مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (زمستان ۱۳۹۷)
دوره‌ی ۱-۳۴، شماره‌ی ۲/۲، ص. ۷۹-۸۸

Original Article

بهینه‌سازی همزمان قیمت فروشنده، چرخه‌ی بازپرسازی و نرخ تولید در سیستم مدیریت موجودی توسط فروشنده همراه با تخفیف، با رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها

زهرا بهرامی (دانشجوی دکتری)
دانشکده‌ی فنی و مهندسی، پردیس بین‌المللی تهران، دانشگاه خوارزمی
سید حمیدرضا پسندیده * (استادیار)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی

در این مقاله یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی تک‌کالایی با یک تأمین‌کننده و چند فروشنده تحت سیستم مدیریت موجودی توسط تأمین‌کننده بررسی شده است. تأمین‌کننده پس از تولید محصول، آن را به طور همزمان برای فروشنده‌ها ارسال می‌کند. اندازه‌ی زیردسته‌ها در هر بار ارسال با یک ضریب ثابت افزایش و به موازات آن قیمت خرید برای فروشندگان کاهش می‌یابد. هدف مدل بیشینه‌سازی سود اعضای زنجیره‌ی تأمین همراه با یافتن مقادیر بهینه‌ی قیمت فروشنده، چرخه‌ی بازپرسازی و نرخ تولید است. برای حل مدل از بازی استکلبرگ در میان اعضای زنجیره، فروشندگان به عنوان پیرو و تأمین‌کننده به عنوان رهبر، بهره گرفته شده است. در انتها برای شفاف‌سازی مدل پیشنهادی، یک مثال عددی ارائه شده و تحلیل حساسیتی روی برخی از پارامترها انجام شده است.

واژگان کلیدی: مدیریت موجودی توسط فروشنده، قیمت‌گذاری، تخفیف، بازی استکلبرگ.

zahrabahrami89@yahoo.com
shr_Pasandideh@khu.ac.ir

۱. مقدمه

تقاضای بازار به شدت نسبت به قیمت حساس است. بنابراین قیمت‌گذاری نقش حیاتی برای شرکت‌ها دارد. شرکت‌ها، سیاست‌های قیمت‌گذاری خود را به عنوان یکی از تصمیمات استراتژی‌شان به‌گونه‌یی اتخاذ می‌کنند که بیشترین مشتری را جذب کنند و سود خود را بیشینه کنند. علاوه بر این در صنایع تولیدی، هماهنگی تصمیمات قیمت‌گذاری با سایر جنبه‌های زنجیره‌ی تأمین همچون تولید و موجودی، مفید و ضروری است. برای هماهنگی بین این تصمیمات به بهینه‌سازی یک مدل ترکیبی احتیاج است نه بهینه‌سازی تک تک مؤلفه‌های زنجیره‌ی تأمین. در سال‌های اخیر بهینه‌سازی همزمان تصمیمات موجودی و قیمت‌گذاری مورد توجه محققان بسیاری قرار گرفته است. در این مقاله به مسئله‌ی قیمت‌گذاری همراه با قرارداد مدیریت موجودی توسط فروشنده توجه شده است. قرارداد مدیریت موجودی توسط فروشنده یکی از مهم‌ترین قراردادهایی است که در زنجیره‌های تأمین برای کنترل موجودی بین تأمین‌کننده و فروشنده (تولیدکننده ـ خریدار، توزیع‌کننده ـ فروشنده، تأمین‌کننده‌ی مواد اولیه ـ تولیدکننده) مورد استفاده قرار می‌گیرد که بر اساس به اشتراک‌گذاری اطلاعات مربوط به سطح موجودی و میزان تقاضای محصول فروشنده و انتقال مدیریت موجودی فروشنده به تأمین‌کننده است. به عبارت دیگر تأمین‌کننده تصمیم می‌گیرد که در چه زمانی، چه مقدار محصول را برای فروشنده ارسال کند. هزینه‌های زنجیره‌ی تأمین برپایه‌ی توافقی که در قرارداد مدیریت موجودی توسط فروشنده و تأمین‌کننده تنظیم شده است، تقسیم می‌شود. از مزایای بهره‌گیری از قرارداد مدیریت موجودی توسط فروشنده می‌توان به بهبود عملکرد زنجیره‌ی تأمین به وسیله‌ی کاهش سطوح موجودی و افزایش نرخ‌های بازپرسازی،[۱] کاهش چشمگیر اثر شلاقی در زنجیره‌ی تأمین[۲] و بهبود در دقت پیش‌بینی و کاهش هزینه‌ی حمل و نقل[۳] اشاره کرد.

در این مقاله مدل ارائه شده توسط ماتین و چاترجی،[۴] در رابطه با تعیین چرخه‌ی تولید به طوری که هزینه‌های سیستم کمینه شود، بر اساس اخذ تصمیمات قیمت‌گذاری به نحوی که سود اعضای زنجیره بیشینه شود و تخفیف در سیستم اعمال شود، توسعه داده شده است. زنجیره‌ی تأمین مدنظر، دوسطحی و متشکل از یک تأمین‌کننده و چند فروشنده است. که تأمین‌کننده، تولیدکننده‌ی کالا نیز هست. تولیدکننده، دسته‌های سفارش را به‌صورت افزایشی برای فروشندگان به طور همزمان ارسال و به موازات آن با افزایش دسته‌ها، درصدی تخفیف بر خرید کالا را نیز

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۱۰/۶، اصلاحیه ۱۳۹۶/۲/۳۱، پذیرش ۱۳۹۶/۴/۱۳.
DOI:10.24200/J65.2018.20084

برای فروشندگان لحاظ می‌کند. میزان تقاضای فروشندگان نسبت به قیمت کالا در بازار حساس است و به طور خطی با آن رابطه‌ی عکس دارد. تمامی پارامترهای مدل به صورت قطعی در نظرگرفته شده‌اند. هدف مدل یافتن نقطه‌ی تعادل قیمت فروشنده‌ها، چرخه‌ی بازپرسازی و نرخ تولید با استفاده از بازی استکلبرگ در میان اعضای زنجیره‌ی تأمین است به گونه‌یی که سود تولیدکننده و فروشندگان به حداکثر مقدار ممکن برسد.

۲. مرور ادبیات

در این بخش ادبیات موضوع به صورت جداگانه تحت دو عنوان قیمت‌گذاری و کنترل موجودی و مدیریت موجودی توسط فروشنده و قیمت‌گذاری مورد بررسی قرار گرفته است.

