

# طراحی اقتصادی - آماری یک نمودار کنترل به منظور پایش مدت زمان بقای بیماران

نوید رفیعی (دانشجوی دکتری)

شروین اسدزاده\* (استادیار)

گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران شمال

سیدقتی اخوان نیکی (استاد)

دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۹  
دوره ۱، شماره ۲، ص. ۸۷-۹۷

در سال‌های اخیر استفاده از نمودارهای کنترل در سیستم‌های سلامت توجه محققین را به خود جلب کرده است. در این نوشتار طراحی یک نمودار کنترل جمع تجمعی تعدیل ریسک شده برای پایش مدت زمان بقای بیماران پیشنهاد می‌شود. در این نمودار، تعدیل ریسک با هدف در نظر گرفتن تأثیر ریسک‌های قبل از عمل هر بیمار بر روی زمان بقای او انجام می‌گیرد. به منظور به‌کارگیری نمودار کنترل پیشنهادی لازم است پارامترهای طراحی به‌گونه‌ی تعیین شود که خواص مطلوب اقتصادی و آماری به‌طور هم‌زمان برآورده شوند. از این رو، یک مدل چندهدفه پیشنهاد شده که حل آن توسط یک الگوریتم چندمرحله‌ی انجام می‌پذیرد. سپس، عملکرد رویکرد پیشنهادی در یک مرکز جراحی قلب مورد بررسی قرار گرفته است. در پایان، نتایج حاصله با مدل طراحی اقتصادی خالص مقایسه شده است که نتایج نشان می‌دهد طراحی چندهدفه نمودار کنترل با افزایش نسبتاً اندک هزینه، ویژگی‌های آماری بهتری دارد.

**واژگان کلیدی:** نمودار کنترل جمع تجمعی، تعدیل ریسک، مدل زمان شکست  
تسریع‌یافته، طراحی اقتصادی آماری، تحلیل پوششی داده‌ها.

## ۱. مقدمه

پایش سیستم‌های سلامت به بخش مهمی از بهداشت و درمان نوین تبدیل شده که موجب بهبود کیفیت خدمات جراحی و دیگر خدمات درمانی می‌شود. نمودارهای کنترل اصلی‌ترین ابزارهای پایش اثربخش در حوزه بهداشت و درمان هستند که از آنها برای تشخیص تغییرات در پارامترهای فرایند استفاده می‌شود. با این حال، یکی از بهترین نوع این نمودارها، نمودار کنترل جمع تجمعی (CUSUM) است که در حوزه بهداشت و درمان برای پایش آماری و تشخیص تغییرات کوچک عملکرد بهتری دارد.<sup>[۱]</sup> در استفاده از این نمودار برای پایش فرایند، تعیین چهار پارامتر ضروری است: اندازه نمونه، فاصله‌ی نمونه‌گیری، حدود کنترل و پارامتر طراحی شده برای تشخیص بهینه‌ی تغییری خاص در نمودار. انتخاب مجموعه‌ی از این پارامترها را «طراحی نمودار کنترل» می‌نامند. طراحی نمودار کنترل جنبه‌های اقتصادی و آماری متعددی دارد. اولین مدل طراحی اقتصادی توسط دانکن برای پایش میانگین یک فرایند طبیعی پیشنهاد شد؛ او پارامترهای نمودار را، زمانی که یک انحراف با دلیل وجود داشت، به‌گونه‌ی تعیین کرد که متوسط هزینه کمیته شود. مدل هزینه‌ی او شامل هزینه‌های نمونه‌گیری، هزینه‌های مربوط به هشدارهای خارج از کنترل، هزینه‌های

کشف و اصلاح انحراف با دلیل و هزینه‌های دریافت محصول معیوب توسط مشتری بود.<sup>[۲]</sup> پس از آن، مطالعات قابل توجهی توسط سایر پژوهش‌گران صورت پذیرفت و تا امروز مقالات زیادی درباره‌ی طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل به چاپ رسیده است. مدل معروف دیگر برای طراحی اقتصادی توسط لورنزن و ونس پیشنهاد شد که برخلاف مدل دانکن انعطاف‌پذیری بیشتری دارد. در این مدل به فرایند اجازه داده می‌شود که در طول جست‌وجو برای کشف و اصلاح انحراف با دلیل، متوقف شود یا به کار خود ادامه دهد.<sup>[۳]</sup> در ادامه، ژیاو و هلو<sup>[۴]</sup> الگوریتمی برای طراحی بهینه‌ی نمودار کنترل جمع تجمعی به منظور شناسایی تغییرات در میانگین مشخصه‌ی کیفی پیشنهاد دادند. الگوریتم پیشنهادی آنها از طریق کمیته‌سازی ارزش میانگین کلی تابع زیان تاگوچی، پارامترهای طراحی نمودار جمع تجمعی شامل اندازه نمونه، فاصله‌ی نمونه‌گیری، حد کنترل و امتیاز برتر را بهینه می‌کرد. لی<sup>[۵]</sup> بر اساس مدل هزینه‌ی لورنزن و ونس و تلفیق آن با یک مدل همبستگی، طراحی اقتصادی نمودار جمع تجمعی را برای نظارت فرایندی با نمونه‌های همبسته بررسی کرد و برای دستیابی به پارامترهای بهینه طراحی با کم‌ترین هزینه، الگوریتم ژنتیک را به‌کار برد. سلانو و همکاران<sup>[۶]</sup> به دلیل کافی نبودن مقدار طول دنباله نمونه‌ها در فاز اول کنترل، برای پایش دنباله تولیدات کوتاه‌مدت به طراحی اقتصادی نمودار کنترل جمع تجمعی  $t$  پرداختند. پارامترهای طراحی بهینه این نمودار با استفاده از یک الگوریتم بهینه‌سازی جامع

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۸/۱۱/۱۳، اصلاحیه ۱۳۹۹/۲/۱۶، پذیرش ۱۳۹۹/۳/۲۱.

DOI:10.24200/J65.2020.55246.2092

n.rafeei@iau-tnb.ac.ir  
sh.asadzadeh@iau-tnb.ac.ir  
niaki@sharif.edu

تعیین شد. همچنین، نمودار طراحی شده با نمودار جمع تجمعی  $\bar{x}$  برای سناریوهای مختلف مورد مقایسه قرار گرفت؛ نتایج حاصله نشان داد که زیان اقتصادی نمودار جمع تجمعی  $t$ ، زمانی که پارامترهای فرایند به درستی تخمین زده نشوند، بسیار ناچیز است.

