول آزاد[1] و محصول مشترک (همراه)[2] تشکیل شده است. منظور از محصول آزاد محصول یا خدمتی است که تولیدکننده‌ی تلفن‌های همراه و اپراتور خدمات مخابراتی بدون همکاری با هم به مشتریان عرضه می‌کنند. محصول مشترک نیز محصولی است که یک تولیدکننده‌ی تلفن همراه با یک اپراتور خدمات مخابراتی همکاری و محصول و خدمت خود را در قالب یک بسته مشترک به مشتریان عرضه می‌کنند. تفاوت این دو نوع مجموعه در این است که تلفن همراه محصول آزاد سیم‌کارت‌های اپراتورهای مختلف را پشتیبانی می‌کند اما تلفن همراه محصول مشترک در طول مدت قرارداد فقط و فقط سیم‌کارت اپراتور آن خدمات مخابراتی را پشتیبانی می‌کند که تولیدکننده‌ی تلفن‌های همراه با آن همکاری کرده است و سیم‌کارت‌های سایر اپراتورها را پشتیبانی نمی‌کند. در نتیجه مشتریان می‌توانند گوشی‌ها و خدمات خود را به صورت یک بسته یا محصول مشترک از تولیدکنندگان یا اپراتورهای ارائه دهنده‌ی خدمات تلفن همراه یا از یک بخش سوم مثل خرده فروشانِ گوشی‌های همراه یا معادل آن انتخاب کنند، آن‌ها می‌توانند گوشی‌ها را از تولیدکنندگان تلفن همراه و خدمات را از اپراتورهای خدمات مخابراتی به‌طور جداگانه (محصول و خدمت آزاد) خرید کنند. معمولاً از عبارات کانال همراه و کانال آزاد به ترتیب برای توصیف دو کانالِ متفاوتِ ذکر شده استفاده می‌شود. در کانال همراه یک تولیدکننده، گوشی موبایلی طراحی می‌کند که فقط با یک اپراتور خدمات مخابراتی کار می‌کند و مشتریان باید هم گوشی و هم خدمت را از تولیدکننده یا اپراتور خدمات مخابراتی بخرند. در کانال آزاد، تولیدکننده با چندین اپراتور خدمات مخابراتی کار می‌کند و مشتریان می‌توانند گوشی را از تولیدکننده و خدمت را از یکی از اپراتورهای خدمات مخابراتی به صورت جداگانه بخرند.[1] هر دو کانال همراه و آزاد در بسیاری از بازارهای مهمِ گوشی‌های تلفن هوشمند جهان معروف و شناخته شده هستند. از جمله‌ی این بازارها می‌توان به چین، ایالات متحده (US) و انگلستان (UK) اشاره کرد. برای مثال، مصرف‌کنندگان در این کشورها می‌توانند گوشی‌های آی‌فون[3] را از فروشگاه‌های اپل به صورت یک گوشی مستقل یا به صورت یک گوشی همراه با قراردادِ خدمات بخرند.[1] در کشور ما نیز برای اولین بار اپراتور همراه اول بسته‌یی (محصول مشترکی) به مشتریان ارائه کرد که شامل یک دستگاه تلفن همراه هواوی p6 و یک سیم‌کارت همراه اول بود. گوشی همراه عرضه شده در این بسته به گونه‌یی طراحی شده بود که فقط و فقط سیم‌کارت‌های همراه اول را پشتیبانی می‌کرد و سیم‌کارت‌های سایر اپراتورها را پشتیبانی نمی‌کرد. بعد از آن نیز اپراتور ایرانسل و سایر اپراتورها با سایر سازندگان دستگاه‌های تلفن همراه همکاری و بسته‌هایی به مشتریان عرضه کردند. با وجود این در کشور ما هنوز کانال همراه زیاد مورد توجه قرار نگرفته است و امری نوپاست؛ در نتیجه پژوهش حاضر می‌تواند راهنما و یاری کننده‌ی تولیدکنندگان و اپراتورها در مسائل قیمت‌گذاری و انتخاب کانال باشد. با توجه به دانش و آگاهی ما، تا کنون پژوهشی که مسئله‌ی انتخاب کانال در یک مدل زنجیره‌ی تأمین با چند تولیدکننده و چند اپراتور را بررسی کرده باشد که در آن مصرف‌کنندگان نهایی بتوانند محصول و خدمت خود را به ترتیب از تولیدکنندگان بالادست و اپراتورهای خدمات پایین‌دست بخرند و یا بتوانند بسته‌های محصول و خدمت همراه را به‌طور مستقیم از هر کدام بخرند، انجام نشده است. هدف ما این است که با ارائه‌ی یک مدل تحلیلی و روش تجزیه و تحلیل برای مدل‌سازی هم‌زمان و برآورد سیاست‌های قیمت‌گذاری بهینه و انتخاب کانال با ساختارهای قدرت مختلف در زنجیره‌ی تأمین ذکر شده، کمکی به شکاف پژوهشی بیان شده کرده باشیم. مسائل قیمت‌گذاری، تعیین یارانه و انتخاب کانال در محیط یک زنجیره‌ی تأمین که شامل یک تولیدکننده و یک اپراتور خدمات مخابراتی است و ساختارهای قدرت مختلفی دارد، بررسی شده است. تولیدکننده ممکن است که دستگاه‌های تلفن همراه را به صورت مستقیم در یک کانال آزاد به مصرف‌کنندگان بفروشد یا ممکن است آن‌ها را از طریق یک اپراتور خدمات مخابراتی و در یک کانال همراه به مصرف‌کنندگان بفروشد. در مقابل قیمت‌های بالا و اختلاف بسیار زیاد گوشی‌ها در بازار گوشی‌های هوشمند با توجه به چرخه‌ی عمر کوتاه محصول و توسعه سریع فنّاوری، قیمت خدمات نسبتاً با ثبات‌تر است. بنابراین، علاوه‌بر مسئله‌ی انتخاب کانال، این پژوهش به‌طور عمده بر سیاست‌های قیمت‌گذاری گوشی‌های هوشمند تولیدکنندگان تمرکز دارد.

لازم است اشاره شود که اعضای مختلف زنجیره‌ی تأمین در رقابت با یکدیگر قدرت‌های متفاوتی دارند که برخی مواقع قدرت دو عضو از زنجیره‌ی تأمین برابر و در برخی موارد قدرت عضوی از زنجیره‌ی تأمین از عضوی دیگر بیشتر است (مانند روابط بین خودروسازان و قطعه‌سازان، روابط بین دولت و بنگاه‌های اقتصادی و ...). این تفاوت قدرت در اتخاذ تصمیمات در یک بازار رقابتی اثرگذار است: هم از لحاظ توالی اتخاذ تصمیمات و هم نوع اتخاذ تصمیمات. با توجه به انواع بازارهای موجود و قدرت اعضا در این بازارها، انواع بازی‌های نظریه‌ی بازی پیاده‌سازی و حل می‌شود. در پژوهش حاضر با توجه به نوع کانال، در کانال آزاد معمولاً فرض بر این است که اعضا قدرت یکسانی در بازار دارند و در نتیجه در این ساختار بازی نش مناسب است. در کانال همراه هم دو ساختار بازی نش (قدرت‌های یکسان و در نتیجه تصمیمات هم‌زمان) و نش ـ استکلبرگ (قدرت‌های نابرابر و در نتیجه تصمیمات رهبر ـ پیرو) با توجه به نوع همکاری مطرح شده در مقاله ارائه شده است.

۲. بررسی پژوهش‌های پیشین

پژوهش‌های مرتبط با مسائل قیمت‌گذاری و انتخاب کانال بسیار است و در سال‌های اخیر مسائل انتخاب کانال بسیار مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. در ادامه پژوهش‌های صورت‌گرفته در زمینه‌های زنجیره‌ی تأمین تلفن‌های هوشمند، قیمت‌گذاری و مسائل انتخاب کانال با ساختارهای مختلف قدرت بررسی خواهد شد. کاتالان و همکاران[2] کارایی عملکرد را در زنجیره‌ی تأمین تلفن همراه و تحت عوامل برون‌زا تجزیه و تحلیل کرده‌اند. آن‌ها دریافتند که پاسخگویی در یک شبکه‌ی تلفن همراه یک متغیر مفید و یک عامل حیاتی برای تجزیه و تحلیل زنجیره‌ی تأمین تلفن همراه است. پژوهش آن‌ها بیشتر بر اهمیت پاسخگویی تمرکز کرده است و همچنین مهم بودن همکاری بین اعضای زنجیره‌ی تأمین برای بهبود پاسخگویی زنجیره‌ی تأمین را نشان داده است. ددریک و همکاران[3] یک چارچوب بر اساس نظریه‌های راهبردی سازمان را به کار گرفته و یک روش جدید برای اندازه‌گیری ارزش کسب شده در مدل‌های تلفن همراه ارائه کرده‌اند. آن‌ها در پژوهش خود توزیع ارزش در زنجیره‌ی تأمین تلفن‌های همراه را بر اساس داده‌های سطح محصول تجزیه و تحلیل کرده‌اند و دریافته‌اند که حاملان و سازندگان تلفن‌های همراه بیش‌ترین سود را از هر دستگاه تلفن همراه کسب می‌کنند. شین[4] به بررسی یک مدل شاخص رضایت مشتری برای تلفن‌های هوشمند به منظور استخراج یک شاخص رضایت از خدمات هوشمند پرداخته است. انگ[5] به بررسی چالش‌های فنّاوری تلفن همراه برای پیاده‌سازی موفقیت‌آمیز مدیریت زنجیره‌ی تأمین تلفن همراه پرداخته است. کری‌سلی و همکاران[6] رقابت میان اپراتورهای شبکه‌ی تلفن همراه در زنجیره‌ی تأمین ارتباطات را با تمرکز بر اجزای مختلف زنجیره‌ی ارزش، مزیت‌های رقابتی و راهبردهای ارزش بررسی کرده‌اند. نتایج پژوهش آن‌ها اطلاعاتی درباره‌ی تغییرات قیمت خرده‌فروشی، سهم‌های

بازار و تخصیص سود برای اتخاذ راهبردهای مناسب ارائه می‌دهد. در میان مطالعات با رویکرد کمّی، جیانگ و همکاران[۷] یک سازوکار برای کمک به تصمیم‌گیرندگان و اعضای زنجیره‌ی تأمین تلفن همراه در انتخاب راهبردهای مناسب با بیشترین سود ارائه کرده‌اند. آن‌ها برای این کار از یک رویکرد شبیه‌سازی برای مطالعه‌ی سازوکارهای رقابتی و مشارکتی برای زنجیره‌های خدمات تلفن همراه بهره گرفته‌اند. ایده‌ی اصلی رویکرد آن‌ها بر اساس یک سیستم چندعاملی است. چاودری[۸] به تجزیه و تحلیل عوامل کیفیت خدمات مخابراتی در کشور هند با فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی پرداخته است.