۱.۲. قیمت‌گذاری و کنترل موجودی

اولین مدلی که قیمت‌گذاری را در کنترل موجودی وارد ساخته، توسط ویتین[۵] ارائه شده است. کوتلر[۶] سیاست‌های بازاریابی را با تصمیمات موجودی ترکیب کرد و درمورد رابطه‌ی بین مقدار سفارش اقتصادی و قیمت‌گذاری برای یک دوره‌ی زمانی نامحدود بحث کرده که نتیجه‌ی آن تأثیر معنادار قیمت‌گذاری بر مقدار سفارش اقتصادی بوده است. لادانی و استرنلیب[۷] اثر تغییرات قیمت روی تقاضا و در نتیجه مقدار اقتصادی سفارش را مطالعه کرده‌اند. موناهان[۸] مسئله‌ی زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک تأمین‌کننده و یک خریدار، با تقاضای ثابت و تخفیفات قیمت بر اساس مقدار سفارش را با استفاده از نگرش استکلبرگ تجزیه و تحلیل کرده است. جورگنسن و کورت[۹] تصمیمات همزمان موجودی و قیمت‌گذاری را برای یک کالای خاص بررسی کردند که مقدار تقاضای آن وابسته به قیمت و موجودی در معرض نمایش آن در فروشگاه بوده است. هوانگ و همکاران[۱۰] توسعه‌ی طراحی خانواده‌ی محصول و محصولات پلت‌فرم را با یک مدل تصمیم‌گیری موجودی و قیمت‌گذاری در زنجیره‌ی تأمین با سه سطح متشکل از چندین تأمین‌کننده، یک تولیدکننده و چندین فروشنده ترکیب کرده‌اند و با استفاده از تعادل نش، مدل پیشنهادی را حل کرده‌اند. پانگ[۱۱] سیاست‌های بهینه‌ی کنترل موجودی و قیمت‌گذاری را در یک سیستم موجودی با بازدید دوره‌یی که در آن هزینه‌ی سفارش ثابت، تقاضا به صورت جمعی، کالا فاسد شدنی و کمبود مجاز است، مطالعه کرده است. شوندی و همکاران[۱۲] یک مدل چندمحصولی و چندمحدودیتی را با تصمیمات تولید، موجودی و قیمت‌گذاری به هدف بیشینه‌سازی سود کل گسترش داده‌اند. کالاهای این سیستم موجودی، فاسد شدنی‌اند و در سه دسته‌ی جانشین، مکمل و مستقل قرار می‌گیرند. آویناداو و همکاران[۱۳] بیشینه‌سازی سود فروشنده با تعیین مقادیر بهینه‌ی چرخه‌ی بازپرسازی، مقدار سفارش و قیمت فروش محصول را انجام داده‌اند. در مدل‌های آنان تقاضا تابعی از قیمت و طول عمر محصول است. گیری و همکاران[۱۴] با در نظر گرفتن یک زنجیره‌ی تأمین دو سطحی با چند تولیدکننده‌ی رقابتی و یک فروشنده، به بهینه‌سازی تصمیمات مربوط به قیمت و کیفیت محصول با استفاده از نگرش استکلبرگ پرداختند. طالعی زاده و همکاران[۱۵] یک زنجیره‌ی تأمین سه سطحی با یک توزیع‌کننده، یک تولیدکننده و یک فروشنده با یک محصول را مورد بررسی قرار داده‌اند. در طول فرایند تولید اقلام سالم و معیوب با هم تولید می‌شوند. آنها سه سناریو را مد نظر قرار داده‌اند. در سناریوی اول اقلام معیوب اوراق می‌شود. در سناریوی دوم روی اقلام معیوب دوباره‌کاری صورت می‌گیرد و با قیمت اقلام سالم به فروش می‌رسند؛ در سناریوی سوم نیز اقلام معیوب با قیمتی کم‌تر از اقلام سالم به فروش می‌رسند. همچنین توزیع‌کننده مواد اولیه‌ی نامطلوب را بازمی‌گرداند. در این مدل هدف بیشینه‌سازی سود هر عضو از زنجیره‌ی تأمین با تعیین مقدار بهینه‌ی سفارش توزیع‌کننده و قیمت‌های هر سه سطح است. موداک و همکاران[۱۶] استراتژی‌های قیمت‌گذاری تحت فرایندهای چانه‌زنی و تعرفه‌ی دوبخشی در یک زنجیره‌ی تأمین سه‌سطحی متمرکز و غیرمتمرکز را مورد مطالعه قرار داده‌اند. نیامی صدیق و همکاران[۱۷] یک زنجیره‌ی تأمین سه‌سطحی و چند محصولی را با چندین تأمین‌کننده، یک تولیدکننده و چندین فروشنده گسترش داده‌اند. متغیرهای تصمیم تأمین‌کنندگان، قیمت مواد اولیه و مقدار سفارش آنهاست. تولیدکننده به دنبال تعیین چرخه‌ی تولید، قیمت عمده فروشی محصولات و مقدار مواد اولیه‌ی مورد نیاز در راستای بیشینه‌سازی سود خالص خود است. سپس فروشنده‌ها قیمت فروش و هزینه‌های تبلیغاتی خود را بهینه می‌کنند. یک سری روش‌های تحلیلی و محاسباتی برای رسیدن به تعادل نش در مسئله ارائه شده است. مایهامی و همکاران[۱۸] مدلی را برای قیمت‌گذاری و کنترل موجودی اقلام فاسد شدنی غیر همزمان تحت مهلت پرداخت دوسطحی با هدف بیشینه‌سازی سود فروشنده و مجاز دانستن کمبود گسترش داده‌اند. نوری دریان و طالعی‌زاده[۱۹] یک زنجیره‌ی تأمین سه‌سطحی، شامل چندین توزیع‌کننده‌ی مواد اولیه، یک تولیدکننده و چندین شرکت توزیع دارو را مطالعه کرده‌اند. در مدل آنها قدرت بازار اعضای زنجیره متفاوت است، و بنابراین از بازی استکلبرگ در میان اعضای زنجیره برای تعیین قیمت بهینه‌ی تولیدکننده، توزیع کنندگان دارو و مقدار سفارش توزیع کنندگان دارو به منظور بیشینه‌سازی سود زنجیره استفاده کرده‌اند.

وانگ و چن[۲۰] مسئله‌ی پسر روزنامه‌فروش را برای تولید تازه با قرارداد چندگزینه‌یی بررسی کرده‌اند. پسر روزنامه‌فروش محصولات را با سفارش از یک شرکت دریافت می‌کند و محصولات فروش نرفته را با اجرای چند گزینه می‌تواند به شرکت برگرداند. هدف تعیین همزمان قیمت و مقدار سفارش پسر روزنامه‌فروش با تجزیه و تحلیل مدل است. کنور و گونسن[۲۱] تصمیمات قیمت عمده‌فروشی یک تأمین‌کننده را برای یک زنجیره‌ی خرده‌فروشی بررسی کرده‌اند، که تأمین‌کننده مالک زنجیره است و آن را تحت کنترل دارد. در این مدل بازار توابع قیمت یکسانی دارد.

۲.۲. مدیریت موجودی توسط فروشنده و قیمت‌گذاری

درادبیات مدیریت موجودی توسط فروشنده نیز مطالعات متعددی راجع به قیمت‌گذاری صورت گرفته است. یو و همکاران[۲۲] یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک تولیدکننده و چندین فروشنده را تحت قرارداد مدیریت موجودی توسط فروشنده در نظرگرفته‌اند. تولیدکننده یک نوع کالا را با ظرفیت تولید محدود به فروشندگانی در بازارهای جغرافیایی متعدد عرضه می‌کند. تابع تقاضای هر فروشنده با توجه به قیمتش کاهشی و محدب است. طی یک بازی استکلبرگ که در آن تولیدکننده رهبر و فروشندگان پیرو هستند مقادیر بهینه‌ی درصد پس‌افت، چرخه‌ی بازپرسازی، قیمت عمده‌فروشی تولیدکننده و قیمت فروشندگان مشخص می‌شود. آنها در مطالعه‌ی دیگری[۲۳] تابع تقاضای مشتری در همین سیستم را متأثر از میزان سرمایه‌گذاری تولیدکننده و فروشنده در تبلیغات و قیمت فروشنده فرض کرده‌اند و با بهره‌گیری از بازی استکلبرگ علاوه بر تعیین سیاست‌های موجودی، مقادیر بهینه‌ی میزان سرمایه‌گذاری در تبلیغات و قیمت را نیز تعیین کرده‌اند. برنستین و همکاران[۲۴] یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک تأمین‌کننده و چندین فروشنده‌ی رقابتی که

در قیمت یا مقدار فروش با هم رقابت می‌کنند را در نظر گرفته‌اند. آنها نشان داده‌اند که این زنجیره تحت قرارداد مدیریت موجودی توسط فروشنده با یک قیمت عمده‌فروشی ثابت و یا یک طرح تخفیف مقداری می‌تواند به یک هماهنگی کامل دست یابد. براید و همکاران[۲۵] یک استراتژی قیمت‌گذاری همراه با تخفیف را در سیستم مدیریت موجودی توسط فروشنده با استفاده از بازی استکلبرگ بیان کردند و نشان دادند که این استراتژی موجب بهبود سود اعضای زنجیره می‌شود. طالعی‌زاده و همکاران[۲۶] یک مدل مدیریت موجودی توسط فروشنده را برای یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی که از یک تأمین‌کننده و چند فروشنده غیر رقابتی تشکیل شده است، گسترش داده‌اند. در این مدل مواد اولیه و محصول نهایی با نرخ‌های متفاوتی فاسد می‌شوند. تقاضای بازار برای محصول قطعی و نسبت به قیمت حساس است. مدل موجودی پیشنهادی آنها، مقادیر قیمت فروشنده، تعداد دفعات بازپرسازی مواد اولیه، چرخه‌ی بازپرسازی محصول و نرخ تولید را به طور همزمان، به هدف بیشینه‌سازی سود کل زنجیره‌ی تأمین بهینه می‌کند. آنها برای حل مدل از بازی استکلبرگ بین اعضای زنجیره استفاده کرده‌اند. شاو و اکسو[۲۷] یک بازی استکلبرگ را در میان اعضای یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک تأمین‌کننده و یک فروشنده به هدف قیمت‌گذاری و تعیین سطح خدمت تحت یک سیستم مدیریت موجودی توسط فروشنده نشان داده‌اند. در مدل آنها، اقلام فاسد شدنی هستند و یک سازوکار تقسیم درآمد به منظور هماهنگی کل زنجیره ارائه شده است. جیانگ، ژانگ و یو[۲۸] با بررسی یک مدل مدیریت موجودی توسط فروشنده دو سطحی با یک تأمین‌کننده و چند فروشنده، و با استفاده از مدل توسعه‌یافته‌ی چانه‌زنی نش غیرخطی هزینه‌های بهینه‌ی تبلیغاتی، سیاست‌های موجودی و تقسیم سود را تعیین کرده‌اند. مدل چانه‌زنی نش آنها جواب‌های بهینه خود را از مدل هیبریدی الگوریتم ژنتیک و روش ضرایب لاگرانژ دریافت می‌کند که توانسته محاسبات و پیچیدگی آنها را به میزان قابل توجهی کاهش دهد. سیف‌برقی و همکاران[۲۹] یک مدل زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک تولیدکننده و چندین خریدار را فرموله کرده‌اند که در آن تولیدکننده، کالای تولید شده را به خریداران توزیع می‌کند. تولیدکننده و خریداران تحت قرارداد مدیریت موجودی توسط فروشنده عمل می‌کنند. تولیدکننده از سیاست مقدار اقتصادی تولید بهره می‌گیرد. پارامترهای عملیاتی برای خریداران، مقدار فروش، قیمت فروش و نرخ تولید است. آنها سود زنجیره‌ی تأمین و قیمت قرارداد بین تولیدکننده و خریداران را با استفاده از مقادیر بهینه‌ی این پارامترهای عملیاتی محاسبه کرده‌اند و برای حل مدل خود از الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات مجزا بهره گرفته‌اند.