با این حال، طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل ممکن است منجر به خواص آماری ضعیفی شود که این مسئله می‌تواند تصمیم مدیران برای استفاده از نمودارهای کنترل را با تردید مواجه کند. خواص آماری شامل احتمال خطاهای نوع اول و نوع دوم یا متوسط طول دنباله در شرایط تحت کنترل و در شرایط خارج از کنترل است. به منظور بهبود خواص آماری یک نمودار کنترل که با مدل‌های اقتصادی طراحی شده است، سانینگ<sup>[۷]</sup> با اضافه کردن خطاهای نوع اول و نوع دوم به عنوان محدودیت‌ها به مدل اقتصادی دانکن، طراحی اقتصادی آماری را معرفی کرد. طراحی اقتصادی آماری دستیابی هم‌زمان به خواص اقتصادی و آماری مطلوب را ممکن می‌سازد. پس از آن، کارهای بسیاری در این زمینه انجام شد. اسدزاده و خوش‌الحان<sup>[۸]</sup> برای طراحی اقتصادی آماری نمودار کنترل  $\bar{x}$ ، یک مدل چندهدفه را پیشنهاد دادند و در کنار کمینه‌سازی یک تابع هدف هزینه‌ی انتظار، به دنبال بیشینه‌سازی تابع هدف توان آزمون و تابع هدف متوسط طول دنباله در شرایط تحت کنترل بودند. روش حل مدل چندهدفه‌ی آنها بر اساس بهینگی سطح پارتو و روش تحلیل پوششی داده‌ها بود. نیاکی و همکاران<sup>[۹]</sup> نیز طراحی اقتصادی آماری و طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون نمایی را مقایسه و روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات را برای حل آن معرفی کردند.

پایش خروجی‌های بیمارستانی و فرایندهای بالینی به یک بخش مهم سیستم‌های سلامت تبدیل شده است. بیمارانی که در این سیستم‌ها تحت درمان قرار می‌گیرند به دلیل داشتن ویژگی‌های پیش از عمل متفاوت مانند سن، جنس، دیابت، فشار خون و غیره، جامعه‌ی ناهمگونی را تشکیل می‌دهند. از این رو احتمال مرگ هر بیمار پس از عمل جراحی نه تنها به میزان مهارت جراح، بلکه به ویژگی‌های پیش از عمل هر بیمار نیز بستگی دارد. بنابراین، پایش و ارزیابی عملکرد جراحی باید بر اساس این ویژگی‌ها تعدیل شود. این فرایند «تعدیل ریسک» نام دارد. این نکته حائز اهمیت است که تشخیص مناسب یا نامناسب بودن کیفیت جراحی بدون در نظر گرفتن تعدیل ریسک غیرممکن است و در صورت عدم تعدیل ریسک، نمودارهای کنترل به عنوان یک ابزار بهبود کیفیت کارایی خود را از دست می‌دهند.<sup>[۱۰]</sup> در مطالعه‌ی در این زمینه، برای تشخیص افزایش و کاهش در نرخ مرگ‌ومیر زود هنگام بیمارانی بعد از عمل جراحی ترمیم پارگی آنوریسم آئورت شکمی از نمودار کنترل جمع تجمعی تعدیل ریسک شده (RACUSUM)<sup>۲</sup> استفاده شد و نتیجه نشان داد نرخ مرگ‌ومیر نسبت به مقدار پیش‌بینی شده کاهش یافته است.<sup>[۱۱]</sup> همچنین در مطالعه‌ی دیگر نشان داده شد که با استفاده از یک نمودار جمع تجمعی تعدیل ریسک شده جدید پایش خروجی‌های جراحی قلب در نظر گرفته شده است.<sup>[۱۲]</sup>

تا آن‌جا که مشخص است، بررسی ادبیات نشان می‌دهد که تاکنون طراحی اقتصادی آماری نمودارهای کنترل تعدیل ریسک شده برای پایش سیستم‌های سلامت توسط پژوهش‌گران در نظر گرفته نشده است. بنابراین، هدف این مقاله گسترش یک مدل طراحی چندهدفه‌ی نمودار کنترل RACUSUM در سیستم‌های سلامت با ملاحظات اقتصادی و آماری است. در این مدل پارامترهای طراحی نمودار RACUSUM به‌گونه‌ی تعیین می‌شود که هزینه‌ی انتظار و همچنین، متوسط طول دنباله در شرایط خارج از کنترل ( $ARL_0$ )<sup>۳</sup> کمینه شوند، در حالی که متوسط طول

دنباله در شرایط تحت کنترل ( $ARL_1$ )<sup>۴</sup> بیشینه می‌شود. برای حل مدل پیشنهادی روش‌های مختلفی وجود دارد که با توجه به مرور ادبیات می‌توان به الگوریتم‌های فرایبتکاری مانند ژنتیک و بهینه‌سازی ازدحام ذرات اشاره کرد.<sup>[۱۵]</sup> الگوریتم‌های فرایبتکاری مزایا و معایب خاص خود را دارند. این الگوریتم‌ها راه‌حل‌های قابل قبول در زمان معقول را برای فضاها پیوسته، بسیار بزرگ و پیچیده ارائه می‌دهند ولی ممکن است بهینه بودن جواب‌های به دست آمده را تضمین نکنند. فضای مورد بررسی در این مقاله یک فضای گسسته با راه‌حل‌های از پیش مشخص است. بنابراین، برای حل مدل پیشنهادی یک رویکرد چندمرحله‌ی در نظر گرفته می‌شود. اصل پارتو<sup>۵</sup> از محبوب‌ترین سازوکارها در بهینه‌سازی است که ظرفیت ارتقا دادن کیفیت راه‌حل‌ها را دارد. از این رو، برای مشخص کردن راه‌حل‌های نامغلوب یا سطح پارتوی مدل پیشنهادی، از اصل پارتو استفاده می‌شود.<sup>[۱۳]</sup> سپس، برای تعیین راه‌حل‌های کارا و انتخاب کاراترین راه‌حل، روش‌های تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)<sup>۶</sup> به‌کار گرفته می‌شود. تحلیل پوششی داده‌ها در ارزیابی و مقایسه‌ی کارایی نسبی واحدهای مشابه که وظایف یکسانی دارند، کاربرد دارد.<sup>[۱۴]</sup> و در حل مسائل چندمعیاره در زمینه‌های مدیریتی و اقتصادی به گستردگی به‌کار رفته است مانند: ارزیابی عملکرد خدمات بیمارستانی<sup>[۱۵]</sup> و ارزیابی زنجیره‌ی تأمین شرکت‌های حمل و نقل.<sup>[۱۶]</sup>

بخش ۲ نوشتار حاضر شامل چند زیربخش است و در آن فرم کلی طرح پایشی در قالب مفهوم اصلی نمودار کنترل RACUSUM ارائه می‌شود. در ادامه‌ی این بخش، تابع هزینه‌ی استفاده شده در طراحی اقتصادی توصیف و مدل چندهدفه برای طراحی اقتصادی آماری توسعه داده می‌شود. در بخش ۳، اصل پارتو و تحلیل پوششی داده‌ها برای بهینه‌سازی و الگوریتم استفاده شده برای حل مدل چندهدفه توضیح داده می‌شود. در بخش ۴ نیز یک مطالعه‌ی موردی در مرکز جراحی قلب نشان داده می‌شود که کاربرد روش پیشنهادی را در سیستم‌های سلامت روشن می‌کند. سپس، طراحی چندهدفه و طراحی خالص اقتصادی با هم مقایسه می‌شوند. در نهایت، نتیجه‌گیری در بخش ۵ ذکر شده است.