چن و همکاران[۹] به بررسی مسائل مربوط به راهبردهای قیمت‌گذاری یک تولیدکننده در یک زنجیره‌ی تأمین دو سطحی که شامل یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش رقیب است پرداخته‌اند. توابع تقاضا در پژوهش آن‌ها وابسته به مدت گارانتی محصول در نظر گرفته شده است. آن‌ها همچنین به بررسی اثرات راهبردهای قیمت‌گذاری مختلف تولیدکننده بر روی تصمیمات و سود زنجیره‌ی تأمین پرداخته‌اند. جعفری و همکاران[۱۰] به بررسی تصمیمات قیمت‌گذاری و سفارش در یک زنجیره‌ی تأمین دو کانالی که متشکل از یک تولیدکننده‌ی انحصاری و دو خرده‌فروش است، پرداخته‌اند. آن‌ها در پژوهش خود تصمیمات تعادلی را با سناریوهای بازی مختلف بین خرده‌فروشان و تولیدکننده تعیین کرده و به مقایسه‌ی آن‌ها پرداخته‌اند. لی و همکاران[۱۱] به بررسی سیاست‌های قیمت‌گذاری و سیاست‌های تولید محصول سبز در یک زنجیره‌ی تأمین با کانال توزیع دوگانه پرداخته‌اند که در آن تولیدکننده یک محصول سبز را تولید و از طریق کانال‌های فروش مستقیم و خرده‌فروشی به دست مشتری نهایی می‌رساند. آن‌ها در مدل خود هزینه‌ی سبز بودن را در نظر گرفته و مسئله را در دو حالت متمرکز و غیرمتمرکز با استفاده از رویکرد نظریه‌ی بازی حل کرده‌اند و نتایج به دست آمده از هر دو حالت را با هم مقایسه کرده‌اند. یافته‌های آن‌ها نشان می‌دهد که در پژوهش آن‌ها قیمت خرده‌فروشی در زنجیره‌ی تأمین سبز متمرکز بیشتر از قیمت خرده‌فروشی در زنجیره‌ی تأمین سبز غیرمتمرکز است که این نتیجه با نتایج حاصل از حاشیه‌گذاری دوگانه[۴] تناقض دارد. داداشی و همکاران[۱۲] مسئله‌ی قیمت‌گذاری در یک زنجیره‌ی تأمین متمرکز دوسطحی را بررسی کرده‌اند که شامل یک خرده‌فروش و دو حمل و نقل کننده است و از رویکرد نظریه‌ی بازی برای به دست آوردن تصمیمات تعادلی استفاده کرده‌اند.

کای[۱۳] به بررسی تأثیر ساختارهای کانال و هماهنگی کانال بر روی تأمین‌کننده، خرده‌فروش و کل زنجیره‌ی تأمین پرداخته است. کای در پژوهش خود ناحیه‌های پارتو را تجزیه و تحلیل کرده و دریافته است که انتخاب کانال و هماهنگی ترجیحات وابسته به پارامترهایی مانند تقاضای پایه‌ی کانال، قابلیت جایگزینی کانال و هزینه‌های عملیاتی است. پن و همکاران[۱۴] یک زنجیره‌ی تأمین شامل دو تولیدکننده و یک خرده‌فروش را در نظر گرفته‌اند که در آن هر تولیدکننده می‌تواند از بین دو نوع قرارداد تسهیم درآمد و قیمت عمده‌فروشی یکی را برای همکاری با خرده‌فروش انتخاب کند. آن‌ها اثر ساختارهای قدرت مختلف را بر روی نتایج هر دو نوع قرارداد بررسی کرده‌اند. آن‌ها در پژوهش خود همچنین با در نظر گرفتن دو خرده‌فروش و یک تولیدکننده اثر ساختارهای قدرت مختلف را بر نوع انتخاب قرارداد برای خرده‌فروشان نیز بررسی کرده‌اند. چن و همکاران[۱۵] به بررسی سیاست‌های قیمت‌گذاری و تولید برای دو کارخانه با کارایی‌های متفاوت پرداخته‌اند و اثر مالیات اعمال شده توسط دولت برای انتشار گازهای گل‌خانه‌یی را بر قیمت‌گذاری محصول نهایی بررسی کرده‌اند. برای حل مسئله نیز از رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها استفاده شده است.

وی و همکاران[۱۶] قیمت‌گذاری دو محصول مکمل از دو تولیدکننده و یک خرده‌فروش مشترک را با استفاده از ساختار نظریه‌ی بازی بررسی کرده‌اند. آن‌ها در پژوهش خود با در نظر گرفتن ساختارهای قدرت مختلف میان اعضای زنجیره‌ی تأمین به مطالعه‌ی انواع مدل‌های قیمت‌گذاری تحت تصمیمات غیرمتمرکز پرداخته‌اند. گائو و همکاران[۱۷] اثر ساختارهای قدرت مختلف را بر عملکرد و تصمیمات بهینه در یک زنجیره‌ی تأمین بسته با تقاضای وابسته به قیمت و تلاشِ فروش بررسی کرده‌اند. آن‌ها در پژوهش خود تولیدکننده‌یی را در نظر گرفته‌اند که با سرمایه‌گذاری در فعالیت‌های جمع‌آوری محصولاتِ مصرفی نظیر تبلیغات برای سیاست‌های بازیافت، خدمات آمادی معکوس و برنامه‌های آموزشی کارکنان سعی در افزایش تقاضای بازار و نرخ بازگشت محصولات دارد. هوانگ و همکاران[۱۸] مسئله‌ی قیمت‌گذاری را برای دو تولیدکننده که محصولات جایگزین تولید می‌کنند بررسی کرده‌اند. آن‌ها در مسئله‌ی خود هزینه‌های تولید، هزینه‌های فروش و تقاضا را با متغیرهای غیرقطعی توصیف کرده‌اند و تصمیمات بهینه‌ی قیمت‌گذاری را با ساختارهای قدرت مختلف به دست آورده‌اند. سلیمانی[۱۹] اثر ساختارهای قدرت مختلف بازار را بر تصمیمات قیمت‌گذاری در یک زنجیره‌ی تأمین دوکاناله بررسی کرده است. سلیمانی در پژوهش خود هزینه‌های تولید و تقاضای مشتریان را متغیرهای فازی در نظر گرفته و از دو مدل قیمت‌گذاری متمرکز و استکلبرگ تولیدکننده برای به دست آوردن تصمیمات بهینه استفاده کرده است. ژائو و همکاران[۲۰] تصمیمات قیمت‌گذاری را برای دو محصول جایگزین در یک زنجیره‌ی تأمین با یک خرده‌فروش مشترک و دو تولیدکننده‌ی رقیب بررسی کرده‌اند. هدف پژوهش آن‌ها تحلیل اثرات راهبردهای رقابتی متفاوت تولیدکنندگان و ساختارهای قدرت مختلف اعضای زنجیره‌ی تأمین بر روی تصمیمات قیمت‌گذاری بهینه است. چوی[۲۱] در پژوهش خود بر خرده‌فروشان قدرتمندی متمرکز شده است که در برخی موارد از تولیدکنندگان بزرگ‌تر هستند و چندین برند را به فروش می‌رسانند و به بررسی مدل‌های رقابت قیمت در زنجیره‌ی تأمین پرداخته است. چوی یک ساختار کانالی را مد نظر قرار داده است که شامل دو تولیدکننده و دو خرده‌فروش مشترک است. یافته‌های پژوهش چوی نشان می‌دهد که تمایز محصول به تولیدکنندگان کمک می‌کند اما به خرده‌فروشان لطمه می‌زند و همچنین نشان می‌دهد که تمایز فروشگاه به خرده‌فروشان کمک می‌کند اما برعکس به تولیدکنندگان لطمه می‌زند.

با این حال، با وجود افزایش توجه روی مدیریت کانال در پژوهش‌های زنجیره‌ی تأمین و بازاریابی، مطالعات بسیار کمی بر اساس صنعت تلفن‌های هوشمند، که سریع‌ترین رشد را در دهه‌ی گذشته داشته است، صورت گرفته است.[۱] علاوه بر این، تعداد کمی مقاله روی اثر ساختارهایِ قدرتِ مختلفِ زنجیره‌ی تأمین بر تولیدکننده، ارائه‌دهنده‌ی خدمات و کل زنجیره‌ی تأمین در محیط دو کانال رقابتی تمرکز کرده‌اند. چن و همکاران[۱] تصمیمات انتخاب کانال را با ساختارهای قدرت مختلف بررسی کرده‌اند. آن‌ها زنجیره‌ی تأمینی شامل یک تولیدکننده‌ی تلفن همراه و یک اپراتور خدمات مخابراتی را در نظر گرفته‌اند و اثر ساختار قدرت را بر این زنجیره بررسی کرده‌اند. ولی یکی از ضعف‌های کار آن‌ها دور بودن زنجیره‌ی تأمین در نظر گرفته شده و نیز تابع تقاضای فرض شده از دنیای واقعی است. زیرا فرض یک تولیدکننده و یک اپراتور باعث شده است که تابع تقاضا اثرات رقابت بین تولیدکنندگان و اپراتورها را به درستی نشان ندهد. ضعف دیگر کار آن‌ها در نظر نگرفتن محصول آزادِ تولیدکننده، همراه با محصولِ مشترک در یک کانال همراه است. که در نتیجه آن‌ها در کانال همراه فرض کرده‌اند که هیچ‌گونه محصول آزادی در بازار وجود ندارد که این فرض در دنیای واقعی وجود ندارد و در نتیجه در نتایج مسئله بسیار تأثیرگذار است. در این پژوهش ضعف‌های ذکر شده برطرف شده و نتایج نیز به خوبی گویای این مسئله است. پژوهش حاضر پژوهش‌های موجود را به‌طور خاص با بررسی زنجیره‌های تلفن همراه

و اثر ساختارهای قدرت مختلف روی قیمت‌گذاری، تصمیم‌گیری‌های انتخاب کانال در زمینه‌ی زنجیره‌ی تأمین تلفن‌های هوشمند گسترش می‌دهد که در آن تولیدکنندگان بالادست و اپراتورهای خدمات پایین‌دست به صورت مستقیم با مصرف‌کنندگان روبرو می‌شوند و محصول و خدمت ارائه‌شده توسط آن‌ها برای رفع نیازهای مصرف‌کنندگان ضروری است.