۳. تعریف مسئله

یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی تحت قرارداد مدیریت موجودی توسط فروشنده که در آن تولیدکننده، یک محصول را برای چندین فروشنده به منظور برآورده‌سازی تقاضای آنها تولید و برایشان ارسال می‌کند، توسعه داده شده است. هدف مدل ارائه شده، بهینه‌سازی همزمان مسایل قیمت‌گذاری، کنترل موجودی و تولید است. تولیدکننده کالا را به طور همزمان برای تمامی فروشندگان ارسال می‌کند. در هر چرخه‌ی تولید T، n بار کالاها به فروشندگان توزیع می‌شود که اندازه‌ی دسته‌ی ارسالی هر بار با ضریب x، $(x > ۱)$ افزایش و قیمت خرید آن برای فروشنده با ضریب α، $(۰ < \alpha < ۱)$ کاهش می‌یابد. محققین ایده‌ی افزایش دسته‌های ارسالی را در یک سیستم تأمین‌کننده ـ فروشنده پیاده کردند[۳۰و۳۱] و اظهار داشتند که این نگرش ممکن است تحت شرایطی منجر به کاهش هزینه‌های سیستم شود. این نگرش با کاهش تعداد ارسال‌ها (بازپرسازی‌ها)، به دنبال کاهش کل هزینه‌های سفارش‌دهی و حمل و نقل است. در این مقاله با توجه به مشخص بودن تعداد دفعات بازپرسازی، از این ایده به منظور اعمال تخفیف استفاده شده است. تمامی پارامترهای مدل قطعی و معلوم‌اند و تقاضای بازار برای محصول وابسته به قیمت آن است. با هدف بیشینه‌سازی سود تولیدکننده و فروشندگان، متغیرهای تصمیم چرخه‌ی بازپرسازی، نرخ تولید و قیمت فروشندگان تعیین شده است. در توسعه‌ی این مدل تولید ـ موجودی فرضیات در نظرگرفته شده عبارت‌اند از:

۱. تأمین‌کننده در هر بار برپایی تولید، n بار دسته به فروشنده‌ها ارسال می‌کند.

۲. اندازه‌ی زیردسته‌ها هر بار با ضریب x افزایش می‌یابد.

۳. تقاضای بازار برای هر فروشنده به صورت تابعی خطی و کاهشی از قیمت اوست $(a, b > ۰)$

$$D_i = a - bp_i$$

۴. تقاضای کل تولیدکننده برابر مجموع تقاضای فروشنده است.

۵. به دلیل اخذ تصمیمات بازپرسازی (زمان و مقدار بازپرسازی) فروشنده توسط تأمین‌کننده، هزینه‌های سفارش‌دهی فروشنده‌ها را بدون تغییر تولیدکننده متحمل می‌شود.

۶. کمبود مجاز نیست.

۷. تمامی پارامترهای مدل تولید ـ موجودی ثابت و معلوم‌اند.

۸. هزینه‌ها برای تمامی فروشنده‌ها یکسان است.

۹. بازپرسازی برای تمامی فروشنده‌ها به طور همزمان صورت می‌گیرد.

۱۰. زمان لازم برای تولید دسته‌ی $k+۱$ام توسط تولیدکننده، زمان لازم برای مصرف دسته‌ی kام برای تمامی فروشندگان، و زمان لازم برای مصرف زیردسته‌ی kام برای فروشنده‌ی iام با هم برابر است.

۱۱. نرخ‌های تولید و مصرف هماهنگ (همزمان) است.

۱۲. با افزایش مقدار بازپرسازی در هر دفعه، قیمت خرید فروشنده α درصد کاهش می‌یابد.

۱۳. افق زمانی مسئله نامحدود است.

۴. مدل ریاضی مسئله

پارامترهای استفاده شده از مدل عبارت‌اند از:

i تعداد فروشندگان $i = ۱, ۲, \ldots, r$

k تعداد دفعات بازپرسازی فروشندگان در دوره‌ی زمانی T $(k = ۱, ۲, \ldots, n)$

T چرخه‌ی زمانی هر بار تولید (متغیر تصمیم)

P نرخ تولید تأمین‌کننده (متغیر تصمیم)

x ضریب افزایش میزان تولید تأمین‌کننده $(x > ۱)$

Q_k میزان تولید در مرتبه‌ی kام

$$Q_{k+۱} = xQk$$

A هزینه‌ی ثابت هر بار برپاسازی تولید

$C(p)$ هزینه‌ی تولید هر واحد محصول[۳۲]

L هزینه‌ی ثابت تولید محصول مانند نیروی کار، انرژی و هزینه‌ی تکنولوژی

Φ هزینه‌ی متغیر تولید محصول به طوری که در هر بار تولید به اندازه‌ی مقدار فوق هزینه‌ی به سیستم تولید تحمیل شود.

$$C(P) = \frac{L}{P} + \Phi P$$

D میزان تقاضای تأمین‌کننده است:

$$D = \sum_{i=1}^{r} D_i$$

h_v هزینه‌ی نگه‌داری هر واحد موجودی برای تأمین‌کننده در واحد زمان است

D_i میزان تقاضای بازار برای فروشنده‌ی iام

$$D_i = a - bp_i$$

P_i قیمت فروش کالا برای فروشنده‌ی iام

a, b دو عدد ثابت مثبت

q_{ik} مقدار بازپرسازی فروشنده‌ی iام در مرتبه‌ی kام

C_i هزینه‌ی خرید هر واحد برای فروشنده‌ی iام

h_i هزیته نگه‌داری هر واحد موجودی برای فروشنده‌ی iام در واحد زمان

α ضریب کاهش هزینه‌ی خرید فروشنده $0 < \alpha < 1$

O_i هزینه‌ی هر بار سفارش برای فروشنده‌ی iام

t_i هزینه‌ی هر بار حمل و نقل سفارش برای فروشنده‌ی iام

در قرارداد مدیریت موجودی توسط فروشنده، هزینه‌ها بر اساس توافق بین دو طرف، بین آنها تقسیم می‌شود. در اینجا هزینه‌های برپاسازی تولید، سفارش‌دهی کالا توسط فروشندگان (به دلیل اخذ تصمیمات بازپرسازی توسط تولیدکننده)، هزینه‌ی نگه‌داری کالا در سایت تأمین‌کننده و هزینه‌ی تولید کالا را تأمین‌کننده متقبل می‌شود. هزینه‌های خرید کالا، نگه‌داری کالا و حمل و نقل را برای فروشندگان در نظر گرفته‌ایم.

۱.۴. مدل موجودی تأمین‌کننده

نمودار موجودی تأمین‌کننده در شکل ۱ نمایش داده شده است. قبل از پرداختن به محاسبه‌ی سود تأمین‌کننده باید توجه داشته باشیم که:

- اندازه‌ی دسته‌ی ارسالی توسط تأمین‌کننده در هر دوره برابر با مجموع زیردسته‌های ارسالی به تک تک فروشنده‌هاست.

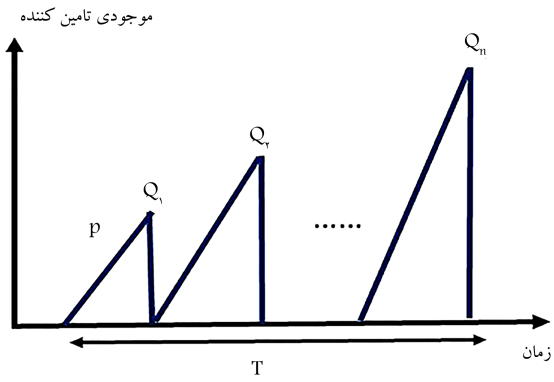
$$Q_k = q_{1k} + q_{2k} + \cdots + q_{rk} \qquad (۱)$$

- اندازه‌ی کل دسته‌های ارسالی در چرخه‌ی تولید برابر با مجموع اندازه‌ی دسته‌های ارسالی در n دوره است.

$$Q = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_n \qquad (۲)$$

- دسته‌ی ارسالی به فروشندگان هر دوره نسبت به دوره‌ی قبل آن با ضریب x افزایش می‌یابد.

$$Q_{k+1} = xQk \qquad (۳)$$



شکل ۱. نمودار موجودی تأمین‌کننده.