## ۲. رویکرد پایش پیشنهادی

### ۲.۱. طرح پایشی مبتنی بر نمودار کنترل RACUSUM

مشخصه‌های پیش از عمل هر بیمار - نظیر سن، جنس، دیابت، فشار خون و غیره که از آن به‌عنوان «ریسک» نام می‌برند - در شروع فرایند جراحی، پایش سیستم‌های سلامت را با چالش ناهمگونی جامعه مواجه می‌کنند و می‌توانند بر پایش عملکرد جراحی تأثیرگذار باشند.<sup>[۱۷]</sup> به‌عنوان مثال، بیمارانی با ریسک‌های حادث‌تر امکان تجربه‌ی خروجی‌های بدتری دارند، حتی اگر مراقبت‌های عالی از آنها انجام شده باشد. بنابراین، این واقعیت را باید در نظر گرفت که نتیجه جراحی برای هر بیمار علاوه بر کیفیت جراحی، به پیشینه‌ی سلامت بیمار نیز بستگی دارد؛ این پیشینه شامل مجموعه‌ی ریسک‌های پیش از عمل است. در نتیجه، برای این‌که یک طرح پایشی مؤثر داشته باشیم لازم است ارتباط بین مرگ‌ومیر یک بیماری خاص و عوامل ریسک آن را مشخص کنیم یا به اصطلاح طرح پایشی تعدیل ریسک شود.

در ادبیات، با توجه به خروجی‌های گسسته و پیوسته، کارهای متنوعی با استفاده از نمودارهای کنترل تعدیل ریسک باید انجام شود، اما طرح پایشی مبتنی بر متغیر پیوسته‌ی زمان بقای بیمار، در تشخیص تغییرات نرخ مرگ‌ومیر نسبت به سایر رویکردها

رابطه‌ی میانگین توزیع ویبول عبارت است از:

$$\mu = \eta\Gamma\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \quad (5)$$

که در آن  $\Gamma$  معرف تابع گاما است.<sup>[۱۹]</sup> پس از مشخص شدن ارتباط بین زمان بقا و ریسک‌های قبل از عمل به‌وسیله‌ی مدل AFT، به منظور پایش زمان بقا، طراحی و توسعه‌ی نمودار کنترل RACUSUM لازم است. در دنیای پزشکی هرگونه سهل‌انگاری و اشتباه باعث بر هم خوردن ایمنی بیمار شده و هزینه‌های غیرقابل جبرانی برای بیمار، اطرافیان وی، پزشک و کادر درمانی ایجاد می‌کند. از این رو، با توجه به حساسیت سیستم سلامت، در این نوشتار به دنبال تشخیص تغییرات کاهشی در زمان بقا خواهیم بود. برای این منظور یک نمودار کنترل یک‌طرفه پیشنهاد شده و به‌کار گرفته می‌شود.<sup>[۱۹]</sup> آماره این نمودار تعدیل ریسک شده  $(V_i)$  چنین است:

$$V_i = \text{Min}(0, V_{i-1} - W_i), \quad i = 1, 2, \dots \quad (6)$$

$$V_0 = 0$$

که در آن  $W_i$  امتیاز CUSUM است که با استفاده از رابطه‌ی  $V$  محاسبه می‌شود:

$$W_i = \log\left(\frac{L(y_i|\omega_{i1})}{L(y_i|\omega_{i0})}\right) \quad (7)$$

$L$  در این رابطه معرف تابع درست‌نمایی است. با توجه به رابطه‌ی  $V$  پیداست که نمودار برای تشخیص سریع تغییرات از  $\omega_{i0}$  به  $\omega_{i1}$  طراحی شده است. به محض این که آمار به‌روزرسانی شده‌ی این نمودار از یک مقدار هدف خاص یا یک حد کنترلی تجاوز کند، هشدار خارج از کنترل صادر می‌شود. چون در این نوشتار از یک نمودار CUSUM یک‌طرفه استفاده می‌شود و هدف آن کشف تغییرات کاهشی در میانگین زمان بقاست، باید یک حد پایین کنترل را در نظر بگیریم. در همین راستا، LCL حد پایینی کنترل است و به طریقی انتخاب می‌شود که به یک ARL0 مطلوب برسیم. بنابراین، چنانچه  $LCL > V_i$ ، آنگاه نمودار CUSUM یک هشدار خارج از کنترل را نشان می‌دهد. در ادامه، به منظور توسعه‌ی نمودار کنترل RACUSUM و به‌کارگیری آن، روش پیشنهادی سگو و همکاران<sup>[۱۷]</sup> در نظر گرفته شد. این روش برای ایجاد تابع درست‌نمایی در امتیاز نمودار کنترل CUSUM، از توابع چگالی و بقای پیش‌بینی شده توسط مدل AFT استفاده می‌کند. همچنین، این روش برای مشاهدات سانسورشدگی را در نظر می‌گیرد، یعنی زمان بقای بیماران تا یک زمان از پیش تعیین شده یا زمان سانسور شده از راست (c) مشاهده می‌شود. با انجام این کار تابع درست‌نمایی عبارت خواهد بود از:

$$L(z_i|\omega_i, \delta_i) = [f(z_i)]^{\delta_i} [S(z_i)]^{1-\delta_i}$$

$$z_i = \text{Min}(y_i, c)$$

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & \text{if } y_i \leq c \\ 0 & \text{if } y_i > c \end{cases} \quad (8)$$

با جایگذاری توابع چگالی احتمال و بقای مبتنی بر مدل AFT، در رابطه‌ی  $\delta$  تابع درست‌نمایی نمودار کنترل RACUSUM حاصل می‌شود. سپس، می‌توان با استفاده از رابطه‌ی  $V$  نسبت درست‌نمایی در امتیاز نمودار کنترل RACUSUM را ایجاد کرد. بنابراین، برای تشخیص یک تغییر به اندازه  $v$  در پارامتر مقیاس، امتیاز لگاریتم درست‌نمایی عبارت است از:

خیلی حساس‌تر و بهتر عمل می‌کند. باید توجه شود که «زمان بقا» متغیری است که ماهیتاً قابلیت اطمینان است. یکی از ویژگی‌های خاص داده‌های قابل اطمینان سانسورشدگی است و زمانی رخ می‌دهد که پایش زمان بقا تا یک حد از پیش تعیین شده مورد توجه باشد. بنابراین به منظور کاهش زمان و هزینه می‌توان در فرایند جراحی از سازوکار سانسورشدگی از راست استفاده کرد. علاوه بر این، داده‌های قابل اطمینان به‌وسیله‌ی عضوی از توزیع‌های مکان مقیاس و لگاریتم مکان مقیاس مدل‌سازی می‌شوند. در میان آنها، ویبول یکی از پرکاربردترین توزیع‌هاست که در موقعیت‌های متنوع مفید واقع شده است.<sup>[۱۸]</sup> در نتیجه، بدون از دست دادن کلیات، فرض بر این است که متغیر خروجی یا زمان بقا از توزیع ویبول پیروی می‌کند. توابع چگالی احتمال و بقای این توزیع که به ترتیب، با  $f$  و  $S$  نشان داده می‌شود، عبارت‌اند از:

$$f(y) = \frac{\kappa}{\eta} \left(\frac{y}{\eta}\right)^{\kappa-1} \exp\left(-\left(\frac{y}{\eta}\right)^{\kappa}\right) \quad (9)$$

$$S(y) = \exp\left(-\left(\frac{y}{\eta}\right)^{\kappa}\right)$$

که در آن  $y$  ارزش ثبت شده از خروجی اندازه‌گیری شده یعنی زمان بقاست. همچنین،  $\kappa > 0$  پارامتر شکل و  $\eta > 0$  پارامتر مقیاس توزیع ویبول است.