۳. مدل و فرضیات

در این پژوهش زنجیره‌ی تأمینی را در نظر می‌گیریم که شامل دو تولیدکننده‌ی تلفن همراه و دو اپراتور خدمات مخابراتی است. قیمت خرده‌فروشی دستگاه‌های تلفن همراه تولیدکنندگان ۱ و ۲ به ترتیب برابر با p_{m_1} و p_{m_2} است و هزینه‌ی تولید هر واحد گوشی تلفن همراه برابر با c_{m_1} و c_{m_2} است، $(p_{m_1} > c_{m_1})$ و $(p_{m_2} > c_{m_2})$. قیمت هر واحد خدمات مخابراتی اپراتورها برابر با p_{o_1} و p_{o_2} است و هزینه‌ی هر واحد خدمات اپراتورها نیز برابر با c_{o_1} و c_{o_2} است، $(p_{o_1} > c_{o_1})$ و $(p_{o_2} > c_{o_2})$. قیمت و هزینه‌ی خدمات طول مدت قرارداد خدمات را پوشش می‌دهد. برای یک تولیدکننده‌ی تلفن‌های همراه خاص (مثلاً تولیدکننده ۱) در یک کانال زنجیره‌ی تأمین آزاد، تنها یک منبع درآمد برای تولیدکننده تلفن‌های هوشمند وجود دارد، که فروش خود دستگاه‌های تلفن هوشمند است. در یک کانال همراه، درآمدهای تولیدکننده ناشی از فروش خود دستگاه‌های تلفن هوشمند به علاوه‌ی میزان یارانه‌یی $\rho(-p_m < \rho < p_o)$ است که اپراتور خدمات مخابراتی (مثلاً اپراتور ۱) به تولیدکننده می‌دهد. در همان زمان، درآمد اپراتور خدمات مخابراتی برابر با درآمد حاصل از خدمات منهای میزان یارانه است؛ بنابراین، برخی از فرضیات کلیدی مدل به همراه پارامترها و متغیرها به شرح زیر خواهد بود:

- مسئله‌ی انتخاب کانال در یک مدل زنجیره‌ی تأمین متوالی که شامل دو تولیدکننده‌ی بالادست و دو اپراتور خدمات پایین‌دست است، در نظر گرفته شده است. این فرض به‌طور گسترده‌یی در مدیریت کانال زنجیره‌ی تأمین استفاده و قابل اجرا برای بسیاری از محیط‌هاست به ویژه آن دسته از محصولات که دارای فنّاوری بالا هستند از جمله تلفن‌های هوشمند.
- قیمت واحد خدمات مخابراتی اپراتورها p_{o_1} و p_{o_2} فرض شده که ثابت است. این نیز در بازار تلفن‌های هوشمند رایج است که قیمت خدمات نسبتاً در مقایسه با قیمت‌های بالا و اختلاف بسیار زیاد گوشی‌های تلفن هوشمند با ثبات‌تر است.[۱]
- شبیه به تابع تقاضای متعارف، در اینجا نیز توابع تقاضا به صورت خطی و قطعی فرض می‌شود. این تابع تقاضا اغلب در مدیریت عملیات و تحقیقات بازاریابی و در برخی تحقیقات اقتصادی استفاده می‌شود.[۱]

- **پارامترهای مسئله**

β_1, β_5 به ترتیب فاکتور حساسیت تقاضای تلفن همراه تولیدکننده ۱ و ۲ به تغییرات قیمت آن‌ها

θ_1, θ_4 به ترتیب فاکتور حساسیت تقاضای خدمات اپراتور ۱ و ۲ به تغییرات قیمت آن‌ها

$\theta_2, \theta_7, \theta_5, \theta_8$ ،$\beta_2, \beta_3, \beta_6, \beta_7$ فاکتور حساسیت تقاضای هرکدام از محصولات یا خدمات به تغییرات قیمت سایر محصولات یا خدمات

α_1, α_2 به ترتیب تقاضای پایه‌ی تلفن همراه تولیدکننده ۱ و ۲

α_7, α_8 به ترتیب تقاضای پایه‌ی خدمات اپراتور ۱ و ۲

$p^f_{o_1}, p^f_{o_2}$ قیمت واحد خدمات مخابراتی اپراتورهای ۱ و ۲ درکانال آزاد

- **متغیرهای تصمیم**

$p^f_{m_1}, p^f_{m_2}$ قیمت خرده‌فروشی تلفن همراه تولیدکننده‌های تلفن همراه ۱ و ۲ در کانال آزاد

$\rho^b_{m_1}$ میزان یارانه‌یی که اپراتور خدمات مخابراتی ۱ به تولیدکننده تلفن همراه ۱ می‌دهد.

$p^b_{m_1}$ قیمت تلفن همراه محصول مشترک تولیدکننده ۱ و اپراتور ۱ درکانال همراه

- **متغیرهای کمکی**

$D^f_{m_1}, D^f_{m_2}$ تابع تقاضای تولیدکننده‌های تلفن همراه ۱ و ۲ درکانال آزاد

$D^f_{o_1}, D^f_{o_2}$ تابع تقاضای اپراتورهای خدمات مخابراتی ۱ و ۲ درکانال آزاد

$D^b_{m_1}$ تابع تقاضای محصول مشترک تولیدکننده تلفن همراه ۱ و اپراتور ۱ درکانال همراه

$\pi^f_{m_1}, \pi^f_{m_2}$ تابع سود تولیدکننده‌های تلفن همراه ۱ و ۲ درکانال آزاد

$\pi^f_{o_1}, \pi^f_{o_2}$ تابع سود اپراتورهای خدمات مخابراتی ۱ و ۲ درکانال آزاد

$\pi^b_{m_1}$ تابع سود تولیدکننده‌ی تلفن‌های همراه ۱ درکانال همراه

$\pi^b_{o_1}$ تابع سود اپراتور خدمات مخابراتی ۱ درکانال همراه

۳.۱. مدل کانال آزاد

همان‌طورکه ذکر شد در این مقاله زنجیره‌ی تأمینی در نظرگرفته می‌شود که شامل دو تولیدکننده‌ی تلفن همراه و دو اپراتور خدمات مخابراتی است. هرکدام از تولیدکنندگان تلفن همراه می‌تواند با هرکدام از اپراتورهای خدمات مخابراتی همکاری و یک محصول مشترک به مشتریان عرضه کند یا این‌که به صورت آزاد محصول یا خدمت خود را به مشتریان عرضه کند.

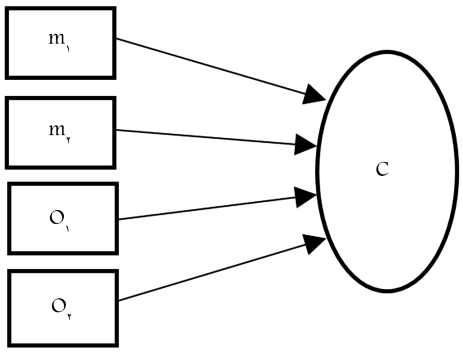
نمای کلی زنجیره‌ی تأمین مورد نظر به صورت شکل ۱ است. درکانال آزاد هرکدام از بازی‌کنان به صورت جداگانه محصولات و خدمات خود را تولید و به مشتریان عرضه می‌کنند.

توابع تقاضای هرکدام نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$D^f_{m_1} = \alpha_1 - \beta_1 p^f_{m_1} - \beta_2 (p^f_{o_1} + p^f_{o_2}) + \beta_3 p^f_{m_2} \quad (1)$$

$$D^f_{m_2} = \alpha_2 - \beta_5 p^f_{m_2} - \beta_6 (p^f_{o_1} + p^f_{o_2}) + \beta_7 p^f_{m_1} \quad (2)$$

$$D^f_{o_1} = \alpha_4 - \theta_1 p^f_{o_1} - \theta_2 (p^f_{m_1} + p^f_{m_2}) + \theta_3 p^f_{o_2} \quad (3)$$



شکل ۱. نمای کلی زنجیره‌ی تأمین تلفن همراه در حالت کانال آزاد.

$$D^f_{o_2} = \alpha_5 - \theta_2 p^f_{o_2} - \theta_5 (p^f_{m_1} + p^f_{m_2}) + \theta_6 p^f_{o_1} \quad (۴)$$

هنگامی که زنجیره‌ی تأمین تلفن‌های هوشمند یک کانال آزاد را انتخاب می‌کند، دنباله‌ی اتفاقات به شرح زیر خواهد بود.

ابتدا، تولیدکننده‌ی تلفن‌های هوشمند تصمیم می‌گیرد که قیمت خرده‌فروشی تلفن هوشمند با توجه به تقاضای مشتری چقدر باشد. سپس، هنگامی که تقاضای مشتری به وقوع پیوست، تولیدکننده به درآمد فروش خواهد رسید و اپراتور خدمات مخابراتی نیز به درآمد خدمات خود دست پیدا می‌کند. توابع سود هر کدام نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$\pi^f_{m_1} = p^f_{m_1} D^f_{m_1} - c_{m_1} D^f_{m_1} \quad (۵)$$

$$\pi^f_{m_2} = p^f_{m_2} D^f_{m_2} - c_{m_2} D^f_{m_2} \quad (۶)$$

$$\pi^f_{o_1} = p^f_{o_1} D^f_{o_1} - c_{o_1} D^f_{o_1} \quad (۷)$$

$$\pi^f_{o_2} = p^f_{o_2} D^f_{o_2} - c_{o_2} D^f_{o_2} \quad (۸)$$

بخش اول عبارت‌های بالا برابر با درآمد فروش و بخش دوم برابر با هزینه‌ی تولید یا خدمات است.

۱.۱.۳. بازی نش کانال آزاد

در مدل کانال آزاد و بازی نش، همه‌ی بازیکنان به صورت هم‌زمان تصمیمات خود را اخذ می‌کنند و هر کدام تابع پاسخ خود را در جواب به تصمیمات سایر بازیکنان تعیین می‌کنند تا بر اساس آن سود خود را در برابر سایر بازیکنان بیشینه کنند. در این بازی (نش) قدرت بازیکنان در یک سطح فرض می‌شود.

- قضیه ۱. قیمت خرده‌فروشی بهینه‌ی تولیدکنندگان تلفن همراه در یک کانال آزاد و با ساختار نش برابر خواهد بود با:

$$p^f_{m_1} = \frac{C_1 - C_2 (p^f_{o_1} + p^f_{o_2})}{A} \quad (۹)$$

$$p^f_{m_2} = \frac{C_3 - C_4 (p^f_{o_1} + p^f_{o_2})}{A} \quad (۱۰)$$

که

$$A = 4\beta_1\beta_5 - \beta_3\beta_7 \qquad C_4 = 2\beta_1\beta_6 + \beta_2\beta_7$$

$$C_1 = \alpha_2\beta_3 + 2\alpha_1\beta_5 + 2c_{m_1}\beta_1\beta_5 + c_{m_2}\beta_2\beta_5$$

$$C_2 = 2\beta_2\beta_5 + \beta_3\beta_6$$

$$C_3 = 2\alpha_2\beta_1 + 2c_{m_2}\beta_1\beta_5 + \alpha_1\beta_7 + c_{m_1}\beta_1\beta_7$$

اثبات:

$$\frac{d^2\pi^f_{m_1}}{dp^f_{m_1}{}^2} = -2\beta_1 < 0$$

$$\frac{d^2\pi^f_{m_2}}{dp^f_{m_2}{}^2} = -2\beta_5 < 0$$

بنابراین توابع $\pi^f_{m_1}$ و $\pi^f_{m_2}$ بر حسب $p^f_{m_1}$ و $p^f_{m_2}$ مقعر هستند و در $\frac{d\pi^f_{m_1}}{dp^f_{m_1}} = 0$ و $\frac{d\pi^f_{m_2}}{dp^f_{m_2}} = 0$ دارای بیشینه هستند.□

بنابر قضیه‌ی ۱، در یک کانال آزاد قیمت‌های خرده‌فروشیِ بهینه‌ی تولیدکننده‌های تلفن‌های همراه وجود دارد و یکتا نیز هستند.

- نتیجه ۱: بر اساس (۱۶) و قضیه‌ی ۱ قیمت‌های خرده‌فروشی تلفن‌های همراه هر دو تولیدکننده در نقطه‌ی تعادل نش توابعی صعودی بر حسب c_{m_1} و c_{m_2} و توابعی نزولی بر حسب $p^f_{o_1}$ و $p^f_{o_2}$ هستند. بنابراین، در یک کانال آزاد و ساختار نش اگر تقاضای اولیه و هزینه‌ی تولید تلفن‌های هوشمند بالا باشد، تولیدکننده‌ی تلفن‌های هوشمند قیمت خرده‌فروشی را بالا تعیین خواهد کرد. از سوی دیگر، اگر حساسیت مشتریان به قیمت خرده‌فروشی تلفن‌های هوشمند و قیمت خدمات اپراتور خدمات مخابراتی بالا باشد، آنگاه تولیدکننده قیمت پایینی برای خرده‌فروشی تعیین خواهد کرد.