- نرخ مصرف مقدار سفارش کل در چرخه‌ی تولید برابر با مجموع تقاضاهای فروشندگان است.

$$Q = T\sum_{i=1}^{r} D_i \qquad (۴)$$

- مقدار سفارش کل را می‌توان بر حسب مقدار سفارش دوره‌ی اول محاسبه کرد:

$$Q = Q1\left[\frac{x^n - 1}{x - 1}\right] \qquad (۵)$$

- زمان لازم برای مصرف دسته‌ی kام برای تمامی فروشندگان و زمان لازم برای مصرف زیردسته‌ی kام برای فروشنده‌ی iام با هم برابرند:

$$\frac{Q_K}{\sum_{i=1}^{r} Di} = \frac{qik}{Di} \qquad (۶)$$

درآمد تأمین‌کننده از جمع درآمد او در تمامی دوره‌ها و به ازای تمامی فروشندگان به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}&[c_1q_{11} + c_2q_{21} + \cdots + c_rq_{r1}] + [\alpha c_1q_{12} \\ &+\alpha c_2q_{22} + \cdots + \alpha c_rq_{r2}] + \cdots + [\alpha^{n-1}c_1q_{1n} \\ &+\alpha^{n-1}c_2q_2n + \cdots + \alpha^{n-1}c_rq_{rn}] = [c_1q_{11} \\ &+\alpha c_1q_{12} + \cdots + \alpha^{n-1}c_1q_{1n}] + \cdots + [c_rq_{r1} \\ &+\alpha c_rq_{r2} + \cdots + \alpha^{n-1}c_rq_{rn}] = \sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{r} c_i\alpha^{k-1}q_{ik}\end{aligned} \qquad (۷)$$

با استفاده از مقدار q_{ik} از رابطه‌ی ۶ و مقدار Q_k از رابطه‌ی ۳ و پس از ساده‌سازی، درآمد تأمین‌کننده از رابطه‌ی ۸ به دست می‌آید:

$$T\left[\frac{x-1}{x^n-1}\right]\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{r} c_iD_i(\alpha x)^{k-1} \qquad (۸)$$

بنابرای درآمد تأمین‌کننده در واحد زمان برابر است با:

$$\left[\frac{x-1}{x^{n-1}}\right]\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{r} c_iD_i(\alpha x)^{k-1} \qquad (۹)$$

هزینه‌ی ثابت برپایی تولید در واحد زمان:

$$\frac{A}{T} \qquad (۱۰)$$

هزینه‌ی سفارش‌دهی فروشنده‌ها در واحد زمان

$$\frac{n\sum_{i=1}^{r} o_i}{T} \qquad (11)$$

هزینه‌ی نگه‌داری تأمین‌کننده در واحد زمان

با توجه به نمودار موجودی تأمین‌کننده، متوسط موجودی تأمین‌کننده برابر است با:

$$\frac{\sum_{i=1}^{r} Di}{Q}\left[\frac{Q_1^2}{2P}+\frac{Q_2^2}{2P}+\cdots+\frac{Q_n^2}{2P}\right] \qquad (12)$$

با جایگذاری مقادیر Q و Q_k بااستفاده از روابط ۳، ۴ و ۵ هزینه‌ی نگه‌داری تأمین‌کننده در واحد زمان حاصل می‌شود:

$$\frac{h_v T(\sum_{i=1}^{r} Di)^2}{2P}\left[\frac{x^{2n}-1}{x^2-1}\right]\left[\frac{x-1}{x^n-1}\right]^2 \qquad (13)$$

هزینه‌ی تولید تأمین‌کننده عبارت است از:

$$C(P)Q=(\frac{L}{P}+\Phi P)T\sum_{i=1}^{r} Di \qquad (14)$$

با جایگزینی تابع تقاضا، هزینه‌ی تولید تأمین‌کننده در واحد زمان برابر است با:

$$\frac{1}{T}C(P)Q=\left(\frac{L}{P}+\Phi P\right)\sum_{i=1}^{r}(a-bp_i) \qquad (15)$$

با جایگزینی $D_i=a-bp_i$، سود تأمین‌کننده در واحد زمان به دست می‌آید:

$$TP_v=\left[\frac{x-1}{x^n-1}\right]\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{r}c_i\left(a-bp_i\right)(\alpha x)^{k-1}-$$
$$\left[\frac{A+n\sum_{i=1}^{r} o_i}{T}+\left(\frac{L}{P}+\Phi P\right)\sum_{i=1}^{r}(a-bp_i)+\right.$$
$$\left.\frac{h_v T(\sum_{i=1}^{r}(a-bp_i))^2}{2P}[\frac{x^{2n}-1}{x^2-1}][\frac{x-1}{x^n-1}]^2\right] \qquad (16)$$

۲.۴. مدل موجودی فروشنده

نمودار موجودی برای فروشنده‌ی iام در شکل ۲ نشان داده شده است.

درآمد فروشنده‌ی i ام:

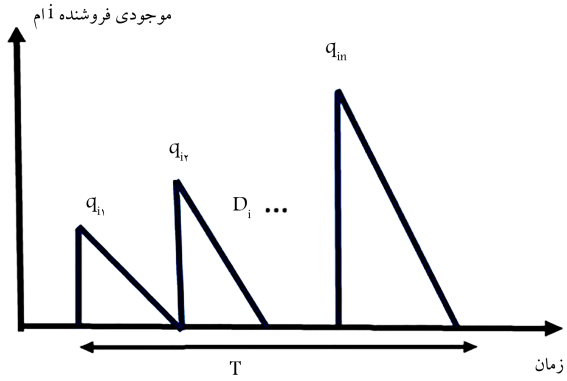
$$p_iD_i=p_i(a-bp_i) \qquad (17)$$

متوسط هزینه‌ی خرید فروشنده‌ی iام:

$$c_iq_{i1}+\alpha c_iq_{i2}+\cdots+\alpha^{n-1}c_iq_{in} \qquad (18)$$

با استفاده از روابط ۳ و ۶، رابطه‌ی ۱۸ تبدیل می‌شود به:

$$\frac{c_iD_i}{\sum_{i=1}^{r} Di}Q_1[1+\alpha x+\alpha^2x^2+\cdots+\alpha^{n-1}x^{n-1}] \qquad (19)$$



شکل ۲. نمودار موجودی فروشنده‌ی iام.

با بهره‌گیری از روابط ۴ و ۵، و جایگزینی آن در تابع تقاضا و نیز پس از ساده‌سازی، متوسط هزینه‌ی خرید فروشنده‌ی iام به دست می‌آید:

$$c_i(a-bp_i)\left[\frac{(\alpha x)^n-1}{\alpha x-1}\right]\left[\frac{x-1}{x^n-1}\right] \qquad (20)$$

متوسط هزینه‌ی نگه‌داری فروشنده‌ی iام

با توجه به نمودار موجودی فروشنده، متوسط موجودی فروشنده برابر است با:

$$\frac{\sum_{i=1}^{r} Di}{Q}[\frac{q_{i1}^2}{2D_i}+\frac{q_{i2}^2}{2D_i}+\cdots+\frac{q_{in}^2}{2D_i}]=$$
$$\left(\frac{\sum_{i=1}^{r} Di}{2QD_i}\right)\left(\frac{D_iQ_1}{\sum_{i=1}^{r} Di}\right)^2[1+x+x^2+\cdots+x^{2n-2}] \qquad (21)$$

با استفاده از روابط ۴ و ۵ و جایگزینی آن در تابع تقاضا، متوسط هزینه‌ی نگه‌داری عبارت خواهد بود از:

$$\frac{T}{2}h_i(a-bp_i)\left[\frac{x^{2n}-1}{x^2-1}\right]\left[\frac{x-1}{x^n-1}\right]^2 \qquad (22)$$

هزینه‌ی حمل و نقل فروشنده‌ی iام در واحد زمان

$$\frac{nt_i}{T} \qquad (23)$$

بنابراین سود فروشنده‌ی iام در واحد زمان از رابطه‌ی ۲۴ به دست می‌آید:

$$TP_i=p_i(a-bp_i)-$$
$$\left[c_i(a-bp_i)\left[\frac{(\alpha x)^n-1}{\alpha x-1}\right]\left[\frac{x-1}{x^n-1}\right]+\right.$$
$$\left.\frac{T}{2}h_i(a-bp_i)\left[\frac{x^{2n}-1}{x^2-1}\right]\left[\frac{x-1}{x^n-1}\right]^2+\frac{nt_i}{T}\right] \qquad (24)$$

۵. روش حل

در این بخش، برای حل مسئله از بازی استکلبرگ در میان اعضای زنجیره استفاده شده است. در بازی استکلبرگ، یکی از اعضا به عنوان پیرو عمل می‌کند و مقادیر بهینه‌ی متغیرهای تصمیمش را مشخص می‌سازد. سپس عضو دیگر به عنوان رهبر، تصمیمات خود را بر اساس بهترین اقدامات پیرو اتخاذ می‌کند. در این مسئله،

فروشنده‌ها به عنوان پیرو و تأمین‌کننده، رهبر انتخاب شده است. ابتدا فروشنده‌ها مقادیر بهینه‌ی متغیرهای تصمیم‌شان را تعیین می‌کنند و سپس بر اساس بهترین اقدامات آنها، تأمین‌کننده متغیر تصمیم‌اش را بهینه می‌سازد. در مسئله‌ی مطرح شده، متغیرهای تصمیم فروشندگان، چرخه‌ی بازپرسازی و قیمت فروش و متغیر تصمیم تأمین‌کننده، نرخ تولید است.

