

مدل یکپارچه‌ی کنترل فرایند آماری و سیاست نگهداری و تعمیرات مبتنی بر ناظارت تأخیری در فرایندهای دو مرحله‌یی

سید سعید نجیبی (کارشناس ارشد)

امیرحسین امیری^{*} (دانشیار)

فروزان امیرخانی (دانشجوی دکتری)

گروه مهندسی صنایع دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد تهران

استفاده از سیاست ناظرت تأخیری برای ناظرات بر فرایندها از جدیدترین پژوهش‌های انجام شده در زمینه‌ی کنترل فرایند آماری و نگهداری و تعمیرات مبتنی بر وضعیت است. در این پژوهش یک مدل یکپارچه‌ی کنترل فرایند آماری و نگهداری و تعمیرات مبتنی بر ناظرت تأخیری در فرایندهای دو مرحله‌یی طراحی شده است. ناظرت تأخیری برای نگهداری و تعمیرات مبتنی بر ناظرت فرایندها در ابتدا شروع به کار تحت کنترل هستند و نمونه‌گیری را می‌توان تا یک زمان برنامه‌ریزی شده به تعویق انداخت. ابزار ناظرت بر فرایند، نمودارهای کنترل \bar{X} - باقی‌مانده است. برای یکپارچه نمودن دو مدل کنترل فرایند آماری و سیاست های نگهداری و تعمیرات، یک مدل ریاضی طراحی شده است که هزینه‌های مورد انتظار تولید در واحد زمان را از طریق به کارگیری الگوریتم فراابتکاری کمینه می‌کند. برای نشان دادن کارایی مدل پیشنهادی، یک مثال عددی ارائه شده که نتایج آن بیان گر عملکرد مطلوب مدل است.

saeidnajibi@gmail.com
amiri@shahed.ac.ir
fzd.amirkhani@shahed.ac.ir

واژگان کلیدی: کنترل فرایند آماری، نگهداری و تعمیرات مبتنی بر وضعیت، ناظرت تأخیری، الگوریتم ژنتیک، فرایندهای دو مرحله‌یی.

۱. مقدمه

ونگ^[۱] فقط تغییرات کیفیتی و حالت‌های تحت کنترل و خارج از کنترل را برای این مسئله در نظر گرفت. پنج‌جادیو و همکاران^[۲] با در نظر گرفتن نگهداری و تعمیرات مبتنی بر شرایط تجهیز مدلی را برای طراحی اقتصادی پارامترهای نمودار کنترل \bar{X} ارائه دادند. مهر افروز و نورالستا^[۳] یک سیاست نگهداری بر اساس وضعیت تجهیز استفاده کردند. از روش کنترل فرایند آماری برای پایش وضعیت تجهیز استفاده می‌کنند، ارائه دادند. هو و کوئینینو^[۴] برای یکپارچه‌سازی نگهداری و تعمیرات اصلاحی و SPC، از توزیع هندسی برای انتقال از حالت تحت کنترل به حالت خارج از کنترل استفاده کردند. ده‌ویب و همکاران^[۵] یک رویکرد یکپارچه برای بهینه‌سازی کنترل تولید و موجودی نگهداری پیش‌گیرانه برای کارخانه‌ها با تولید سلولی که دوره زمانی تحت کنترل آن از توزیع نرمال پیروی می‌کند، ارائه دادند. لی و همکاران^[۶] مدلی را به منظور بهینه‌سازی فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات مبتنی بر شرایط تجهیز و طراحی اقتصادی نمودار کنترل \bar{X} ارائه دادند. ژانگ^[۷] مدل بهینه‌سازی هم زمان SPC و نگهداری پیش‌گیرانه‌یی با در نظر گرفتن یک حالت تحت کنترل و چند حالت خارج از کنترل ارائه داد. پنج‌جادیو و تاگاراس^[۸] یک مدل یکپارچه برای نگهداری و تعمیرات کنترل فرایند آماری با در نظر گرفتن سه حالت تحت کنترل، خارج از کنترل و شکست و خرابی ارائه دادند. لی و تان^[۹] یک پژوهشی بازرسی - نگهداری و تعمیرات برای یک سامانه‌ی چند حالتی ارائه داده‌اند. لیو و همکاران^[۱۰] مدلی را به منظور بهینه‌سازی

گاهی اوقات با مشاهده یک وضعیت یا رفتار به خصوص از یک تجهیز در حال کار می‌توان فهمید که یک حادثه در حال شکل‌گیری وقوع است که این حادثه می‌تواند باعث شکست و از کار افتادگی تجهیز شود. وقتی که از سامانه‌ی نگهداری و تعمیرات مبتنی بر وضعیت استفاده می‌شود، می‌توان از نمودار کنترل به عنوان یکی از ابزار پایش وضعیت استفاده کرد. هدف پایش وضعیت با نمودار کنترل این است که عملکرد نامطلوب فرایند را پایش کند و با اعمال اقدامات نگهداری و تعمیرات آن را بهبود دهد. نمودارهای کنترلی از متدالوی ترین ابزارهای پایش فرایندهاست^[۱۱] و از اطلاعات حاصل از این نمودار کنترلی می‌توان به بدتر شدن وضعیت فرایند تولید و کاهش کیفیت محصول بی‌برد که عملکرد نامناسب ناشی از خرابی تجهیزات تولیدی می‌تواند یکی از دلایل وقوع این اتفاق باشد.^[۱۲] ایده‌ی ترکیب ابزارهای کنترل فرایند آماری^(۱) (SPC) با فعالیت‌های نگهداری در فرایندهایی که تغییرات کیفیتی و خرابی‌ها ممکن است به صورت هم‌زمان در آنها روی دهد، اولین بار توسط تاگاراس^[۱۳] مطرح شده است و در سال‌های اخیر پژوهش‌های متعدد روی این موضوع انجام شده است. کیم و میکیس^[۱۴] به طراحی اقتصادی نمودار کنترل مربع کای برای استفاده در فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات پرداختند.

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۲۹ اکتبر ۱۳۹۷، مطابق با تاریخ ۱۵ اکتبر ۱۳۹۷، پذیرش ۲۱ اکتبر ۱۳۹۸.

DOI:10.24200/J65.2019.51017.1883

مرحله‌ی ۱ در حالت خارج از کنترل؛
 $G_{02, g_{02}}$:تابع توزیع تجمعی و تابع چگالی احتمال مدت زمان تا خرابی تجهیز ۲
 مرحله‌ی ۲ در حالت تحت کنترل؛
 $G_{12, g_{12}}$:تابع توزیع تجمعی و تابع چگالی احتمال مدت زمان تا خرابی تجهیز ۲
 مرحله‌ی ۲ در حالت خارج از کنترل؛
 λ : نز خرابی تجهیزات در حالت η و $\nu = i$ ؛
 α : احتمال خطای نوع اول در مرحله‌ی η ؛
 β : احتمال خطای نوع دوم در مرحله‌ی η ؛
 ARL_1 : متوسط طول دنباله در مرحله‌ی ۱ در حالت تحت کنترل؛
 ARL_{11} : متوسط طول دنباله در مرحله‌ی ۱ در حالت خارج از کنترل؛
 ARL_2 : متوسط طول دنباله در مرحله‌ی ۲ در حالت تحت کنترل؛
 ARL_{12} : متوسط طول دنباله در مرحله‌ی ۲ در حالت خارج از کنترل؛
 δ : اندازه‌ی تغییر میانگین فرایند در حالت تغییر کیفیت در مرحله‌ی η ؛
 T_I : مدت زمان عملیات در حالت تحت کنترل؛
 T_O : مدت زمان عملیات در حالت خارج از کنترل؛
 T_C : مدت زمان مورد انتظار انجام شدن نگهداری و تعمیرات اصلاحی؛
 T_P : مدت زمان مورد انتظار انجام شدن نگهداری و تعمیرات پیش‌گیرانه؛
 T_R : مدت زمان مورد انتظار انجام شدن نگهداری و تعمیرات پیش‌گویانه؛
 T_Y : مدت زمان مورد انتظار بازرسی هشدار؛
 T_M : دوره‌ی نظرات؛
 C_I : هزینه‌ی تولید در واحد زمان در حالت تحت کنترل؛
 C_O : هزینه‌ی تولید در واحد زمان در حالت خارج از کنترل؛
 C_F : هزینه‌ی ظابت هر نمونه‌گیری؛
 C_V : هزینه‌ی متغیر هر نمونه؛
 C_Y : هزینه‌ی بازرسی هر هشدار؛
 C_C : هزینه‌ی نگهداری تعمیرات اصلاحی؛
 C_P : هزینه‌ی نگهداری تعمیرات پیش‌گیرانه؛
 C_R : هزینه‌ی نگهداری تعمیرات پیش‌گویانه؛
 T_D : مدت برنامه‌ریزی شده بدون نظرات؛
 T : مدت برنامه‌ریزی شده با نظرات؛
 K_D : تعداد نمونه‌گیری مشمول در دوره‌ی نظرات تأخیری؛
 K : تعداد نمونه‌گیری در دوره‌ی نظرات؛
 n : اندازه‌ی نمونه؛
 h : فاصله‌ی نمونه‌گیری؛
 L : ضریب حد کنترل در مرحله‌ی η .
 در ادامه‌ی این بخش به بیان مسئله پرداخته می‌شود.

۲.۲. بیان مسئله

در این پژوهش یک مدل یکپارچه کنترل کیفیت آماری و نگهداری و تعمیرات مبتنی بر نظرات تأخیری در فرایندهای دومرحله‌ی طراحی شده است. هر مرحله شامل یک تجهیز است که باید بر مشخصه‌ی کیفی محصول نظرات شود. در هر مرحله فقط یک جریان وجود دارد. تغییر در پارامتر میانگین مشخصه‌ی کیفی محصول تجهیز مرحله‌ی اول، ممکن است بر مشخصه‌ی کیفی محصول تجهیز مرحله‌ی دوم اثر بگذارد.

فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات مبتنی بر شرایط تجهیز و طراحی اقتصادی نمودار کنترل \overline{X} ارائه دادند. در این مقاله برای نظرات بر فرایند از یک نمودار شوهارت استفاده شده است. بین و همکاران^[12] یک مسئله‌ی یکپارچه‌ی کنترل فرایند آماری و نگهداری و تعمیرات را بررسی کردند که در آن برای نظرات بر فرایند از سیاست نظرات تأخیری استفاده می‌شود و نمودار کنترل مورد استفاده در این پژوهش نمودار \overline{X} است. همچنین ژانگ و همکاران^[13] یک مدل مارکوف برای سیاست نگهداری و تعمیرات تأخیری ارائه داده‌اند. ژانگ و همکاران^[14] یک مدل برای کمینه کردن هزینه‌های کیفیت، نگهداری و تعمیرات بازرسی در فرایندهای دومرحله‌ی به هم پیوسته با نز خرابی ثابت مطرح کردند. اخیراً رسای و همکاران^[15] نیز یک مدل یکپارچه طراحی اقتصادی نمودار مربع کای و برنامه‌ریزی نگهداری و تعمیرات ارائه کردند.

