

تحلیل هزینه‌های وارانتی دوبعدی برای محصول دست دوم با در نظر گرفتن فعالیت ارتقاء

عصمت بغدادی* (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

احسان منصوری (استادیار)

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه اراک

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۷ (۱۳۹-۱۳۴-۱) شماره ۲/۲، صص ۱۳۳-۱۳۹، (پادداشت فنی)

محصولات دست دوم به دلیل قیمت منصفانه، کمبود منابع و مسائل زیست‌محیطی مورد توجه قرار گرفته‌اند اما چون خریدار این محصولات، از عملکرد گذشته‌ی آنها بی‌اطلاع است نسبت به خرید آنها تردید دارد. در چنین شرایطی، در نظر گرفتن وارانتی^۱ و فعالیت‌های ارتقاء از طرف فروشنده امری منطقی به نظر می‌رسد. برای این کار لازم است فروشنده هزینه‌ی فعالیت‌های ارتقاء، تعداد شکست‌های محصول در دوره‌ی وارانتی و هزینه‌ی تعمیر محصول در این دوره را به‌طور دقیق محاسبه کند. برای بالا بردن دقت، بهتر است وارانتی را دوبعدی در نظر گرفت. در این مقاله محصول دست دوم قبل از فروش، تحت فعالیت‌های ارتقاء قرار گرفته، دوره‌ی وارانتی دوبعدی در نظر گرفته می‌شود؛ و سپس با این شرایط، هزینه‌ی فعالیت‌های ارتقاء و هزینه‌ی دوره‌ی وارانتی فرموله و محاسبه می‌شود. در نهایت نیز مثال عددی و تحلیلی حساسیت‌های صورت گرفته بیان می‌شود.

واژگان کلیدی: وارانتی دوبعدی، فعالیت ارتقاء، محصول دست دوم، تعداد شکست‌ها در دوره‌ی وارانتی.

۱. مقدمه

شده است. محققین در مطالعات بعدی^[۴] راه‌های مؤثر بهبود پایایی محصولات دست دومی را که با وارانتی فروخته می‌شود، مدل و تحلیل کرده‌اند. آنها از دو رویکرد سن واقعی و آزمون اسکرین برای مدل کردن نرخ شکست بهره‌گرفته‌اند. وو و همکاران^[۴] زمان آبدی^۲ و طول وارانتی را تحت سیاست‌های مختلف بررسی و فرموله می‌کنند. چن^[۵] سیاست‌های ترکیبی^۳ وارانتی را فرموله می‌کند. شفیع و چوکوا^[۶] مدل‌های تعمیرات نگهداری را به‌طور کامل مورد بررسی قرار می‌دهند. جلالی نائینی و شفیع^[۷] به دنبال پیدا کردن قیمت و استراتژی‌های ارتقاء بهینه‌اند تا سود مورد انتظار فروشنده را بیشینه کنند. تابع هدف‌شان، شامل تابع تقاضا و تابع هزینه است، تابع هزینه نیز شامل قیمت خرید محصول از کاربر نهایی، هزینه ارتقاء و هزینه وارانتی است. شفیع و همکاران^[۸] رویکردهای بهبود قابلیت اطمینان و مدل‌های آماری را برای محصول دست دومی که با وارانتی فروخته می‌شود بیان می‌کنند. آنها همچنین در مقاله دیگری^[۹] مدل بهینه‌سازی را توسعه می‌دهند که در آن زمان آبدی بهینه، درجه تعمیرات پیشگیرانه، بازه این تعمیرات و هزینه وابسته به زمان این تعمیرات به‌گونه‌ی انتخاب می‌شود که هزینه کل سرویس‌دهی کمینه شود. در زمینه‌ی وارانتی دوبعدی مقالات متعددی در ادبیات موضوع وجود دارد. اسکندر و مورتی^[۱۰] استراتژی‌های تعمیر یا جایگزینی را برای محصولات جدیدی که با وارانتی دوبعدی فروخته می‌شود مطرح می‌کنند. آنها سیاست دوبعدی را

بازار خرید و فروش را می‌توان به دو بخش خرید و فروش محصولات جدید و دست دوم تقسیم کرد. در صنعت پویای امروز، تولیدکنندگان برای آن که بتوانند سهم بیشتری از بازار مصرف را در اختیار بگیرند و باعث جلب رضایت مشتری شوند، سعی می‌کنند در رابطه با نحوه‌ی عملکرد محصول به مشتری آرامش خاطر مطلوب او را بدهند. یکی از مهم‌ترین عواملی که می‌تواند این آرامش خاطر را برای مشتری فراهم کند وارانتی است؛ اما در مورد فروش محصولات دست دوم، به دلیل آن که مشتری از نحوه‌ی عملکرد گذشته‌ی محصول بی‌اطلاع است دادن این آرامش خاطر مهم‌تر می‌شود. همچنین فروشندگان می‌توانند قبل از فروش این محصولات، آنها را ارتقاء دهند. در نخستین مدل ارائه‌شده برای وارانتی محصولات دست دوم^[۱] هزینه وارانتی این محصولات به عمر قبلی، میزان کاربرد، سوابق نگهداری و تعمیرات بستگی دارد. در مطالعه‌ی دیگر^[۲] سیاست‌های وارانتی تقسیم هزینه برای محصولات دست دوم بیان شده است؛ بدین صورت که اگر محصولی طی دوره‌ی وارانتی خراب شود، خریدار و فروشنده هر کدام سهمی از هزینه‌ها را برعهده خواهند گرفت. در مطالعه‌ی مذکور محصول از چند زیرسیستم ساخته شده که هر کدام از چندین قطعه تشکیل