نظریه‌ی اول. تابع TP_i نسبت به T و p_i مقعر است. اثبات:

برای اثبات نظریه‌ی اول از لم‌های ۱ و ۲ استفاده می‌کنیم.

لم ۱. فرض کنید $f(\underset{\sim}{x}) \in c^2$. آنگاه شرط لازم و کافی برای آن که $f(\underset{\sim}{x}) \in c^2$ مقعر باشد، آن است که $\nabla^2 f(\underset{\sim}{x})$ به ازای تمام xها یک ماتریس نیمه‌معین منفی باشد.[۳۳]

لم ۲. یک ماتریس مربع نیمه‌معین منفی است اگر مینورهای زوج آن بزرگ‌تر یا مساوی صفر و مینورهای فرد آن کوچک‌تر یا مساوی صفر باشند.[۳۳]

تعریف می‌کنیم: $E = \left[\frac{(\alpha x)^n - 1}{\alpha x - 1}\right]\left[\frac{x-1}{x^n-1}\right]^2$ و $F = \left[\frac{x^{2n}-1}{x^2-1}\right]\left[\frac{x-1}{x^n-1}\right]$ که در آن E و F اعدادی مثبت هستند. بنابراین تابع سود فروشنده برابر است با:

$$TP_i = p_i(a - bp_i) - c_i(a - bp_i)E - \frac{T}{2}h_i(a - bp_i)F - \frac{nt_i}{T} \quad (۲۵)$$

$$\frac{dTP_i}{dp_i} = a - 2bp_i + c_i bE + \frac{T}{2}h_i bF \quad (۲۶)$$

$$\frac{d^2TP_i}{dp_i^2} = -2b \quad (۲۷)$$

$$\frac{d^2TP_i}{dp_i dT} = \frac{h_i bF}{2} \quad (۲۸)$$

$$\frac{dTP_i}{dT} = -\frac{h_i F}{2}(a - bp_i) + \frac{nt_i}{T^2} \quad (۲۹)$$

$$\frac{d^2p_i}{dT^2} = -\frac{2nt_i}{T^3} \quad (۳۰)$$

$$\nabla^2(TP_i) = \begin{pmatrix} -2b & \frac{h_i bF}{2} \\ \frac{h_i bF}{2} & -\frac{2nt_i}{T^3} \end{pmatrix} \quad (۳۱)$$

$$\alpha_1 = -2b < 0 \quad (۳۲)$$

$$\alpha 2 = \frac{4bnt_i}{T^3} - \left(\frac{h_i bF}{2}\right)^2 > 0 \quad (۳۳)$$

بنابراین با برقراری رابطه‌ی ۳۳ اثبات می‌شود که تابع TP_i نسبت به T و P_i مقعر است. و مقادیر بهینه‌ی آنها از شرط لازم درجه‌ی اول و به عبارت دیگر معادلات ۳۴ و ۳۵ حاصل می‌شود.

$$a - 2bpi^* + c_i bE + \frac{T^*}{2}h_i bF = 0 \quad (۳۴)$$

$$\frac{h_i F}{2}(a - bpi^*) + \frac{nt_i}{T^{*2}} = 0 \quad (۳۵)$$

نظریه‌ی ۲. تابع $TP_v(P, T^*, p_i^*)$ نسبت به P مقعر است. اثبات:

$$\frac{dTP_v}{dP} = \frac{h_v T^* F\left(\sum_{i=1}^{r}(a - bp_i^*)\right)^2}{2P^2} + \left(\frac{L}{P^2} - \Phi\right)\left(\sum_{i=1}^{r}(a - bp_i^*)\right) \quad (۳۶)$$

$$\frac{d^2TP_v}{dP^2} = -\frac{h_v T^* F\left(\sum_{i=1}^{r}(a - bp_i^*)\right)^2}{P^3} - \frac{2L}{P^3}\sum_{i=1}^{r}(a - bp_i^*) < 0 \quad (۳۷)$$

بنابراین مقدار P_* از شرط لازم درجه اول یا به عبارت دیگر رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dTP_v}{dP} = 0 \Rightarrow$$

$$P^* = \sqrt{\frac{2h_v T^* F\left(\sum_{i=r}^{r}(a - bp_i^*)\right)^2 + 2L\sum_{i=1}^{r}(a - bp_i^*)}{2\Phi\sum_{i=1}^{r}(a - bp_i^*)}}$$

الگوریتم رسیدن به نقطه تعادل در سیستم:

گام ۱. مقادیر T و p_i را با استفاده از معادلات ۳۴ و ۳۵ محاسبه می‌کنیم.

گام ۲. مقادیر T و p_i حاصله از گام ۱ را در رابطه‌ی ۳۳ قرار می‌دهیم. آنهایی که این رابطه را ارضا می‌کنند، T^* و p_i^* می‌نامیم.

گام ۳. T^* و p_i^* را در رابطه‌ی ۳۸ قرار می‌دهیم و P^* را به دست می‌آوریم.

گام ۴. با قرار دادن T^*، p_i^* و P^* در روابط ۱۶ و ۲۴ سود بیشینه‌ی تأمین‌کننده و فروشندگان محاسبه می‌شود.

۶. مثال عددی و تحلیل حساسیت

ابتدا با ارائه‌ی یک مثال عددی و استفاده از روش حل بحث شده در بخش قبل به یافتن مقادیر بهینه‌ی متغیرهای تصمیم مسئله و سود اعضای زنجیره‌ی تأمین می‌پردازیم. مقادیر زیر را برای پارامترهای مسئله در نظر بگیرید:

$a = 2000,\ b = 11,\ c_i = 140,$

$h_i = 6, t_i = 150,\ h_v = 9, n = 2,$

$O_i = 4000,\ A = 6000,\ L = 3000,$

$\Phi = 0/015,\ x = 1/2,\ \alpha = 0/9.$

با بهره‌گیری از روش حل بحث شده، نتایج حاصل از حل مثال عددی در جدول ۱ ارائه شده است.

در تجزیه و تحلیل سیستم مورد نظر، اول به بررسی این موضوع می‌پردازیم که اگر ضریب افزایش مقدار زیردسته‌ها و تخیف را از مدل حذف کنیم، به عبارت دیگر قرار دهیم: $\alpha = 1,\ x = 1$، چه تغییری در میزان سود اعضای زنجیره‌ی تأمین رخ می‌دهد. سه عبارت در توابع سود تأمین‌کننده و فروشنده وجود دارد که این پارامترها را در بر می‌گیرند. حد این عبارت‌ها را زمانی که ضرایب افزایش زیردسته‌ها و تخیف

جدول ۱. نتایج حاصل از مثال عددی.

T^*	p_i^*	P^*	D_i^*	TP_i^*	TP_v^*
۰/۸۶۵	۱۵۷/۷	۴۸۴	۲۶۵/۳	۵۹۷۵	۱۵۱۱۱

۱ است، محاسبه می‌کنیم و مقدار به دست آمده را جایگزین آنها می‌کنیم:

$$lim_{\substack{x\to 1\\ \alpha=1}} \left[\frac{(\alpha x)^n - 1}{\alpha x - 1}\right]\left[\frac{x-1}{x^n-1}\right] = 1$$

برای به دست آوردن حد دو عبارت دیگر از قاعده‌ی هوپیتال استفاده می‌کنیم. طبق قاعده‌ی هوپیتال:

$$lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)} = \cdots = \lim_{x\to a}\frac{f^{(n)}(x)}{g^{(n)}(x)}$$

بنابراین:

$$lim_{x\to 1}\left[\frac{x^{2n}-1}{x^2-1}\right]\left[\frac{x-1}{x^n-1}\right]^2 = \frac{4}{1+2n}$$

$$lim_{x\to 1}\left[\frac{x-1}{x^{n-1}}\right] = \frac{1}{n}$$

با توجه به این که در مثال مورد بررسی ما $n = 2$ در نظرگرفته شده، مشاهده می‌کنیم که لحاظ نکردن این ضرایب در مدل سبب می‌شود که سود تأمین‌کننده از ۱۵۱۱۱ به ۱۶۹۳۴ افزایش، و سود فروشنده از ۵۹۷۵ به ۳۷۹۸ کاهش یابد.