در این مقاله یک مدل یکپارچه‌ی کنترل فرایندها کنترل می‌شوند. با توجه به این که تاکنون سیاست نظرات تأخیری در فرایندهای دو مرحله‌ی بی بررسی نشده است، نوازور این مقاله استفاده از این سیاست در فرایندهای دو مرحله‌ی است. فرایندها در ابتدای شروع به کار فرایند تحت کنترل هستند به همین دلیل نمونه‌گیری در شروع این مرحله، تقریباً صرف کردن هزینه‌ی اضافی است. بتایران با استفاده از سیاست نظرات تأخیری می‌توان تا یک زمان برنامه‌ریزی شده، نمونه‌گیری را به تعویق انداخت و از صرف هزینه‌ی اضافی نیز جلوگیری کرد که حاصل آن کاهش هزینه‌ی کل تولید در واحد زمان است. فرایند تولید دومرحله‌ی بین صورت است که فرایند تولید یک محصول با دو تجهیز در نظر گرفته شده است که در هر مرحله یک تجهیز وجود دارد و مشخصه‌ی کیفی محصول کنترل می‌شود. مشخصه‌ی کیفی محصول در هر مرحله دارای توزیع آماری نرمال است. استفاده از سیاست نظرات تأخیری، ۲۸ سناریوی مختلف را ایجاد می‌کند که در آن علاوه بر تغییر کیفیت، خرابی تجهیزات نیز رخ می‌دهد. ابزار نظرات بر فرایند نیز، نمودارهای کنترل \overline{X} - باقی مانده است. روند این پژوهش در ادامه بدین گونه است که در بخش ۲ احتمال وقوع، زمان و هزینه‌ی هر سناریو محاسبه شده است و سپس یک مدل ریاضی باهدف کمینه کردن هزینه‌ی کل تولید در واحد زمان طراحی می‌شود. در بخش ۳ مدل طراحی شده، با استفاده از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک حل می‌شود. برای کمینه کردن هزینه‌ی کل تولید، متغیرهای تصمیم L (حد کنترل)، h (فاصله‌ی نمونه‌گیری) n (اندازه‌ی نمونه)، K_D (تعداد نمونه‌ی که در زمان تأخیر گرفته نمی‌شود) و K (تعداد نمونه‌ی که باید در زمان نظرات بر فرایند، گرفته شود). بهینه می‌شود. در بخش ۴ برای نشان دادن عملکرد مطلوب مدل، یک مثال عددی ارائه شده است. در بخش ۵ بر روی برخی پارامترهای مدل تحلیل حساسیت انجام شده است. در پایان در بخش ۶ نتیجه‌گیری مسئله بیان می‌شود.

۲. مدل‌سازی ریاضی مسئله

۲.۱. معرفی توابع، متغیرها و پارامترها

در ادامه توابع، متغیرها و پارامتر مدل پیشنهادی شرح داده شده است.
 $G_{01, g_{01}}$: تابع توزیع تجمعی و تابع چگالی احتمال مدت زمان تا خرابی تجهیز ۱ مرحله‌ی ۱ در حالت تحت کنترل؛
 $G_{11, g_{11}}$: تابع توزیع تجمعی و تابع چگالی احتمال مدت زمان تا خرابی تجهیز ۱

کنترل و خرابی تجهیزات، به صورت یک فرایند تصادفی در نظر گرفته شده است. مدت زمان تا تغییر کیفیت در مرحله‌ی اول و دوم و خرابی تجهیزات در حالت‌های صفر و یک، توسطتابع توزیع واپیول با پارامترهای شکل و مقیاس B, η, θ ، مدل سازی شده که به صورت روابط ۱۳ تا ۱۸ است:

$$f_1(t) = \left(\frac{B_1}{\eta_1}\right)\left(\frac{t}{\eta_1}\right)^{B_1-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta_1}\right)^{B_1}}, \quad (13)$$

$$f_2(t) = \left(\frac{B_2}{\eta_2}\right)\left(\frac{t}{\eta_2}\right)^{B_2-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta_2}\right)^{B_2}}, \quad (14)$$

$$g_{11}(x_1) = \left(\frac{B_{11}}{\eta_{11}}\right)\left(\frac{x_1}{\eta_{11}}\right)^{B_{11}-1} e^{-\left(\frac{x_1}{\eta_{11}}\right)^{B_{11}}}, \quad (15)$$

$$g_{11}(x_1) = \left(\frac{B_{11}}{\eta_{11}}\right)\left(\frac{x_1}{\eta_{11}}\right)^{B_{11}-1} e^{-\left(\frac{x_1}{\eta_{11}}\right)^{B_{11}}}, \quad (16)$$

$$g_{12}(y_1) = \left(\frac{B_{12}}{\eta_{12}}\right)\left(\frac{y_1}{\eta_{12}}\right)^{B_{12}-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\eta_{12}}\right)^{B_{12}}}, \quad (17)$$

$$g_{12}(y_1) = \left(\frac{B_{12}}{\eta_{12}}\right)\left(\frac{y_1}{\eta_{12}}\right)^{B_{12}-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\eta_{12}}\right)^{B_{12}}}. \quad (18)$$

به این نکته باید توجه داشت که در حالت خارج از کنترل، نتها هزینه‌ی عملیات فرایند بیشتر از حالت تحت کنترل است بلکه نجف خرابی تجهیزات نیز بالاتر است. در این مقاله در صورتی که نمودارهای کنترل، هشدار دهنده، اقدامات برای بررسی و بازرسی هشدار آغاز می‌شود. در صورتی که هشدار بیان‌کننده‌ی تغییر کیفیت فرایند باشد، فوراً نگهداری و تعمیرات پیش‌گویانه انجام می‌شود تا فرایند به حالت تحت کنترل بازگردد. اگر هشدار نادرست باشد (احتمال خطای نوع اول)، سامانه‌ی بدون انجام عملیات نگهداری و تعمیرات به کار خود ادامه می‌دهد. زمانی که تجهیزات خراب می‌شوند، نگهداری و تعمیرات اصلاحی، برای یکبار انجام می‌شود و تجهیزات را به حالت اولیه که سالم است، باز می‌گرداند.

وقتی که بعد از K بار نمونه‌گیری، نمودار کنترل هیچ هشداری ندهد و هیچ کدام از تجهیزات هم خراب نشوند، ممکن است دو حالت وجود داشته باشد؛ فرایند در حالت کنترل است یا فرایند در حال خارج از کنترل است اما قابل تشخیص نیست. بنابراین، پس از K بار نمونه‌گیری، فرایند تولید متوقف می‌شود تا نگهداری و تعمیرات پیش‌گیرانه به صورت رابطه‌ی ۱۹ انجام گیرد:

$$T = (K + 1)h. \quad (19)$$

نحو خرابی در تابع توزیع واپیول باگذشت زمان، افزایش می‌باید. بنابراین امکان وقوع تغییر کیفیت و خرابی در شروع فرایند، به شدت پایین است. پس نمونه‌گیری در حالت تحت کنترل معمولاً بی ارزش است. در نتیجه می‌توان ناظارت بر فرایند را تا یک زمان برنامه‌ریزی شده TD بر مبنای فاصله‌ی نمونه‌گیری به تأخیر انداخت. زمان تأخیر به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$TD = K_D h. \quad (20)$$

انتظار می‌رود سیاست ناظارت تأخیری به کاهش هزینه‌های نمونه‌برداری و تولید کمک کند؛ ولی ممکن است هزینه‌های ناشی از تغییر کیفیت و خرابی تجهیزات در دوره‌ی ناظارت تأخیری افزایش یابد. بنابراین TD یک متغیر تصمیم مهم است و همراه با ۵ متغیر تصمیم n, T, L_1, L_2 و h بهینه می‌شود.

۳.۲. ایجاد مدل یکپارچه

به کارگیری سیاست ناظارت تأخیری منجر به ایجاد ۲۸ سناریوی تولید مختلف می‌شود

در ابتدا به یک مدل برای برقراری ارتباط بین مشخصه‌ی کیفی محصول در مرحله‌ی اول (X) و مرحله‌ی دوم (Y) نیاز است. برای برقراری رابطه از مدل رگرسیون خطی ساده استفاده شده است:

$$Y = b_0 + b_1 X + \varepsilon. \quad (1)$$

فرض شود که b_0 و b_1 معلوم هستند و توزیع خطای تصادفی (Y, σ^2_Y) باشد.

تجهیزات در شروع فرایند، به طور کامل راهاندازی می‌شوند و فرایند در حالت تحت کنترل قرار دارد که به آن حالت صفر گفته می‌شود. مشخصه‌های کیفی محصول هر دو تجهیز دارای توزیع نرمال و به صورت زیر هستند:

$$X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2), \quad (2)$$

$$Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2). \quad (3)$$

نمونه‌گیری بعد از پایان مرحله‌ی دوم انجام می‌شود. از نمودار \bar{X} برای ناظارت بر مرحله‌ی اول و از نمودار میانگین باقی‌مانده برای ناظارت بر مرحله‌ی دوم استفاده می‌شود. در پایان مرحله‌ی دوم یک نمونه‌ی تایی (x_i, y_i) از فرایند گرفته می‌شود. برای مرحله‌ی اول میانگین مشخصه‌ی کیفی آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{X}_t = \frac{\sum_{i=1}^n x_{it}}{n}. \quad (4)$$

پس از محاسبه‌ی میانگین نمودار کنترل \bar{X} برای مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول حدود کنترل زیر رسم می‌شود:

$$Z_{1t} = \frac{\bar{X}_t - \mu_X}{\sigma_X / \sqrt{n}}, \quad (5)$$

$$UCL = \bar{X}_t + L_1 \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right), \quad (6)$$

$$LCL = \bar{X}_t - L_1 \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right). \quad (7)$$

پس از رسم نمودار کنترل برای مرحله‌ی اول، باید نمودار میانگین باقی‌مانده برای مرحله‌ی دوم را نیز رسم کرد. آماره‌ی مرحله‌ی دوم به صورت زیر است:

$$\bar{e}_t = \frac{\sum_{i=1}^n e_{it}}{n}, \quad (8)$$

که e_{it} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$e_{it} = y_{it} - b_0 - b_1 x_{it}. \quad (9)$$

حدود کنترل آماره \bar{e}_t به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Z_{2t} = \frac{\bar{e}_t - \bar{e}_t}{\sigma_{\bar{e}_t} / \sqrt{n}}, \quad (10)$$

$$UCL = \bar{e}_t + L_2 \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right), \quad (11)$$

$$LCL = \bar{e}_t - L_2 \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right). \quad (12)$$

در این پژوهش همانند مقاله‌ی بین و همکاران^[۲] تغییر حالت فرایند به خارج از

جدول ۱. سناریوهای مدل یکپارچه کنترل کیفیت آماری و نگهداری و تعمیرات.