۲.۳. مدل کانال همراه

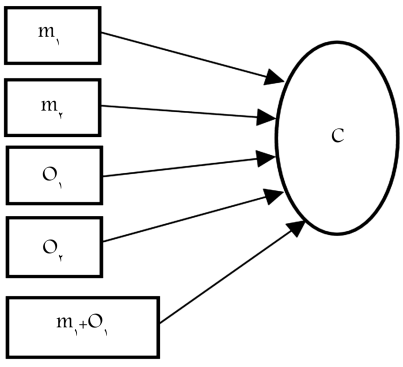
برای کانال همراه فرض می‌شود که تولیدکننده تلفن‌های همراه ۱ و اپراتور خدمات مخابراتی ۱ با هم همکاری می‌کنند و هرکدام علاوه‌بر محصول و خدمات کانال آزاد خود که قبلاً داشته‌اند یک محصول مشترک به مشتریان ارائه می‌کنند که شامل یک دستگاه تلفن همراه تولید شده توسط تولیدکننده‌ی ۱ و همچنین خدمات مخابراتی اپراتور ۱ است. همچنین فرض می‌کنیم که سایر بازیکنان همانند حالت قبل یعنی همانند کانال آزاد به صورت جداگانه محصول و خدمات خود را تولید و به مشتریان عرضه می‌کنند. بنابراین کانال همراه فقط بین تولیدکننده‌ی ۱ و اپراتور ۱ برقرار است (شکل ۲).

در کانال همراه، تولیدکننده‌ی ۱ سه منبع درآمد دارد: درآمد فروش حاصل از محصول آزاد، به‌علاوه‌ی درآمد فروش حاصل از محصول مشترک، به علاوه‌ی یارانه‌یی که از اپراتور خدمات مخابراتی ۱ می‌گیرد. درآمد اپراتور خدمات مخابراتی ۱ نیز برابر است با درآمد خدمات آزاد، به علاوه‌ی درآمد حاصل از محصول همراه، منهای یارانه‌یی که به تولیدکننده‌ی ۱ می‌دهد. منبع درآمدی تولیدکننده‌ی ۲ و اپراتور ۲ نیز، همانند حالت قبل یعنی حالت کانال آزاد، برابر است با فقط درآمد حاصل از فروش محصولات یا خدمات آزاد خود. در این حالت توابع تقاضا به صورت زیر خواهد بود:
تابع تقاضای محصول آزاد تولیدکننده‌ی تلفن همراه ۱ در کانال همراه:

$$D^f_{m_1} = \alpha_1 - \beta_1 p^f_{m_1} - \beta_2 (p^f_{o_1} + p^f_{o_2}) + \beta_2 p^f_{m_2} + \beta_4 (p^b_{m_1} + p^b_{o_1}) \quad (۱۱)$$

تابع تقاضای محصول مشترک تولیدکننده‌ی تلفن همراه ۱ و اپراتور ۱ در کانال همراه:

$$D^b_{m_1} = \alpha_2 - \beta_9 (p^b_{m_1} + p^b_{o_1}) + \beta_{10} (p^f_{m_1} + p^f_{m_2}) + \beta_{11} (p^f_{o_1} + p^f_{o_2}) \quad (۱۲)$$



شکل ۲. نمای کلی زنجیره‌ی تأمین تلفن همراه در حالت کانال همراه.

تابع تقاضای تولیدکننده‌ی تلفن همراه ۲:

$$D^f_{m_2} = \alpha_2 - \beta_5 p^f_{m_2} - \beta_6(p^f_{o_1} + p^f_{o_2}) + \beta_7 p^f_{m_1} + \beta_8(p^b_{m_1} + (p^b_{o_1})) \quad (۱۳)$$

تابع تقاضای محصول آزاد اپراتور خدمات مخابراتی ۱ در کانال همراه:

$$D^f_{o_1} = \alpha_4 - \theta_1 p^f_{o_1} - \theta_2(p^f_{m_1} + p^f_{m_2}) + \theta_3 p^f_{o_2} + \theta_4(p^b_{m_1} + p^b_{o_1}) \quad (۱۴)$$

تابع تقاضای اپراتور خدمات مخابراتی ۲:

$$D^f_{o_2} = \alpha_5 - \theta_5 p^f_{o_2} - \theta_6(p^f_{m_1} + p^f_{m_2}) + \theta_7 p^f_{o_1} + \theta_8(p^b_{m_1} + p^b_{o_1}) \quad (۱۵)$$

و روابط زیر بین پارامترهای مدل برقرار است (برای هر دو کانال آزاد و همراه):

$$\begin{aligned} &\beta_2, \beta_3 \geq \beta_4 \\ &\beta_6, \beta_7 \geq \beta_8 \\ &\beta_1, \beta_5, \beta_9 \geq \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_6, \beta_7, \beta_8, \beta_{10}, \beta_{11} \\ &\alpha_i > 0, \beta_j > 0, \theta_k > 0 \\ &i = 1, 2, \ldots, 5 \\ &j = 1, 2, \ldots, 11 \\ &k = 1, 2, \ldots, 8 \end{aligned} \quad (۱۶)$$

توابع سود نیز در این حالت (کانال همراه) به صورت زیر خواهد بود:
تابع سود تولیدکننده‌ی تلفن‌های همراه ۱ در کانال همراه:

$$\pi^b_{m_1} = p^f_{m_1} D^f_{m_1} + p^b_{m_1} D^b_{m_1} + \rho^b_{m_1} D^b_{m_1} - c_{m_1}(D^f_{m_1} + D^b_{m_1}) \quad (۱۷)$$

تابع سود تولیدکننده‌ی تلفن‌های همراه ۲:

$$\pi^f_{m_2} = p^f_{m_2} D^f_{m_2} - c_{m_2} D^f_{m_2} \quad (۱۸)$$

تابع سود اپراتور خدمات مخابراتی ۱ در کانال همراه:

$$\pi^b_{o_1} = p^f_{o_1} D^f_{o_1} + p^b_{o_1} D^b_{m_1} - \rho^b_{m_1} D^b_{m_1} - c_{o_1}(D^f_{o_1} + D^b_{m_1}) \quad (۱۹)$$

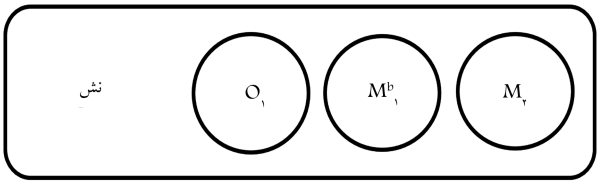
تابع سود اپراتور خدمات مخابراتی ۲:

$$\pi^f_{o_2} = p^f_{o_2} D^f_{o_2} - c_{o_2} D^f_{o_2} \quad (۲۰)$$

۱.۲.۳. مدل نش کانال همراه

در مدل کانال همراه که تولیدکننده‌ی تلفن همراه ۱ و اپراتور خدمات مخابراتی ۱ همکاری می‌کنند، تولیدکننده در پی تعیین قیمت محصول آزاد و محصول مشترک خود با اپراتور ۱ است و اپراتور ۱ نیز در پی تعیین یارانه‌ی بهینه برای همکاری با تولیدکننده‌ی ۱ برای محصول مشترک مورد نظر است. تولیدکننده‌ی ۲ نیز در پی تعیین قیمت محصول آزاد خود است.

در مدل کانال همراه و ساختار نش، همه‌ی بازیکنان به صورت هم‌زمان تصمیمات خود را اخذ می‌کنند. روند اتفاقات به این صورت خواهد بود که تولیدکننده‌ی ۱ تابع پاسخ خود برای قیمت خرده‌فروشی محصول مشترک و محصول آزاد خود را تعیین می‌کند تا سود خود را در برابر تولیدکننده‌ی ۲ و اپراتور ۱ بیشینه کند. اپراتور ۱ نیز



شکل ۳. نمای کلی بازی نش مسئله.

تابع پاسخ برای یارانه‌یی را که به تولیدکننده‌ی ۱ می‌دهد، تعیین می‌کند تا سود خود را در برابر تولیدکننده‌ی ۱ و تولیدکننده‌ی ۲ بیشینه کند. تولیدکننده‌ی ۲ نیز به همین صورت تابع پاسخ قیمت خرده‌فروشی محصول آزاد خود را تعیین می‌کند تا سود خود را در برابر تولیدکننده‌ی ۱ و اپراتور ۱ بیشینه کند.(شکل ۳).

- قضیه ۲. قیمت خرده‌فروشی بهینه‌ی محصول آزاد و محصول مشترک تولیدکننده‌ی ۱ و اپراتور ۱ و قیمت خرده‌فروشی بهینه‌ی محصول آزاد تولیدکننده‌ی ۲ و همچنین یارانه‌ی بهینه‌ی اپراتور ۱ در ساختار نش برابر است با:

$$p^f_{m_1} = \frac{A_1 c_{m_2} + A_2 p^b_{o_1} + A_3 c_{m_1} + A_4 + A_5(p^f_{o_1} + p^f_{o_2})}{Y_1} \quad (۲۱)$$

$$p^b_{m_1} = \frac{A_6 c_{m_2} + A_7 p^b_{o_1} + A_8 c_{m_1} + A_9 + A_{10}(p^f_{o_1} + p^f_{o_2})}{-Y_1} \quad (۲۲)$$

$$p^f_{m_2} = \frac{A_{11} c_{m_2} + A_{12} p^b_{o_1} + (A_{12} + A_{13}) c_{m_1} + A_{14} + A_{15}(p^f_{o_1} + p^f_{o_2})}{-Y_1} \quad (۲۳)$$

$$\rho^b_{m_1} = \frac{A_{16} c_{m_2} + A_{17} p^b_{o_1} + (A_{17} + A_{18}) c_{m_1} + A_{19} + A_{20}(p^f_{o_1} + p^f_{o_2})}{Y_1} \quad (۲۴)$$

که مقادیر A_1 تا A_{20} در پیوست آمده است.