پس از این مطلب، به منظور مشاهده‌ی رفتار سیستم به ازای تغییر پارامترهای آن، تحلیل حساسیتی را روی برخی از پارامترهای سیستم انجام خواهیم داد.

۱.۶. هزینه‌ی نگه‌داری فروشنده

در جدول ۲ میزان تغییرات سود فروشنده و تأمین‌کننده به ازای تغییرات هزینه‌ی نگه‌داری فروشنده آمده است. چنان که از اطلاعات جدول ۲ بر می‌آید، افزایش هزینه‌ی نگه‌داری فروشنده باعث کاهش مقدار دسته‌های ارسالی به آن می‌شود که درنتیجه سود تأمین‌کننده را نیز کم می‌کند (شکل ۳).

چنان که در شکل ۴ دیده می‌شود، به طور طبیعی با افزایش هزینه‌ی نگه‌داری فروشنده، از مقدار سودش کاسته می‌شود.

۲.۶. هزینه‌ی خرید فروشنده

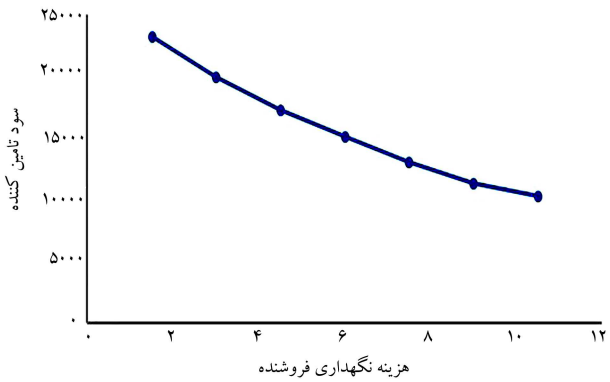
در جدول ۳ مقادیر پارامترهای سیستم به ازای هزینه‌های خرید مختلف ارائه شده است.

افزایش هزینه‌ی خرید هر واحد محصول، هزینه‌ی خرید فروشنده را افزایش و در پی آن سود فروشنده را کاهش می‌دهد (شکل ۵).

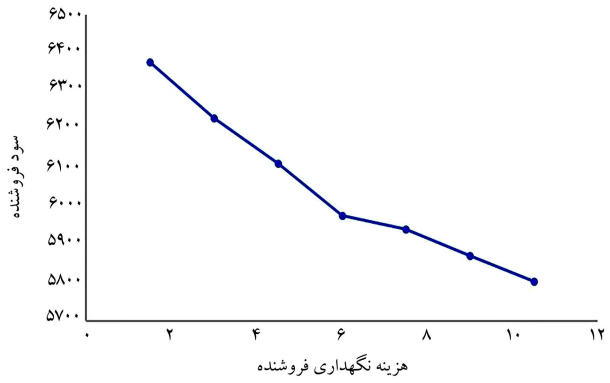
افزایش هزینه‌ی خرید هر واحد محصول برای فروشنده، از یک طرف میزان درآمد تأمین‌کننده را افزایش می‌دهد و از طرف دیگر از میزان تقاضا می‌کاهد. برآمد این دو اثر باعث کاهش سود تأمین‌کننده، به موازات افزایش هزینه‌ی خرید فروشنده است (شکل ۶).

جدول ۲. تغییرات سود اعضای زنجیره به ازای تغییرات هزینه‌ی نگه‌داری فروشنده.

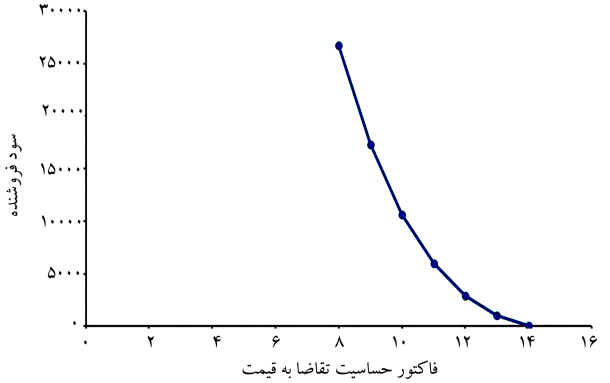
h_i	T^*	Q^*	P^*	TP_i^*	TP_v^*
۱٫۵	۱٫۷۲	۴۶۲	۵۱۹	۶۳۷۶	۲۳۲۶۲
۳	۱٫۲۱۹	۳۲۶	۴۹۹	۶۲۳۱	۱۹۹۵۲
۴٫۵	۰٫۹۹۶	۲۶۵	۴۹۰	۶۱۱۲	۱۷۲۷۸
۶	۰٫۸۶۵	۲۲۹٫۵	۴۸۴	۵۹۷۵	۱۵۱۱۱
۷٫۵	۰٫۷۷۵	۲۰۵	۴۸۰	۵۹۴۱	۱۳۱۰۹
۹	۰٫۷۰۹	۱۸۷	۴۷۸	۵۸۷۱	۱۱۳۳۱
۱۰٫۵	۰٫۶۵۷	۱۷۷	۴۷۶	۵۸۰۴	۱۰۲۸۸



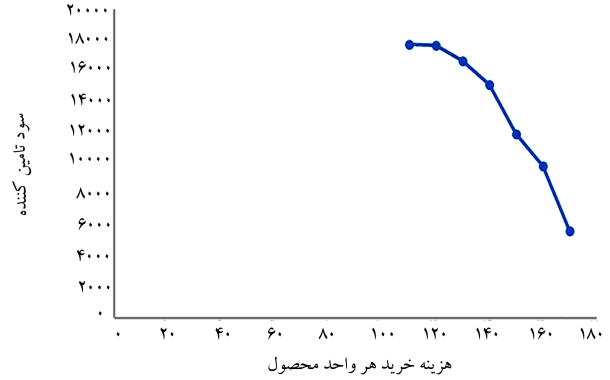
شکل ۳. تغییرات سود تأمین‌کننده به ازای تغییرات هزینه‌ی نگه‌داری فروشنده.



شکل ۴. تغییرات سود فروشنده به ازای تغییرات هزینه‌ی نگه‌داریش.



شکل ۵. تغییرات سود فروشنده به ازای تغییرات هزینه‌ی خرید فروشنده.



شکل ۶. تغییرات سود تأمین‌کننده به ازای تغییرات هزینه‌ی خرید فروشنده.

۳.۶. تعداد فروشندگان

با افزایش تعداد فروشنده‌ها، سود تأمین‌کننده افزایش می‌یابد. جدول ۴ میزان سود تأمین‌کننده را برای تعداد فروشندگان از ۱ تا ۵ نشان می‌دهد (شکل ۷).

۴.۶. بررسی تأثیر تغییرات پارامترهای تابع تقاضا

تقاضاهای بالقوه گوناگون، مقادیر پارامترهای سیستم را به شرح جدول ۵ متفاوت می‌سازد. اگر تقاضای بالقوه‌ی بازار برای محصولی کم باشد، تولید آن به صرفه نیست و حتی موجب زیان دهی تولیدکننده و فروشنده‌ی آن است. اما با افزایش تقاضای بالقوه‌ی محصول، تأمین‌کننده و فروشنده سود بیشتری را کسب می‌کنند (شکل‌های ۸ و ۹).

هرچه حساسیت تقاضای بازار نسبت به قیمت کالا بیشتر شود، از میزان آن کاسته می‌شود، که این موضوع منتج به کاهش سود همه‌ی اعضای زنجیره می‌شود (شکل‌های ۱۰ و ۱۱). مقادیر مختلف پارامترها برای سیستم به ازای تغییرات حساسیت تقاضا نسبت به قیمت در جدول ۶ آورده شده است.

جدول ۳. تغییرات پارامترهای سیستم مورد بررسی به ازای تغییرات هزینه‌ی خرید فروشنده.

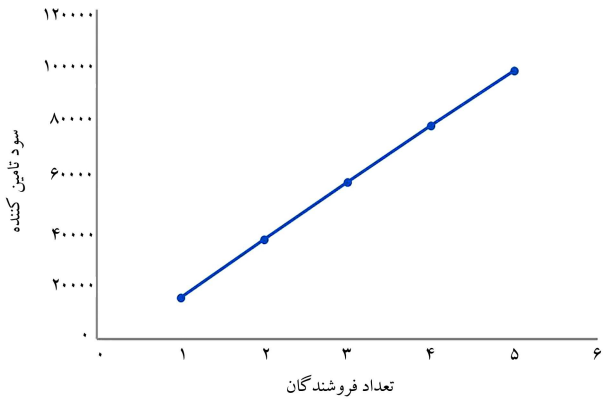
c_i	p_i^*	T^*	P^*	TP_i^*	TP_v^*
۱۱۰	۱۴۳	۰٫۶۸۵	۴۹۴	۱۵۷۷۳	۱۷۶۸۴
۱۲۰	۱۴۸	۰٫۷۳۲	۴۹۱	۱۲۰۲۹	۱۷۶۴۰
۱۳۰	۱۵۳	۰٫۷۹	۴۸۸	۸۷۸۰	۱۶۶۴۲
۱۴۰	۱۵۷٫۷	۰٫۸۶۵	۴۸۴	۵۹۷۵	۱۵۱۱۱
۱۵۰	۱۶۳	۰٫۹۶۷	۴۸۰	۳۷۷۲	۱۱۹۲۸
۱۶۰	۱۶۷	۱٫۱۲	۴۷۷	۱۵۷۷۳	۱۷۶۸۴
۱۷۰	۱۷۲	۱٫۳۷۶	۴۷۲	۷۷۵	۵۶۷۴۰

جدول ۴. سود تأمین‌کننده به ازای تعداد فروشندگان مختلف.