ماشین ۲								ماشین ۱							
هشدار	تغییر کیفیت	تغییر خرابی	سالم	هشدار	تغییر کیفیت	تغییر خرابی	سالم	سناریو	تغییر کیفیت	تغییر خرابی	سالم	سناریو	تغییر کیفیت	تغییر خرابی	سالم
نودار	بعد از قبل از	بعد از قبل از	بعد از قبل از	نودار	بعد از قبل از	بعد از قبل از	نودار	سالم	بعد از قبل از	بعد از قبل از	نودار	سالم	بعد از قبل از	بعد از قبل از	نودار
T_D	T_D	T_D	T_D	T_D	T_D	T_D	T_D	T_D	T_D	T_D	T_D	T_D	T_D	T_D	T_D
	*	*						*				*		*	۱
	*	*						*				*		*	۲
	*	*						*				*		*	۳
	*	*	*					*				*		*	۴
	*	*	*					*				*		*	۵
	*	*	*					*				*		*	۶
	*	*	*	*				*				*		*	۷
	*	*	*	*				*				*		*	۸
	*	*	*	*				*				*		*	۹
	*	*	*	*				*				*		*	۱۰
	*	*	*	*				*				*		*	۱۱
	*	*	*	*				*				*		*	۱۲
	*	*	*	*				*				*		*	۱۳
	*	*	*	*				*				*		*	۱۴
*	*											*		*	۱۵
*	*							*				*		*	۱۶
	*							*				*		*	۱۷
	*							*				*		*	۱۸
	*							*				*		*	۱۹
	*							*				*		*	۲۰
	*	*						*				*		*	۲۱
	*	*						*				*		*	۲۲
	*	*						*				*		*	۲۳
*	*											*		*	۲۴
*	*							*				*		*	۲۵
	*							*				*		*	۲۶
	*							*				*		*	۲۷
	*							*				*		*	۲۸

واحد زمان، $E(CT)$ ، به این صورت به دست می‌آید که هزینه‌ی مورد انتظار چرخه به زمان مورد انتظار چرخه تقسیم می‌شود.

$$E(CT) = E(Cycle Cost)/E(Cycle Time) =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{28} P(S_i)E(C|S_i)}{\sum_{i=1}^{28} P(S_i)E(T|S_i)}. \quad (21)$$

که همه‌ی آن‌ها در جدول ۱ آمده است. شرح کامل سناریوها در بخش ۵.۲ و همراه با محاسبه‌ی احتمال وقوع هر سناریو ذکر شده است. در صورتی که تجهیزات در طول فرآیند تولید خراب شوند، برای بازگرداندن آنها به حالت سالم از سیاست نگهداری و تعمیرات اصلاحی استفاده می‌شود. اگر فرآیندهای تولید از کنترل خارج شوند و این تغییر شناسایی شود، برای بازگرداندن فرآیند به حالت تحت کنترل از سیاست نگهداری و تعمیرات پیشگویانه استفاده می‌شود. همچنین در صورتی که فرآیند در طول فعالیت خود با هیچ مشکلی مواجه نشود، پس از اتمام فرآیند باید بر روی آن سیاست نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه اعمال شود.

۵.۲. محاسبه‌ی احتمال وقوع هر سناریو

در سناریوهای ۱ تا ۳ تغییر کیفیت در فرآیند رخ نمی‌دهد، اما تجهیز یک یا دو یا هر دو تجهیز، قبل از زمان شروع شدن نظرارت خراب می‌شوند.

۴. تابع هزینه

در این بخش تابع هزینه‌ی ۲۸ سناریو ایجاد شده است. هزینه‌های کل تولید در

این نکته را باید توجه داشت بر طبق مقاله‌ی [۱] زمانی که فرایند در حالت خارج از کنتrol قرار دارد، از توزیعی با تابع چگالی احتمال $\frac{g_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot})}{G_{\cdot\cdot\cdot}(t)}$ پیروی می‌کند.

$$P(S_{\lambda}) = \left(\int_0^{T_D} f_{\lambda}(t) \cdot h_{\lambda}(t) dt \right) \overline{F}_{\lambda}(T_D + T) \overline{G}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T),$$

$$h_{\lambda}(t) = \int_t^{\infty} g_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) dx_{\cdot} \cdot \frac{\int_t^{T_D} g_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) dx_{\cdot}}{G_{\cdot\cdot\cdot}(t)}. \quad (30)$$

$$P(S_{\lambda}) = \left(\int_0^{T_D} f_{\lambda}(t) \cdot h_{\lambda}(t) dt \right) \overline{F}_{\lambda}(T_D + T) \overline{G}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T),$$

$$h_{\lambda}(t) = \int_t^{\infty} g_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) dy_{\cdot} \cdot \frac{\int_t^{T_D} g_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) dy_{\cdot}}{G_{\cdot\cdot\cdot}(t)}. \quad (31)$$

$$P(S_{\cdot\cdot\cdot}) = \left(\int_0^{T_D} f_{\cdot\cdot\cdot}(t_{\cdot\cdot\cdot}) \cdot h_{\cdot\cdot\cdot}(t_{\cdot\cdot\cdot}) dt_{\cdot\cdot\cdot} \right) \cdot \left(\int_0^{T_D} f_{\cdot\cdot\cdot}(t_{\cdot\cdot\cdot}) \cdot h_{\cdot\cdot\cdot}(t_{\cdot\cdot\cdot}) dt_{\cdot\cdot\cdot} \right),$$

$$h_{\cdot\cdot\cdot}(t) = \int_{t_{\cdot\cdot\cdot}}^{\infty} g_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) dx_{\cdot} \cdot \frac{\int_{t_{\cdot\cdot\cdot}}^{T_D} g_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) dx_{\cdot}}{G_{\cdot\cdot\cdot}(t_{\cdot\cdot\cdot})}. \\ h_{\cdot\cdot\cdot}(t) = \int_{t_{\cdot\cdot\cdot}}^{\infty} g_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) dy_{\cdot} \cdot \frac{\int_{t_{\cdot\cdot\cdot}}^{T_D} g_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) dy_{\cdot}}{G_{\cdot\cdot\cdot}(t_{\cdot\cdot\cdot})}. \quad (32)$$

در جدول سناریوها (جدول ۱) مشخص است که در سناریوهای ۱۱ تا ۱۳، ۱۷ تا ۲۲ و ۲۶ تا ۲۸ حالت فرایند به خارج از کنتrol تغییر می‌کند، اما نمودار کنتrol این تغییر را شناسایی نمی‌کند. بنابراین در این سناریوها احتمال خطای نوع دوم وجود دارد که باید آن را محاسبه کرد.

$$\beta_i = \phi(L_i - \delta_i \sqrt{n}) - \phi(-L_i - \delta_i \sqrt{n}); i = 1, 2 \quad (33)$$

که در آن $\phi(\cdot)$ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است.

برای محاسبه‌ی احتمال کشف تغییر کیفیت توسط نمودار کنتrol، این پژوهش همانند مقاله‌ی [۱] به جای این که بر روی فاصله‌ی نمونه‌گیری تمرکز کند، روی دوره‌ی نسبتاً طولانی از زمان متمرکز است. تغییر کیفیت در هر نمونه در طول زمان $[ts, te]$ قابل کشف است.

اگر نمودار کنتrol تغییر کیفیت را در s امین نمونه‌گیری شناسایی نکند، احتمال کشف تغییر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P_s = (1 - \beta_i)^{\beta_i s - 1}. \quad (34)$$

در طول زمان $[ts, te]$ m نمونه‌گیری انجام می‌شود و تعداد نمونه‌گیری به صورت زیر به دست می‌آید:

$$m = \left\lfloor \frac{te - ts}{h} \right\rfloor. \quad (35)$$

در این رابطه $\lfloor \cdot \rfloor$ نشان‌دهنده‌ی بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از یا مساوی با عبارت داخل قلاب است. بنابراین با توجه به تعداد نمونه‌گیری، احتمال کشف تغییر

$$P(S_{\cdot\cdot\cdot}) = \left(\int_0^{T_D} g_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) \cdot h_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) dx_{\cdot} \right) \cdot \overline{F}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T) \overline{G}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T), \\ h_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) = \int_x^{\infty} f_{\cdot\cdot\cdot}(t) dt. \quad (22)$$

با توجه به این که در این سناریوها تغییر کیفیت رخ نمی‌دهد، $(h_{\cdot\cdot\cdot})$ بر قابلیت اطمینان فرایند دلالت دارد.

$$P(S_{\cdot\cdot\cdot}) = \left(\int_0^{T_D} g_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) \cdot h_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) dy_{\cdot} \right) \overline{F}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T) \overline{G}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T), \\ h_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) = \int_y^{\infty} f_{\cdot\cdot\cdot}(t) dt. \quad (23)$$

$$P(S_{\cdot\cdot\cdot}) = \left(\int_0^{T_D} g_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) \cdot h_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) dx_{\cdot} \right) \cdot \left(\int_0^{T_D} g_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) \cdot h_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) dy_{\cdot} \right). \quad (24)$$

در سناریوهای ۴ تا ۶ تغییر کیفیت در فرایند صورت نمی‌گیرد. اما تفاوت آن با ۳ سناریوی قبلی در این است که تجهیزات در دوره‌یی که نظارت بر فرایند وجود دارد، خراب می‌شوند (عنی در طول بازه‌ی (TD, T)).

$$P(S_{\cdot\cdot\cdot}) = \left(\int_{T_D}^{T_D+T} g_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) \cdot h_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) dx_{\cdot} \right) \overline{F}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T) \overline{G}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T), \\ h_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) = \int_x^{\infty} f_{\cdot\cdot\cdot}(t) dt. \quad (25)$$

$$P(S_{\cdot\cdot\cdot}) = \left(\int_{T_D}^{T_D+T} g_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) \cdot h_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) dy_{\cdot} \right) \overline{F}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T) \overline{G}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T), \\ h_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) = \int_y^{\infty} f_{\cdot\cdot\cdot}(t) dt. \quad (26)$$

$$P(S_{\cdot\cdot\cdot}) = \left(\int_{T_D}^{T_D+T} g_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) \cdot h_{\cdot\cdot\cdot}(x_{\cdot}) dx_{\cdot} \right) \cdot \left(\int_{T_D}^{T_D+T} g_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) \cdot h_{\cdot\cdot\cdot}(y_{\cdot}) dy_{\cdot} \right). \quad (27)$$

در سناریوی ۷ هیچ‌کدام از تجهیزات مرحله‌ی ۱ و ۲ تا پایان فرایند خراب نمی‌شوند و تغییر کیفیت نمی‌دهند. فرایند از آغاز تا زمان $T_D + T$ تحت کنتrol است. احتمال سناریوی ۷ به صورت رابطه‌ی ۲۸ است.

$$P(S_{\cdot\cdot\cdot}) = (\overline{F}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T) \cdot \overline{G}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T)) \times \\ (\overline{F}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T) \cdot \overline{G}_{\cdot\cdot\cdot}(T_D + T)). \quad (28)$$

که در این مدل \overline{F} و \overline{G} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\overline{F}(T_D + T) = 1 - F(T_D + T), \\ \overline{G}(T_D + T) = 1 - G(T_D + T). \quad (29)$$

در سناریوهای ۸ تا ۱۰ قبل از زمان T_D ، حالت فرایند به حالت خارج از کنتrol تغییر می‌کند و در طول زمان (t, T_D) ماشین یک، دو یا هر دو ماشین خراب می‌شوند.