اثبات:

$$\frac{d^2 \pi^b_{m_1}}{dp^{f2}_{m_1}} = -2\beta_1 < 0, \frac{d^2 \pi^b_{m_1}}{dp^{b2}_{m_1}} = -2\beta_9 < 0$$

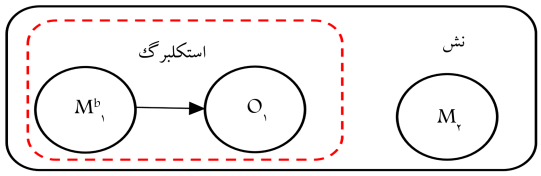
$$\frac{d^2 \pi^f_{m_2}}{dp^{f2}_{m_2}} = -2\beta_5 < 0, \frac{d^2 \pi^b_{o_1}}{d\rho^{b2}_{m_1}} = -2\beta_9 < 0$$

$$Hes = \begin{pmatrix} \partial^2 \pi^b_{m_1}/\partial p^{f2}_{m_1} & \partial^2 \pi^b_{m_1}/\partial p^f_{m_1} \partial p^b_{m_1} \\ \partial^2 \pi^b_{m_1}/\partial p^b_{m_1} \partial p^f_{m_1} & \partial^2 \pi^b_{m_1}/\partial p^{b2}_{m_1} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2\beta_1 & \beta_4 + \beta_{10} \\ \beta_4 + \beta_{10} & -2\beta_9 \end{pmatrix} Det \begin{pmatrix} = -2\beta_1 & \beta_4 + \beta_{10} \\ \beta_4 + \beta_{10} & -2\beta_9 \end{pmatrix}$$

$$> 0 \Rightarrow 4\beta_1\beta_9 > 2\beta_4\beta_{10} + \beta^2_{10} + \beta^2_4$$

بنابراین توابع $\pi^f_{m_2}$ و $\pi^b_{o_1}$ برحسب $p^f_{m_2}$ و $\rho^b_{m_1}$ مقعر هستند و در $\frac{d\pi^f_{m_2}}{dp^f_{m_2}} = 0$ و $\frac{d\pi^b_{o_1}}{d\rho^b_{m_1}} = 0$ دارای بیشینه هستند. همچنین تابع $\pi^b_{m_1}$ برحسب $p^f_{m_1}$ و $p^b_{m_1}$ در صورت برقراری رابطه‌ی $4\beta_1\beta_9 > 2\beta_4\beta_{10} + \beta^2_{10} + \beta^2_4$ مقعر است و در $\frac{d\pi^b_{m_1}}{dp^f_{m_1}} = 0$، $\frac{d\pi^b_{m_1}}{dp^b_{m_1}} = 0$ دارای بیشینه است.



شکل ۴. نمای کلی بازی استکلبرگ - نش مسئله.

در نتیجه در یک کانال همراه و ساختار نش، قیمت‌های خرده‌فروشیِ بهینه‌ی محصول آزاد و مشترک تولیدکننده‌ی ۱ و محصول آزاد تولیدکننده‌ی ۲ و همچنین یارانه‌ی بهینه‌ی اپراتور ۱ وجود دارند و یکتا نیز هستند.

- **نتیجه ۲**

بر اساس (۱۶) و قضیه‌ی ۲، قیمت تلفن همراه تولیدکننده‌ی ۱ در محصول مشترک در نقطه‌ی تعادل نش برحسب c_{m_1}، c_{m_2}، $p^{f}_{m_1}$، $p^{f}_{o_1}$، $p^{f}_{o_2}$صعودی و برحسب $p^{b}_{o_1}$ نزولی است. یارانه‌ی اپراتور خدمات مخابراتی ۱ بر حسب c_{m_1} و $p^{b}_{o_1}$ صعودی و بر حسب c_{m_2}، $p^{f}_{m_1}$، $p^{f}_{o_1}$ و $p^{f}_{o_2}$ نزولی است. همچنین قیمت تلفن همراه تولیدکننده‌ی ۲ برحسب c_{m_1}، c_{m_2}، $p^{f}_{m_1}$ و $p^{b}_{o_1}$ صعودی و بر حسب $p^{f}_{o_1}$ و $p^{f}_{o_2}$ نزولی است. بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری‌هایی همانند نتیجه‌ی ۱ را در اینجا نیز از روابط موجود استخراج کرد.

۲.۲.۳. مدل استکلبرگ - نش کانال همراه (رهبر تولیدکننده‌ی ۱)

در این ساختار قدرت، تولیدکننده‌ی ۱ و اپراتور خدمات مخابراتی تصمیمات خود را به صورت یک دنباله اخذ می‌کنند که ترتیب وقایع به صورت زیر است.

ابتدا اپراتور ۱ یارانه‌ی خود در پاسخ به قیمت خرده‌فروشی محصول آزاد و محصول مشترک داده شده را توسط تولیدکننده‌ی ۱ تعیین می‌کند. سپس تولیدکننده‌ی ۱ تابع پاسخ اپراتور ۱ را در تعیین قیمت خرده‌فروشی بهینه‌ی محصول مشترک و محصول آزاد برای بیشینه کردن سود خود به کار می‌گیرد. پس از آن تولیدکننده‌ی ۱ و تولیدکننده‌ی ۲ به صورت هم‌زمان تصمیمات خود را اخذ می‌کنند و یک بازی نش انجام می‌دهند. در نهایت پس از رخ دادن تقاضا، هر کدام از طرفین به سود خود می‌رسند (شکل ۴).

- قضیه ۳. قیمت خرده‌فروشی بهینه‌ی محصول آزاد و محصول مشترک تولیدکننده‌ی ۱ و قیمت خرده‌فروشی بهینه‌ی محصول آزاد تولیدکننده‌ی ۲ و همچنین یارانه‌ی بهینه‌ی اپراتور ۱ در ساختار قدرت ذکر شده برابر خواهد بود با:

$$p^{f}_{m_1} = \frac{B_1 c_{m_2} + B_2 p^{b}_{o_1} + B_3 c_{m_1} + B_4 + B_5(p^{f}_{o_1} + p^{f}_{o_2})}{Y_2} \quad (۲۵)$$

$$p^{b}_{m_1} = \frac{B_6 c_{m_2} + B_7 p^{b}_{o_1} + B_8 + B_9 c_{m_1} + B_{10}(p^{f}_{o_1} + p^{f}_{o_2})}{Y_2} \quad (۲۶)$$

$$p^{f}_{m_2} = \frac{B_{11} c_{m_2} + (B_{12} + A_{12}) c_{m_1} + B_{13} + A_{12} p^{b}_{o_1} + B_{14}(p^{f}_{o_1} + p^{f}_{o_2})}{Y_2} \quad (۲۷)$$

$$\rho^{b}_{m_1} = \frac{A_{16} c_{m_2} + A_{17} p^{b}_{o_1} + (A_{17} + A_{18}) c_{m_1} + A_{19} + A_{20}(p^{f}_{o_1} + p^{f}_{o_2})}{Y_3} \quad (۲۸)$$

اثبات:

$$\frac{d^2 \pi^{b}_{m_1}}{dp^{f2}_{m_1}} = -2\beta_1 < 0 \qquad \frac{d^2 \pi^{b}_{m_1}}{dp^{b2}_{m_1}} = -2\beta_9 < 0$$

$$\frac{d^2 \pi^{b}_{o_1}}{d\rho^{b2}_{m_1}} = -2\beta_9 < 0 \qquad \frac{d^2 \pi^{f}_{m_2}}{dp^{f2}_{m_2}} = -2\beta_5 < 0$$

بنابراین، توابع $p^{b}_{m_1}, \pi^{f}_{m_2}, \pi^{b}_{o_1}$ برحسب $p^{f}_{m_1}, p^{b}_{m_1}, p^{f}_{m_2}, \rho^{b}_{m_1}$ در نقاط مشتق مساوی صفر خود دارای بیشینه هستند.

این قضیه به این معنی است که در یک کانال همراه و ساختار قدرت استکلبرگ - نش، قیمت‌های خرده‌فروشیِ بهینه‌ی محصول آزاد و مشترک تولیدکننده‌ی ۱ و محصول آزاد تولیدکننده‌ی ۲ و همچنین یارانه‌ی بهینه‌ی اپراتور ۱ وجود دارند و یکتا نیز هستند.

۴. مثال عددی و تحلیل حساسیت

در این قسمت مثالی عددی برای نشان دادن شدنی بودن مدل مسئله و همچنین نشان دادن اثر قیمت خدمات بر سود هر کدام از بازیکنان در کانال همراه و تحت ساختار نش آورده شده است. مقادیر فرضی پارامترها به نحوی که در شرایط رابطه‌ی ۱۶ صدق کنند در ادامه آمده است.

β_1=۳	β_2=۲	β_3=۱/۵	β_4=۱	β_5=۳
β_6=۲	β_7=۱/۵	β_8=۱	β_9=۳	β_{10}=۱/۵
β_{11}=۱	θ_1=۳	θ_2=۲	θ_3=۱/۵	θ_4 =۱
θ_5 =۳	θ_6=۲	θ_7=۱/۵	θ_8=۱	c_{m_1}=۲
c_{m_2}=۲	c_{o_1}=۱	c_{o_2}=۱	α_1=۱۰۰۰	α_2=۵۰۰
α_3=۱۰۰۰	α_4=۱۰۰۰	α_5=۱۰۰۰	$p^{f}_{O_1}$=۲۰	$p^{f}_{O_2}$=۲۰
$p^{b}_{o_1}$ = ۱۰				

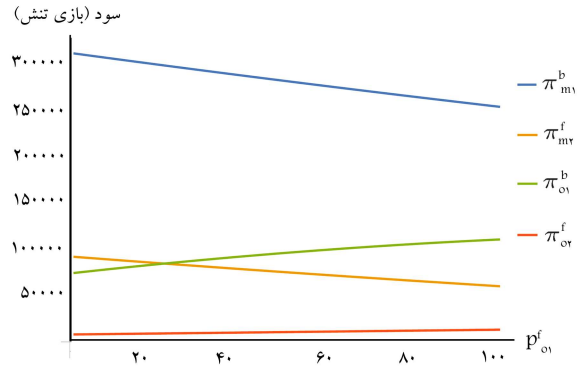
با قرار دادن مقادیر پارامترها در مدل و اجرای آن، مقادیر متغیرهای مسئله و همچنین سود اعضای مختلف زنجیره‌ی تأمین در بازی‌های مختلف به دست خواهد آمد. این مقادیر برای بازی نش کانال همراه برابر است با:

$p^{f}_{m_1} = ۳۲۳$	$p^{b}_{m_1} = ۴۱۳$	$p^{f}_{m_2} = ۱۳۳$	$\rho^{b}_{m_1} = -۱۵۲$
$\pi^{f}_{m_2} = ۳۰۲۵۹۲$	$\pi^{f}_{m_2} = ۸۶۸۰۴$	$\pi^{b}_{o_1} = ۸۲۵۴۲$	$\pi^{f}_{o_2} = ۹۱۰۹$

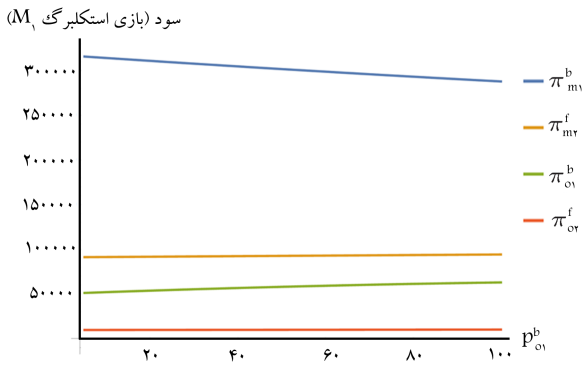
با تغییر مقدار قیمت خدمات اپراتور ۱، مقادیر متغیرها و سود اعضای مختلف زنجیره‌ی تأمین تغییر خواهد کرد.

همان‌گونه که از شکل ۵ مشخص است تغییر قیمت خدمات آزاد اپراتور ۱ در بازی نش کانال همراه موجب کاهش یا افزایش سود اعضای مختلف زنجیره‌ی تأمین می‌شود که با توجه به مقدار سود تولیدکنندگان با افزایش قیمت خدمات آزاد اپراتور ۱ کاهش و سود اپراتور ۱ و اپراتور ۲ افزایش می‌یابد که میزان افزایش سود اپراتور ۲ در مقابل اپراتور ۱ بسیار ناچیز است. همچنین از شکل مشخص است که به تدریج با افزایش قیمت خدمات آزاد اپراتور ۱ سود اپراتور ۱ حتی از تولیدکننده‌ی ۲ نیز بیشتر می‌شود.