از طرف دیگر، ماهیت قابلیت اطمینان زمان بقا و ناهمگونی موجود در جامعه‌ی بیماران، ما را به استفاده از مدل‌های رگرسیونی تحلیل بقا رهنمون می‌سازد. از جمله مدل‌های رگرسیون تحلیل بقا می‌توان به مدل زمان شکست تسریع‌یافته (AFT)<sup>۲</sup> اشاره کرد که یک یا چند پارامتر توزیع را به‌وسیله‌ی تابعی از متغیرهای تأثیرگذار شناسایی شده بیان می‌کند.<sup>[۱۹]</sup> در این نوشتار به منظور تعدیل ریسک از مدل AFT استفاده می‌کنیم و بر اساس آن، پارامترهای توزیع پایه را می‌توان با رابطه‌ی  $2$  نشان داد:

$$\omega_i = q(\beta, X_i) \quad (2)$$

که در آن  $q$  تابع مدل رگرسیون،  $\omega_i$  برداری از پارامترهای توزیع،  $\beta$  بردار پارامترهای رگرسیونی و  $X_i$  بردار متغیرهای تأثیرگذار است که عوامل ریسک را برای بیمار  $i$  منعکس می‌کند. با استفاده از مدل AFT برای توزیع ویبول، پارامتر مقیاس را به تنها متغیر تأثیرگذار در این مقاله وابسته می‌کنیم یعنی:

$$\eta = \exp(\beta_0 + \beta_1 x) \quad (3)$$

از این رو، تابع چگالی احتمال و بقا چنین بازنویسی می‌شود:

$$f(y|x) = \frac{\kappa}{\exp(\beta_0 + \beta_1 x)} \left(\frac{y}{\exp(\beta_0 + \beta_1 x)}\right)^{\kappa-1} \exp\left(-\left(\frac{y}{\exp(\beta_0 + \beta_1 x)}\right)^{\kappa}\right) \quad (4)$$

$$S(y|x) = \exp\left(-\left(\frac{y}{\exp(\beta_0 + \beta_1 x)}\right)^{\kappa}\right)$$

که در آن  $\beta_0$  و  $\beta_1$  پارامترهای مدل رگرسیونی هستند. در رابطه‌ی  $3$ ، نقش قسمت ثابت  $\exp(\beta_0)$  با پارامتر مقیاس یکسان است. در نتیجه، با توجه به رابطه‌ی  $4$  می‌توان نشان داد که مدل AFT برای توزیع ویبول دارای پارامتر شکل  $\kappa$  و پارامتر مقیاس  $\eta \exp(\beta_1 x_i)$  است.<sup>[۱۹]</sup> بنابراین، بردار پارامترهای تحت کنترل به‌صورت  $(\kappa, \eta \exp(\beta_1 x_i)) = \omega_{i0}$  مشخص می‌شود. فرض بر این است که  $(\kappa, v \eta \exp(\beta_1 x_i)) = \omega_{i1}$  شرایط خارج از کنترل را نشان می‌دهد که در آن  $v$  یک متغیر از پیش تعیین شده است که نمودار کنترل CUSUM برای تشخیص بهینه‌ی آن طراحی شده است. به دلیل رابطه‌ی مستقیم بین پارامتر مقیاس و میانگین توزیع ویبول، هر تغییری در پارامتر مقیاس معادل با تغییر در میانگین زمان بقا است.

$$W_i = \log \frac{[\frac{\kappa}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)} (\frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)})^{\kappa-1} \exp(-(\frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)})^{\kappa})]^{\delta_i} [\exp(-(\frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)})^{\kappa})]^{1-\delta_i}}{[\frac{\kappa}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} (\frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)})^{\kappa-1} \exp(-(\frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)})^{\kappa})]^{\delta_i} [\exp(-(\frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)})^{\kappa})]^{1-\delta_i}} \quad (9)$$

که برای صورت کاهش یافته ی آن داریم:

$$W_i = [(1 - v^{-\kappa}) (\frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)})^{\kappa}] - \delta_i \kappa \log v \quad (10)$$

نحوه ی تبدیل رابطه ی ۹ به رابطه ی ۱۰ در قسمت (الف) پیوست ذکر شده است. در نهایت، با دست یابی به امتیاز نمودار کنترل RACUSUM، می توان با استفاده از رابطه ی ۶ به سادگی به آماره ی آن دست یافت.

## ۲.۲. تابع هزینه ی طراحی اقتصادی نمودار کنترل RACUSUM

### در حضور یک انحراف با دلیل

تعیین پارامترهای نمودار کنترل RACUSUM با کمیته سازی یک تابع هزینه مناسب، طراحی اقتصادی نامیده می شود. این پارامترها  $n$  (اندازه نمونه)،  $h$  (فاصله نمونه گیری)، LCL (حد پایین کنترل) و  $v$  (ضریب طراحی شده در CUSUM برای کشف بهینه ی تغییر) هستند. در این نوشتار برای تعیین ارزش های بهینه ی پارامترهای نمودار کنترل RACUSUM از تابع هزینه ی لورنزن و ونس کمک می گیریم. [۲] این تابع برای حضور یک انحراف با دلیل در فرایند در نظر گرفته شده است. تابع هزینه ی پیشنهادی به سه قسمت اصلی تجزیه می شود:

(الف) هزینه های نمونه گیری؛

(ب) هزینه های تحمیل شده بر بیمارستان (سیستم های سلامت) در شرایط جراحی در حالت خارج از کنترل برای هر بیمار؛

(ج) هزینه های شناسایی و اقدام اصلاحی برای انحراف با دلیل.

فرض بر این است که فرایند در یک دوره، از یک حالت تحت کنترل آغاز می شود و در این حالت، زمان تا رخداد یک انحراف با دلیل از یک توزیع نمایی با میانگین  $1/\lambda$  پیروی می کند. پس از رخداد انحراف با دلیل، فرایند به حالت خارج از کنترل می رود و تا زمان پیدا کردن و اصلاح انحراف با دلیل ادامه می یابد و سپس دوره ی جدیدی آغاز می شود. هزینه ی انتظار در واحد زمانی، با تقسیم هزینه ی کل انتظار در طول یک دوره بر طول انتظار یک دوره، محاسبه می شود. همچنین، طول انتظار یک دوره شامل چهار قسمت است:

(الف) مدت زمانی که فرایند در حالت تحت کنترل باقی می ماند. به عبارت دیگر، این مدت زمان یک متغیر تصادفی نمایی با میانگین  $1/\lambda$  است؛

(ب) مدت زمانی که فرایند خارج از کنترل است؛

(ج) مدت زمان برای شناسایی و تشخیص انحراف با دلیل؛

(د) مدت زمان برای اقدامات جهت اصلاح انحراف با دلیل.

