

ارائه‌ی رویکردی جدید برای برآورد استوار ارزش در معرض ریسک؛ رهیافت مقایسه‌ی

احسان محمدیان امیری (دانشجوی کارشناسی ارشد)

سید بابک ابراهیمی* (استادیار)

مریم نژادافراسیابی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی تهران

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۷ (دوره ۱، شماره ۱/۲، صص ۱۱-۳)

گسترش بازار سرمایه و کاهش نرخ بهره‌ی بانک‌های تجاری باعث شده است سرمایه‌گذاری در قالب سهام به یکی از مهم‌ترین فرصت‌های کسب بازدهی تبدیل شود که مستلزم پذیرش ریسک است. از این رو باید با استفاده از مدل‌های مناسب آن را پیش‌بینی و کنترل کرد. در این مقاله با استفاده از روش استوار کیپرا^۱ با پارامتر هموارسازی بهینه به برآورد ارزش در معرض ریسک برای توزیع‌های آماری نرمال و t -استودنت پرداخته شده است. به منظور اعتبارسنجی مدل، با استفاده از آزمون‌های پس‌آزمایی به مقایسه‌ی مدل ارائه شده با روش‌های مرسوم محاسبه‌ی ارزش در معرض ریسک که متشکل از میانگین متحرک ساده، میانگین موزون متحرک‌نمایی، و روش گارج است، پرداخته شد. نتایج حاکی از آن بود که در توزیع نرمال با سطوح اطمینان ۹۵٪، ۹۷٫۵٪ و ۹۹٪ و در توزیع t -استودنت با سطوح اطمینان ۹۷٫۵٪ و ۹۹٪ عملکرد رویکرد جدید ارائه شده بر سایر مدل‌ها برتری دارد.

واژگان کلیدی: مدیریت ریسک، برآورد استوار ارزش در معرض ریسک، روش استوار کیپرا، روش گارج.

۱. مقدمه

مدیریت ریسک یکی از مهم‌ترین مؤلفه‌های تصمیم‌گیری بازارهای مالی است و به فرایندی که از طریق آن یک سازمان یا سرمایه‌گذار با روشی بهینه در مقابل انواع ریسک‌ها از خود واکنش نشان می‌دهد، اطلاق می‌شود. سرمایه‌گذارانی در سرمایه‌گذاری موفق محسوب می‌شوند که سطح قابل قبولی از ریسک را بپذیرند؛ زیرا همیشه شرایط عدم اطمینان به معنای آینده‌ی زیان‌آور نیست.^[۱] در سال‌های اخیر معیارهای سنجش ریسک بازار با عبارت ارزش در معرض ریسک^۲ مترادف شده است به نحوی که برای محاسبه‌ی ریسک در پرتفوی‌های سرمایه‌گذاری‌هایی که متشکل از انواع مختلف ابزارهای مالی نظیر سهام و اوراق قرضه و انواع ابزار مشتق از آنها هستند، تنها از طریق این شاخص قابل اندازه‌گیری است؛ زیرا به دلیل ویژگی‌های خاص ابزار مشتق، از جمله نبود رابطه‌ی خطی بین بازدهی ابزار و دارایی اصلی تعهد شده نمی‌توان از روش‌های دیگر برای محاسبه‌ی ریسک استفاده کرد. در ادامه‌ی این مقاله، در بخش ۲ مفهوم کلی ارزش در معرض ریسک پارامتری و پژوهش‌های صورت‌گرفته در این مقوله بیان می‌شود، در بخش ۳ مدل‌های مختلف پیش‌بینی نوسانات بازده تشریح و در

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۴/۳۰، اصلاحیه ۱۳۹۵/۱۱/۹، پذیرش ۱۳۹۵/۱۲/۱۵.

DOI: 10.24200/J65.2018.20050

emohammadian@email.kntu.ir
b_ebrahimi@kntu.ac.ir
mafrasiabi@mail.kntu.ac.ir

قسمت آخر این بخش رویکرد جدید ارائه شده در این مقاله مطرح می‌شود. در قسمت ۴ به آزمون‌های پس‌آزمایی و چگونگی عملکرد آن‌ها پرداخته می‌شود. در بخش ۵ تحلیل عددی بر روی داده‌های صنعت خودرو و عملکرد هر یک از روش‌های مذکور صورت می‌گیرد و در نهایت به نتیجه‌گیری از مقاله پرداخته می‌شود.

۲. پیشینه‌ی تحقیق

در پژوهش‌های صورت‌گرفته که به مقایسه‌ی مدل‌های مختلف پیش‌بینی نوسانات بازده برای برآورد ارزش در معرض ریسک پرداخته‌اند، می‌توان به دیمسون و مارش (۱۹۹۰) اشاره کرد که در بازار سهام انگلستان از پنج مدل: گشت تصادفی، میانگین بلندمدت، میانگین موزون متحرک‌نمایی، هموارسازی نمایی، و مدل‌های رگرسیونی به منظور پیش‌بینی نوسانات بازده استفاده کردند. بر اساس یافته‌های این دو محقق مدل‌های هموارسازی نمایی و رگرسیونی نتایج بهتری داشتند.^[۲] پاکان و شوارتز (۱۹۹۰) در تحقیقات خود به این نکته اشاره داشتند که روش‌های پارامتریک در برآوردهای خارج از نمونه عملکرد بهتری را نسبت به روش‌های ناپارامتریک از خود نشان می‌دهند.^[۳]