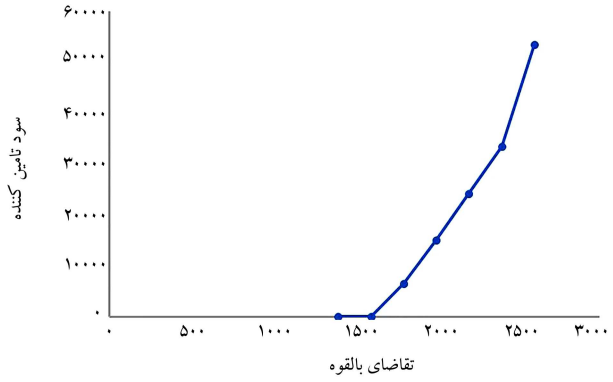
تعداد فروشندگان	سود تأمین‌کننده
۱	۱۵۱۱۱
۲	۳۶۶۰۶
۳	۵۷۶۰۵
۴	۷۸۱۴۳
۵	۹۸۲۵۷

جدول ۵. مقادیر پارامترهای سیستم به ازای تقاضاهای بالقوه مختلف.

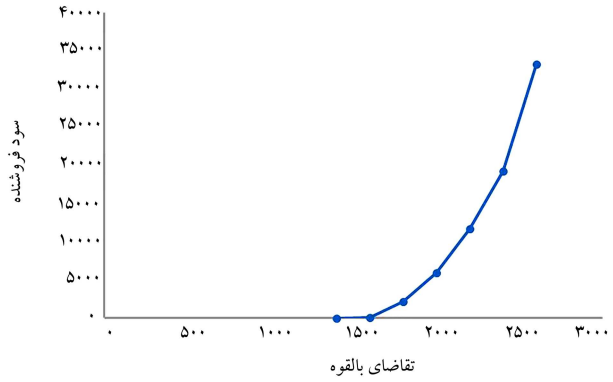
a	p_i^*	D_i^*	T^*	P^*	TP_i^*	TP_v^*
۱۴۰۰	۱۳۰	-۳۰	۰٫۵۸۸	غیرموجه	غیرموجه	غیرموجه
۱۶۰۰	۱۴۰٫۳	۵۶٫۷	۱٫۸۷	۴۶۵	۱۳۰	-۷۶۳
۱۸۰۰	۱۴۸٫۸	۱۶۳٫۲	۱٫۱	۴۷۷	۲۱۳۸	۶۵۶۳
۲۰۰۰	۱۵۷٫۷	۲۶۵٫۳	۰٫۸۶۵	۴۸۴	۵۹۷۵	۱۵۱۱۱
۲۲۰۰	۱۶۶٫۷	۳۶۶٫۳	۰٫۷۳۶	۴۹۱	۱۱۷۶۱	۲۴۱۱۹
۲۴۰۰	۱۷۵٫۸	۴۶۶٫۲	۰٫۶۵۲	۴۹۶	۱۹۳۳۰	۳۳۳۶۲
۲۶۰۰	۱۸۴٫۸	۶۵۷٫۲	۰٫۵۹۱	۵۰۹	۳۳۳۶۷	۵۳۳۵۹



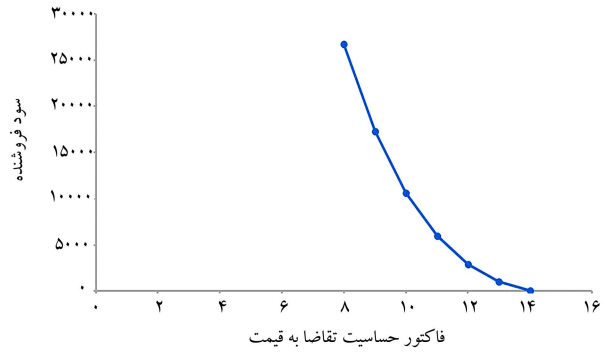
شکل ۷. تغییرات سود تأمین‌کننده به ازای تعداد فروشندگان.



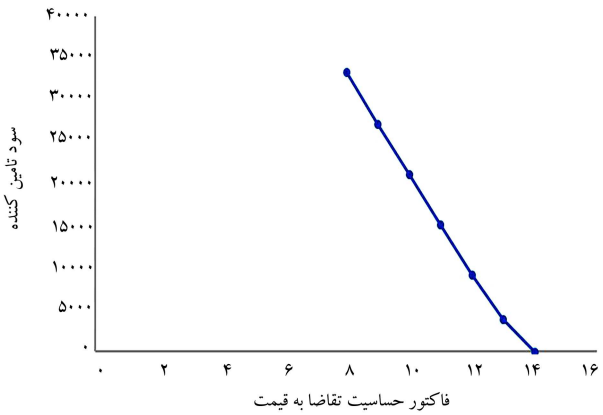
شکل ۸. تغییرات سود تأمین‌کننده نسبت به تقاضای بالقوه.



شکل ۹. تغییرات سود فروشنده نسبت به تغییرات تقاضای بالقوه.



شکل ۱۰. تغییرات سود فروشنده نسبت به تغییرات فاکتور حساسیت تقاضا به قیمت.



شکل ۱۱. تغییرات سود تأمین‌کننده نسبت به تغییرات فاکتور حساسیت تقاضا به قیمت.

جدول ۶. مقادیر پارامترهای سیستم به ازای میزان حساسیت‌های مختلف.

b	p_i^*	D_i^*	T^*	P^*	TP_i^*	TP_v^*
۸	۱۹۱٫۷	۴۶۶	۰٫۶۵۲	۴۹۶	۲۶۷۳۲	۳۳۳۳۸
۹	۱۷۷٫۹	۳۹۹	۰٫۷۰۵	۴۹۲	۱۷۳۱۸	۲۷۱۱۳
۱۰	۱۶۶٫۷	۳۳۳	۰٫۷۷۳	۵۲۶٫۵	۱۰۳۶۳	۲۱۱۳۳
۱۱	۱۵۷٫۷	۲۶۵٫۳	۰۸۶۵	۴۸۴	۵۹۷۵	۱۵۱۱۱
۱۲	۱۵۰٫۳	۱۹۶	۱	۴۷۹	۲۹۲۰	۹۱۵۲
۱۳	۱۴۴٫۱	۱۲۷	۱٫۲۵	۴۷۳	۱۰۱۱	۳۸۲۴
۱۴	۱۳۹٫۱	۵۲٫۶	۱٫۹۴	۴۶۴	۴۶	-۹۷۹

۷. نتیجه‌گیری

زنجیره‌ی تأمین تلاش جمعی چندین شرکت است که به توزیع محصول به مشتری نهایی منجر می‌شود. به طور عمومی در یک زنجیره‌ی تأمین، تأمین‌کننده مواد اولیه را تهیه می‌کند. تولیدکننده محصولات را تولید می‌کند و فروشنده کالاها را به مشتری نهایی می‌فروشد. افزایش رقابت به دلیل جهانی شدن بازارها، شرکت‌ها را برای کسب سود بیشتر به سمت همکاری در زنجیره‌ی تأمین سوق می‌دهد. یکی از پرکاربردترین انواع همکاری در زنجیره‌ی تأمین، قرارداد مدیریت موجودی توسط فروشنده است. در نوشتار حاضر یک سیستم مدیریت موجودی توسط فروشنده برای یک زنجیره‌ی تأمین با یک تأمین‌کننده که تولیدکننده محصول نیز هست و چندین فروشنده در نظر گرفته شده است که در آن تأمین‌کننده در هر بار برپایی تولید، n بار کالا را به طور همزمان برای فروشندگان ارسال می‌کند. و در هر بار ارسال، اندازه‌ی زیردسته‌ها با یک ضریب ثابت افزایش می‌یابد. مواردی که برای گسترش مدل به آن افزوده‌ایم عبارت‌اند از:

- همزمان با افزایش مقدار دسته‌ی ارسالی، درصدی تخفیف نیز بر قیمت خرید آن اعمال می‌شود.
- تقاضا به صورت تابعی خطی و کاهشی از قیمت کالا در بازار در نظر گرفته شده است.
- متغیرهای چرخه‌ی تولید، مقدار تولید و قیمت کالا به طور همزمان بهینه شده‌اند.
- سود هریک از اعضای زنجیره بیشینه شده است.
- برای حل مدل از بازی استکلبرگ استفاده شده است.
- هزینه‌ی تولید تأمین‌کننده لحاظ شده است.