کیفیت توسط نمودار نیز به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P_{\circ i}(t_s, t_e) = \sum_{s=1}^m P_s = 1 - \beta_i^m. \quad (36)$$

و احتمال کشف نکردن تغییر کیفیت از سوی نمودار هم برابر β_i است.

علاوه بر این میانگین طول دنباله زمانی که فرایند خارج از کنترل است به صورت زیر است:

$$ARL_i = \frac{1}{1 - \beta_i}. \quad (37)$$

در سناریوهای ۱۱ تا ۱۳ نیز فرایندها در طول زمان (T_D) حالت شناسی از تحت کنترل به خارج از کنترل تغییر می کند. اما تجهیزات در دوره‌یی که نظرات وجود دارد، خراب می شوند. بنابراین در این سناریوهای خطای نوع دوم وجود دارد. زیرا نمودار کنترل باید تغییر حالت فرایندها را شناسایی می کرد و هشدار می داد، که این کار صورت نگرفت.

$$P(S_{\circ 1}) = \left(\int_0^{T_D} f_{\circ 1}(t) \cdot h_{\circ 1-1}(t) dt \right) \bar{F}_{\circ 1}(T_D + T) \bar{G}_{\circ 1}(T_D + T),$$

$$h_{\circ 1-1}(t) = \frac{\int_0^{T_D} g_{\circ 1}(x_{\circ 1}) P_{\circ 1}(T_D, x_{\circ 1}) dx_{\circ 1}}{\bar{G}_{\circ 1}(t)},$$

$$h_{\circ 1-2}(t) = \frac{\int_0^{T_D} g_{\circ 1}(y_{\circ 1}) P_{\circ 1}(T_D, y_{\circ 1}) dy_{\circ 1}}{\bar{G}_{\circ 1}(t)}. \quad (38)$$

$$P(S_{\circ 2}) = \left(\int_0^{T_D} f_{\circ 1}(t) \cdot h_{\circ 1}(t) dt \right) \bar{F}_{\circ 1}(T_D + T) \bar{G}_{\circ 1}(T_D + T),$$

$$h_{\circ 1}(t) = \frac{\int_0^{T_D} g_{\circ 1}(y_{\circ 1}) \bar{P}_{\circ 1}(T_D, y_{\circ 1}) dy_{\circ 1}}{\bar{G}_{\circ 1}(t)}. \quad (39)$$

$$P(S_{\circ 3}) = \left(\int_0^{T_D} f_{\circ 1}(t) \cdot h_{\circ 1}(t) dt \right) \bar{F}_{\circ 1}(T_D + T) \bar{G}_{\circ 1}(T_D + T),$$

$$h_{\circ 1}(t) = \frac{\int_0^{T_D} g_{\circ 1}(y_{\circ 1}) \bar{P}_{\circ 1}(T_D, y_{\circ 1}) dy_{\circ 1}}{\bar{G}_{\circ 1}(t)}. \quad (40)$$

در سناریوهای ۱۴ تا ۱۶ تغییر کیفیت فرایند قبل از زمان T_D رخ می دهد و بعد از شروع دوره‌ی نظرات، تغییر مذکور شناسایی می شود. در این سناریوها دو حالت ممکن است رخ دهد:

الف) تغییر کیفیت فرایند اولین بار در زمان t قبل از زمان T_D رخ دهد و سپس قبل از آن که تجهیزات در طول زمان $(t, T_D + T)$ خراب شوند، در طول زمان ($T_D, T_D + T$) شناسایی شوند.

ب) تغییر کیفیت فرایند اولین بار در زمان t قبل از زمان T_D رخ دهد و قبل از پایان چرخه در طول زمان ($T_D, T_D + T$) شناسایی می شود و قرار است تجهیزات در طول زمان $T_D + T$ تا پنهانی خراب شوند. بنابراین احتمال وقوع سناریوهای به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P(S_{\circ 4}) = P(S_{\circ 1-1}) + P(S_{\circ 1-2}) =$$

$$\left(\int_0^{T_D} f_{\circ 1}(t) \cdot h_{\circ 1-1}(t) dt \right) \bar{F}_{\circ 1}(T_D + T) \bar{G}_{\circ 1}(T_D + T) +$$

$$\left(\int_0^{T_D} f_{\circ 1}(t) \cdot h_{\circ 1-2}(t) dt \right) \bar{F}_{\circ 1}(T_D + T) \bar{G}_{\circ 1}(T_D + T),$$

$$h_{\circ 1-1}(t) = \frac{\int_0^{T_D+T} g_{\circ 1}(x_{\circ 1}) P_{\circ 1}(T_D, x_{\circ 1}) dx_{\circ 1}}{\bar{G}_{\circ 1}(t)},$$

$$h_{\circ 1-2}(t) = \frac{\int_0^{T_D+T} g_{\circ 1}(x_{\circ 1}) P_{\circ 1}(T_D + T, x_{\circ 1}) dx_{\circ 1}}{\bar{G}_{\circ 1}(t)}. \quad (41)$$

$$P(S_{\circ 5}) = P(S_{\circ 1-1}) + P(S_{\circ 1-2}) =$$

$$\left(\int_0^{T_D} f_{\circ 1}(t) \cdot h_{\circ 1-1}(t) dt \right) \bar{F}_{\circ 1}(T_D + T) \bar{G}_{\circ 1}(T_D + T) +$$

$$\left(\int_0^{T_D} f_{\circ 1}(t) \cdot h_{\circ 1-2}(t) dt \right) \bar{F}_{\circ 1}(T_D + T) \bar{G}_{\circ 1}(T_D + T),$$

$$h_{\circ 1-1}(t) = \frac{\int_0^{T_D} g_{\circ 1}(y_{\circ 1}) P_{\circ 1}(T_D, y_{\circ 1}) dy_{\circ 1}}{\bar{G}_{\circ 1}(t)},$$

$$h_{\circ 1-2}(t) = \frac{\int_0^{T_D} g_{\circ 1}(y_{\circ 1}) P_{\circ 1}(T_D + T, y_{\circ 1}) dy_{\circ 1}}{\bar{G}_{\circ 1}(t)}. \quad (42)$$

$$P(S_{\circ 6}) = \left(\int_0^{T_D} f_{\circ 1}(t) \cdot h_{\circ 1-1}(t) dt \right) \bar{F}_{\circ 1}(T_D + T) \bar{G}_{\circ 1}(T_D + T),$$

$$(\int_0^{T_D} f_{\circ 1}(t) \cdot h_{\circ 1-2}(t) dt) \cdot h_{\circ 1-2}(t_{\circ 1}), \quad (43)$$

در سناریوهای ۱۷ تا ۱۹ تغییر کیفیت فرایندها قبل از زمان T_D رخ می دهد. بعد از شروع دوره‌ی نظرات بر فرایند، نمودار کنترل هیچ‌گونه هشداری تولید نمی کند که نمایانگر خطای نوع دوم است. اما تجهیزات بدون هیچ خرابی به زمان برنامه ریزی شده نگهداری و تعمیرات پیش‌گیرانه می رسانند. با انجام عملیات مذکور، تجهیزات به حالت خوب بازرسی گردند.

$$P(S_{\circ 7}) = \left(\int_0^{T_D} f_{\circ 1}(t) \cdot h_{\circ 1}(t) dt \right) \bar{F}_{\circ 1}(T_D + T) \bar{G}_{\circ 1}(T_D + T),$$

$$h_{\circ 1}(t) = \frac{\int_0^{T_D+T} g_{\circ 1}(x_{\circ 1}) \bar{P}_{\circ 1}(T_D, x_{\circ 1}) dx_{\circ 1}}{\bar{G}_{\circ 1}(t)},$$

$$h_{\circ 1}(t) = \frac{\int_0^{T_D+T} g_{\circ 1}(x_{\circ 1}) \bar{P}_{\circ 1}(T_D + T, x_{\circ 1}) dx_{\circ 1}}{\bar{G}_{\circ 1}(t)}. \quad (44)$$

$$P(S_{\circ 8}) = \left(\int_0^{T_D} f_{\circ 1}(t) \cdot h_{\circ 1}(t) dt \right) \bar{F}_{\circ 1}(T_D + T) \bar{G}_{\circ 1}(T_D + T),$$

$$h_{\circ 1}(t) = \frac{\int_0^{T_D+T} g_{\circ 1}(y_{\circ 1}) \bar{P}_{\circ 1}(T_D, y_{\circ 1}) dy_{\circ 1}}{\bar{G}_{\circ 1}(t)},$$

$$h_{\circ 1}(t) = \frac{\int_0^{T_D+T} g_{\circ 1}(y_{\circ 1}) \bar{P}_{\circ 1}(T_D + T, y_{\circ 1}) dy_{\circ 1}}{\bar{G}_{\circ 1}(t)}. \quad (45)$$

$$P(S_{\circ 9}) = \left(\int_0^{T_D} f_{\circ 1}(t) \cdot h_{\circ 1}(t) dt \right) \bar{F}_{\circ 1}(T_D + T) \bar{G}_{\circ 1}(T_D + T),$$

$$(\int_0^{T_D} f_{\circ 1}(t) \cdot h_{\circ 1}(t) dt) \cdot h_{\circ 1}(t_{\circ 1}), \quad (46)$$

از سناریوی ۲۰ به بعد محاسبات شبیه سناریوهای ۱۷ تا ۱۹ است. با این تفاوت که تغییر کیفیت در تجهیزات، بعد از زمان T_D و در دوره‌ی نظرات ($T_D, T_D + T$) رخ می دهد.