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۸/۲۴، اصلاحیه ۱۳۹۶/۲/۲۲، پذیرش ۱۳۹۶/۵/۳

DOI:10.24200/J65.2018.20089

فرموله کردن مسئله) آورده شده است. مثال عددی در بخش چهارم بیان شده و در نهایت نتیجه‌گیری در بخش پنجم آورده شده است.

۲. اجزای مدل

۲.۱. انواع تعمیر و نگهداری

تعمیر و نگهداری محصول به چند روش صورت می‌گیرد که با توجه به ماهیت مقاله در این قسمت، تعمیر کامل، ناکامل و جزئی تعریف می‌شود.

- تعمیر کامل: تعمیری است که محصول دست دوم را قادر می‌سازد به سطح محصول نو^۵ برسد. زمانی از تعمیر کامل استفاده می‌شود که هزینه تعویض در مقایسه با هزینه تعمیر بیشتر باشد.
- تعمیر ناکامل: مزیت اصلی این استراتژی آن است که درجه‌ی بازسازی محصول متغیر تصادفی است و توسط تولیدکننده کنترل می‌شود.
- تعمیر جزئی: هر تعمیر جزئی محصول را به سطح قبل از شکست^۶ منتقل می‌کند بدون آن که نرخ شکست تغییر کند.

۲.۲. انواع سیاست‌های وارانتی

در نظر گرفتن دوره‌ی وارانتی برای محصولات، متفاوت و با سیاست‌های مختلفی همراه است. این سیاست‌ها یا ساده‌اند یعنی در طول دوره‌ی وارانتی نوع سیاست تغییر نمی‌کند، یا ترکیبی‌اند یعنی طول دوره‌ی وارانتی به دو بخش تقسیم می‌شود و ارائه‌کننده در هر بخش سیاست متفاوتی را اعمال می‌کند. در این قسمت به بیان این سیاست‌ها پرداخته می‌شود.

- سیاست وارانتی با تعویض رایگان FRW^۷: تحت این سیاست اگر عملکرد محصول در دوره‌ی وارانتی با شکست مواجه شود ارائه‌کننده تعهد می‌دهد که آن را به صورت رایگان اصلاح (تعمیر یا تعویض) کند.
- سیاست استرداد وجه LSW^۸: تحت این سیاست اگر عملکرد محصول در دوره‌ی وارانتی با شکست مواجه شود ارائه‌کننده تعهد می‌دهد تمام (یا درصدی) از پول دریافتی از مشتری را به او بازگرداند.
- سیاست نسبت زمان خرابی PRW^۹: تحت این سیاست اگر عملکرد محصول در دوره‌ی وارانتی با شکست مواجه شود ارائه‌کننده تعهد می‌دهد درصدی از هزینه‌های تعمیر را متناسب با زمان رخداد آن، پرداخت کند.
- سیاست ترکیبی: ترکیبی از دو سیاست گفته شده است.
- وارانتی تقسیم کردن هزینه SCW^{۱۰}: تحت این سیاست اگر عملکرد محصول در دوره‌ی وارانتی با شکست مواجه شود ارائه‌کننده و خریدار تعهد می‌دهند هرکدام هزینه‌ی اصلاح بخشی از قطعات تعمیری را بر عهده گیرند.

۳.۲. مفروضات مدل

- فروشنده همه شکست‌ها در دوره‌ی وارانتی را اصلاح می‌کند و شروع دوره به محض فروش محصول دست دوم آغاز می‌شود.
- شکست‌ها مستقل از یکدیگرند.
- زمان تعمیر به نسبت زمان بین شکست‌ها ناچیز است.