در پژوهش مشابه که توسط کن و هونگ (۱۹۹۲) در بازارهای سهام ژاپن و سنگاپور انجام شد مدل میانگین موزون متحرک نمایی با مدل های آرج مقایسه شد که نتایج این پژوهش حاکی از آن بود که مدل میانگین موزون متحرک نمایی بر مدل آرج برتری دارد. [۴] روی (۲۰۰۲) در تحقیق خود به این نتیجه دست یافت که برخی از روش های پارامتریک به دلیل فرض کردن توزیع نرمال بازده ها، پیش بینی نادرستی از نوسانات بازدهی می دهند و مدل های خانواده ی گارچ^۳ به دلیل در نظر گرفتن خاصیت دم پهنی داده های مالی از دقت بیشتری نسبت به سایر مدل های پارامتریک برخوردارند. [۵] همچنین براساس یافته های گنجی و همکاران (۲۰۰۴) که شاخص های بورس نه کشور سنگاپور، برزیل، تایوان، هنگ کنگ، اندونزی، کره جنوبی، ترکیه، آرژانتین، فیلیپین، و مکزیک را از طریق سه روش شبیه سازی تاریخی، نظریه ی ارزش فرین، واریانس - کوواریانس پیش بینی کردند، روش نظریه ی ارزش فرین در چندک های بالاتر پیش بینی دقیق تری نسبت به روش های شبیه سازی تاریخی و روش واریانس - کوواریانس می دهد. [۶] چنگ و همکاران (۲۰۱۱) به برآورد ارزش در معرض ریسک با توزیع t- استودنت با چوله ی تعمیم یافته پرداخته اند و بر اساس یافته های این دو محقق برآورد با توزیع t- استودنت با چوله ی تعمیم یافته و روش ناپارامتریک برای نوسانات بازده بهترین نتیجه را می دهند. [۷] در تحقیقی که توسط خلیلی و زارع (۱۳۸۹) با عنوان برآورد ریسک بازار صنایع بورس اوراق بهادار تهران بر مبنای مدل ارزش در معرض ریسک انجام شد، برای پیش بینی نوسانات بازده از روش میانگین موزون متحرک نمایی و از آزمون کوپیک برای اعتبارسنجی مدل استفاده شد؛ نتایج نشان می دهد که صنعت لاستیک و پلاستیک دارای کمترین ارزش در معرض ریسک و صنایع ساخت دستگاه ها و وسایل ارتباطی دارای بیشترین ارزش در معرض ریسک هستند. [۸] حنفی زاده و همکاران (۱۳۹۲) برای تخمین ارزش در معرض ریسک از نظریه ی ارزش فرین در بورس اوراق بهادار تهران استفاده کردند و برای اعتبارسنجی نظریه ی ارزش فرین به مقایسه ی آن با روش های مرسوم پرداختند و سپس با استفاده از روش های ارزیابی شامل آزمون کوپیک، آزمون کریستوفرسن، و تابع زیان لویز به ارزیابی این روش ها پرداخته اند. نتایج نشان می دهد که نظریه ی ارزش فرین با در نظر گرفتن حالت های شرطی نتایج بهتری ارائه داده است، همچنین به این نکته اشاره داشته است که ممکن است در برآورد ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان مختلف روش های متفاوتی مناسب باشد. [۹] فلاح پور و همکاران (۱۳۹۴) در تحقیق خود به پیش بینی ارزش در معرض ریسک شرطی با فرض دو توزیع نرمال و t- استودنت پرداخته اند. برای پیش بینی نوسانات بازده سه مدل ناهمسانی واریانس شرطی متقارن و نامتقارن یعنی گارچ، EGARCH،^۴ و TGARCH^۵ استفاده شده است. نتایج مشخص می سازد که از میان سه مدل ناهمسانی واریانس معتبرترین برآورد مربوط به ارزش برآوردی با مدل TGARCH(۱, ۱) در توزیع t- استودنت است. [۱۰] اردیا و همکاران (۲۰۱۴) به محاسبه ی ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از مدل گارچ در سطح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪ پرداختند و برای اعتبارسنجی مدل ها از آزمون پس آزمایی کریستوفرسن استفاده کردند. نتایج این تحقیق نشان می دهد که برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی در افق زمانی ماهانه و سه ماهه پیش بینی دقیق تری نسبت به افق زمانی روزانه و هفتگی می دهد. [۱۱] سو و جونگ بین (۲۰۱۵) به برآورد ارزش در معرض ریسک برای هفت شاخص سهام در بازارهای توسعه یافته و در حال ظهور با استفاده از روش های EGARCH با توزیع t- استودنت تعمیم یافته و شبیه سازی تاریخی پرداختند. نتایج نشان می دهد که بازگشت و سرایت نوسانات اثرات منفی چشمگیری از بازار ارز به بازارهای مذکور می گذارد. [۱۲] کیم و لی (۲۰۱۶) با استفاده از مدل های رگرسیون غیر خطی به برآورد ارزش در معرض ریسک و

ارزش در معرض ریسک شرطی برای بازده روزانه ی هیوندای موتورز از ۱۱ اکتبر ۲۰۰۵ تا ۱ ژانویه ۲۰۱۳ پرداختند. نتایج حاکی از آن است که روش رگرسیون غیر خطی تصریح دقیقی داده و قابل اتکاست. [۱۳] با توجه به تحقیقات صورت گرفته می توان به این نکته دست یافت که تاکنون از روش استوار کیپرا برای برآورد ارزش در معرض ریسک، چه در داخل و چه در خارج استفاده نشده است. کیپرا (۱۹۹۲) در طی تحقیق خود بر این موضوع اشاره داشت که روش استوار کیپرا با پارامترهای تعدیل ساز داده های پرت و آلوده را به روشی مطلوب فرمول بندی می کند و به تبع آن پیش بینی نزدیک به واقعیت از خود ارائه می دهد. [۱۴] گلپر و همکاران (۲۰۱۰) نیز در تحقیق خود به عملکرد قابل اتکای روش استوار کیپرا برای داده های مالی اشاره داشتند. [۱۵] با توجه به عدم استفاده از روش استوار کیپرا برای برآورد ارزش ریسک به دلیل تحقیقات بسیار محدود، در این تحقیق از این روش برای پیش بینی نوسانات بازده و در نهایت برآورد ارزش در معرض ریسک استفاده شده است. در ادامه، خلاصه یی از پیشینه پژوهش در قالب جدول ۱ جمع آوری شده است که به شرح زیر می باشد:

۱.۲. ارزش در معرض ریسک

ارزش در معرض ریسک از جمله مهم ترین مواردی است که در سنجش ریسک استفاده می شود که به میزان بیشینه ی پولی است که ممکن است در طی یک دوره ی زمانی ارزش در معرض ریسک معین و سطح اطمینان مشخص در یک پرتفوی دچار زیان شود. ارزش در معرض ریسک یک معیار سنجش آماری ساده و خلاصه برای زیان احتمالی پرتفوی ناشی از ریسک بازار است که منظور از ریسک بازار احتمال کاهش ارزش دارایی ها یا پرتفوی به علت تغییرات نامطلوب قیمت ها یا نرخ های بازار است. [۱۶]