در سناریوهای ۲۰ تا ۲۲ فرایندها در طول دوره‌ی نظرات (عنی در طول بازه‌ی)

$$h_{\tau_{\tau-1}}(t) = \frac{\int_t^{T_D+T} g_{\tau\tau}(y_{\tau}) P_{\tau\tau}(t, y_{\tau}) dy_{\tau}}{\overline{G_{\tau\tau}}(t)},$$

$$h_{\tau_{\tau-1}}(t) = \overline{G_{\tau\tau}}(t) \frac{\int_t^{T_D+T} g_{\tau\tau}(y_{\tau}) P_{\tau\tau}(t, T_D + T) dy_{\tau}}{\overline{G_{\tau\tau}}(t)}. \quad (51)$$

$$P(S_{\tau\tau}) =$$

$$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t_{\tau}). h_{\tau_{\tau-1}}(t_{\tau}) dt + \int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t_{\tau}). h_{\tau_{\tau-1}}(t_{\tau}) dt \right)^*$$

$$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t_{\tau}). h_{\tau_{\tau-1}}(t_{\tau}) dt + \int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t_{\tau}). h_{\tau_{\tau-1}}(t_{\tau}) dt \right). \quad (52)$$

در سناریوهای ۲۶ تا ۲۸ نیز تغییر کیفیت فرایندها در طول دوره‌ی وجود داشتن ناظارت رخ می‌دهد. اما هیچ خوابی برای تجهیزات به وجود نمی‌آید و با رسیدن زمان برنامه‌ریزی شده‌ی نگهداری و تعمیرات پیش‌گیرانه و انجام آن، تجهیزات به حالت تحت کتترل بازمی‌گردند.

$$P(S_{\tau\tau}) = \left(\int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t). h_{\tau\tau}(t) dt \right) \overline{F}_{\tau}(T_D + T) \overline{G_{\tau\tau}}(T_D + T),$$

$$h_{\tau\tau}(t) = \overline{G_{\tau\tau}}(t) \frac{\int_t^{T_D+T} g_{\tau\tau}(x_{\tau}) \overline{P_{\tau\tau}}(t, T_D + T) dx_{\tau}}{\overline{G_{\tau\tau}}(t)}. \quad (53)$$

$$P(S_{\tau\tau}) = \left(\int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t). h_{\tau\tau}(t) dt \right) \overline{F}_{\tau}(T_D + T) \overline{G_{\tau\tau}}(T_D + T),$$

$$h_{\tau\tau}(t) = \overline{G_{\tau\tau}}(t) \frac{\int_t^{T_D+T} g_{\tau\tau}(y_{\tau}) \overline{P_{\tau\tau}}(t, T_D + T) dy_{\tau}}{\overline{G_{\tau\tau}}(t)}. \quad (54)$$

$$P(S_{\tau\tau}) = \left(\int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t_{\tau}). h_{\tau\tau}(t_{\tau}) dt_{\tau} \right) \left(\int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t_{\tau}). h_{\tau\tau}(t_{\tau}) dt_{\tau} \right). \quad (55)$$

۶.۲ محاسبه‌ی زمان مورد انتظار هر چرخه

زمان مورد انتظار هر چرخه شامل سه قسمت است:

۱. زمان تولید در حالت تحت کتترل، T_I و زمان تولید در حالت خارج از کتترل، T_O برای هر سناریو

۲. زمان کل بازرسی برای تشخیص صحت هشدار نمودار کتترل

۳. زمان انجام نگهداری و تعمیرات اصلاحی (T_C ، پیش‌گویانه) و پیش‌گیرانه (T_P)

بنابراین زمان مورد انتظار هر سناریو از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$E(T | S_i) = T_{I_i} + T_{O_i} + T_Y \left(\frac{T_{M_i}}{hARL_{\tau\tau}} + v_{\tau} + \frac{T_{M_i}}{hARL_{\tau\tau}} + v_{\tau} \right) + (\omega T_C + \gamma T_R + \rho T_P) ; i = 1, 2, \dots, 28 \quad (56)$$

$(T_D, T_D + T)$ ، حالتی‌که خارج از کتترل تغییر می‌کند. اما نمودار کتترل این تغییر را شناسایی نمی‌کند و تجهیزات در همین دوره خراب می‌شوند. نگهداری و تعمیرات اصلاحی نیز انجام می‌شود.

$$P(S_{\tau\tau}) = \left(\int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t). h_{\tau\tau}(t) dt \right) \overline{F}_{\tau}(T_D + T) \overline{G_{\tau\tau}}(T_D + T),$$

$$h_{\tau\tau}(t) = \overline{G_{\tau\tau}}(t) \frac{\int_t^{T_D+T} g_{\tau\tau}(x_{\tau}) \overline{P_{\tau\tau}}(t, x_{\tau}) dx_{\tau}}{\overline{G_{\tau\tau}}(t)}. \quad (47)$$

$$P(S_{\tau\tau}) = \left(\int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t). h_{\tau\tau}(t) dt \right) \overline{F}_{\tau}(T_D + T) \overline{G_{\tau\tau}}(T_D + T),$$

$$h_{\tau\tau}(t) = \overline{G_{\tau\tau}}(t) \frac{\int_t^{T_D+T} g_{\tau\tau}(y_{\tau}) \overline{P_{\tau\tau}}(t, y_{\tau}) dy_{\tau}}{\overline{G_{\tau\tau}}(t)}. \quad (48)$$

$$P(S_{\tau\tau}) = \left(\int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t_{\tau}). h_{\tau\tau}(t_{\tau}) dt_{\tau} \right) \left(\int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t_{\tau}). h_{\tau\tau}(t_{\tau}) dt_{\tau} \right). \quad (49)$$

در سناریوهای ۲۳ تا ۲۵ تغییر کیفیت فرایندها بعد از زمان T_D رخ می‌دهد و پس از آن، تغییر مذکور شناسایی می‌شود و نگهداری و تعمیرات پیش‌گویانه صورت می‌گیرد. در این سناریوها دو حالت ممکن است رخ دهد:

الف) تغییر کیفیت فرایندها اولین بار در زمان t بعد از زمان T_D رخ دهد و سپس قبل از آن که تجهیزات در طول زمان $(t, T_D + T)$ خراب شوند، خرابی در طول همان زمان شناسایی شود.

ب) تغییر کیفیت فرایندها اولین بار در زمان t بعد از زمان T_D رخ دهد و قبل از پیش چرخه در طول زمان $(t, T_D + T)$ شناسایی شود و فرض می‌شود تجهیزات در طول زمان $T_D + T$ تا بی‌نهایت خراب شوند.

$$P(S_{\tau\tau}) =$$

$$P(S_{\tau\tau-1}) + P(S_{\tau\tau-2}) = (\overline{F}_{\tau}(T_D + T) \overline{G_{\tau\tau}}(T_D + T))^*$$

$$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t). h_{\tau\tau-1}(t) dt + \int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t). h_{\tau\tau-2}(t) dt \right),$$

$$h_{\tau\tau-1}(t) = \overline{G_{\tau\tau}}(t) \frac{\int_t^{T_D+T} g_{\tau\tau}(x_{\tau}) P_{\tau\tau}(t, x_{\tau}) dx_{\tau}}{\overline{G_{\tau\tau}}(t)},$$

$$h_{\tau\tau-2}(t) = \overline{G_{\tau\tau}}(t) \frac{\int_t^{T_D+T} g_{\tau\tau}(y_{\tau}) P_{\tau\tau}(t, T_D + T) dy_{\tau}}{\overline{G_{\tau\tau}}(t)}. \quad (50)$$

$$P(S_{\tau\tau}) =$$

$$P(S_{\tau\tau-1}) + P(S_{\tau\tau-2}) = (\overline{F}_{\tau}(T_D + T) \overline{G_{\tau\tau}}(T_D + T))^*$$

$$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t). h_{\tau\tau-1}(t) dt + \int_{T_D}^{T_D+T} f_{\tau}(t). h_{\tau\tau-2}(t) dt \right),$$

هزینه‌ی مورد انتظار هر سناریو به صورت رابطه‌ی ۶۱ است:

$$\begin{aligned} E(C|S_i) &= C_I T_{I_i} + C_O T_{O_i} + \\ &(C_F + C_v n) \frac{T_{M_i}}{h} + C_Y \left(\frac{T_{M_i}}{hARL_1} + v_1 + \frac{T_{M_i}}{hARL_2} + v_2 \right) \\ &+ (\omega C_C + \gamma C_R + \rho C_P). \end{aligned} \quad (61)$$

۳. روش حل و مثال عددی

در این مقاله برای یافتن متغیرهای تصمیم مناسب مدل پیشنهادی از الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود. الگوریتم ژنتیک یک روش جستجو برای یافتن راه حل‌های نزدیک به بهینه برای مسائل بهینه‌سازی ارائه می‌کند. در واقع این الگوریتم با یک جمعیت اولیه از راه حل‌ها شروع می‌شود. هر راه حل از طریق یک کروموزوم نمایش داده می‌شود و تمام راه حل‌های ممکن با استفاده از یک سامانه‌ی کدگذاری تبدیل به کد می‌شوند. برای هر کروموزوم یک مقادیر مرتبط با شایستگی راه حلی که نمایش می‌دهند، وجود دارد. این الگوریتم به دنبال کمینه کردن مقدار تابع شایستگی است به طوری که در محدودیت‌های آماری صدق کند.

در این مقاله متغیرهای تصمیم کنترل فرایند آماری و نگهداری و تعمیرات توسط الگوریتم ژنتیک طراحی می‌شوند. سپس با قرار گرفتن مقادرهای بهینه‌ی K , n , L_1 , L_2 , K_D و h در رابطه‌ی ۲۱ هزینه‌ی کل تولید در واحد زمان کمینه می‌شود.

روش الگوریتم ژنتیک به صورت زیر است:

گام ۱. تنظیم پارامترهای ورودی: تعداد تکرار 20^0 , اندازه‌ی جمعیت 20^0 , احتمال ادغام $0^0/4$ و احتمال جهش $0^0/1$ است.