با در نظر گرفتن رویکرد حاشیه‌ی به یک‌بعدی تبدیل می‌کنند. اسکندر، مورتی و جک^[۱۱] سیاست‌های تعمیر و نگهداری را با وارانتی دوجبی برای محصولات جدید بیان می‌کنند. آنها نیز برای مدل‌سازی دوجبی مسئله از رویکرد حاشیه‌ی استفاده کرده‌اند. شفیعی و همکاران^[۱۲] ضمن تحلیل هزینه‌های وارانتی دوجبی مربوط به ناحیه‌های مستطیلی و نواری محصولات دست دوم، برای مدل‌سازی دوجبی نیز از رویکرد حاشیه‌ی استفاده می‌کنند. شهنقی و همکاران^[۱۳] فرایند شکست محصول، اثر تعمیرات پیشگیرانه ناکامل و هزینه‌ی سرویس‌دهی محصول در وارانتی توسعه یافته را برای محصولی که با وارانتی دوجبی فروخته می‌شود مدل می‌کنند. دارگوس و همکاران^[۱۴] نیز هزینه‌ی مورد انتظار فروشنده را با در نظر گرفتن فعالیت‌های ارتقاء و تعمیرات پیشگیرانه برای وارانتی تک‌بعدی محاسبه می‌کنند. سو و وانگ^[۱۵] مدل‌سازی سیاست‌های ارتقاء بهینه را برای محصولات دست دومی مدل می‌کنند.

در نوشتار حاضر، چون محصولات دست دوم مد نظر است مرور ادبیات بیشتر در حوزه‌ی محصولات دست دوم صورت گرفته، اما برای درک بهتر مفاهیم از پژوهش‌های انجام شده در حوزه‌ی محصولات نو نیز بهره‌گیری شده است. در جدول ۱ حاصل مرور ادبیات انجام شده ارائه شده است، حال آن که تعداد پژوهش‌های صورت گرفته برای محصولات نو بسیار فراتر از این تعداد است. همچنین پژوهش‌هایی در مورد وارانتی دوجبی برای محصولات نو انجام شده اما فرموله کردن مدل‌های وارانتی دوجبی برای محصولات دست دوم از محصولات نو متفاوت است؛ و دلیل آن سن و کارکرد گذشته‌ی است که محصولات دست دوم دارند. مرور ادبیات نشان می‌دهد که اکثر پژوهش‌های انجام شده برای محصولات دست دوم تک‌بعدی است و هیچ‌کدام محصول فروخته شده با وارانتی دوجبی، محصول ارتقاء یافته قبل از فروش، یا محاسبه‌ی تعداد شکست‌های دوره‌ی وارانتی دوجبی و هزینه‌ی این شکست‌ها را فرموله نکرده‌اند. در وارانتی تک‌بعدی تنها سن گذشته‌ی محصول مد نظر است اما در واقعیت امر برخی از محصولات ممکن است عمر بالایی داشته و کارکرد قابل توجهی نداشته باشند یا بالعکس؛ و همین روند بر تعداد شکست‌ها و هزینه‌ی آنها اثر می‌گذارد. در این نوشتار، محصول قبل از فروش تحت فعالیت‌های ارتقاء قرار می‌گیرد و هزینه‌ی فعالیت‌های ارتقاء و همچنین هزینه و تعداد شکست‌های محصول در دوره‌ی وارانتی دوجبی محاسبه می‌شود.

فروشنندگان برای هر محصولی باید بتوانند تابع نرخ شکست آن را تعیین کنند تا بتوانند تصمیمات معقولی در رابطه با هزینه‌های آن بگیرند. برای محصولات دست دوم، این امر مهم‌تر می‌شود. فروشنده هم به دلیل جلب رضایت مشتری و هم به دلیل کاهش تعداد شکست‌های محصول در دوره‌ی وارانتی و در نتیجه کاهش هزینه‌ی وارانتی تمایل به ارتقاء محصول قبل از فروش آن دارد. برای این کار فروشنده باید بتواند نرخ شکست محصول را به درستی تعیین کند تا پی به هزینه‌ی دقیقی ببرد که صرف فعالیت‌های ارتقاء و پوشش وارانتی می‌شود. اگر هزینه‌ی ارتقاء به درستی تعیین شود فروشنده می‌تواند آن را با هزینه‌ی وارانتی مقایسه کند. اگر کاهش هزینه‌ی وارانتی ناشی از ارتقاء محصول بیشتر از هزینه‌ی ارتقاء باشد، ارائه‌کننده با آرامش خاطر می‌تواند این ارتقاء را ایجاد کند. ضمن این که در این مدل‌سازی سطح ارتقاء احتمالی فرض شده تا ارائه‌کننده در میزان ارتقایی که اعمال می‌کند آزادی عمل بیشتری داشته باشد.

این نوشتار چنان تنظیم شده که برخی مفاهیم اولیه درباره‌ی تعمیرات نگهداری و وارانتی، مفروضات، متغیرها و پارامترها، رویکردها برای بهبود قابلیت اطمینان و انواع رویکردها برای مدل‌کردن شکست‌ها در دوره‌ی وارانتی در بخش دوم (بخش اجزای مدل) بیان شده است. اثر فعالیت‌های ارتقاء، هزینه‌ی ارتقاء محصول در حالت دوجبی و هزینه‌ی مورد انتظار تعمیرات در دوره‌ی وارانتی در بخش سوم (بخش

جدول ۱. خلاصه مرور ادبیات موضوع (مرجع: یافته‌های پژوهش).