بنابراین، با کنار هم قرار گرفتن چهار قسمت زمانی، طول انتظار یک دوره برابر است با:

$$E_T = \frac{1}{\lambda} + [(h.ARL_1) - \tau] + TF + TD \quad (11)$$

همچنین، هزینه ی کل انتظار یک دوره چنین فرموله می شود:

$$E_C = \frac{A \cdot \frac{1}{\lambda} + [(h.ARL_1) - \tau] + \gamma_1.TF + \gamma_2.TD}{h} + CO.ARL_1 + (CF + CD) \quad (12)$$

پارامترهای این توابع عبارتند از:

- $ARL_0$ : متوسط طول دنباله در شرایط تحت کنترل؛
- $ARL_1$ : متوسط طول دنباله در شرایط خارج از کنترل؛
- $\tau$ : زمان انتظار وقوع انحراف با دلیل بین نمونه های  $i$  و  $i+1$ ، که به کمک رابطه ی ۱۳ به دست می آید:

$$\frac{1 - (1 + \lambda.h).e^{-\lambda.h}}{\lambda.(1 - e^{-\lambda.h})} \quad (13)$$

جزئیات این رابطه در قسمت (ب) پیوست آمده است.

- $TF$ : متوسط زمان برای جست و جو و شناسایی انحراف با دلیل؛
- $TD$ : متوسط زمان برای اجرای اقدامات اصلاحی؛
- $A$ : هزینه های نمونه گیری برای هر بیمار؛
- $CO$ : هزینه ی تحمیل شده بر بیمارستان به دلیل جراحی خارج از کنترل برای هر بیمار ناشی از وقوع انحراف با دلیل؛
- $CF$ : هزینه ی جست و جو و شناسایی انحراف با دلیل؛
- $CD$ : هزینه ی اقدامات اصلاحی برای رفع انحراف با دلیل؛
- $\gamma_1$ : اگر فرایند در طول زمان جست و جو و شناسایی انحراف با دلیل متوقف نشود، در غیر این صورت معادل صفر است؛
- $\gamma_2$ : اگر فرایند در طول زمان رفع و حذف انحراف با دلیل متوقف نشود، در غیر این صورت معادل صفر است.

در نهایت، هزینه ی انتظار در واحد زمانی تحمیل شده بر فرایند، با تقسیم هزینه ی کل انتظار در طول یک دوره بر طول انتظار یک دوره و مطابق رابطه ی ۱۴ محاسبه می شود:

$$E_A = \frac{E_C}{E_T} \quad (14)$$

## ۳.۲. مدل چندهدفه طراحی نمودار کنترل RACUSUM در

### حضور یک انحراف با دلیل

چنان که در «مقدمه» بیان شد، مشکل اصلی طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل، عدم توجه به خواص آماری مطلوب است. بنابراین، به منظور غلبه بر ضعف خواص آماری در طراحی اقتصادی نمودار کنترل RACUSUM، یک مدل برنامه ریزی چندهدفه پیشنهاد می شود که به طور هم زمان هر دو ملاحظات

برنامه‌ریزی ریاضی که کارایی نسبی خوشه‌ی همگون از واحدهای تصمیم‌گیری با ورودی‌های و خروجی‌های چندگانه را اندازه می‌گیرد.<sup>[۲۲]</sup> در این نوشتار، هر مجموعه‌ی ممکن از پارامترهای طراحی به‌عنوان یک واحد تصمیم‌گیری فرض می‌شود. علاوه بر این، با توجه به مفهوم DEA برای مدل چندهدفه‌ی پیشنهادی، دو هدف آماری یعنی  $ARL_0$  و  $1/ARL_1$  را که به‌صورت پیشینه‌سازی هستند به‌عنوان خروجی‌ها، و هدف هزینه (EA) را که به‌صورت کمیته‌سازی است به‌عنوان تنها ورودی در نظر می‌گیریم. برای محاسبه‌ی کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری لازم است وزن‌های اختصاص داده شده به ورودی‌ها و خروجی‌ها بهینه شوند. برای رسیدن به این هدف، می‌توان به مدل‌های CCR، BCC<sup>۹</sup> و جمعی اشاره کرد. در مدل‌های CCR و BCC تمایز حالت‌های ورودی‌محور و خروجی‌محور ضروری است، اما در مدل جمعی هر دو حالت به‌صورت یک مدل واحد ارائه می‌شود. مدل جمعی از اولین و مهم‌ترین مدل‌های ارائه شده برای تعیین کارایی در DEA است که خود این مدل، پایه و منشأ تعریف بسیاری از مدل‌های دیگر است. در نتیجه، در این مقاله برای محاسبه‌ی کارایی هر واحد تصمیم‌گیری به‌عنوان یک مجموعه ممکن از پارامترهای طراحی، از حل مدل جمعی استفاده می‌کنیم. از دیگر دلایل اهمیت این مدل کامل بودن کارایی محاسبه شده توسط آن است، زیرا مدل مستقیماً به کمیته‌سازی متغیرهای کمکی می‌پردازد. در حالی که در دیگر مدل‌ها تشخیص وجود متغیرهای کمکی در کارایی، عموماً به‌وسیله‌ی یک مدل دیگر شبیه مدل جمعی و به‌عنوان مرحله‌ی دوم اندازه‌گیری کارایی انجام می‌شود. بنابراین، از مزیت‌های مدل جمعی این است که نیازی به روش دومرحله‌ی نیست و ارزیابی کارایی واحد با حل یک مدل به دست می‌آید. فرض می‌شود  $m$  واحد تصمیم‌گیری با  $a$  ورودی و  $b$  خروجی وجود دارد. ارزش‌های ورودی و خروجی برای واحد تصمیم‌گیری  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ )، به ترتیب با  $p_{jk}$  ( $j = 1, 2, \dots, a$ ) و  $q_{rk}$  ( $r = 1, 2, \dots, b$ ) نشان داده می‌شود. با این حال، فرم ریاضی مدل جمعی برای محاسبه‌ی کارایی واحد تصمیم‌گیری  $k$  عبارت است از:

$$\begin{aligned} &Max \quad E_k(D) = \\ &\sum_{r=1}^b u_r q_{rk}(D) - \sum_{j=1}^a e_j p_{jk}(D) - T \\ &s.t. \\ &\sum_{r=1}^b u_r q_{rk}(D) - \sum_{j=1}^a e_j p_{jk}(D) - T \leq 0, \\ &u_r, e_j \geq 1, \\ &T \text{ is free.} \end{aligned} \quad (17)$$