گام ۲. مقادرهای اولیه جمعیت: با کد کردن الگوریتم ژنتیک 20^0 راه حل تصادفی تولید می‌شود. در همین حال محدودیت مقادرهای متغیرهای تصمیم به صورت زیر است:

$$1 \leq L_1 \leq 3 \quad 1 \leq n \leq 50$$

$$1 \leq L_2 \leq 3 \quad 1 \leq K \leq 50$$

$$1 \leq h \leq 15 \quad 1 \leq K_D \leq 20$$

گام ۳. محاسبه‌ی سازگاری: با توجه به رابطه‌ی ۲۱ مقادیر متناسب هر کروموزوم به دست آمده ثبت می‌شود.

گام ۴. انتخاب کروموزوم والد: در این مرحله کروموزوم‌ها را بر اساس تابع برازنده‌کی با یکدیگر مقایسه و ارزیابی می‌کنیم. کروموزوم‌هایی که بهترین توابع هدف (کمترین مقدار هزینه) را دارند، به منظور انجام عملیات ادغام انتخاب می‌شوند.

گام ۵. ادغام: در این مرحله با استفاده از عملیگر ادغام سه‌ نقطه‌ی، به صورت تصادفی سه زن متناظر از کروموزوم‌های والد انتخاب شده در گام قبل را با احتمال ادغام با یکدیگر جای خود کروموزوم فرزند تولید می‌کنیم. مقدار توابع هدف آنها را محاسبه و کروموزوم‌های فرزند را ذخیره می‌کنیم. $8 = 0^0/4 \times 20^0$ کروموزوم برای ادغام انتخاب می‌شود.

گام ۶. جهش: $2 = 0^0/1 \times 20^0$ کروموزوم به طور تصادفی برای عملیات جهش و تولید کروموزوم جدید انتخاب می‌شود.

گام ۷. گام‌های ۳ تا ۶ تا زمان رسیدن به 20^0 تکرار ادامه پیدا می‌کند. خروجی تکرار 20^0 ام کمترین هزینه‌ی کل تولید در واحد زمان است.

همچنین باید به این نکته توجه داشت که هر علامت هشدار، بدون توجه به درستی یا نادرستی، بازرسی خواهد شد. در رابطه‌ی ۵۶، وقتی که فرایند در حالت تحت کنترل است، T_{M_i} نشان‌گر زمان واقعی نظارت بر سناریوی S_i است. از طرفی احتمال خطای نوع اول و میانگین طول دنباله در حالت تحت کنترل نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\alpha_i = 2\phi(-L_i), \quad (57)$$

$$ARL_{i,i} = \frac{1}{\alpha_i}. \quad (58)$$

بنابراین متوسط تعداد بازرسی‌های هشدارهای غلط برابر $\frac{T_{M_i}}{hARL}$ است. با این حال T_{M_i} ، برای سناریوهای ۱ تا ۳ و ۸ تا ۱۰ برابر صفر است. برای سناریوهای ۷، ۱۷، ۱۹ و ۲۸ تا ۲۶ برابر T است. برای بقیه‌ی سناریوها هم برابر $T_{I,i} + T_{O,i} - T_D$ است. هم شاخصی است که اگر هشدار نمودار صحیح باشد، برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر است. در سناریوهای ۱۴ تا ۱۶ و ۲۵ تا ۲۳، شاخص مذکور برابر یک و در بقیه‌ی سناریوها برابر صفر است.

γ , ρ هم شاخص‌های نگهداری و تعمیرات اصلاحی، پیش‌گویانه و پیش‌گیرانه هستند که در صورت انجام این نگهداری و تعمیرات شاخص‌های مربوط به آنها برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر است. زمانی که در سناریوی یک، تجهیز مرحله‌ی اول خراب می‌شود، تابع چگالی احتمال خرابی به صورت زیر است:

$$\xi = \frac{g_{0,0}(x_0)h_1(x_0)}{P(S_1)}. \quad (59)$$

رابطه‌ی ۵۹ بیان می‌کند که اگر تجهیز در فاصله‌ی $(T_D, 0)$ خراب شود، نتیجه‌ی این رابطه برابر یک است. بنابراین زمان تولید در حالت تحت کنترل در سناریوی یک، با توجه به خرابی تجهیز مرحله‌ی اول و ادامه‌ی کار تجهیز مرحله‌ی دوم تا زمان نگهداری و تعمیرات برنامه‌ریزی شده، در رابطه‌ی 60^0 آمده است.

$$T_{I,i} = \int_0^{T_D} \left(\frac{x_0 g_{0,0}(x_0) h_1(x_0)}{P(S_1)} \right) dx_0 + T_D + T. \quad (60)$$

در این رابطه $T_D + T$ به این معناست که تجهیز مرحله‌ی دوم تا زمان نگهداری و تعمیرات برنامه‌ریزی شده به کار خود ادامه می‌دهد و هیچ اتفاقی برای این تجهیز رخ نخواهد داد. در سناریوی ۱ تغییر کیفیتی رخ نمی‌دهد؛ بنابراین زمان تولید در حالت خارج از کنترل برابر صفر است. برای بقیه‌ی سناریوها نیز محاسبات فوق مشابه و زمان‌های T_I و T_O همه‌ی سناریوها در جدول ۲ محاسبه شده است.

۷.۲. محاسبه‌ی هزینه‌ی مورد انتظار هر چرخه

هزینه‌ی مورد انتظار ۲۸ سناریو شامل ۴ قسم است که در ادامه به آن پرداخته می‌شود:

۱. هزینه‌ی تولید در حالت‌های تحت کنترل و خارج از کنترل؛

۲. هزینه‌ی نمونه‌گیری، که شامل هزینه‌ی ثابت و هزینه‌ی متغیر عملیات نمونه‌گیری است.

۳. هزینه‌ی بازرسی هشدار نمودار کنترل که متشکل از هشدارهای درست و غلط است.

۴. هزینه‌ی نگهداری و تعمیرات اصلاحی، پیش‌گویانه و پیش‌گیرانه

جدول ۲. زمان تولید در حالت‌های تحت کنتrol و خارج از کنتrol هر سناریو.

T	T ₁	S ₁
-	$\int_0^{T_D} \frac{x_0 g_{01}(x_0) h_1(x_0)}{P(S_1)} dx_0 + T_D + T$	۱
-	$\int_0^{T_D} \frac{y_0 g_{02}(y_0) h_2(y_0)}{P(S_2)} dy_0 + T_D + T$	۲
-	$\int_0^{T_D} \frac{x_0 g_{01}(x_0) h_1(x_0)}{P(S_3)} dx_0 + \int_0^{T_D} \frac{y_0 g_{02}(y_0) h_2(y_0)}{P(S_3)} dy_0$	۳
-	$(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{x_0 g_{01}(x_0) h_4(x_0)}{P(S_4)} dx_0) + T_D + T$	۴
-	$(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{y_0 g_{02}(y_0) h_5(y_0)}{P(S_5)} dy_0) + T_D + T$	۵
-	$(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{x_0 g_{01}(x_0) h_6(x_0)}{P(S_6)} dx_0 + \int_{T_D}^{T_D+T} \frac{y_0 g_{02}(y_0) h_7(y_0)}{P(S_5)} dy_0)$	۶
-	$2(T_D + T)$	۷
$(\int_0^{T_D} x_1 g_{11}(x_1) \frac{\int_0^t f_1(t) dt \int_0^x g_{01}(x_0) dx_0}{G_{11}(x_1) P(S_8)} - (\int_0^{T_D} \frac{t f_1(t) h_1(t)}{P(S_8)})) dt$	$(\int_0^{T_D} \frac{t f_1(t) h_7(t)}{P(S_8)})) dt + T + T_D$	۸
$(\int_0^{T_D} y_1 g_{12}(y_1) \frac{\int_0^t f_2(t) dt \int_0^y g_{02}(y_0) dy_0}{G_{12}(y_1) P(S_9)} - (\int_0^{T_D} \frac{t f_2(t) h_8(t)}{P(S_9)})) dt$	$(\int_0^{T_D} \frac{t f_2(t) h_8(t)}{P(S_9)})) dt + T + T_D$	۹
$(\int_0^{T_D} x_1 g_{11}(x_1) \frac{\int_0^t f_1(t_1) dt_1 \int_0^x g_{01}(x_0) dx_0}{G_{11}(x_1) P(S_{10})} - (\int_0^{T_D} \frac{t_1 f_1(t_1) h_7(t_1)}{P(S_{10})})) dt_1 + (\int_0^{T_D} y_1 g_{12}(y_1) \frac{\int_0^t f_2(t_2) dt_2 \int_0^y g_{02}(y_0) dy_0}{G_{12}(y_1) P(S_{10})} - (\int_0^{T_D} \frac{t_2 f_2(t_2) h_8(t_2)}{P(S_{10})})) dt_2$	$(\int_0^{T_D} \frac{t_1 f_1(t_1) h_7(t_1)}{P(S_{10})}) dt_1 + (\int_0^{T_D} \frac{t_2 f_2(t_2) h_8(t_2)}{P(S_{10})}) dt_2$	۱۰
$(\int_{T_D}^{T_D+T} x_1 g_{11}(x_1) \frac{\int_0^t f_1(t) dt \int_0^x g_{01}(x_0) dx_0 \overline{P}_{01}(T_D, x_1)}{G_{11}(x_1) P(S_{11})} - (\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t f_1(t) h_1(t)}{P(S_{11})})) dt$	$(\int_0^{T_D} \frac{t f_1(t) h_1(t)}{P(S_{11})}) dt + T + T_D$	۱۱
$(\int_{T_D}^{T_D+T} y_1 g_{12}(y_1) \frac{\int_0^t f_2(t) dt \int_0^y g_{02}(y_0) dy_0 \overline{P}_{02}(T_D, y_1)}{G_{12}(y_1) P(S_{12})} - (\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t f_2(t) h_{12}(t)}{P(S_{12})})) dt$	$(\int_0^{T_D} \frac{t f_2(t) h_{12}(t)}{P(S_{12})}) dt + T + T_D$	۱۲
$(\int_{T_D}^{T_D+T} x_1 g_{11}(x_1) \frac{\int_0^t f_1(t) dt \int_0^x g_{01}(x_0) dx_0 \overline{P}_{01}(T_D, x_1)}{G_{11}(x_1) P(S_{13})} - (\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t f_1(t) h_{13}(t_1)}{P(S_{13})})) dt_1 + (\int_{T_D}^{T_D+T} y_1 g_{12}(y_1) \frac{\int_0^t f_2(t_2) dt_2 \int_0^y g_{02}(y_0) dy_0 \overline{P}_{02}(T_D, y_1)}{G_{12}(y_1) P(S_{13})} - (\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t_2 f_2(t_2) h_{13}(t_2)}{P(S_{13})})) dt_2$	$(\int_0^{T_D} \frac{t_1 f_1(t_1) h_{13}(t_1)}{P(S_{13})}) dt_1 + (\int_0^{T_D} \frac{t_2 f_2(t_2) h_{13}(t_2)}{P(S_{13})}) dt_2$	۱۳
$\sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^{m-i+1} h \beta_1^{j-1} \int_{ih}^{(i+1)h} \frac{f_1(t) h_{13-i}(t)}{P(S_{14})} dt) \frac{P(S_{14-i})}{P(S_{14})} + (T_D - T_{t_{14}} + hARL_{11}) \frac{P(S_{14-2})}{P(S_{14})}$	$(\int_0^{T_D} \frac{t f_1(t) h_{13}(t)}{P(S_{14})}) dt + T + T_D$	۱۴
$\sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^{m-i+1} h \beta_2^{j-1} \int_{ih}^{(i+1)h} \frac{f_2(t) h_{14-i}(t)}{P(S_{15})} dt) \frac{P(S_{15-i})}{P(S_{15})} + (T_D - T_{t_{15}} + hARL_{12}) \frac{P(S_{15-2})}{P(S_{15})}$	$(\int_0^{T_D} \frac{t f_2(t) h_{14}(t)}{P(S_{15})}) dt + T + T_D$	۱۵
$[\sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^{m-i+1} h \beta_1^{j-1} \int_{ih}^{(i+1)h} \frac{f_1(t_1) h_{13-i}(t_1)}{P(S_{16})} dt_1) \frac{P(S_{16-i})}{P(S_{16})} + (T_D - T_{t_{16}} + hARL_{11}) \frac{P(S_{16-2})}{P(S_{16})}] + [\sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^{m-i+1} h \beta_2^{j-1} \int_{ih}^{(i+1)h} \frac{f_2(t_2) h_{14-i}(t_2)}{P(S_{16})} dt_2) \frac{P(S_{16-i})}{P(S_{16})} + (T_D - T_{t_{16}} + hARL_{12}) \frac{P(S_{16-2})}{P(S_{16})}]$	$(\int_0^{T_D} \frac{t_1 f_1(t_1) h_{13}(t_1)}{P(S_{16})}) dt_1 + (\int_0^{T_D} \frac{t_2 f_2(t_2) h_{14}(t_2)}{P(S_{16})}) dt_2$	۱۶
$T_D + T - (\int_0^{T_D} \frac{t f_1(t) h_{15}(t)}{P(S_{17})}) dt$	$(\int_0^{T_D} \frac{t f_1(t) h_{15}(t)}{P(S_{17})}) dt + T + T_D$	۱۷
$T_D + T - (\int_0^{T_D} \frac{t f_2(t) h_{16}(t)}{P(S_{18})}) dt$	$(\int_0^{T_D} \frac{t f_2(t) h_{16}(t)}{P(S_{18})}) dt + T + T_D$	۱۸
$2(T_D + T) - (\int_0^{T_D} \frac{t_1 f_1(t_1) h_{15}(t_1)}{P(S_{19})}) dt_1 + (\int_0^{T_D} \frac{t_2 f_2(t_2) h_{16}(t_2)}{P(S_{19})}) dt_2$	$(\int_0^{T_D} \frac{t_1 f_1(t_1) h_{15}(t_1)}{P(S_{19})}) dt_1 + (\int_0^{T_D} \frac{t_2 f_2(t_2) h_{16}(t_2)}{P(S_{19})}) dt_2$	۱۹
$(\int_{T_D}^{T_D+T} x_1 g_{11}(x_1) \frac{\int_0^t f_1(t) dt \int_0^x g_{01}(x_0) dx_0 \overline{P}_{01}(t, x_1)}{G_{11}(x_1) P(S_{20})} - (\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t f_1(t) h_{17}(t)}{P(S_{20})})) dt$	$(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t f_1(t) h_{17}(t)}{P(S_{20})}) dt + T + T_D$	۲۰