شماره‌ی مرجع	سال انتشار	ابعاد واریانسی		سیاست‌های واریانسی					نگه‌داری و تعمیرات اصلاحی			
		تک بعدی	دو بعدی	SCW	Hybrid	LSW	PRW	FRW	تعمیر تعویض کامل	تعمیر ناکامل	تعمیر جزئی	
[۱]	۲۰۰۰	✓					✓	✓	✓		✓	
[۲]	۲۰۰۱	✓		✓					✓			
[۱۰]	۲۰۰۳		✓					✓	✓			
[۱۱]	۲۰۰۳		✓		✓				✓			
[۱۷]	۲۰۰۶		✓					✓	✓	✓		
[۳]	۲۰۰۹	✓		✓		✓	✓	✓		✓	✓	
[۱۶]	۲۰۱۱	✓						✓	✓	✓		
[۷]	۲۰۱۱	✓			✓		✓	✓			✓	
[۷]	۲۰۱۱	✓			✓		✓	✓			✓	
[۱۲]	۲۰۱۱		✓				✓		✓			
[۱۶]	۲۰۱۱	✓						✓	✓	✓		
[۹]	۲۰۱۳	✓		✓	✓			✓	✓			
[۱۳]	۲۰۱۳		✓					✓		✓		
[۱۴]	۲۰۱۵	✓						✓		✓		

- همه‌ی شکست‌ها در زندگی گذشته‌ی محصول با تعمیر جزئی اصلاح می‌شود، بنابراین فعالیت‌های اصلاحی اثر ناچیزی بر نرخ شکست محصول دارند.
 - محصول دست دوم قبل از فروش تحت فعالیت‌های ارتقاء قرار می‌گیرد تا پایایی آن بهینه شود.
 - دوره‌ی واریانسی اولیه برای محصول تمام شده است.
 - سیاست مورد استفاده توسط فروشنده، سیاست تعمیر رایگان است.
 - فرایند شکست محصول دست دوم، فرایند بواسون ناهمگن است.
 - مدل‌سازی مسئله دوبعدی است.
- ۴.۲. برخی نمادهای استفاده شده در مدل
- ۱.۴.۲. پارامترهای مسئله
- x: سن گذشته‌ی محصول دست دوم؛
- y: کاربرد گذشته‌ی محصول دست دوم؛
- w: سن محصول در دوره‌ی واریانسی؛

y_1 : کارکرد محصول در دوره‌ی وارانتی؛

L : طول عمر محصول نو؛

Ω_0 : ناحیه‌ی سن و کارکرد محصول دست دوم تا قبل از فروش مجدد آن؛

Ω_w : ناحیه‌ی سن و کارکرد محصول دست دوم تا قبل از فروش مجدد آن؛ شامل w_1, y_1 ؛

$\zeta, \psi, c_u, c_s, \omega$: پارامترهای هزینه‌ی فعالیت‌های ارتقاء؛

\bar{c}_r : هزینه‌ی مورد انتظار هر بار تعمیر (با فرض جزیی بودن تعمیر) برای فروشنده در پوشش وارانتی و پس‌اوارانتی.

۲.۴.۲. متغیرهای تصادفی مسئله

p : سطح ارتقاء $0 \leq p \leq 1$ ؛

R : متغیر تصادفی نرخ کارکرد؛

T : متغیر تصادفی زمان تا مشاهده‌ی اولین شکست محصول.

۳.۴.۲. توابع متغیرهای تصادفی

$g_R(r)$: تابع چگالی احتمالی متغیر تصادفی R ؛

$G_R(r)$: تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی R ؛

$f(t)$: تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی T ؛

$F(t)$: تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی T ؛

$h_u(t, p)$: تابع نرخ شکست متغیر تصادفی T .

۵.۲. رویکردهای بهبود قابلیت اطمینان

در ادبیات سه رویکرد اساسی برای بهبود قابلیت اطمینان^[۱۶] وجود دارد: سن واقعی، عامل بهبود، رویکرد احتمالی است. در نوشتار حاضر از رویکرد احتمالی استفاده می‌شود. با توجه به این رویکرد،^[۱۶] محصول دست دوم با احتمال p به صورت کامل و با احتمال $1-p$ به صورت جزیی تعمیر می‌شود:

$$P[U = u] = \begin{cases} p & u = x \\ 1-p & u = 0 \end{cases} \quad (۱)$$

و امید ریاضی آن $E[U] = px$ است.

۶.۲. انواع رویکردها برای مدل کردن شکست‌های محصول در

دوره‌ی وارانتی

در ادبیات^[۱۷] برای مدل کردن شکست‌های محصولی که با وارانتی دوره‌ی فروخته می‌شود، سه رویکرد وجود دارد: مدل کردن زمان اولین شکست با تابع توزیع دومتغیره، تبدیل کردن سن و کارکرد به یک رویکرد ترکیبی، و رویکرد تک‌بعدی. در مدل پیشنهادی از رویکرد تک‌بعدی استفاده می‌شود که در آن، کارکرد محصول تابعی خطی از سن محصول است $(U = RT)$. R, U و T به ترتیب نشان‌دهنده‌ی کارکرد، نرخ کارکرد و سن گذشته‌ی محصول است. به دلیل متفاوت بودن نرخ کارکرد برای هر مشتری، می‌توان آن را متغیر تصادفی نامنفی با تابع توزیع تجمعی و تابع چگالی به ترتیب برابر با $G_R(r), g_R(r)$ ، $0 \leq r \leq \infty$ در نظر گرفت.