ارزش در معرض ریسک می خواهد عددی معین به تحلیل گرا ارائه کند و در آن عدد اطلاعات در مورد ریسک سبب سرمایه گذاری ها به طور فشرده و خلاصه منتشر شود. مثلاً یک بانک ممکن است اعلام کند ارزش در معرض ریسک روزانه ی خرید و فروش پرتفوی بانک در سطح اطمینان ۹۹ درصد، ۴۵ میلیون دلار است. یعنی تنها در یک مورد از ۱۰۰ معامله ی روزانه ممکن است ضرر و زیانی بیش از ۴۵ میلیون دلار رخ بدهد که معادله ی آن به صورت زیر است: [۱۷]

$$\Pr[Q \leq -\text{VaR}(p)] = P \quad (1)$$

$$P = \int_{-\infty}^{-\text{VaR}(p)} f_q(x) dx \quad (2)$$

همچنین با توجه به قضیه ی حد مرکزی ارزش در معرض ریسک از رابطه ی زیر پیروی می کند: [۱۸]

$$\text{VaR}_t = -P_{t-1}(\mu_t - \sigma_t Z_\alpha) \quad (3)$$

که در آن P_{t-1} قیمت سهم در دوره ی $t-1$ ، μ_t میانگین بازده در دوره ی t ، σ_t انحراف معیار در دوره ی t ، و در نهایت Z_α مقدار متغیر نرمال استاندارد در سطح اطمینان $1-\alpha$ است. یک راه برای نشان دادن کشیدگی توزیع بازده دارایی بهره گرفتن از توزیع t- استودنت به جای توزیع نرمال است که از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$\text{VaR}_t = -P_{t-1}(\mu_t - \sqrt{\frac{\nu-2}{\nu}} \sigma_t t \alpha, \nu) \quad (4)$$

جدول ۱. خلاصه‌ی پیشینه پژوهش.

نسخه	روش به کار رفته							موضوع	نویسندگان (سال)					
	TGARCH	EGARCH	GARCH	ARCH	شبیه‌سازی تاریخی	نظریه‌ی ارزش فرین	مدل‌های رگرسیونی			هموارسازی نمایی	واریانس - کوواریانس	میانگین موزون متحرک نمایی	میانگین بلندمدت	گشت تصادفی
مدل‌های هموارسازی نمایی و رگرسیونی نتایج بهتری داشتند.						*	*	*					Volatility forecasting without data-snooping	دیمسون و مارش (۱۹۹۰)
مدل میانگین متحرک نمایی بر مدل آرچ برتری دارد.			*					*					Forecasting volatility in the Singapore stock market	کن و هونگ (۱۹۹۲)
روش نظریه‌ی ارزش فرین در چنک‌های بالاتر پیش‌بینی دقیق‌تری نسبت به روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و روش واریانس - کوواریانس می‌دهد.				*	*			*					Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets	گنجی و همکاران (۲۰۰۴)
صنعت لاستیک و پلاستیک دارای کمترین ارزش در معرض ریسک و صنایع ساخت دستگاه‌ها و وسایل ارتباطی دارای بیشترین ارزش در معرض ریسک هستند.									*				Estimating the risk of stock market industry in Tehran based on the Value at Risk	خایلی و زارع (۲۰۱۱)
نظریه‌ی ارزش فرین با در نظر گرفتن حالت‌های شرطی نتایج بهتری از خود ارائه داده است.					*								Value at Risk	حنفی‌زاده و همکاران (۲۰۱۴)
برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی در افق زمانی ماهانه و سه‌ماهه پیش‌بینی دقیق‌تری نسبت به افق زمانی روزانه و هفتگی می‌دهد.			*										GARCH models for daily stock returns: Impact of estimation frequency on Value-at-Risk and Expected Shortfall forecasts	ادیا و همکاران (۲۰۱۴)
از میان سه مدل ناهمسانی واریانس، معتبرترین برآورد مربوط به ارزش برآوردی با مدل $TGARCH(1, 1)$ در توزیع t -استودنت است.	*	*	*										Estimating the conditional value at risk Conditional Volatility Models with symmetric and asymmetric in the gold and oil markets	فلاح‌پور و همکاران (۲۰۱۵)

ادامه جدول ۱.

روش به کار رفته		موضوع	نوسیندگان (سال)										
TGARCH	EGARCH	GARCH	ARCH	شبه‌سازی تاریخی	نظریه‌ی ارزش فرین	مدل‌های رگرسیونی	هموارسازی نمایی	واریانس - کوواریانس	میانگین موزون متحرک نمایی	میانگین بلندمدت	گشت تصادفی	Value-at-risk estimates of the stock indices in developed and emerging markets including the spillover effects of currency market	سو و جونگ‌بین (۲۰۱۵)
				*	*								
						*						Nonlinear expectile regression with application to Value-at-Risk and expected shortfall estimation	کیم و لی (۲۰۱۶)

بازگشت و سرایت نوسانات اثرات منفی قابل توجهی از بازار ارز به شاخص سهام در بازارهای توسعه‌یافته و در حال ظهور می‌گذارد.

مدل رگرسیون غیر خطی تصریح دقیقی از خود نشان داده و قابل اتکاست.

۳. مدل‌های پیش‌بینی نوسانات بازده

مدل‌های پیش‌بینی مورد استفاده در این مقاله تنها مدل‌های پارامتریکی بوده‌اند که از اطلاعات تاریخی بازده استفاده می‌کنند. از این رو، از روش‌های میانگین متحرک ساده^۶، میانگین موزون متحرک نمایی^۷، گارج^۸ و نهایتاً روش استوارکیپرا استفاده شده است.