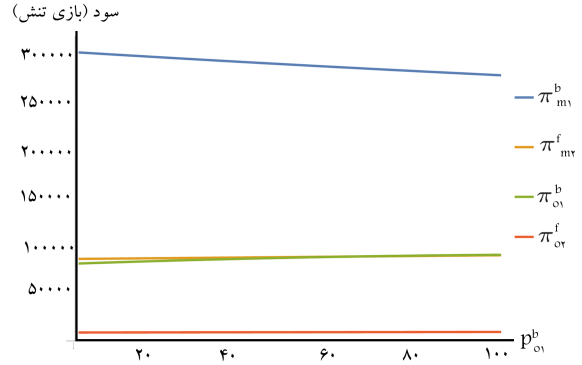
شکل ۶ نشان‌دهنده‌ی اثر تغییر قیمت خدمات مشترک اپراتور ۱ بر سود اعضای زنجیره‌ی تأمین در بازی نش کانال همراه را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از این شکل



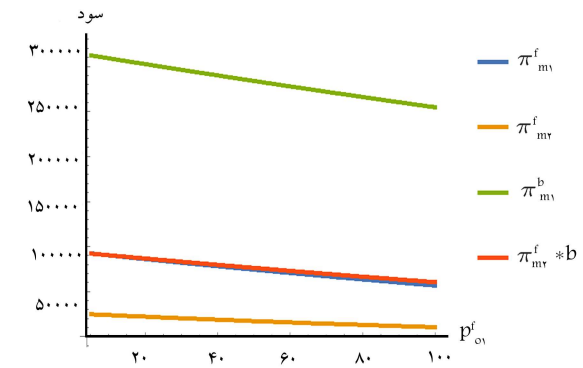
شکل ۵. اثر تغییر قیمت خدمات آزاد اپراتور ۱ بر سود اعضای زنجیره‌ی تأمین در بازی نش کانال همراه.



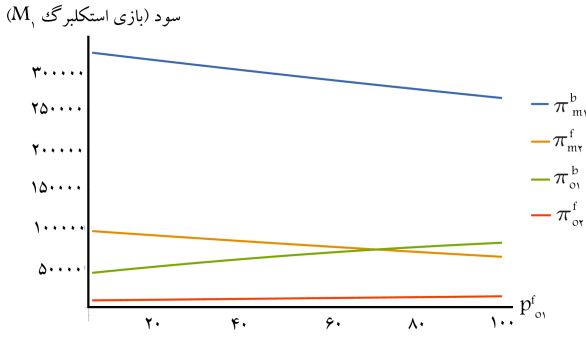
شکل ۸. اثر تغییر قیمت خدمات مشترک اپراتور ۱ بر سود اعضای زنجیره‌ی تأمین در بازی استکلبرگ - نش کانال همراه.



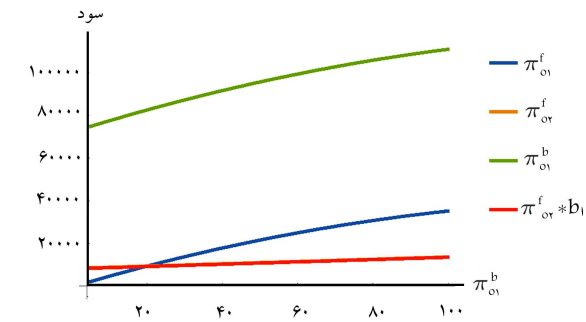
شکل ۶. اثر تغییر قیمت خدمات مشترک اپراتور ۱ بر سود اعضای زنجیره‌ی تأمین در بازی نش کانال همراه.



شکل ۹. اثر تغییر قیمت خدمات آزاد اپراتور ۱ بر سود تولیدکنندگان تلفن همراه قبل و بعد از همکاری.



شکل ۷. اثر تغییر قیمت خدمات آزاد اپراتور ۱ بر سود اعضای زنجیره‌ی تأمین در بازی استکلبرگ - نش.



شکل ۱۰. اثر تغییر قیمت خدمات آزاد اپراتور ۱ بر سود اپراتورهای خدمات مخابراتی تلفن همراه قبل و بعد از همکاری.

نیز مشخص است با افزایش قیمت خدمات مشترک اپراتور ۱ سود تولیدکننده‌ی ۱ کاهش و سود سایر اعضا افزایش می‌یابد.

شکل ۷ نشان‌دهنده‌ی اثر تغییر قیمت خدمات مشترک اپراتور ۱ بر سود اعضای زنجیره‌ی تأمین در بازی استکلبرگ - نش کانال همراه را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از این شکل نیز مشخص است با افزایش قیمت خدمات مشترک اپراتور ۱ سود تولیدکنندگان کاهش و سود اپراتورها افزایش می‌یابد که افزایش سود اپراتور ۲ بسیار ناچیز است.

در شکل ۸ اثر تغییر قیمت خدمات مشترک اپراتور ۱ بر سود اعضای زنجیره‌ی تأمین در بازی استکلبرگ - نش کانال همراه بررسی شده است. همان‌گونه که از شکل مذکور نیز مشخص است با افزایش قیمت خدمات مشترک اپراتور ۱ سود تولیدکننده‌ی ۱ کاهش و سود سایر اعضا افزایش می‌یابد. اما برای درک بهتر اثر همکاری بین تولیدکننده‌ی ۱ و اپراتور ۱ بر سود اعضای زنجیره‌ی تأمین، سود اعضای زنجیره قبل و بعد از همکاری را در اثر تغییر قیمت خدمات آزاد اپراتور ۱ بررسی خواهیم کرد (مقادیر سایر پارامترها در هر دو حالت یکسان فرض شده‌اند.)

شکل ۹ اثر تغییر قیمت خدمات آزاد اپراتور ۱ را بر سود تولیدکنندگان تلفن همراه قبل و بعد از همکاری نشان می‌دهد. همکاری بین اپراتور ۱ و تولیدکننده‌ی ۱ باعث شده است که سود تولیدکننده‌ی ۱ به‌طور قابل توجهی افزایش یابد که در این شکل نیز به وضوح مشخص است.

شکل ۱۰ اثر تغییر قیمت خدمات آزاد اپراتور ۱ بر سود اپراتورهای خدمات

مخابراتی را قبل و بعد از همکاری نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل مذکور نیز برداشت می‌شود همکاری بین اپراتور و تولیدکننده سبب شده است که سود اپراتور نیز به‌طور قابل توجهی افزایش یابد.

چنان که از شکل‌ها نیز مشخص است همکاری بین تولیدکننده‌ی ۱ و اپراتور ۱ تأثیر بسزایی در سود هر کدام از طرفین دارد. شکل‌ها به وضوح نشان می‌دهند که این همکاری سبب شده است سود تولیدکننده‌ی ۱ بیشتر از تولیدکننده‌ی ۲ و سود اپراتور ۱ بیشتر از اپراتور ۲ و سود هر کدام نیز بیشتر از حالت عدم همکاری شود.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این پژوهش سیاست‌های قیمت‌گذاری و سیاست‌های انتخاب کانال با ساختارهای مختلف قدرت بررسی شد. زنجیره‌ی تأمینی شامل دو تولیدکننده‌ی تلفن همراه و دو اپراتور خدمات مخابراتی در نظر گرفته شد و توابع تقاضاهای هر کدام در کانال‌های آزاد و همراه به صورت جداگانه فرمول‌نویسی شد. دو کانال آزاد و همراه برای مسئله مد نظر قرار گرفت و برای هر کدام متناسب با دنیای واقعی بازی‌های مورد نظر انجام گرفت و قیمت‌های خرده‌فروشی تولیدکنندگان و نیز یارانه‌ی بهینه‌ی اپراتور در هر دو کانال و با ساختارهای مختلف قدرت به دست آمد و در نهایت نیز یک مثال عددی برای درک بهتر مسئله و نیز نشان دادن شدنی بودن جواب‌های به دست آمده ارائه شد. نتایج نشان می‌دهد که همکاری بین یک تولیدکننده‌ی موبایل و یک اپراتور خدمات مخابراتی تأثیر بسزایی در سود هر کدام از بازیکنان دارد و موجب افزایش چشم‌گیر سود طرفین همکاری می‌شود.

یکی از زمینه‌های تحقیقاتی آینده می‌تواند بررسی اثر عمر محصولات و خدمات بر قیمت‌گذاری بهینه و سیاست‌های انتخاب کانال باشد. پوشش‌دهی و امکان برقراری ارتباط اپراتورهای خدمات مخابراتی مختلف در نواحی مختلف شهرها متفاوت است به نحوی که در برخی نواحی آنتن‌های برخی اپراتورها وجود دارند و برخی دیگر وجود ندارد. در نتیجه مشترکان اپراتوری که در یک ناحیه پوشش‌دهی مناسبی دارد قادر به برقراری ارتباط هستند ولی مشترکان سایر اپراتورها قادر به برقراری ارتباط در آن نواحی نیستند. در کشور ما نیز این امر وجود دارد و برخی اپراتورها در برخی نواحی پوشش‌دهی مناسبی ندارند ولی برعکس برخی دیگر پوشش‌دهی مناسبی دارند. در سال‌های اخیر اپراتور ایرانسل و همراه اول این امکان را فراهم ساخته‌اند که مشترکان اپراتور طرف مقابل بتوانند از قدرت پوشش‌دهی خدمات آن‌ها در مناطقی که اپراتور خود مشترکان پوشش‌دهی مناسبی ندارد، استفاده کنند. در نتیجه یکی دیگر از زمینه‌های تحقیقاتی آینده می‌تواند بررسی مسئله‌ی ذکر شده و تعیین قرارداد بهینه و نیز بررسی اثر این نوع همکاری بر سود اعضای زنجیره‌ی تأمین باشد. زمینه‌ی مناسب دیگر برای تحقیقات آینده بررسی طول مدت بهینه‌ی قرارداد برای هر دستگاه تلفن همراه بین اپراتورها و تولیدکنندگان تلفن همراه است. در نظر گرفتن قیمت‌گذاری پویا یا تبلیغات (برای مثال مشابه[۲۲و۲۳]) نیز می‌تواند زمینه‌یی برای تحقیقات آتی باشد. همچنین بررسی مسئله با در نظر گرفتن سایر اجزای زنجیره‌ی تأمین از جمله موضوعات دیگر برای تحقیقات آتی است (برای مثال[۲۴و۲۵]).

پانوشت‌ها

1. free
2. bundled
3. iphone
4. double marginalization

منابع (References)

1. Chen, X. and Wang, X. "Free or bundled: channel selection decisions under different power structures", *Omega*, **53**, pp. 11-20, (2015).
2. Catalan, M. and Kotzab, H. "Assessing the responsiveness in the Danish mobile phone supply chain", *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, **33**, pp. 668-685, (2003).
3. Dedrick, J., Kraemer, K.L. and Linden, G. "The distribution of value in the mobile phone supply chain", *Telecommunications Policy*, **35**, pp. 505-521, (2011).
4. Shin, D.-H. "Effect of the customer experience on satisfaction with smartphones: Assessing smart satisfaction index with partial least squares", *Telecommunications Policy*, **39**, pp. 627-641, (2015).
5. Eng, T.-Y. "Mobile supply chain management: Challenges for implementation", *Technovation*, **26**, pp. 682-686, (2006).
6. Cricelli, L., Grimaldi, M. and Ghiron, N. L. "The competition among mobile network operators in the telecom-

munication supply chain", *International Journal of Production Economics*, **131**, pp. 22-29, (2011).