۳. فرموله کردن مسئله

فرموله کردن مسئله به بخش‌هایی تبدیل می‌شود.

۱.۳. اثر فعالیت‌های ارتقاء

متغیر تصادفی T زمان رخداد اولین شکست محصول را نشان می‌دهد^[۱۶] و $F_1(t)$ بیانگر تابع توزیع تجمعی زمان شکست محصول دست دومی است که سن آن x است و طبق معادله‌ی ۲ به دست می‌آید:

$$F_1(t) = p(T < t + x | T > x) = \frac{F(t+x) - F(x)}{1 - F(x)} \quad (۲)$$

for all $t \geq 0$

و $f_1(t) = \frac{dF_1(t)}{dt}$ بیانگر تابع چگالی $F_1(t)$ است که از معادله‌ی ۳ به دست می‌آید.

$$f_1(t) = \frac{f(t+x)}{1 - F(x)} \quad (۳)$$

$h_u(t, p)$ تابع نرخ شکست محصول دست دوم بعد از فعالیت‌های ارتقاء است که ترکیبی از توابع پیوسته $F_1(t), F(t)$ و تابع گسسته $\{p, (1-p)\}$ است و چنین فرموله می‌شود:

$$h_u(t, p) = \frac{p \times f(t) + (1-p) \times f_1(t)}{p \times [1 - F(t)] + (1-p) \times [1 - F_1(t)]} \quad (۴)$$

با جایگزین کردن توابع $f_1(t), F_1(t)$ در فرمول ۴ داریم:

$$h_u(t, p) = \frac{p \times f(t) + (1-p) \times \left[\frac{f(t+x)}{1 - F(x)} \right]}{p \times [1 - F(t)] + (1-p) \times \left[1 - \frac{F(t+x) - F(x)}{1 - F(x)} \right]} \\ = \frac{p \times f(t) \times [1 - F(x)] + (1-p) \times f(t+x)}{p \times [1 - F(t)] \times [1 - F(x)] + (1-p) \times [1 - F(t+x)]} \quad (۵)$$

۲.۳. هزینه‌ی ارتقاء محصول در حالت دوره‌ی

هزینه‌ی فعالیت‌های ارتقاء یعنی $c_u(x, y, p)$ به سن گذشته، کارکرد گذشته‌ی محصول و همچنین به میزان ارتقاء محصول قبل از فروش بستگی دارد:^[۱۳]

$$c_u(x, y, p) = c_s + c_u p^\psi x^w y^\xi \quad 0 \leq p \leq 1 \quad (۶)$$

که در آن پارامترهای w, c_s, c_u, ψ و ξ نامنفی‌اند و با استفاده از مدل رگرسیون مناسب تخمین زده می‌شوند.

همچنین پوشش وارانتی با توجه به شکل ۱ در زمان و کارکردی به ترتیب برابر با $\min\{x + w_1, x + \frac{y_1}{r}\}$ و $\min\{y + y_1, y + r w_1\}$ منقضی می‌شود.

۳.۳. هزینه‌های مورد انتظار تعمیرات در دوره‌ی وارانتی

برای تعیین هزینه‌ی مورد انتظار در دوره‌ی وارانتی باید در نظر داشت که سن محصول در زمان منقضی شدن پوشش وارانتی $\min\{x + w_1, x + \frac{y_1}{r}\}$ است. بنابراین تعداد شکست‌ها در دوره‌ی وارانتی برابر:

$$E[N_w(\Omega_w; w_1, y_1, p | r)] = \begin{cases} \int_x^{x+w_1} h_u(t, p) dt & r < \frac{y_1}{w_1} \\ \int_x^{x+\frac{y_1}{r}} h_u(t, p) dt & r \geq \frac{y_1}{w_1} \end{cases} \quad (۷)$$

جدول ۲. مقادیر پارامترهای مدل.

$c_s = 10, c_u = 500, \psi = 0.9, \zeta = 0.3, \omega = 0.2$	پارامترهای ارتقاء محصول دست دوم
$\frac{1}{\alpha} = 0.354, \beta = 2$	پارامترهای توزیع وایبول
$L = 10$	طول عمر محصول
$x = 1(\text{year}), y = 2(2000 \text{ h})$	سن و کارکرد گذشته محصول
$\bar{c}_r = 100$	هزینه‌ی هر بار تعمیر محصول
FRW	سیاست تعمیر محصول
$\tau = 3, \lambda = 1$	پارامترهای توزیع گام

جدول ۳. مقادیر به دست آمده برای هزینه‌ی تعمیرات وارانتهی با پوشش‌های مختلف.