الف) روش میانگین متحرک ساده

در این روش میانگین نوسانات چند دوره‌ی قبل به‌عنوان پیش‌بینی نوسانات دوره‌ی بعد در نظر گرفته می‌شود. تعیین تعداد دوره‌هایی که میانگین آنها تقاضای دوره‌ی بعد را شکل می‌دهد، بستگی به ارزش اطلاعات دوره‌های گذشته دارد.^[۱۹]

$$\sigma_{t,f}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k \sigma_{t-i}^2}{k} \quad (5)$$

ب) روش میانگین موزون متحرک نمایی

استفاده از میانگین موزون متحرک نمایی به دلیل آن‌که پویایی نوسانات را حفظ می‌کند و به داده‌های اخیر وزن بیشتری می‌دهد، نسبت به نوسانات و شوک‌های بازار عکس‌العمل سریع‌تری دارد که معادلات آن به صورت زیر است:^[۱۹]

با اوزان مساوی:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2} \quad (6)$$

با اوزان نمایی:

$$\sigma_{t+1} = \sqrt{\lambda \sigma_t^2 + (1 - \lambda) r_t^2} \quad (7)$$

ج) روش گارج

مدل خودرگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم‌یافته توسط بولرسلو (۱۹۸۶) پیشنهاد شد. این مدل، اوزان موجود در محاسبه‌ی واریانس را به‌عنوان پارامتر مجهول در نظر می‌گیرد و به برآورد آن‌ها می‌پردازد و اجازه می‌دهد که با توجه به داده‌ها بهترین اوزان برای پیش‌بینی واریانس برآورد شود. مدل خودرگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم‌یافته از رابطه‌ی زیر پیروی می‌کند:^[۲۰]

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad \omega \geq 0, \quad \alpha + \beta < 1, \quad \alpha, \beta \geq 0 \quad (8)$$

که در آن σ_t^2 پیش‌بینی واریانس برای دوره‌ی t ، σ_{t-1}^2 پیش‌بینی واریانس برای دوره‌ی $t-1$ و ω, α, β پارامترهای مدل هستند که برای پیش‌بینی واریانس دوره‌ی

کرد که قدرت و کارایی برآورد و پیش‌بینی را بالا ببرد. از این رو، در این تحقیق از روش استوارکیپرا برای پیش‌بینی نوسانات استفاده شده است که به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\sigma_t = 1.25\lambda_\sigma |r_t| + (1 - \lambda_\sigma)\sigma_{t-1} \quad (15)$$

که در آن λ_σ پارامتر هموارساز است که مقداری بین صفر و یک را اختیار می‌کند و مقدار بهینه‌ی آن بر اساس رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود: [۲۲]

$$\lambda_\sigma^{opt} = \arg \min \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_{t|t-1})^2 \quad (16)$$

این روش نقاط ضعف روش‌های کلاسیک پیشین را برطرف می‌کند و پیش‌بینی نزدیک‌تر به واقعیت ارائه می‌دهد.

۴. رویکردهای پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک^۸

در این پژوهش از اولین تابع زیان لویز^۹ و دومین تابع زیان لویز^{۱۰} و همچنین آزمون پس‌آزمایی بلانکو و ایهل^{۱۱} برای بررسی دقت پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک استفاده شده است. این سه آزمون زیرمجموعه‌ی آزمون‌های پس‌آزمایی با رویکرد مقایسه‌ی هستند که هدف این آزمون‌ها مقایسه و رتبه‌بندی روش‌های مختلف ارزش در معرض ریسک است. این روش‌ها بر اساس یک تابع زیان، نمره‌هایی به هر کدام از روش‌ها اختصاص می‌دهد که این نمرات زمینه‌ی رتبه‌بندی را میسر می‌سازد.

الف) اولین تابع زیان لویز

تابع زیان صفرو یک لویز به‌ازای هر زیان که مقدار آن بیش از مقدار ارزش در معرض ریسک باشد، یک تخطی فرض می‌کند و به آن عدد یک اختصاص می‌دهد و در غیر این صورت، این تابع مقدار صفر اتخاذ می‌کند. سپس یک تابع نمره‌ی احتمال درجه دوم به‌عنوان تابع نمره در نظر می‌گیرد و فرایند رتبه‌بندی صورت می‌پذیرد. [۲۳]

$$C_t = \begin{cases} 1 & \text{if } L_t > \text{VaR}_t \\ 0 & \text{if } L_t < \text{VaR}_t \end{cases} \quad (17)$$

ب) دومین تابع زیان لویز

در این تابع زیان، امکان محاسبه‌ی اندازه‌ی زیان‌ها وجود دارد و به مدلی که زیان‌های آن بالاتر باشد، مقدار بیشتری می‌دهد و معادله‌ی آن به صورت زیر است. [۲۳]

$$C_t = \begin{cases} 1 + (L_t - \text{VaR}_t)^2 & \text{if } L_t > \text{VaR}_t \\ 0 & \text{if } L_t < \text{VaR}_t \end{cases} \quad (18)$$

ج) تابع زیان بلانکو و ایهل

این تابع زیان به‌ازای هر مشاهده در دنباله، وزنی برابر با تقسیم زیان‌های دنباله بر ارزش در معرض ریسک اختصاص می‌دهد. [۲۴]

$$C_t = \begin{cases} \frac{(L_t - \text{VaR}_t)}{\text{VaR}_t} & \text{if } L_t > \text{VaR}_t \\ 0 & \text{if } L_t < \text{VaR}_t \end{cases} \quad (19)$$

t باید برآورد شود. برای برآورد پارامترهای مدل گارچ از روش بیشینه‌ی درست‌نمایی استفاده می‌شود که از رابطه‌ی زیر پیروی می‌کند:

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t \quad (9)$$

$$z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} = \frac{r_t - E(r_t)}{\sqrt{\omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2}} \quad (10)$$

این نسبت دارای توزیع نرمال استاندارد است و مخرج آن شامل پارامترهای مدل است که تخمین پارامترها با روش بیشینه‌ی درست‌نمایی صورت می‌گیرد:

$$\max L = \max \prod_{t=1}^T \varphi_t(z_t | \mu_t, \sigma_t) = \max \prod_{t=1}^T \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z_t^2}{2}\right) \right) \quad (11)$$

در اغلب موارد، بیشینه‌سازی تابع لگاریتمی ساده‌تر است. تابع لگاریتم احتمال یک تابع افزایشی است؛ پس هر پارامتری که L را بیشینه کند باعث بیشینه شدن $\ln L$ نیز می‌شود. از همین رو تابع لگاریتم احتمال را بیشینه می‌کنیم: [۲۰]

$$\begin{aligned} \max \ln L &= \max \ln \prod_{t=1}^T \varphi_t(z_t | \mu_t, \sigma_t) \\ &= \max \ln \prod_{t=1}^T \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z_t^2}{2}\right) \right) \\ &= \max \sum_{t=1}^T \left(\ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \frac{z_t^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \max \ln L &= \max \ln \prod_{t=1}^T \varphi_t(z_t | \mu_t, \sigma_t) \\ &= \max \ln \prod_{t=1}^T \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z_t^2}{2}\right) \right) \\ &= \max \sum_{t=1}^T \left(\ln \frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \frac{z_t^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