که در آن  $e_j$  و  $u_r$  به ترتیب اوزان ورودی‌ها و خروجی‌ها هستند و علامت  $T$  نوع بازده به مقیاس را نشان می‌دهد. رابطه‌ی ۱۷ باید برای هر واحد تصمیم‌گیری یا ترکیبی از پارامترهای طراحی فرموله شود تا مجموعه‌ی از اوزان برای پیشینه‌سازی کارایی واحد تصمیم‌گیری در نظر گرفته شده، به دست آید. اگر  $E_k^* = 1$  آن‌گاه واحد تصمیم‌گیری  $k$  کارایی نسبی است و در غیر این صورت ناکاراست. لذا، در رویکرد پیشنهادی قصد داریم از DEA برای سنجش کارایی سطح پارتو مدل چندهدفه به‌منظور یافتن پارامترهای طراحی بهینه‌ی نمودار کنترل RACUSUM استفاده شود. برای این منظور یک الگوریتم حل چندمرحله‌ی در نظر گرفته شده است که در می‌جست بعدی توضیح داده می‌شود.

### ۳.۳. الگوریتم حل

در این زیربخش یک الگوریتم حل پنج‌مرحله‌ی برای بهینه‌سازی مدل چندهدفه‌ی پیشنهادی معرفی می‌شود. توجه شود که در این مدل باید برای هر مجموعه‌ی ممکن

اقتصادی و آماری را در نظر می‌گیرد. این مدل دارای یک هدف اقتصادی شامل کمیته‌سازی هزینه‌ی انتظار هر واحد زمانی ( $EA$ ) برای پایش فرایند و دو هدف آماری شامل پیشینه‌سازی متوسط طول دنباله در شرایط تحت کنترل ( $ARL_0$ ) به منظور کاهش رخدادهای هشدار اشتباهی و پیشینه‌سازی معکوس متوسط طول دنباله در شرایط خارج از کنترل ( $1/ARL_1$ ) به‌منظور تشخیص سریع شرایط خارج از کنترل است. شکل ریاضیاتی مدل چندهدفه‌ی پیشنهادی عبارت است از:

$$\begin{aligned} &Min \quad EA(D) \\ &Max \quad ARL_0(D) \\ &Max \quad \frac{1}{ARL_1(D)} \\ &s.t. \\ &ARL_0(D) \geq ARL^L \\ &ARL_1(D) \leq ARL^U \end{aligned} \quad (15)$$

که در آن  $ARL^L$  و  $ARL^U$  در دو محدودیت آماری، به ترتیب نشان‌دهنده‌ی حد پایین  $ARL_0$  و حد بالای  $ARL_1$  هستند. همچنین،  $D$  یک ترکیب ممکن از پارامترهای طراحی شامل  $LCL, h, m$  و  $v$  است. بنابراین، به منظور انتخاب یک ترکیب از پارامترهای طراحی نمودار کنترل RACUSUM با ارزش‌های بهینه، می‌توان مدل چندهدفه‌ی رابطه‌ی ۱۵ را حل کرد. در می‌جست بعدی یک الگوریتم حل چندمرحله‌ی بر اساس یکپارچه‌سازی اصل پارتو و روش‌های تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) برای بهینه‌سازی مدل چندهدفه‌ی رابطه‌ی ۱۵ شرح داده می‌شود.

## ۳. رویکرد حل

### ۳.۱. اصل پارتو

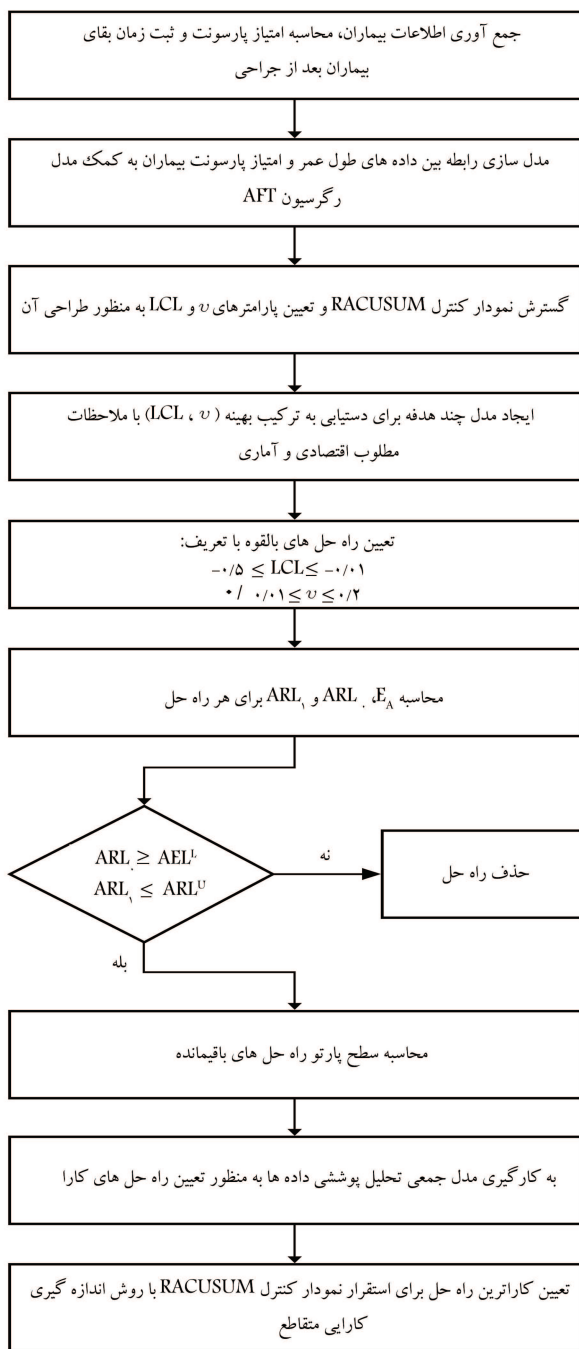
در اصل پارتو رتبه‌بندی راه‌حل‌ها بر اساس نامغلوب‌ها با استفاده از مفهوم غلبه‌صورت می‌گیرد. به طور کلی برای مرتب کردن راه‌حل‌ها بر اساس سطوح نامغلوب‌ها، هر راه حل با تمام راه‌حل‌های دیگر موجود در جمعیت مقایسه شده، تا مغلوب بودن یا نبودن آن مشخص شود. در نهایت مجموعه‌ی از راه‌حل‌ها وجود دارد که هیچ کدام غالب و مغلوب هم نمی‌شوند. لذا این راه‌حل‌ها سطح پارتو را تشکیل می‌دهند. برای یک مسئله‌ی کمیته‌سازی با  $Q$  تابع هدف، راه‌حل  $g$  در صورتی به راه‌حل  $o$  غلبه می‌کند که:

$$\begin{aligned} &g < o \quad \forall t : f_t(g) \leq f_t(o) \\ &and \\ &\exists t : f_t(g) < f_t(o) \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن  $f_t(o)$  و  $f_t(g)$  مقادیر اهداف  $t$  ام مرتبط با راه‌حل‌های  $g$  و  $o$  هستند. عبارت بالا به این مفهوم است که همه‌ی اهداف مربوط به  $g$  کوچک‌تر یا مساوی تابع هدف متناظر مربوط به  $o$  باشند. یعنی  $o$  از هیچ نظر بهتر از  $g$  نباشد و  $g$  حداقل از یک نظر اکیداً بهتر از  $o$  باشد. راه‌حل‌های نامغلوب را «راه حل سطح پارتو» می‌نامند.<sup>[۲۳]</sup>

### ۳.۲. تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)

روش CCR<sup>۸</sup> اولین بار توسط چارلز کوپر و رودز معرفی شد و روشی است بر اساس



شکل ۱. فرایند اجرای رویکرد پیشنهادی در یک مرکز جراحی قلب.