$w_1 = 5$	$w_1 = 4.5$	$w_1 = 4$	$w_1 = 3.5$	$w_1 = 3$	$w_1 = 2.5$	$w_1 = 2$	
۱۶,۱۶	۱۵,۶۶	۱۵,۲۷	۱۴,۹۲	۱۴,۶۰	۱۴,۲۵	۱۳,۸۳	$y_1 = 1$
۲۱,۹۷	۲۱,۰۳	۲۰,۲۹	۱۹,۶۵	۱۹,۰۵	۱۸,۴۲	۱۷,۶۶	$y_1 = 1.25$
۲۸,۵۵	۲۶,۹۸	۲۵,۷۶	۲۴,۷۱	۲۳,۷۳	۲۲,۷۰	۲۱,۴۹	$y_1 = 1.5$
۳۵,۸۹	۳۳,۵۱	۳۱,۶۴	۳۰,۰۶	۲۸,۵۸	۲۷,۰۶	۲۵,۲۹	$y_1 = 1.75$
۴۴,۰۰	۴۰,۵۷	۳۷,۹۱	۳۵,۶۶	۳۳,۵۷	۳۱,۴۴	۲۹,۰۰	$y_1 = 2$
۵۲,۸۵	۴۸,۱۵	۴۴,۵۱	۴۱,۴۶	۳۸,۶۶	۳۵,۸۱	۳۲,۶۱	$y_1 = 2.25$

۴. مثال عددی

در این پژوهش برای انجام محاسبات از نرم افزار MATLAB استفاده شده است. در مثالی که ارائه می‌شود، فروشنده محصول دست دوم را در طول دوره‌ی وارانتهی تعمیر می‌کند و طول عمر محصول نیز $L = 10$ سال است. با فرض این که زمان لازم تا مشاهده‌ی اولین شکست از توزیع وایبول $Weibull(\alpha, \beta)$ تبعیت می‌کند، توابع توزیع تجمعی و چگالی عبارت خواهد بود از:

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha^\beta} t^{\beta-1} e^{-\frac{t}{\alpha}^\beta}, \quad F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta}$$

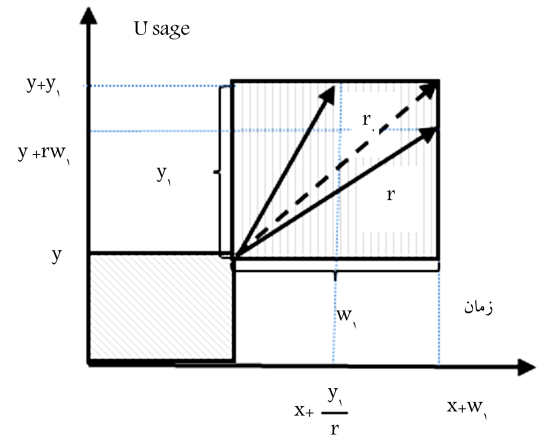
و نرخ کارکرد محصول دارای توزیع گاما به صورت $g(r) = \frac{(\lambda r)^{\tau-1} \lambda \exp(-\lambda r)}{\Gamma(\tau)}$ است، که در آن $\Gamma(\tau)$ تابع گاما است. مقدار پارامترها نیز از مطالعات پیشین^[۷] استخراج شده است. در جدول ۲ خلاصه‌ی از مقدار پارامترها ارائه شده است. با افزایش پوشش وارانتهی، هزینه‌ی شکست محصول در دوره‌ی وارانتهی افزایش می‌یابد.

برای بررسی درستی فرموله‌شدن رابطه‌ی ۹، ابتدا به سن، کارکرد گذشته و سطح ارتقاء، مقادیر دلخواه $p = 0.5$ و $y = 2$ و $x = 1$ داده می‌شود و با توجه به جدول ۳ مشخص می‌شود که با افزایش هر یک از مقادیر w_1 و y_1 هزینه‌ی مورد انتظار شکست محصول در دوره‌ی وارانتهی یعنی $E[c_w(\Omega_w; w_1, y_1, p)]$ افزایش می‌یابد.

علت آن است که با افزایش پوشش وارانتهی، ناحیه‌ی بزرگ‌تری تحت این پوشش قرار می‌گیرد. بنابراین تعداد شکست‌ها در این دوره افزایش می‌یابد و به تبع آن، هزینه‌ی این شکست‌ها نیز افزایش می‌یابد. حال می‌توان برای ارتقاءهای مختلف و پوشش وارانتهی متنوع این هزینه را محاسبه کرد و با دیگر هزینه‌های متفاوت مقایسه کرد؛ باید هزینه‌ی انتخاب شود که متناسب با بودجه‌ی ارائه‌کننده است.

با افزایش سن و کارکرد گذشته و همچنین افزایش سطح ارتقاء، هزینه‌ی سطح ارتقاء افزایش می‌یابد.