د) روش استوارکیپرا

در روش‌های هموارسازی نمایی زمانی که توزیع داده‌ها دم‌پهن باشد، ممکن است پیش‌بینی مناسبی صورت نگیرد. کیپرا (۱۹۹۲) یک رابطه برای پیش‌بینی نوسانات ارائه کرد که ضعف روش هموارسازی نمایی ساده را در این مقوله رفع می‌کند. در هموارسازی نمایی وزن‌دهی بر اساس تصاعد هندسی نزولی صورت می‌گیرد که بر اساس آن، وزن بیشتری به اطلاعات جدیدتر نسبت به اطلاعات قدیمی‌تر تعلق می‌گیرد. طبق این رابطه نوسانات برآوردشده برای هر سال برابر با مجموع مقدار پیش‌بینی‌شده برای سال قبل و ضریبی از اختلاف آن با مقدار واقعی قیمت سال قبل است. [۲۱]

$$\hat{Y}_{t+1} = \hat{Y}_t + \lambda \cdot (Y_{t+1} - \hat{Y}_t) \quad (14)$$

که در آن \hat{Y}_{t+1} مقدار پیش‌بینی برای دوره $t+1$ ، \hat{Y}_t مقدار پیش‌بینی برای دوره t ، Y_{t+1} مقدار واقعی دوره $t+1$ و t و λ میزان وزن داده‌شده به خطای پیش‌بینی دوره‌ی قبل است. اما باید توجه داشت که در دنیای مالی کنونی وقایع ناگهانی و غیر منتظره هرچند اندک بر پیش‌بینی نوسانات آینده مؤثر است و نمی‌توان از آن صرف نظر کرد. در نتیجه برای پیش‌بینی و کنترل نوسانات باید از مدل استواری استفاده

۵. داده‌ها و تحلیل آماری

۱.۵. داده‌ها

داده‌های مورد استفاده بازده لگاریتمی روزانه‌ی شاخص صنعت خودرو از ابتدای سال ۱۳۹۰ تا انتهای شهریورماه ۱۳۹۴ است و از رابطه‌ی ۱۹ پیروی می‌کند که در آن R_t بازده در دوره‌ی زمانی t و P_{t-1} به ترتیب مقدار شاخص خودرو در زمان $t-1$ و t است.

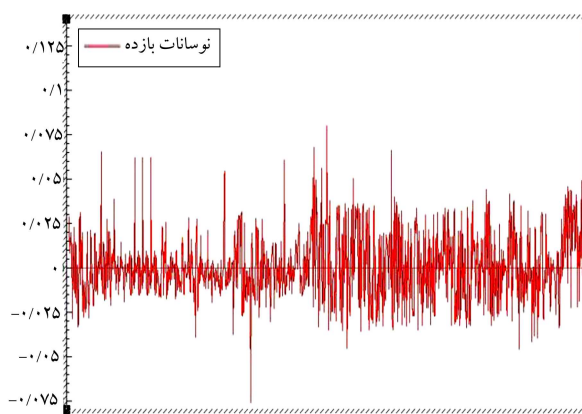
$$R_t = \text{Log}\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (20)$$

باتوجه به شکل ۱ بازده لگاریتمی شاخص خودرو در بازه‌ی مورد مطالعه نوسانات زیادی داشته و در بعضی از روزها شوک رخ داده است که می‌توان از آن‌ها به عنوان داده‌های پرت یاد کرد. در نظر گرفتن داده‌های پرت می‌تواند ما را به تصریح نادرستی از مدل‌های پیش‌بینی برساند. همچنین ویژگی‌های آماری بازده لگاریتمی شاخص قیمت و بازده نقدی خودرو در بازه‌ی زمانی مذکور در جدول ۲ آمده است.

باتوجه به جدول ۲ می‌توان دریافت که بازده لگاریتمی شاخص خودرو دارای توزیع نامتقارن با چولگی مثبت است و از آنجایی که کشیدگی داده‌ها برابر با عدد ۲٫۳۹۱۸ شده است می‌توان این‌طور اظهار نظر کرد که داده‌ها تقریباً از توزیع نرمال پیروی می‌کنند. برای آزمون مانایی داده‌های مقاله از آزمون دیکی فولر تعمیم یافته استفاده شده است که نتایج نشان می‌دهد سری زمانی مورد مطالعه ماناست و استفاده از مدل‌های خودرگرسیون مجاز است.

۲.۵. مقایسه‌ی مدل‌های پیش‌بینی نوسانات بازده

سه روش مرسوم محاسبه‌ی ارزش در معرض ریسک متشکل از روش میانگین متحرک ساده، روش میانگین موزون متحرک نمایی، روش گارج با روش استوارکیپرا، که در این مقاله ارائه شده است، باهم مقایسه شده‌اند و روش مطلوب با بهره‌گیری از آزمون‌های پس‌آزمایی با رویکرد مقایسه‌ی مشخص شده است. جدول ۳ نشان‌دهنده‌ی تعداد



شکل ۱. بازده لگاریتمی شاخص قیمت و بازده نقدی شاخص صنعت خودرو.

جدول ۲. مشخصات آماری بازده لگاریتمی شاخص قیمت و بازده نقدی صنعت خودرو.

تعداد نمونه	میانگین	کمینه	بیشینه	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی	جارج - برا
۱۲۶۲	۰٫۰۰۰۰۹	-۰٫۰۷۵۵	۰٫۱۳۵۱	۰٫۰۱۸۷۵	۰٫۶۸۸۷	۲٫۳۹۱۸	۴۰۰٫۶۰

تخطی روش‌های مختلف محاسبه‌ی ارزش در معرض ریسک در سطوح اطمینان مختلف برای توزیع بازده لگاریتمی شاخص قیمت و بازده نقدی صنعت خودرو است.