قلبی، مادرزادی قلبی، ترومبوز ورید و آمبولی ریه. این نوع بیماری های رتبه ی نخست علل مرگ و میر در جهان را به خود اختصاص داده و تعداد زیادی از مردم هر ساله جان خود را به دلیل این نوع بیماری های از دست می دهند. جراحی قلب جزء رایج ترین عمل های جراحی در میان بزرگسالان است و با توجه به این که حیات یک فرد به عملکرد قلب وی بستگی دارد، حساسیت این عمل جراحی بسیار بالاست و پایش زمان بقای بیمار بعد از جراحی پراهمیت است. از این رو، کاربرد واقعی رویکرد پیشنهادی در یک مرکز جراحی قلب مورد بررسی قرار می گیرد (شکل ۱). برای این منظور یک نوع عمل خاص به نام جراحی بای پس عروق کرونر (CABG) (۱) برای انتخاب شد و اطلاعات ۱۰۰ بیمار شامل تاریخ عمل، نام جراح، رویکرد عمل، زمان

از پارامترهای طراحی، مقادیر سه تابع هدف مذکور از قبل محاسبه شود. الگوریتم حل برای بهینه سازی مدل چندهدفه چنین توصیف می شود:

الف) تعیین ترکیبات ممکن از پارامترهای طراحی با تعریف بازه هایی برای هر پارامتر طراحی: در این نوشتار که در یک مرکز جراحی قلب اجرا می شود، به دلیل حساس بودن حوزه ی سلامت، نمونه گیری به صورت جداگانه و در بازه های زمانی ثابت بر روی همه بیماران انجام می پذیرد. بنابراین  $n = 1$  و  $h = 4$  (ساعت) است. لذا بهینه سازی در ارتباط با این دو پارامتر مد نظر قرار نمی گیرد. اما بازه هایی که برای دو پارامتر دیگر در نظر گرفته شده، به صورت  $v^L \leq v \leq v^U$  و  $LCL^L \leq LCL \leq LCL^U$  است. در این بازه ها  $v^L$  و  $v^U$  به ترتیب، بیانگر کم ترین و بیشترین مقدار مجاز برای  $v$  و همچنین،  $LCL^L$  و  $LCL^U$  به ترتیب، بیانگر کم ترین و بیشترین مقدار مجاز برای حد پایین کنترل هستند. در این مطالعه فرض می کنیم  $0/2 \leq v \leq 0/1$ ، که با مقدار  $0/1$  افزایش می یابد و  $0/5 \leq LCL \leq 0/1$ ، که گام افزایشی آن نیز مقدار  $0/1$  است. بنابراین، با در نظر گرفتن تمام ترکیبات ممکن تعداد راه حل های بالقوه ۱۰۰۰ خواهد بود؛

ب) از بین بردن راه حل های غیر ممکن: با توجه به محدودیت های آماری  $ARL_1 \leq ARL^U$  و  $ARL^L \leq ARL_1$ ، عناصر غیر جذاب را حذف می کنیم. محدودیت های آماری این مطالعه عبارت است از:  $ARL_1 \leq 5$  و  $ARL^L \geq 20$ ؛

ج) تعیین سطح پارتو: در این مرحله برای مشخص شدن راه حل های نامغلوب یا سطح پارتو از اصل پارتو استفاده می شود. در میان مجموعه راه حل های باقی مانده از مرحله ی قبل، راه حلی نامغلوب است که از لحاظ ویژگی های آماری و هزینه توسط سایر راه حل ها به طور کامل مغلوب نشود؛

د) انتخاب راه حل های کارا: کارایی نسبی راه حل های باقی مانده را با مدل جمعی DEA محاسبه و مجموعه ی پارامترهای طراحی کارا را انتخاب می کنیم؛

ه) رتبه بندی مجموعه پارامترهای طراحی کارا: برای رتبه بندی مجموعه پارامترهای طراحی کارا و انتخاب کاراترین آنها، از روش اندازه گیری کارایی متقاطع استفاده می کنیم. تفسیر جالب کارایی متقاطع این است که هر مجموعه از پارامترهای طراحی کارا از لحاظ بهترین اوزان خود و بهترین اوزان مجموعه پارامترهای طراحی کارای دیگر چگونه عمل می کند. [۱۲] با فرض این که اوزان بهینه ی رابطه ی ۱۷ برای واحد تصمیم گیری  $d$ ،  $(e_{jd}^*, u_{rd}^*, T_d^*)$  باشد، کارایی واحد تصمیم گیری  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, m$ ) با اوزان واحد تصمیم گیری  $d$  در یک فرایند هم تارزیابی مطابق رابطه ی ۱۸ محاسبه می شود:

$$E_{dk} = \frac{\sum_{r=1}^b u_{rd}^* q_{rk} - T_d^*}{\sum_{j=1}^a e_{jd}^* p_{jk}} \quad (18)$$

میانگین همه ی  $E_{dk}$  ها کارایی متقاطع نامیده می شود و واحد تصمیم گیری با بالاترین کارایی متقاطع بهترین رتبه را دارد. این میانگین چنین محاسبه می شود:

$$\bar{E}_k = \frac{\sum_{d=1}^m E_{dk}}{m}, \quad k = 1, \dots, m. \quad (19)$$

#### ۴. تحلیل یافته ها

##### ۴.۱. مطالعه ی موردی در مرکز جراحی قلب

بیماری های قلبی - عروقی یک گروه از اختلالات عمده ی قلب و عروق هستند که عبارت اند از: بیماری های عروق کرونر قلب، عروق مغزی، شریان محیطی، روماتیسم

جدول ۱. جزئیات مربوط به هزینه‌ی متحمل شده بر بیمارستان در شرایط خارج از کنترل.