برای بررسی درستی فرموله‌شدن رابطه‌ی ۶، ابتدا به y مقدار دلخواه و ثابت



شکل ۱. محدوده‌ی تحت پوشش وارانتهی، زمانی که نرخ کارکرد $r_0 \leq r$ و $r < r_0$ باشد.

و از آنجا که نرخ کارکرد R دارای تابع توزیع $g_R(r)$ است معادله‌ی ۷ تبدیل می‌شود به:

$$E[N_w(\Omega_w; w_1, y_1, p)] = \int_0^{\frac{y_1}{w_1}} \int_x^{x+w_1} h_u(t, p) g_R(r) dt dr + \int_{\frac{y_1}{w_1}}^\infty \int_x^{x+\frac{y_1}{r}} h_u(t, p) g_R(r) dt dr \quad (8)$$

و در نهایت هزینه‌ی تعمیرات در دوره‌ی وارانتهی از معادله‌ی ۹ به دست می‌آید:

$$E[c_w(\Omega_w; w_1, y_1, p)] = \bar{c}_r \int_0^{\frac{y_1}{w_1}} \int_x^{x+w_1} h_u(t, p) g_R(r) dt dr + \bar{c}_r \int_{\frac{y_1}{w_1}}^\infty \int_x^{x+\frac{y_1}{r}} h_u(t, p) g_R(r) dt dr \quad (9)$$

جدول ۴. مقادیر هزینه‌ی ارتقاء برای سن گذشته و سطح ارتقاء.

$p = 1$	$p = 0,75$	$p = 0,5$	$p = 0,25$	$p = 0$	$y = 2$
۷۱۷,۱۰	۵۵۵,۸۰	۳۸۸,۹۲	۲۱۳,۰۶	۱۰	$x = 2$
۷۷۶,۸۳	۶۰۱,۹۱	۴۲۰,۹۳	۲۳۰,۲۱	۱۰	$x = 3$
۸۲۲,۲۵	۶۳۶,۹۶	۴۴۵,۲۷	۲۴۳,۲۵	۱۰	$x = 4$
۸۵۹,۳۲	۶۶۵,۵۸	۴۶۵,۱۴	۲۵۳,۹۰	۱۰	$x = 5$
۸۹۰,۸۶	۶۸۹,۹۳	۴۸۲,۰۴	۲۶۲,۹۶	۱۰	$x = 6$
۹۱۸,۴۴	۷۱۱,۲۱	۴۹۶,۸۲	۲۷۰,۸۸	۱۰	$x = 7$
۹۴۳,۰۳	۷۳۰,۱۹	۵۱۰	۲۷۷,۹۴	۱۰	$x = 8$

۲ داده می‌شود و به سن و سطح ارتقاء مقادیر مختلف داده می‌شود و با توجه به جدول ۴ مشخص می‌شود که با افزایش سن گذشته و سطح ارتقاء p و x ، هزینه‌ی فعالیت‌های ارتقاء افزایش می‌یابد.

این بدان علت است که هر چه سن یا کارکرد گذشته‌ی محصول بیشتر باشد محصول کارایی کم‌تری دارد و اگر قرار باشد ارتقایی صورت گیرد، هزینه‌ی این ارتقاء افزایش می‌یابد. از طرف دیگر هرچه ارتقاء بیشتر باشد هزینه‌ی بیشتری باید صرف شود.

بعد از آن که ارائه‌کننده هزینه‌ی مورد انتظار شکست‌ها در دوره‌ی وارانتی و هزینه‌ی فعالیت‌های ارتقاء را محاسبه کرد، می‌توان به مقایسه پرداخت بدین صورت که اگر هزینه‌ی که صرف ارتقاء محصول می‌شود کم‌تر از کاهش هزینه‌ی باشد که

در پوشش وارانتی رخ می‌دهد پس ارتقاء بیشتر را انتخاب می‌کند یا با توجه به بودجه و میزان منفعت ارائه‌کننده انتخاب‌های متفاوتی می‌تواند صورت گیرد.

۵. نتیجه‌گیری

تمایل افراد برای خرید محصولات دست دوم افزایش یافته و به دنبال آن ارائه‌کنندگان این محصولات، سود قابل ملاحظه‌ی را از این طریق به دست می‌آورند. در مورد پژوهش‌های صورت گرفته باید گفت اکثراً دارای وارانتی تک‌بعدی هستند و مقالات کمی دوبعدی بودن وارانتی را مدل کرده‌اند؛ حال آن که وارانتی دوبعدی موجب محاسبه‌ی دقیق‌تر هزینه‌ها می‌شود. در هیچ‌یک از پژوهش‌های صورت گرفته، تعداد شکست‌های محصول در دوره‌ی وارانتی دوبعدی -- زمانی که محصول قبل از فروش تحت فعالیت‌های ارتقاء قرار می‌گیرد -- مدل و فرموله نشده است، حال آن که اگر محصول قبل از فروش تحت فعالیت‌های ارتقاء قرار گیرد، نرخ شکست آن و در نتیجه تعداد شکست‌های محصول در دوره‌ی وارانتی تغییر می‌کند.