رتبه‌بندی مدل‌های پیش‌بینی نوسانات بازده بر اساس تعداد تخطی کمتر لزوماً نتیجه‌ی مطلوبی به همراه ندارد. از این رو برای رتبه‌بندی مدل‌ها باید از مدلی استفاده شود که تعداد تخطی‌های آن برابر تعداد تخطی‌های مورد انتظار باشد که از آن به عنوان مدل معیار رتبه‌بندی یاد می‌شود. رتبه‌ی مدل‌ها بستگی به دوری و نزدیکی آنان با مدل پایه دارد و روش برتر، روشی است که کمینه‌ی اختلاف را با مدل پایه داشته باشد. تعداد تخطی‌های مورد انتظار از رابطه‌ی $X = nP$ پیروی می‌کند که در آن n تعداد مشاهدات و P برابر با ارزش مورد انتظار C_t است. برای اجرای رتبه‌بندی مدل‌ها باید نمره‌ی تابع زیان هر یک از روش‌ها بر مبنای آزمون‌های پس‌آزمایی معین شود که از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه خواهد بود: [۱۸]

$$QPS = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (C_t - P)^2 \quad (21)$$

که در آن C_t همان تابع زیان هر آزمون پس‌آزمایی است که در بخش چهارم (رویکردهای پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک) به آن اشاره شده است. همچنین n و P به ترتیب تعداد مشاهدات و ارزش مورد انتظار C_t هستند.

هرچه اختلاف نمره‌ی تابع زیان با مدل معیار در جدول ۳ کمتر باشد آن روش دقیق‌تر است و رتبه‌ی بالاتری نسبت به سایر روش‌ها کسب می‌کند. به همین منظور در جدول ۴ باتوجه به ستون اختلاف با مدل معیار جدول ۳، به هر یک از روش‌ها به‌ارزی توزیع‌های نرمال و t - استودنت در سه سطح ۹۵٪، ۹۷٫۵٪ و ۹۹٪ رتبه‌ی اتخاذ شد. سپس رتبه برای هر توزیع براساس میانگین رتبه‌های سه آزمون پس‌آزمایی محاسبه و در نهایت رتبه‌ی کلی روش بر اساس میانگین رتبه‌ی دو توزیع نرمال و t - استودنت محاسبه شد. همان‌گونه که در جدول ۴ مشاهده می‌شود روش استوارکیپرا رتبه‌ی اول، روش گارج رتبه‌ی دوم، روش میانگین موزون متحرک نمایی رتبه‌ی سوم، و روش میانگین متحرک ساده رتبه‌ی چهارم را کسب کردند.

۶. نتیجه‌گیری

مدیریت ریسک با ابزار ارزش در معرض ریسک می‌تواند احتمال شکست‌های مالی در ابعاد وسیع را کاهش دهد و به دلیل آن‌که نگاهی روبه جلو دارد برآورد دقیق‌تری از ریسک ارائه می‌دهد. در این مقاله با بررسی مدل‌های مختلف پیش‌بینی نوسانات بازده سعی شده است بهترین مدل برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک پارامتریک مشخص شود. از این رو از روش استوارکیپرا برای برآورد ارزش در معرض ریسک شاخص صنعت خودرو استفاده شد و با سه مدل پیش‌بینی نوسانات بازده به‌وسیله‌ی سه آزمون پس‌آزمایی در سه سطح اطمینان مختلف مقایسه به عمل آمد. نتایج نشان می‌دهد که در توزیع نرمال با سطوح اطمینان ۹۵٪، ۹۷٫۵٪ و ۹۹٪

جدول ۳. نمره‌ی توابع زیان مدل‌های پیش‌بینی و اختلاف آنان با مدل معیار برای بازده لگاریتمی شاخص قیمت و بازده نقدی صنعت خودرو.