همچنین یک مدل بهینه‌سازی همزمان قیمت‌گذاری و موجودی ارائه شد و سپس با تحلیل حساسیت روی پارامترهای سیستم، مشخص شد که پارامترهای تابع تقاضا به شدت بر سود اعضای زنجیره تأثیرگذارند و پارامترهای هزینه‌یی به طور طبیعی سود اعضا را نیز کاهش می‌دهند.

مطالبی که به عنوان پیشنهادات برای تحقیقات آتی می‌توان ارائه کرد، عبارت‌اند از:

- تقاضای بازار به طور همزمان تابعی از قیمت، تبلیغات، مدت زمان گارانتی و ... فرض شود.
- سطوح زنجیره گسترش یابد و رقابت در میان اعضای آن لحاظ شود.
- مقدار ضرایب تخفیف و افزایش دسته‌ها به هدف بیشینه‌سازی سود، بهینه شود.
- از روش‌های بهینه‌سازی دیگر همچون الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مسئله استفاده شود.

منابع (References)

1. Pasandideh, S.H.R., Niaki, S.T.A. and Nia, A.R."An investigation of vendor-managed inventory application in supply chain: the EOQ model with shortage", *Int J adv Manuf Technol*, **49**(1-4): pp. 329-339, (2010).
2. Hohmann, S. and Zelewski, S. "Effects of vendor managed inventory on the bullwhip effect", *International Journal of Information Systems and Supply Chain Management*, **4**(3), pp. 1-17, (2011).
3. Stanger, S. H."Vendor managed inventory in the blood supply chain in Germany: Evidence from multiple case studies". *Strategic Outsourcing: An International Journal*, **6**(1), pp. 25-47, (2013).
4. Mateen, A. and Chatterjee, A.K. "Vendor Managed Inventory for Single-Vendor Multi-Retailer Supply Chains", Decision Support Systems, **70**, pp.31-41, DOI: 10.1016/j.dss.2014.12.002, (2014).
5. Whitin,T.M. "Inventory Control and Pricing Theory", *Management Science* **2**(1), pp. 61-68, (1995).
6. Kotler,P. "In market decision making: A model building approach", New York: Holt, Rinchart and Winstion. (1972).

7. Landany, S. and Sternleib, A. "The interaction of economic ordering quantities and marketing policies", *AIIE Transactions*, **6**, pp. 35-40, (1974).
8. Monahan, J.P. "A quality discount pricing model to increase vendor profits", *Management Science*, **30**(6), pp. 720-726, (1984).
9. Jorgensen, S. and Kort, P.M. "Optimal pricing and inventory policies: Centralized and decentralized decision making", *European Journal of Operational Research*, **138**, pp. 578-600, (2002).
10. Huang, Y., Huang, G.Q. and Newman, S.T. "Coordinating pricing and inventory decisions in a multi-level supply chain: A game-theoretic approach", *Transportation Research Part E*, **47**, pp. 115-129, (2011).
11. Pang, Z. "Optimal dynamic pricing and inventory control with stock deterioration and partial back ordering", *Operation Research Letters*, **39**, pp. 375-379, (2011).
12. Shavandi, H., Mahlooji, H. and Nosratian, N.E. "A constrained multi-product pricing and inventory control problem", *Applied Soft Computing* **12** pp. 2454-2461, (2012).
13. Avinadav, T., Herbon, A. and Spiegel, U. "Optimal ordering and pricing policy for demand functions that are seperable into price and inventory age", *Int. J. Production Economics*, **155**, pp. 406-417, (2014).
14. Giri, B.C., Chakraborty, A. and Maiti, T."Quality and pricing decisions in a two echelon supply chain under multi-manufacturer competition." *The International of Advanced Manufacturing Technology*, **78**(9-12), pp.1927-1941, DOI 10.1007/s00170-014-6779-2.(2015).
15. Taleizadeh, A.A., Noori-daryan, M. and Tavakkoli-Moghadam, R. "Pricing an ordering decisions in a supply chain with imperfect quality items and inspection under buyback of defective items", *International Journal of Production Research*, **53**(15), pp.4553-4582, DOI: 10.1080.00201543.2014.997399, (2015).
16. Modak, N.M., Panda, S. and Sana, S.S."Pricing policy and coordination for a distribution channel with manufacturer suggested retail price", *International Journal of System Science: Operations & Logistics*, **3**(2), pp.31-41, DOI: 10.1080/23302674.2015.1053828, (2016).
17. Naimi Sadigh, A., Chaharsooghi, S.K. and Sheikhmohammady, M. "A game theoretic approach to coordination of pricing, advertising and inventory decisions in a competitive supply chain". *Journal of Industrial and Management Optimization*, **12**(1), January (2016).
18. Maihami, R., Karimi, B. and Fatemi Ghomi, S.M.T. "Effect of two-echelon trade credit on pricing-inventory policy of non-instantaneous deteriorating products with probabilistic demand and deterioration functions", *Ann Oper Res.* **257**(1-2), pp.237-273, DOI 10.1007/S10479-016-2195-3, (2017).
19. Noori-daryan, M. and Taleizadeh, A.A. "Coordinating pricing and ordering decisions in a multi-echelon pharmacological supply chain under different market power using game theory", *Journal of Industrial and System Engineering*, **9**(1), pp. 35-56, (January 2016).
20. Wang, C. and Chen, X. "Joint order and pricing decisions for fresh produce with put option contracts", *Journal of Operational Research Society*, **69**(3), pp. 474-484, DOI: 10.1057/s41274-017-0228-1, (2017).
21. Konur, D., Geunes, J., Supplier wholesale pricing for a retail chain: Analysis of identical market price functions. Omega, **76**, pp. 38-46, Https: doi.org/10.1016/j.Omega.04.001, (2018).
22. Yu, Y., Liang, L. and Huang, G.Q."Leader-follower game in vendor managed inventory system with limited production capacity considering wholesale and retail prices",*International Journal of Logistics: Research and Applications*, **9**(4),: pp. 335-350, (2006).
23. Yu, Y., Huang, G.Q. and Liang, L. "Stackelberg game-theoretic model for optimizing, pricing and inventory policies in vendor managed inventory (VMI) production supply chains", *Computers & Industrial Engineering*, **57**, pp. 368-382 (2009).
24. Bernestein, F., Chen, F. and Federguen, A."Coordinating supply chains with simple pricing schemes: The role of vendor managed inventories", *Management Science*, **52**(10), pp. 1483-1492, (2006).
25. Braido, S., Cao, Z. and Zeng, X."Volume discount pricing strategy in the VMI supply chain with price sensitive demand", *Journal of Operational Research Society*, **64**, pp. 833-847, (2013).
26. Taleizadeh, A.A., Noori-daryan, M. and Leopoldo E.C.B. "Joint optimization of price, replenishment frequency, replenishment cycle and production rate in vendor managed inventory system with deteriorating items", *Int. J. Production Economics.* **159**, pp.285-295, http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.09.009, (2015).
27. Xiao, T. and Xu, T. "Coordinating price and service level decisions for a supply chain with deteriorating item under vendor managed inventory", *International Journal of Production Economics*, **145**(2), pp. 743-752.
28. Ziang, N., Zhang, L.L. and Yu, Y. "Optimizing cooperative advertising, profit sharing, and inventory policies in a VMI supply chain: A Nash bargaining model and hybrid algorithm", *IEEE Transactions on Engineering Management*, **62**(4), pp. 449-461, November (2015).
29. Seifbarghy, M., Mirzaei Kalani, M. and Hemmati, M. "A discrete particle swarm optimization algorithm with local search for a production-based two-echelon single-vendor multiple-buyer supply chain", *Journal of Industrial Engineering International*, **12**(1), pp.29-43, DOI 10.1007/s40092-015-0126-6, (2016).
30. Chatterjee, A.K., Ravi, R. "Joint economic lot-size model wth delivery in sub-batches", *Opsearch* **28**(2)(91), pp. 118-124.
31. Goyal, S.K. "A one-vendor multi-buyer integrated inventory model: a comment", *European Journal of Operational Research*, **82** (1), pp. 209-210, (1995).
32. Sana, S. S. "A Production-inventory Model of Imperfect Quality Products in a Three-layer Supply Chain", *Decision Support Systems* **50**, pp. 539-547, (2011). Sana, S.S. "A production-inventory model of imperfect qualityproducts in a three-layer supply chain", *Decision Support Systems*(50), pp. 539-547, (2011).
33. Bazarra, M.S., Sherali, H.D. and Shetty, C.M., *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms, 3^{rd} Edition*, Wiley Publisher, (2006).