با توجه به تحلیل‌های صورت گرفته در این پژوهش، ابتدا صحت فرموله کردن مسئله مشخص شد، سپس براساس نتایج حاصله، ارائه‌کننده موفق به محاسبه‌ی هزینه‌ها -- با توجه به سن و کارکرد گذشته‌ی مختلف، پوشش‌های وارانتی متفاوت و سطوح ارتقاء متنوع و مقایسه‌ی آنها شد. ضمن این که ارائه‌کننده می‌تواند دریابد که هزینه‌ی که صرف ارتقاء محصول می‌کند چقدر باعث کاهش تعداد شکست‌ها در دوره‌ی وارانتی می‌شود و در واقع چقدر از این هزینه از طریق کاهش تعداد شکست‌ها بازگشت داده می‌شود.

پانویس‌ها

1. Warranty
2. Burn-in
3. hybrid
4. previous age
5. as good as new
6. as bad as old
7. free repair/replace warranty
8. lump-sum warranty
9. pro-rata warranty
10. specific cost warranty

منابع (References)

1. Chattopadhyay, G.N. and Murthy, D.N.P. "Warranty cost analysis for second-hand products", *Mathematical and Computer Modelling*, **31**(10-12), pp. 81-88 (May-June 2000).
2. Chattopadhyay, G. and Murthy, D.N.P. "Cost sharing warranty policies for second-hand products", *Int. Trans. Oper. Res.*, **8**(1), pp. 47-60 (Jan. 2001).
3. Saidi-Mehrabad, M., Noorossana, R. and Shafiee, M. "Modeling and analysis of effective ways for improving

the reliability of second-hand products sold with warranty", *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, **46**(1-4), pp. 253-265 (May 2009).

4. Wu, C.-C., Chou, C.-Y. and Huang, C. "Optimal burn-in time and warranty length under fully renewing combination free replacement and pro-rata warranty", *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, **92**(7), pp. 914-920 (Jul. 2007).
5. Chien, Y.-H. "A new warranty strategy: Combining a renewing free-replacement warranty with a rebate policy", *Quality and Reliability Engineering International*, **24**(7), pp. 807-815 (2008).
6. Shafiee, M. and Chukova, S. "Maintenance models in warranty: A literature review", *Eur. J. Oper. Res.*, **229**(3), pp. 561-572 (2013).
7. Jalali Naini, S.G. and Shafiee, M. "Joint determination of price and upgrade level for a warranted second-hand product", *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, **54**(9-12), pp. 1187-1198 (2011).
8. Shafiee, M., Chukova, S., Yun, W.Y. and Niaki, S.T.A. "On the investment in a reliability improvement program for warranted second-hand items", *IIE Trans.*, **43**(7), pp. 525-534 (Apr. 2010).
9. Shafiee, M., Finkelstein, M. and Zuo, M.J. "Optimal burn-in and preventive maintenance warranty strategies

- with time-dependent maintenance costs”, *IIE Trans.*, **45**(9), pp. 1024-1033 (April 2013).
10. Iskandar, B. and Murthy, D.N. “Repair-replace strategies for warranty policies”, *Mathematical and Computer Modelling*, **38**(11-13), pp. 1233-1241 (December 2003).
 11. Jack, N., Murthy, D.N.P. and Iskandar, B.P. “Comments on ‘Maintenance policies with two-dimensional warranty’”, *Reliability Engineering & System Safety*, **82**(1), pp. 105-109 (October 2003).
 12. Shafiee, M., Chukova, S., Saidi-Mehrabad, M., Taghi, S. and Akhavan Niaki, S.T. “Two-dimensional warranty cost analysis for second-hand products”, *Commun. Stat. - Theory Methods*, **40**(4), pp. 684-701 (Jan. 2011).
 13. Shahanaghi, K., Noorossana, R., Jalali-Naini, S.G. and Heydari, M. “Failure modeling and optimizing preventive maintenance strategy during two-dimensional extended warranty contracts”, *Eng. Fail. Anal.*, **28**, pp. 90-102 (2013).
 14. Darghouth, M.N., Chelbi, A. and Ait-kadi, D. “On reliability improvement of second-hand products”, *IFAC-PapersOnLine*, **48**(3), pp. 2158-2163 (2015).
 15. Su, C. and Wang, X. “Optimal upgrade policy for used products sold with two-dimensional warranty”, *Qual. Reliab. Eng. Int.*, **32**(8), pp. 2889-2899 (December 2016).
 16. Shafiee, M., Finkelstein, M. and Chukova, S. “On optimal upgrade level for used products under given cost structures”, *Reliab. Eng. & Syst. Saf.*, **96**(2), pp. 286-291 (February 2011).
 17. Chukova, S. and Johnston, M.R. “Two-dimensional warranty repair strategy based on minimal and complete repairs”, *Math. Comput. Model.*, **44**(11-12), pp. 1133-1143 (Dec. 2006).