سطوح اطمینان						نوع توزیع	نوع آزمون پس‌آزمایی	نوع مدل پیش‌بینی
۹۹٪		۹۷٫۵٪		۹۵٪				
اختلاف با مدل معیار	نمره‌ی تابع زیان	اختلاف با مدل معیار	نمره‌ی تابع زیان	اختلاف با مدل معیار	نمره‌ی تابع زیان			
۰٫۸۹۲۱	۰٫۹۱۱۹	۰٫۸۴۸۳	۰٫۸۹۷۱	۰٫۷۷۲۹	۰٫۸۶۷۹	اولین تابع زیان لویز		
۰٫۸۹۲۵	۰٫۹۱۲۳	۰٫۸۴۸۷	۰٫۸۹۷۵	۰٫۷۷۳۳	۰٫۸۶۸۳	دومین تابع زیان لویز	توزیع نرمال	
۹۶٫۵۵۴۳	۹۶٫۵۷۴۱	۷۲۴٫۶۱۵۶	۷۲۴٫۵۶۶۹	۸۰٫۹۴۲۸	۸۰٫۸۴۷۸	تابع زیان بلانکو و ایهل		روش میانگین متحرک ساده
۰٫۸۹۲۱	۰٫۹۱۱۹	۰٫۷۶۲۹	۰٫۸۵۷۹	۰٫۷۷۴۳	۰٫۸۶۹۳	اولین تابع زیان لویز	توزیع t-استودنت	
۰٫۸۹۲۵	۰٫۹۱۲۳	۰٫۷۶۳۳	۰٫۸۵۸۳	۰٫۷۷۴۷	۰٫۸۶۹۷	دومین تابع زیان لویز		
۹۸٫۷۹۵۷	۹۸٫۸۱۵۵	۱۹۵٫۴۳۳۱	۱۹۵٫۳۳۸۱	۵۷٫۸۹۶۱	۵۷٫۸۰۱۱	تابع زیان بلانکو و ایهل		
۰٫۸۷۹۶	۰٫۸۹۹۴	۰٫۸۳۴۸	۰٫۸۸۳۵	۰٫۷۵۲۹	۰٫۸۴۷۹	اولین تابع زیان لویز	توزیع نرمال	روش میانگین موزون متحرک
۰٫۸۸۰۰	۰٫۸۹۹۸	۰٫۸۳۵۱	۰٫۸۸۳۹	۰٫۷۵۳۳	۰٫۸۴۸۳	دومین تابع زیان لویز		
۱۰٫۱۰۲۵	۱۰٫۰۸۲۷	۱۰٫۷۳۷۷	۱۰٫۷۸۶۴	۱۳٫۴۶۷۰	۱۳٫۳۷۲۰	تابع زیان بلانکو و ایهل		نمایی
۰٫۸۷۳۴	۰٫۸۹۳۲	۰٫۷۴۵۸	۰٫۸۴۰۸	۰٫۷۵۲۹	۰٫۸۴۷۹	اولین تابع زیان لویز	توزیع t-استودنت	
۰٫۸۷۳۸	۰٫۸۹۳۶	۰٫۷۴۶۲	۰٫۸۴۱۲	۰٫۷۵۳۳	۰٫۸۴۸۳	دومین تابع زیان لویز		
۱۴۶٫۵۲۹۴	۱۴۶٫۵۰۹۶	۱۰٫۱۲۰۵	۱۰٫۲۱۵۵	۴۸٫۵۹۹۰	۴۸٫۶۹۴۰	تابع زیان بلانکو و ایهل		
۰٫۰۱۸۰	۰٫۰۰۱۸	۰٫۰۴۴۵	۰٫۰۰۴۳	۰٫۰۸۷۱	۰٫۰۰۷۹	اولین تابع زیان لویز	توزیع نرمال	
۰٫۰۱۸۰	۰٫۰۰۱۸	۰٫۰۴۴۵	۰٫۰۰۴۳	۰٫۰۸۷۱	۰٫۰۰۷۹	دومین تابع زیان لویز		
۰٫۰۳۰۳	۰٫۰۰۵۰	۰٫۰۲۵۷	۰٫۰۷۴۴	۰٫۰۲۷۶	۰٫۱۲۲۶	تابع زیان بلانکو و ایهل		روش گارچ
۰٫۰۰۶۸	۰٫۰۲۶۶	۰٫۰۴۰۰	۰٫۰۵۴۹	۰٫۰۲۴۱	۰٫۱۱۹۱	اولین تابع زیان لویز	توزیع t-استودنت	
۰٫۰۰۶۸	۰٫۰۲۶۶	۰٫۰۴۰۱	۰٫۰۵۵۰	۰٫۰۲۴۱	۰٫۱۱۹۱	دومین تابع زیان لویز		
۰٫۰۶۵۱	۰٫۰۸۴۹	۰٫۰۵۱۹	۰٫۱۴۶۹	۰٫۲۰۱۷	۰٫۲۹۶۷	تابع زیان بلانکو و ایهل		
۰٫۰۰۵۶	۰٫۰۱۴۲	۰٫۰۲۶۴	۰٫۰۲۲۳	۰٫۰۶۵۸	۰٫۰۲۹۲	اولین تابع زیان لویز	توزیع نرمال	
۰٫۰۰۵۶	۰٫۰۱۴۲	۰٫۰۲۶۴	۰٫۰۲۲۳	۰٫۰۶۵۸	۰٫۰۲۹۲	دومین تابع زیان لویز		
۰٫۰۶۵۵	۰٫۰۴۵۷	۰٫۰۲۶۱	۰٫۰۷۴۹	۰٫۰۵۱۶	۰٫۱۴۶۶	تابع زیان بلانکو و ایهل		روش کیپرا
۰٫۰۰۴۱	۰٫۰۰۴۱	۰٫۰۲۳۴	۰٫۰۲۵۳	۰٫۰۶۱۵	۰٫۰۳۳۵	اولین تابع زیان لویز	توزیع t-استودنت	
۰٫۰۰۴۱	۰٫۰۰۴۱	۰٫۰۲۳۴	۰٫۰۲۵۳	۰٫۰۶۱۵	۰٫۰۳۳۵	دومین تابع زیان لویز		
۰٫۰۵۲۳	۰٫۰۳۲۵	۰٫۰۳۰۰	۰٫۰۷۸۷	۰٫۲۶۷۷	۰٫۳۶۲۷	تابع زیان بلانکو و ایهل		

حالت استوار برآورد‌های دقیق‌تری نسبت به سه مدل دیگر می‌دهد. پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی از سایر روش‌های تخمین و مدل‌سازی سری زمانی، که دارای خاصیت استواری هستند، برای برآورد ارزش در معرض ریسک استفاده شود و با مقایسه با مدل‌های مرسوم به‌نوعی اعتبار مدل بررسی شود. در نهایت بهتر است درصد راهی بود که بتوان مدلی ارائه کرد که به‌طور نسبی بر همه‌ی روش‌های برآورد ارزش در معرض ریسک در حالات پارامتریک، نیمه‌پارامتریک، و ناپارامتریک برتری داشته باشد.

همچنین در توزیع t-استودنت با سطوح اطمینان ۹۷٫۵٪ و ۹۹٪ روش استوار کیپرا رتبه‌ی اول را کسب کردند و روش‌های گارچ، میانگین موزون متحرک نمایی، و روش میانگین متحرک ساده به ترتیب رتبه‌های دوم، سوم، و چهارم را کسب کردند. تنها در توزیع t-استودنت در سطح ۹۵٪ روش گارچ در مقابل روش کیپرا عملکرد شایسته‌تری داشته است. در هر دو توزیع با همه‌ی سطوح اطمینان روش استوار کیپرا و روش گارچ از دو مدل دیگر عملکرد بهتری از خود نشان داده‌اند و نمره‌ی تابع زیان نسبتاً نزدیکی داشته‌اند. مدل استوار کیپرا به دلیل در نظر گرفتن

جدول ۴. رتبه‌ی مدل‌های پیش‌بینی برای بازده لگاریتمی شاخص قیمت و بازده نقدی صنعت خودرو به‌ازای هر سطح اطمینان.