7. Jiang, G., Hu, B. and Wang, Y. "Agent-based simulation of competitive and collaborative mechanisms for mobile service chains", *Information Sciences*, **180**, pp. 225-240, (2010).
8. Chaudhary, A. and Uprety, I. "Analysis of telecom service quality factors with analytic hierarchy process and fuzzy extent analysis: a case of public sector unit", *International Journal of Business and Systems Research*, **10**, pp. 162-185, (2016).
9. Chen, X., Li L. and Zhou, M. "Manufacturer's pricing strategy for supply chain with warranty period-dependent demand", *Omega*, **40**, pp. 807-816, (2012).
10. Jafari, H., Hejazi, S. R., Rasti-Barzoki, M., "Pricing Decisions in dual-channel supply chain including monopolistic manufacturer and duopolistic retailers: a game-theoretic approach", *Journal of Industry, Competition and Trade*, **16**(3), pp. 1-21, (2016).
11. Li, B., Zhu, M., Jiang, Y. and Li, Z. "Pricing policies of a competitive dual-channel green supply chain", *Journal of Cleaner Production*, **112**(3), pp. 2029-2042, (2016).
12. Dadashi, M., Rasti-Barzoki, M. and Hejazi, S.R. "Pricing decision in centralized carrier-retailer channel with game theory approach", *Sharif Scientific Journal*, (In press).
13. Cai, G. "channel selection and coordination in dual-channel supply chains", *Journal of Retailing*, **86**, pp. 22-36, (2010).
14. Pan, K., Lai, K.K. Leung, S.C.H. and Xiao, D. "Revenue-sharing versus wholesale price mechanisms under different channel power structures", *European Journal of Operational Research*, **203**(2), pp. 532-538, (2010).
15. Chen, X. and Hao, G. "Sustainable pricing and production policies for two competing firms with carbon emissions tax", *International Journal of Production Research*, **53**(21), pp. 1-13, (2014).
16. Wei, J., Zhao, J. and Li, Y. "Pricing decisions for complementary products with firms' different market powers", *European Journal of Operational Research*, **224**, pp. 507-519, (2013).
17. Gao, J., Han, H., Hou, L. and Wang, H. "Pricing and effort decisions in a closed-loop supply chain under different channel power structures", *Journal of Cleaner Production*, **112**(3), pp. 2043-2057, (2016).
18. Huang, H. and Ke, H., "Pricing decision problem for substitutable products based on uncertainty theory", *Journal of Intelligent Manufacturing*, **28**(3), pp. 1-12, (2014).
19. Soleimani, F. "Optimal pricing decisions in a fuzzy dual-channel supply chain", *Soft Computing*, **20**, pp. 689-696, (2016).
20. Zhao, J., Wei, J. and Li, Y. "Pricing decisions for substitutable products in a two-echelon supply chain with firms × different channel powers", *International Journal of Production Economics*, **153**, pp. 243-252, (2014).
21. Choi, S. C. "Price competition in a duopoly common retailer channel", *Journal of Retailing*, **72**, pp. 117-134, (1996).
22. Rahmani, A., Hejazi, S.R. and Rasti-Barzoki, M. "Feedback nash equilibrium for dynamic advertising and pricing in dual channel supply chain", *Sharif Scientific Journal*, (In press).
23. Chaeb, J. and Rasti-Barzoki, M. "Coordination via cooperative advertising and pricing in a manufacturer-retailer supply chain", *Computers & Industrial Engineering*, (In press), (2016).
24. Esmaeili, P., Rasti-Barzoki, M. and Hejazi, R. "Pricing and advertising decisions in a three-level supply chain with nash, stackelberg and cooperative games", *International Journal of Industiral Engineering & Producion Research*, **27**, pp. 43-59, (2016).
25. Munson, C. L. and Rosenblatt, M. J. "Coordinating a three-level supply chain with quantity discounts", *IIE transactions*, **33** , pp. 371-384, (2001).

پیوست

$$Y_1 = -\beta_9(2\beta_4^2\beta_5 + \beta_3\beta_4\beta_8 + 3(-4\beta_1\beta_5 + \beta_3\beta_7)\beta_9) - 2(\beta_4(4\beta_5 +$$
$$\beta_7) + (2\beta_1 + \beta_3)\beta_8)\beta_9\beta_{10} + (\beta_4\beta_8 - (2\beta_5 + \beta_7)\beta_9)\beta_{10}^2$$
$$A_1 = 3\beta_3\beta_5\beta_9^2 + 2\beta_4\beta_5\beta_9\beta_{10} + \beta_5\beta_9\beta_{10}^2 A_2 = 2\beta_4\beta_5\beta_9^2 + \beta_3\beta_8\beta_9^2 - 2\beta_5\beta_9^2\beta_{10} + \beta_8\beta_9\beta_{10}^2$$
$$A_3 = (\beta_9(-\beta_4(2\beta_4\beta_5 + \beta_3\beta_8) + (2(3\beta_1 + \beta_4)\beta_5 + \beta_3\beta_8)\beta_9) - 2\beta_9(\beta_1\beta_8 + \beta_5(2\beta_4 + \beta_9))\beta_{10} + \beta_8(\beta_4 + \beta_9)\beta_{10}^2)$$
$$A_4 = \alpha_1\beta_9(6\beta_5\beta_9 - 2\beta_8\beta_{10}) + 2\alpha_2\beta_9(\beta_3\beta_8 + \beta_5(2\beta_4 + \beta_{10})) + \alpha_2\beta_9(3\beta_3\beta_9 + \beta_{10}(2\beta_4 + \beta_{10}))$$
$$A_5 = (-6\beta_2\beta_5\beta_9^2 - 3\beta_3\beta_6\beta_9^2 - 2\beta_4\beta_6\beta_9\beta_{10} + 2\beta_2\beta_8\beta_9\beta_{10} - \beta_6\beta_9\beta_{10}^2 + 2\beta_9(\beta_3\beta_8 + \beta_5(2\beta_4 + \beta_{10}))\beta_{11})$$
$$A_6 = (-\beta_3\beta_4\beta_5\beta_9 - 4\beta_1\beta_5\beta_9\beta_{10} - 2\beta_3\beta_5\beta_9\beta_{10} + \beta_4\beta_5\beta_{10}^2)$$
$$A_7 = (-2\beta_4^2\beta_5\beta_9 - \beta_3\beta_4\beta_8\beta_9 + 8\beta_1\beta_5\beta_9^2 - 2\beta_3\beta_7\beta_9^2 - 6\beta_4\beta_5\beta_9\beta_{10} - 2\beta_4\beta_7\beta_9\beta_{10} -$$
$$4\beta_1\beta_8\beta_9\beta_{10} - 2\beta_3\beta_8\beta_9\beta_{10} + \beta_4\beta_8\beta_{10}^2)$$
$$A_8 = (2\beta_1\beta_4\beta_5\beta_9 - \beta_4\beta_4\beta_7\beta_9 - 4\beta_1\beta_5\beta_9^2 + \beta_3\beta_7\beta_9^2 - 4\beta_1\beta_5\beta_9\beta_{10} + 2\beta_4\beta_5\beta_9\beta_{10} - 2\beta_1\beta_7\beta_9\beta_{10} +$$
$$2\beta_4\beta_5\beta_{10}^2 + \beta_4\beta_7\beta_{10}^2 + 2\beta_5\beta_9\beta_{10}^2 + \beta_7\beta_9\beta_{10}^2)$$
$$A_9 = (-2\alpha_1\beta_4\beta_5\beta_9 - 4\alpha_1\beta_5\beta_9\beta_{10} - 2\alpha_1\beta_7\beta_9\beta_{10} + 2\alpha_2(-4\beta_1\beta_5\beta_9 +$$
$$\beta_3\beta_7\beta_9 + \beta_4\beta_5\beta_{10}) + \alpha_2(-\beta_3\beta_4\beta_9 - 2(2\beta_1 + \beta_3)\beta_9\beta_{10} + \beta_4\beta_{10}^2))$$
$$A_{10} = (2\beta_2\beta_4\beta_5\beta_9 + \beta_3\beta_4\beta_6\beta_9 + 4\beta_2\beta_5\beta_9\beta_{10} + 4\beta_1\beta_6\beta_9\beta_{10} + 2\beta_3\beta_6\beta_9\beta_{10} + 2\beta_2\beta_7\beta_9\beta_{10} - \beta_4\beta_6\beta_{10}^2 -$$
$$2((4\beta_1\beta_5 - \beta_3\beta_7)\beta_9 - \beta_4\beta_5\beta_{10})\beta_{11})$$
$$A_{11} = \beta_5\beta_9(\beta_4^2 - 6\beta_1\beta_9 + 4\beta_4\beta_{10} + \beta_{10}^2) A_{12} = (-\beta_4\beta_7\beta_9^2 - 2\beta_1\beta_8\beta_9^2 + \beta_4\beta_8\beta_9\beta_{10} + \beta_7\beta_9^2\beta_{10} + \beta_8\beta_9\beta_{10}^2)$$
$$A_{13} = \beta_4^2\beta_7\beta_9 + \beta_1\beta_4\beta_8\beta_9 - 3\beta_1\beta_7\beta_9^2 + 2\beta_4\beta_7\beta_9\beta_{10} - 2\beta_1\beta_8\beta_9\beta_{10} + \beta_4\beta_8\beta_{10}^2$$
$$A_{14} = -2\alpha_3\beta_4\beta_7\beta_9 - 4\alpha_3\beta_1\beta_8\beta_9 - \alpha_1\beta_4\beta_8\beta_9 - 3\alpha_1\beta_7\beta_9^2 +$$
$$\alpha_3\beta_4\beta_8\beta_{10} - \alpha_3\beta_7\beta_9\beta_{10} - 2\alpha_1\beta_8\beta_9\beta_{10} + \alpha_2\beta_9(\beta_4^2 - 6\beta_1\beta_9 + 4\beta_4\beta_{10} + \beta_{10}^2)$$
$$A_{15} = (-\beta_4^2\beta_6\beta_9 + \beta_3\beta_4\beta_8\beta_9 + 6\beta_1\beta_6\beta_9^2 + 3\beta_2\beta_7\beta_9^2 - 4\beta_2\beta_6\beta_9\beta_{10} + 2\beta_2\beta_8\beta_9\beta_{10} - \beta_6\beta_9\beta_{10}^2 +$$
$$(-2(\beta_4\beta_7 + 2\beta_1\beta_8)\beta_9 - (-\beta_4\beta_8 + \beta_7\beta_9)\beta_{10})\beta_{11})$$
$$A_{16} = (\beta_3\beta_4\beta_5\beta_9 + \beta_4^2\beta_5\beta_{10} - 2\beta_1\beta_5\beta_9\beta_{10} - \beta_3\beta_5\beta_9\beta_{10} + \beta_4\beta_5\beta_{10}^2)$$
$$A_{17} = (4\beta_1\beta_5\beta_9^2 - \beta_3\beta_7\beta_9^2 - 4\beta_4\beta_5\beta_9\beta_{10} - \beta_4\beta_7\beta_9\beta_{10} - 2\beta_1\beta_8\beta_9\beta_{10} - \beta_3\beta_8\beta_9\beta_{10} + \beta_4\beta_8\beta_{10}^2)$$
$$A_{18} = (-2\beta_1\beta_4\beta_5\beta_9 + \beta_3\beta_4\beta_7\beta_9 + 2\beta_4^2\beta_5\beta_{10} + \beta_4^2\beta_7\beta_{10} + \beta_1\beta_4\beta_8\beta_{10} +$$
$$\beta_3\beta_4\beta_8\beta_{10} - 2\beta_1\beta_5\beta_9\beta_{10} - \beta_1\beta_7\beta_9\beta_{10} + 2\beta_4\beta_5\beta_{10}^2 + \beta_4\beta_7\beta_{10}^2)$$
$$A_{19} = 2\alpha_1\beta_4\beta_5\beta_9 - \alpha_1\beta_4\beta_8\beta_{10} - 2\alpha_1\beta_5\beta_9\beta_{10} - \alpha_1\beta_7\beta_9\beta_{10} +$$
$$\alpha_3(2\beta_4^2\beta_5 + (-4\beta_1\beta_5 + \beta_3\beta_7)\beta_9 + \beta_4(\beta_3\beta_8 + 2\beta_5\beta_{10}))\alpha_2(\beta_3\beta_9(\beta_4 - \beta_{10}+) + \beta_{10}(-2\beta_1\beta_9 + \beta_4(\beta_4 + \beta_{10})))$$
$$A_{20} = (-2\beta_2\beta_4\beta_5\beta_9 - \beta_3\beta_4\beta_6\beta_9 - \beta_4^2\beta_6\beta_{10} + \beta_2\beta_4\beta_8\beta_{10} + 2\beta_2\beta_5\beta_9\beta_{10} +$$
$$2\beta_1\beta_6\beta_9\beta_{10} + \beta_3\beta_6\beta_9\beta_{10} + \beta_2\beta_7\beta_9\beta_{10}\beta_4\beta_6\beta_{10}^2 + (2\beta_4^2\beta_5 + (-4\beta_1\beta_5 + \beta_3\beta_7)\beta_9 + \beta_4(\beta_3\beta_8 + 2\beta_5\beta_{10}))\beta_{11})$$
$$Y_2 = \beta_9(2\beta_4^2\beta_5 + \beta_3\beta_4\beta_8 + 4(-4\beta_1\beta_5 + \beta_3\beta_7)\beta_9) + 3(\beta_4(4\beta_5 + \beta_7) +$$
$$(2\beta_1 + \beta_3)\beta_8)\beta_9\beta_{10} + (-2\beta_4\beta_8 + (2\beta_5 + \beta_7)\beta_9)\beta_{10}^2$$
$$B_1 = (-4\beta_3\beta_5\beta_9^2 - 3\beta_4\beta_5\beta_9\beta_{10} - \beta_5\beta_9\beta_{10}^2 B_2 = (-2\beta_4\beta_5\beta_9^2 - \beta_3\beta_8\beta_9^2 + 2\beta_5\beta_9^2\beta_{10} - \beta_8\beta_9\beta_{10}^2)$$
$$B_3 = (\beta_9(\beta_4(2\beta_4\beta_5 + \beta_3\beta_8) - (2(4\beta_1 + \beta_4)\beta_5 + \beta_3\beta_8)\beta_9) + \beta_9(3\beta_1\beta_8 + 2\beta_5(3\beta_4 + \beta_9))\beta_{10} - \beta_8(2\beta_4 + \beta_9)\beta_{10}^2)$$
$$B_4 = (-\alpha_1\beta_9(8\beta_5\beta_9 - 3\beta_8\beta_{10}) - \alpha_2\beta_9(3\beta_4\beta_8 + 2\beta_5(3\beta_4 + \beta_{10})) - \alpha_2\beta_9(4\beta_3\beta_9 + \beta_{10}(3\beta_4 + \beta_{10})))$$
$$B_5 = (8\beta_2\beta_5\beta_9^2 + 4\beta_3\beta_6\beta_9^2 + 3\beta_4\beta_6\beta_9\beta_{10} - 3\beta_2\beta_8\beta_9\beta_{10} + \beta_6\beta_9\beta_{10}^2 - \beta_9(3\beta_3\beta_8 + 2\beta_5(3\beta_4 + \beta_{10}))\beta_{11})$$