ادامه‌ی جدول ۲.

$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} y_1 g_{12}(y_1) \frac{\int_{T_D}^t f_1(t) dt \int_{T_D}^{\infty} g_{02}(y_0) dy_0 \overline{P_{02}}(t, y_1)}{\overline{G_{12}}(y_1) P(S_{21})} \right) dy_1 - \left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{f_2(t) h_{18}(t)}{P(S_{21})} dt \right)$	$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{tf_2(t) h_{18}(t)}{P(S_{21})} dt \right) + T + T_D$	۲۱
$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} x_1 g_{11}(x_1) \frac{\int_{T_D}^t f_1(t_1) dt_1 \int_{T_D}^{\infty} g_{01}(x_0) dx_0 \overline{P_{01}}(t_1, x_1)}{\overline{G_{11}}(x_1) P(S_{22})} \right) dx_1 + \left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{f_2(t_2) h_{17}(t_2)}{P(S_{22})} dt_2 \right) dy_1$ $-\left(\int_0^{T_D} \frac{t_1 f_1(t_1) h_{17}(t_1)}{P(S_{22})} dt_1 + \left(\int_0^{T_D} \frac{t_2 f_2(t_2) h_{18}(t_2)}{P(S_{22})} dt_2 \right) \right)$	$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t_1 f_1(t_1) h_{17}(t_1)}{P(S_{22})} dt_1 + \right)$ $\left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t_2 f_2(t_2) h_{18}(t_2)}{P(S_{22})} dt_2 \right)$	۲۲
$\sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^{m-i+1} h \beta_1^{j-1} \int_{T_D+ih}^{T_D+(i+1)h} \frac{f_1(t) h_{19-i}(t)}{P(S_{23})} dt \right) \frac{P(S_{23-i})}{P(S_{23})} + hARL_{11} \frac{P(S_{23-2})}{P(S_{23})}$	$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{f_1(t) h_{19}(t)}{P(S_{23})} dt \right) + T + T_D$	۲۳
$\sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^{m-i+1} h \beta_2^{j-1} \int_{T_D+ih}^{T_D+(i+1)h} \frac{f_2(t) h_{20-i}(t)}{P(S_{24})} dt \right) \frac{P(S_{24-i})}{P(S_{24})} + hARL_{12} \frac{P(S_{24-2})}{P(S_{24})}$	$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{f_2(t) h_{20}(t)}{P(S_{24})} dt \right) + T + T_D$	۲۴
$\left[\sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^{m-i+1} h \beta_1^{j-1} \int_{T_D+ih}^{T_D+(i+1)h} \frac{f_1(t_1) h_{19-i}(t_1)}{P(S_{25})} dt_1 \right) \frac{P(S_{25-i})}{P(S_{25})} + hARL_{11} \frac{P(S_{25-2})}{P(S_{25})} \right] +$ $\left[\sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^{m-i+1} h \beta_2^{j-1} \int_{T_D+ih}^{T_D+(i+1)h} \frac{f_2(t_2) h_{20-i}(t_2)}{P(S_{25})} dt_2 \right) \frac{P(S_{25-i})}{P(S_{25})} + hARL_{12} \frac{P(S_{25-2})}{P(S_{25})} \right]$	$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t_1 f_1(t_1) h_{19}(t_1)}{P(S_{25})} dt_1 + \right)$ $\left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t_2 f_2(t_2) h_{20}(t_2)}{P(S_{25})} dt_2 \right)$	۲۵
$T_D + T - \left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{y_1(t) h_{21}(t)}{P(S_{26})} dt \right)$	$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{tf_1(t) h_{21}(t)}{P(S_{26})} dt \right) + T + T_D$	۲۶
$T_D + T - \left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{y_2(t) h_{22}(t)}{P(S_{27})} dt \right)$	$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{tf_2(t) h_{22}(t)}{P(S_{27})} dt \right) + T + T_D$	۲۷
$2(T_D + T) - \left[\left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t_1 f_1(t_1) h_{21}(t_1)}{P(S_{28})} dt_1 + \left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t_2 f_2(t_2) h_{22}(t_2)}{P(S_{28})} dt_2 \right) \right]$	$\left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t_1 f_1(t_1) h_{21}(t_1)}{P(S_{28})} dt_1 + \right)$ $\left(\int_{T_D}^{T_D+T} \frac{t_2 f_2(t_2) h_{22}(t_2)}{P(S_{28})} dt_2 \right)$	۲۸

جدول ۳. مقدار پارامترهای استفاده شده در مثال عددی و مدل مقایسه شده.

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	
۵	C_V	5°	C_1	75°	η_1	۸۸۵	$\eta_{0.1}$	30°	C_p	۴۵	T_R	$0^\circ/5$
۱۵۰۰	C_Y	40°	C_o	$0/5$	δ_2	۸۹۵	$\eta_{0.12}$	۷۷۰	$\eta_{0.1}$	۲۰	T_Y	۷۵
۳۰	C_F	100°	C_R	74°	η_1	۷۸۰	$\eta_{0.1}$	۵۰۰۰	C_C	۵°	T_p	$1/\circ 1$
											B_{12}	$1/\circ 1$
											$B_{0.1}$	
											B_{11}	
											$B_{0.2}$	

جدول ۴. جواب بهینه‌ی متغیرهای مدل هزینه‌ی کل تولید در واحد زمان توسط الگوریتم ژنتیک.

n	h	K	KD	L ₁	L ₂	ECT	T _D	T _D
۴	۶,۳۶۶	۲۹	۱۶	۲,۹۰۷	۲,۹۷۴	۱۲۱,۶۵	۱۹۰,۹۸	۱۰۱,۸۵

نظارت تأخیری در فرایندهای دومرحله‌یی، یک مدل یکپارچه بدون نظارت تأخیری برای مقایسه در نظر گرفته شد. مدل مقایسه بر پایه‌ی ۸ سناریو است که توسط ژنگ و ما^[۱۵] ارائه شده است که در جدول ۵ مشاهده می‌شود.

مدل مذکور یک فرایند دومرحله‌یی با نزخ خرابی مشخص است که برای نظارت بر فرایند از یک نمودار کنترل شوهارت استفاده می‌کند.تابع نزخ خرابی یکتابع توزیع نمایی با پارامتر λ است. هدف مدل کمینه کردن هزینه‌یی مورد انتظار در واحد زمان است.

برای حل مدل مقایسه از پارامترهای زمانی و هزینه‌یی جدول ۴ استفاده شده است. پس از حل مدل مقایسه و مدل پیشنهادی به ترتیب متوجه هزینه‌های ۱۲۹,۸۱ و ۱۲۳,۶۵ حاصل شد که نشان دهنده‌ی عملکرد بهتر مدل نظارت تأخیری در فرایندهای دومرحله‌یی است.