رتبه‌ی نهایی	سطوح اطمینان						نوع توزیع	نوع آزمون پس‌آزمایی	نوع مدل پیش‌بینی
	%۹۹		%۹۷٫۵		%۹۵				
مدل	رتبه	میانگین رتبه	رتبه	میانگین رتبه	رتبه	میانگین رتبه			
۴		۴	۴	۴	۴	۴	اولین تابع زیان لویز	توزیع نرمال	روش میانگین متحرک ساده
		۴	۴	۴	۴	۴	دومین تابع زیان لویز		
		۴	۴	۴	۴	۴	تابع زیان بلانکو و ایهل		
		۳٫۶۶۶	۴	۴	۴	۴	اولین تابع زیان لویز	توزیع t-استودنت	
		۴	۴	۴	۴	دومین تابع زیان لویز			
		۳	۴	۴	۴	۴	تابع زیان بلانکو و ایهل		
۳		۳	۳	۳	۳	۳	اولین تابع زیان لویز	توزیع نرمال	روش میانگین متحرک نمایی
		۳	۳	۳	۳	۳	دومین تابع زیان لویز		
		۳	۳	۳	۳	۳	تابع زیان بلانکو و ایهل		
		۳٫۳۳۳	۳	۳	۳	۳	اولین تابع زیان لویز	توزیع t-استودنت	
		۳	۳	۳	۳	دومین تابع زیان لویز			
		۴	۳	۳	۳	۳	تابع زیان بلانکو و ایهل		
۲		۲	۲	۲	۲	۲	اولین تابع زیان لویز	توزیع نرمال	روش گارچ
		۱٫۶۶۶	۲	۱٫۶۶۶	۲	۱٫۶۶۶	دومین تابع زیان لویز		
		۱	۱	۱	۱	۱	تابع زیان بلانکو و ایهل		
		۱٫۶۶۶	۲	۲	۲	۱	اولین تابع زیان لویز	توزیع t-استودنت	
		۲	۲	۲	۲	دومین تابع زیان لویز			
		۱	۲	۲	۲	۱	تابع زیان بلانکو و ایهل		
۱		۱	۱	۱	۱	۱	اولین تابع زیان لویز	توزیع نرمال	روش کپرا
		۱٫۳۳۳	۱	۱٫۳۳۳	۱	۱٫۳۳۳	دومین تابع زیان لویز		
		۲	۲	۲	۲	۲	تابع زیان بلانکو و ایهل		
		۱٫۳۳۳	۱	۱	۱	۲	اولین تابع زیان لویز	توزیع t-استودنت	
		۱	۱	۱	۲	دومین تابع زیان لویز			
		۲	۱	۱	۲	۲	تابع زیان بلانکو و ایهل		

پانوشته‌ها

1. Robust Cipra method
2. value at risk (VaR)
3. generalized auto regressive conditional heteroskedasticity
4. exponential generalized auto regressive conditional heteroskedasticity
5. threshold generalized auto regressive conditional heteroskedasticity
6. simple moving average
7. weighted moving average
8. value at risk backtesting
9. lopez I loss function

10. lopez II loss function
11. blanco and Ihle loss function

منابع (References)

1. Raae, R. and Saeedi, P. "Basics of financial engineering and risk management", The Organization for Researching and Composing University Textbooks in the Humanities, Tehran (2010).
2. Dimson, E. and Marsh, P. "Volatility forecasting without data-snooping", *Journal of Banking & Finance*, **14**(2), pp. 399-421 (1990).

3. Pagan, A.R. and Schwert, G.W. "Alternative models for conditional stock volatility", *Journal of Econometrics*, **45**(1), pp. 267-290 (1990).
4. Kuen, T.Y. and Hoong, T.S. "Forecasting volatility in the Singapore stock market", *Asia Pacific Journal of Management*, **9**(1), pp. 1-13 (1992).
5. Roy, S. "Value at risk in the Indian government securities market: An empirical examination", *International Conference on Business and Finance*, At ICFAI University Hyderabad with Philadelphia University, USA (2002).
6. Gencay, R. and Selcuk, F. "Extreme value theory and value-at-Risk: Relative performance in emerging markets", *International Journal of Forecasting*, **20**(2), pp. 287-303 (2004).
7. Cheng, W.H. and Hung, J.C. "Skewness and leptokurtosis in GARCH-typed VaR estimation of petroleum and metal asset returns", *Journal of Empirical Finance*, **18**(1), pp. 160-173 (2011).
8. Khalili, M. and Zare, A. "Estimating the risk of stock market industry in Tehran based on the Value at Risk (VaR) model", *Financial Knowledge of Securities Analysis*, **7**, pp. 46-62 (2011).
9. Hanafizadeh, P., Hedayati, Sh. and Hedayati, Sh., *Value at Risk*, Published by Termeh, Tehran (2014).
10. Falahpoor, S., Rezvani, F. and Rahimi, M. "Estimating the conditional value at risk conditional volatility models with symmetric and asymmetric in the gold and oil markets", *Financial Knowledge of Securities Analysis*, **8**(26), pp. 1-18 (2015).
11. Ardia, D. and Hoogerheide, L.F. "GARCH models for daily stock returns: Impact of estimation frequency on value-at-risk and expected shortfall forecasts", *Economics Letters*, **123**(2), pp. 187-190 (2014).
12. Su, J.B. "Value-at-risk estimates of the stock indices in developed and emerging markets including the spillover effects of currency market", *Economic Modelling*, **46**, pp. 204-224 (2015).
13. Kim, M. and Lee, S. "Nonlinear expectile regression with application to Value-at-Risk and expected shortfall estimation", *Computational Statistics & Data Analysis*, **94**, pp. 1-19 (2016).
14. Cipra, T. "Robust exponential smoothing", *Journal of Forecasting*, **11**(1), pp. 57-69 (1992).
15. Gelper, S., Fried, R. and Croux, C. "Robust forecasting with exponential and Holt-Winters smoothing", *Journal of Forecasting*, **29**(3), pp. 285-300 (2010).
16. Longerstae, J. and Spencer, M., *RiskMetricsTM—Technical Document*, Morgan Guaranty Trust Company of New York, New York, 296 p. (1996).
17. Danielsson, J., *Financial Risk Forecasting: The Theory and Practice of Forecasting Market Risk with Implementation in R and Matlab*, John Wiley & Sons, 294 p. (2011).
18. Abdeh Tabrizi, H. and Radpoor, M. *Measurement and Management of Market Risk: Value at Risk Approach*, Published by Agah, Tehran (2010).
19. Azar, A. and Momeni, M., *Statistics and its Application in Management*, The Organization for Researching and Composing University Textbooks in the Humanities, Tehran (2007).
20. Bollerslev, T. "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, **31**(3), pp. 307-327 (1986).
21. Holt, C.C. "Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages", *International Journal of Forecasting*, **20**(1), pp. 5-10 (2004).
22. Croux, C., Gelper, S. and Mahieu, K. "Robust control charts for time series data", *Expert Systems with Applications*, **38**(11), pp. 13810-13815 (2011).
23. Lopez, J.A. "Methods for evaluating value-at-risk estimates", *Economic Review*, **2**, pp. 3-17 (1999).
24. Blanco, C. and Ihle, G. "How good is your VaR? Using backtesting to assess system performance", *Financial Engineering News*, **11**, pp. 1-2 (1999).