$$B_۶ = (-\beta_۳\beta_۴\beta_۵\beta_۹ - ۶\beta_۱\beta_۵\beta_۹\beta_{۱۰} - ۳\beta_۳\beta_۵\beta_۹\beta_{۱۰} + ۲\beta_۴\beta_۵\beta_{۱۰}^۲)$$

$$B_۷ = (-۲\beta_۴^۲\beta_۵\beta_۹ - \beta_۳\beta_۴\beta_۸\beta_۹ + ۱۲\beta_۱\beta_۵\beta_۹^۲ - ۳\beta_۳\beta_۷\beta_۹^۲ - ۱۰\beta_۴\beta_۵\beta_۹\beta_{۱۰} -$$

$$۳\beta_۴\beta_۷\beta_۹\beta_{۱۰} - ۶\beta_۱\beta_۸\beta_۹\beta_{۱۰} - ۳\beta_۳\beta_۸\beta_۹\beta_{۱۰} + ۲\beta_۴\beta_۸\beta_{۱۰}^۲)$$

$$B_۸ = -۲\alpha_۱\beta_۴\beta_۵\beta_۹ - ۶\alpha_۱\beta_۵\beta_۹\beta_{۱۰} - ۳\alpha_۱\beta_۷\beta_۹\beta_{۱۰} + \alpha_۳(-۱۲\beta_۱\beta_۵\beta_۹ + ۳\beta_۳\beta_۷\beta_۹ +$$

$$۴\beta_۴\beta_۵\beta_{۱۰}) + \alpha_۲(-\beta_۳\beta_۴\beta_۹ - ۳(۲\beta_۱ + \beta_۳)\beta_۹\beta_{۱۰} + ۲\beta_۴\beta_{۱۰}^۲)$$

$$B_۹ = (۲\beta_۱\beta_۴\beta_۵\beta_۹ - \beta_۳\beta_۴\beta_۷\beta_۹ - ۴\beta_۱\beta_۵\beta_۹^۲ + \beta_۳\beta_۷\beta_۹^۲ - ۶\beta_۱\beta_۵\beta_۹\beta_{۱۰} + ۲\beta_۴\beta_۵\beta_۹\beta_{۱۰} - ۳\beta_۱\beta_۷\beta_۹\beta_{۱۰} +$$

$$۴\beta_۴\beta_۵\beta_{۱۰}^۲ + ۲\beta_۴\beta_۷\beta_{۱۰}^۲ + ۲\beta_۵\beta_۹\beta_{۱۰}^۲ + \beta_۷\beta_۹\beta_{۱۰}^۲)$$

$$B_{۱۰} = (۲\beta_۲\beta_۴\beta_۵\beta_۹ + \beta_۳\beta_۴\beta_۶\beta_۹ + ۶\beta_۲\beta_۵\beta_۹\beta_{۱۰} + ۶\beta_۱\beta_۶\beta_۹\beta_{۱۰} + ۳\beta_۳\beta_۶\beta_۹\beta_{۱۰} +$$

$$۳\beta_۲\beta_۷\beta_۹\beta_{۱۰} - ۲\beta_۴\beta_۶\beta_{۱۰}^۲ + (-۳(۴\beta_۱\beta_۵ - \beta_۳\beta_۷)\beta_۹ + ۴\beta_۴\beta_۵\beta_{۱۰})\beta_{۱۱})$$

$$B_{۱۱} = \beta_۵\beta_۹(\beta_۴^۲ - ۸\beta_۱\beta_۹ + ۶\beta_۴\beta_{۱۰} + \beta_{۱۰}^۲)$$

$$B_{۱۲} = \beta_۴^۲\beta_۷\beta_۹ + \beta_۱\beta_۴\beta_۸\beta_۹ - ۴\beta_۱\beta_۷\beta_۹^۲ + ۳\beta_۴\beta_۷\beta_۹\beta_{۱۰} - ۳\beta_۱\beta_۸\beta_۹\beta_{۱۰} + ۲\beta_۴\}eta_۸\beta_{۱۰}^۲$$

$$B_{۱۳} = (-p_{o_۱}^f\beta_۴^۲\beta_۶\beta_۹ - p_{o_۲}^f\beta_۴^۲\beta_۶\beta_۹ - ۳\alpha_۳\beta_۴\beta_۷\beta_۹ - ۶\alpha_۳\beta_۱\beta_۸\beta_۹ - \alpha_۱\beta_۴\beta_۸\beta_۹ +$$

$$p_{o_۱}^f\beta_۲\beta_۴\beta_۸\beta_۹ + p_{o_۲}^f\beta_۲\beta_۴\beta_۸\beta_۹ + ۸p_{o_۱}^f\beta_۱\beta_۶\beta_۹^۲ + ۸p_{o_۲}^f\beta_۱\beta_۶\beta_۹^۲ -$$

$$۴alpha_۱\beta_۷\beta_۹^۲ + ۴p_{o_۱}^f\beta_۲\beta_۷\beta_۹^۲ + ۴p_{o_۲}^f\beta_۲\beta_۷\beta_۹^۲ + ۲\alpha_۳\beta_۴\beta_۸\beta_{۱۰} - ۶p_{o_۱}^f\beta_۴\beta_۶\beta_۹\beta_{۱۰} - ۶p_{o_۲}^f\beta_۴\beta_۶\beta_۹\beta_{۱۰} - \alpha_۳\beta_۷\beta_۹\beta_{۱۰} - ۳\alpha_۱\beta_۸\beta_۹\beta_{۱۰} +$$

$$۳p_{o_۱}^f\beta_۲\beta_۸\beta_۹\beta_{۱۰} + ۳p_{o_۲}^f\beta_۲ + \beta_۸\beta_۹\beta_{۱۰} - p_{o_۱}^f\beta_۶\beta_۹\beta_{۱۰}^۲ - p_{o_۲}^f\beta_۶\beta_۹\beta_{۱۰}^۲ + \alpha_۲\beta_۹(\beta_۴^۲ - ۸\beta_۱\beta_۹ + ۶\beta_۴\beta_{۱۰} + \beta_{۱۰}^۲))$$

$$B_{۱۴} = (-۳(\beta_۴\beta_۷ + ۲\beta_۱\beta_۸)\beta_۹ - (-۲\beta_۴\beta_۸ + \beta_۷\beta_۹)\beta_{۱۰})\beta_{۱۱}$$

$$Y_۳ = -\beta(۲\beta_۴^۲\beta_۵ + \beta_۳\beta_۴\beta_۸ + ۴(-۴\beta_۱\beta_۵ + \beta_۳\beta_۷)\beta_۹) - ۳(\beta_۴(۴\beta_۵ + \beta_۷) + (۲\beta_۱ +$$

$$\beta_۳)\beta_۸)\beta_۹\beta_{۱۰} + (۲\beta_۴\beta_۸ - (۲\beta_۵ + \beta_۷)\beta_۹)\beta_{۱۰}^۲$$