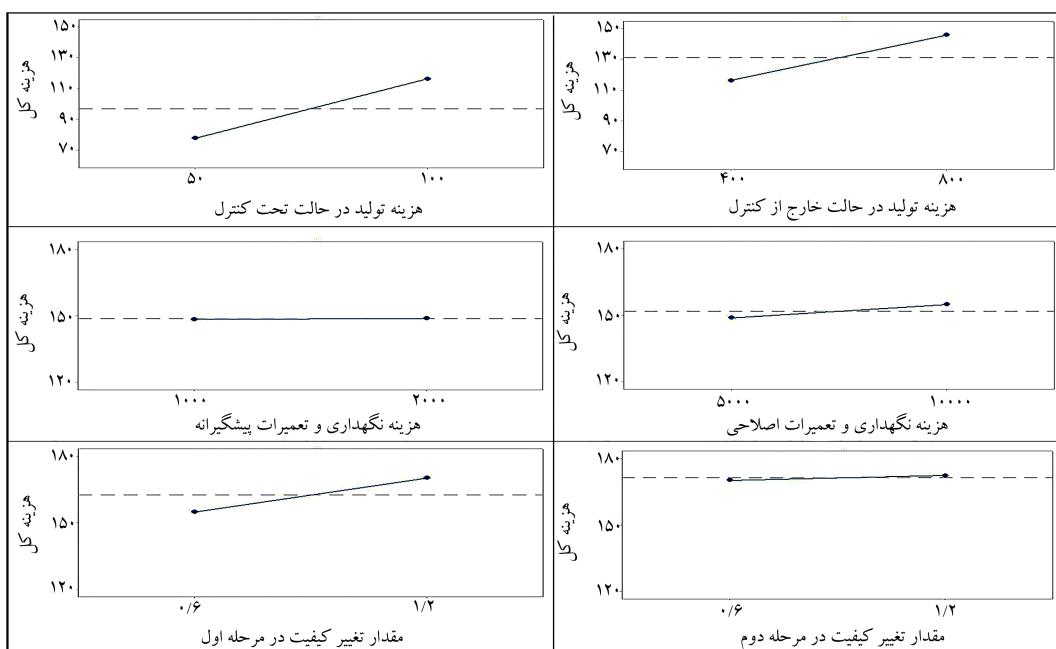
برای نشان دادن اثر اقتصادی مدل یک مثال عددی ارائه شده است. پارامترها برای محاسبه‌ی هزینه‌ی کل تولید در واحد زمان به طور تصادفی انتخاب شده و مقادیر محاسبه شده به صورت جدول‌های ۳ و ۴ است. روش کار بین صورت است که پس از کدنویسی الگوریتم ژنتیک در نرم‌افزار متلب برای بهینه‌سازی مدل پیشنهادی، مقادیر متغیرهای تصمیم L (حد کنترل)، h (فاصله‌ی نمونه‌گیری)، n (اندازه‌ی نمونه)، KD (تعداد نمونه‌یی که در زمان تأخیر گرفته نمی‌شود) و K (تعداد نمونه‌یی که باید در زمان نظارت بر فرایند گرفته شود)، محاسبه شد.

۴. مدل مقایسه

برای ارزیابی عملکرد مدل یکپارچه کنترل فلیند آماری و نگهداری و تعمیرات مبتنی بر

جدول ۵. سناریوهای مدل مقایسه.

شماره سناریو	شرح سناریو	وضعیت نمودار	سیاست نگهداری و تعمیرات
۱	مرحله‌ی اول تحت کنترل	هشدار ندهد	برنامه‌ریزی شده
۲	مرحله‌ی دوم تحت کنترل	هشدار دهد	جبرانی
۳	مرحله‌ی اول خارج از کنترل	هشدار ندهد	اصلاحی
۴	مرحله‌ی دوم تحت کنترل	هشدار دهد	اصلاحی
۵	مرحله‌ی اول تحت کنترل	هشدار ندهد	اصلاحی
۶	مرحله‌ی دوم خارج کنترل	هشدار دهد	اصلاحی
۷	مرحله‌ی اول خارج از کنترل	هشدار ندهد	اصلاحی
۸	مرحله‌ی دوم خارج از کنترل	هشدار دهد	اصلاحی



شکل ۱. نمودار اثر اصلی.

میزان تغییر کیفیت مرحله‌ی اول، هزینه‌ی کل تولید در واحد زمان به طرز چشم‌گیری افزایش می‌یابد که نشان‌دهنده‌ی تأثیرگذاری مهم این پارامتر است. افزایش مقدار تغییر کیفیت مرحله‌ی دوم، تأثیر ناچیزی بر هزینه‌ی کل تولید دارد که می‌توان آن را نادیده گرفت.

۵. تحلیل حساسیت

در این بخش با بهره‌گیری از نمودار اثر اصلی، اثر تغییرات پارامترهای هزینه‌های تولید در حالت تحت کنترل و خارج از کنترل، هزینه‌های نگهداری و تعمیرات اصلاحی و پیش‌گویانه و میزان تغییر کیفیت، بر روی هزینه‌ی کل تولید در واحد زمان برسی شده است. تحلیل حساسیت بدین گونه بوده است که اثر پارامترهای مذکور بر هزینه‌ی کل تولید در واحد زمان اندازه‌گیری شده که در شکل ۱ نمودار اثرات این پارامترها آمده است.

از نتایج تحلیل حساسیت می‌توان فهمید که افزایش هزینه‌ی تولید در حالت تحت کنترل تأثیر مستقیمی بر افزایش چشم‌گیر هزینه‌ی کل تولید در واحد زمان خواهد داشت. همچنین افزایش هزینه‌ی تولید در حالت خارج از کنترل، هزینه‌ی کل تولید بر واحد زمان را نیز به طور قابل تأمیل افزایش خواهد داد. افزایش هزینه‌ی نگهداری و تعمیرات اصلاحی، هزینه‌ی کل تولید را به میزان قابل تأمیل افزایش می‌دهد؛ اما افزایش هزینه‌ی نگهداری و تعمیرات پیش‌گیرانه تأثیری بر روی هزینه‌ی کل تولید ندارد. در صورت افزایش

۶. نتیجه‌گیری

بر پایه مدل بین و همکاران^[۱۲] که به یک مدل بهینه‌سازی یکپارچه‌ی کنترل فرایند آماری و نگهداری و تعمیرات مبتنی بر نظرات تأخیری در فرایندهای تک مرحله‌ی پرداخته است، یک مدل بهینه‌سازی یکپارچه کنترل فرایند آماری و نگهداری و تعمیرات مبتنی بر نظرات تأخیری در فرایندهای دو مرحله‌ی توسعه داده شد. در این مقاله فرض شده است امکان وقوع حالت خارج از کنترل و نیز خرابی تجهیزات در طول فرآیند وجود دارد. علاوه بر این توابع توزیع مدت زمان تا تغییر کیفیت و مدت زمان تا خرابی در دو مرحله

زمان، متغیرهای تصمیم با الگوریتم ژنتیک بهینه شد. سپس یک مثال عددی در این خصوص ارائه شد. نتایج مثل عددی نشان دهنده عملکرد مناسب این مدل است. ارائه مدلی که بتواند به طور هم زمان وقوع چند انحراف با دلیل را در نظر بگیرد، می تواند به عنوان مطالعه‌ی آتی پیشنهاد شود. همچنین در نظر گرفتن چند نوع خرابی که برخی باعث تغییر در میانگین و برخی باعث تغییر در انحراف معیار یا تغییر هم زمان در میانگین و واریانس شود، نیز می تواند به عنوان تحقیق آتی بررسی شود.

پانوشت

1. Statistical Process Control

(References) منابع

- Mehrafrooz, Z. and Noorossana, R. "An integrated model based on statistical process control and maintenance", *Computers & Industrial Engineering*, **61**(4), pp. 1245-1255 (2011).
- Yin, H., Zhang, G., Zhu, H. and et al. "An integrated model of statistical process control and maintenance based on the delayed monitoring", *Reliability Engineering & System Safety*, **133**, pp. 323-333 (2015).
- Tagaras, G. "An integrated cost model for the joint optimization of process control and maintenance", *Journal of the Operational Research Society*, **39**(8), pp. 757-766 (1988).
- Kim, M. J. and Makis, V. "Optimal maintenance policy for a multi-state deteriorating system with two types of failures under general repair", *Computers & Industrial Engineering*, **57**(1), pp. 298-303 (2009).
- Wang, W. "An inspection model for a process with two types of inspections and repairs", *Reliability Engineering & System Safety*, **94**(2), pp. 526-533 (2009).
- Panagiotidou, S. and Tagaras, G. "Statistical process control and condition-based maintenance: a meaningful relationship through data sharing", *Production and Operations Management*, **19**(2), pp. 156-171 (2010).
- Ho, L.L. and Quinino, R.C. "Integrating on-line process control and imperfect corrective maintenance: an economical design", *European Journal of Operational Research*, **222**(2), pp. 253-262 (2012).
- Dhouib, K., Gharbi, A. and Aziza, M.B. "Joint optimal production control/preventive maintenance policy for imperfect process manufacturing cell", *International Journal of Production Economics*, **137**(1), pp. 126-136 (2012).
- Lee, P.H., Tornq, C.C. and Liao, L.-F. "An economic design of combined double sampling and variable sampling interval X control chart", *International Journal of Production Economics*, **138**(1), pp. 102-106 (2012).
- Xiang, Y. "Joint optimization of X- control chart and preventive maintenance policies: A discrete-time Markov chain approach", *European Journal of Operational Research*, **229**(2), pp. 382-390 (2013).
- Panagiotidou, S. and Tagaras, G. "Optimal integrated process control and maintenance under general deterioration", *Reliability Engineering & System Safety*, **104**, pp. 58-70 (2012).
- Le, M.D. and Tan, C.M. "Optimal maintenance strategy of deteriorating system under imperfect maintenance and inspection using mixed inspectionscheduling", *Reliability Engineering & System Safety*, **113**, pp. 21-29 (2013).
- Liu, L., Yu, M., Ma, Y. and et al. "Economic and economic-statistical designs of an X control chart for two-unit series systems with condition-based maintenance", *European Journal of Operational Research*, **226**(3), pp. 491-499 (2013).
- Zhang, G., Deng, Y., Zhu, H. and et al. "Delayed maintenance policy optimisation based on control chart", *International Journal of Production Research*, **53**(2), pp. 341-353 (2015).
- Zhong, J. and Ma, Y. "An integrated model based on statistical process control and maintenance for two-stage dependent processes", *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, **46**(1), pp. 106-126 (2017).
- Rasay, H., Fallahnezhad, M. S. and Zare Mehrjerdi, Y. "An integrated model for economic design of chi-square control chart and maintenance planning", *Communications in Statistics-Theory and Methods*, **47** (12), pp. 2892-2907 (2018).