اقدام	هزینه (ریال)	اقدام	هزینه (ریال)
آزمایش	۳۲۴۰۰۰	بیهوشی	۲۱۵۰۰۰
اکوکاردیولوژی	۲۹۵۰۰۰۰	لوازم مصرفی	۱۰۰۰۰۰
آنژیوگرافی	۳۷۰۰۰۰	داروهای مصرفی	۴۸۵۰۰۰
مشاوره	۳۳۸۱۱۰۰۰	تخت ICU برای دو شب	۵۲۰۰۰
جراحی	۸۰۹۰۰۰	خدمات پرستاری	۱۹۰۴۰۰
اتاق عمل	۱۰۱۲۰۰۰۰	تخت بخش برای هشت شب	۴۸۳۰۰۰

در هر ماه فقط بیست روز و هر روز هشت ساعت (شامل دو عمل چهار ساعته) جراحی انجام می‌شود، در نتیجه یک انحراف با دلیل ناشی از عوامل انسانی با نرخ  $\lambda$  برابر با  $۰/۱۸۷۵$  ساعت رخ داده و زمان بقای بیمار را به میزان  $۹۵\%$  کاهش می‌دهد. نمونه‌گیری از بیماران به صورت انجام آزمایشات و اقدامات مورد نیاز برای جمع‌آوری امتیاز پارسونت صورت می‌گیرد. زمانی که صرف تکمیل پرسش‌نامه پارسونت خواهد شد دارای هزینه است که این هزینه به صورت ساعتی و به تعداد پرسش‌نامه‌ها برای هر فردی که مسئول جمع‌آوری اطلاعات باشد محاسبه می‌شود که به ازای هر بیمار معادل  $۸۴۰۰۰۰$  ریال است. زمانی که یک انحراف با دلیل ناشی از عوامل انسانی رخ می‌دهد فرایند جراحی بای‌پس عروق کرونر به حالت خارج از کنترل رفته و بیمارانی که در این حالت تحت عمل جراحی قرار گرفتند هزینه‌هایی شامل هزینه‌های آزمایش، اکوکاردیوگرافی، آنژیوگرافی، مشاوره، جراحی، اتاق عمل، بیهوشی، لوازم مصرفی، داروهای مصرفی، تخت آی‌سی‌یو برای دو شب، خدمات پرستاری و تخت بخش برای هشت شب را به مقدار  $۲۱۶۲۳۵۰$  ریال به بیمارستان تحمیل می‌کنند. جزئیات مربوط به هزینه‌های تحمیل شده به بیمارستان در شرایط خارج از کنترل به دلیل رخ دادن انحراف با دلیل انسانی در جدول ۱ گزارش شده است.

علاوه بر این، زمانی که فرایند جراحی بای‌پس عروق کرونر به دلیل رخداد عامل انسانی در حالت خارج از کنترل به سر می‌برد، برای پیدا کردن انحراف با دلیل اقداماتی صورت می‌گیرد. بنابراین، به محض این که هشدار مربوط به خارج از کنترل بودن صادر شد یک کمیته‌ی تخصصی با عنوان مریدیتی<sup>۱۱</sup> یا مرتالیته<sup>۱۲</sup> تشکیل خواهد شد. اگر هشدار خارج از کنترل بودن منجر به نامساعد شدن شرایط بیمار شود، کمیته‌ی تخصصی مریدیتی نام دارد. در غیر این صورت، اگر منجر به مرگ بیمار شود با عنوان مرتالیته شکل می‌گیرد. این کمیته‌ها بلافاصله پس از صدور هشدار خارج از کنترل تشکیل خواهد شد و به بررسی کامل پرونده‌ی بیمار پرداخته می‌شود. سپس، حاضرین باید درباره‌ی موضوعات مربوط به خود توضیحاتی را مطرح کنند. همچنین، در این کمیته‌ها سامانه‌ی سیستم ثبت خطا مورد بررسی قرار می‌گیرد. بنابراین، متوسط زمانی که صرف این اقدامات برای پیدا کردن انحراف با دلیل انسانی می‌شود چهار ساعت است و پس از کشف علت آن، اصلاح خطای انسانی به طور متوسط دو ساعت زمان نیاز دارد. علاوه بر این، برای پیدا کردن انحراف با دلیل انسانی به طور متوسط هزینه‌ی با مقدار  $۱۶۰۰۰۰۰۰$  ریال در نظر گرفته شده است و اصلاح خطاهای انسانی به طور متوسط  $۸۰۰۰۰۰۰۰$  ریال هزینه به همراه دارد. لازم به ذکر است که فرایند جراحی در طول جست‌وجو برای پیدا کردن انحراف با دلیل و اصلاح آن ادامه پیدا می‌کند.

در ادامه، با توجه به مقادیر برآورد شده پارامترهای توزیع امتیازهای پارسونت و توزیع مدل AFT و بیول، مطالعات شبیه‌سازی برای محاسبه‌ی شاخص‌های آماری

بقا و امتیاز پارسونت جمع‌آوری شد. امتیاز پارسونت به منظور تعیین ریسک‌های قبل از عمل جراحی برای هر بیمار استفاده می‌شود که شامل ترکیب وزنی ریسک‌های قبل از عمل برای هر بیمار است و در فرایند جراحی قلب به عنوان تنها متغیر تأثیرگذار بر زمان بقا در نظر گرفته می‌شود.<sup>[۲۳]</sup>

پس از این که ریسک‌های قبل از عمل برای هر بیمار مشخص شد، تأثیر آنها بر زمان بقا توسط مدل AFT و بیول تعدیل می‌شود. به دلیل قوانین و مقررات بیمارستان، زمان بقای بیمارانی که در طول مطالعه زنده ماندند در روز بیست و یکم سانسور شد و در مرکز جراحی قلب انتخاب این نقطه‌ی پایانی، معمولاً به عنوان یک اندازه‌ی رایج بالینی به حساب می‌آید. در ابتدا، داده‌های جمع‌آوری شده از  $۱۰۰$  بیمار برای پیدا کردن توزیع مناسب و برآورد پارامترهای تحت کنترل مورد استفاده قرار گرفت. نتایج این قسمت نشان داد که داده‌های امتیاز پارسونت دارای توزیع گاما با پارامتر مقیاس برابر با  $۵/۱۱۷$  و پارامتر شکل برابر با  $۴/۲۰۸$  است. سپس، برای تخمین ارزش پارامترهای تحت کنترل مدل AFT و بیول از روش برآورد بیشینه درست‌نمایی استفاده شد و این ارزش‌ها با مقادیر  $\eta$  برابر با  $۱/۸۳۷۴۴/۲۲$ ،  $\kappa$  برابر با  $۱/۲۰۶۶$  و  $\beta$  برابر با  $۰/۲۱۴۴$  مشخص شد. بنابراین، می‌توان با استفاده از روابط ۴ و ۹، به ترتیب توابع چگالی احتمال و بقای مدل AFT و بیول و به دنبال آن امتیاز نمودار کنترل RACUSUM را محاسبه کرد.

اما مهم‌ترین قسمت، استقرار نمودار کنترل RACUSUM در فرایند جراحی بای‌پس عروق کرونر است که برای این منظور نیاز است تا چهار پارامتر طراحی این نمودار تعیین شود. این پارامترها اندازه نمونه ( $n$ )، فاصله‌ی نمونه‌گیری ( $h$ )، حد پایین کنترل ( $LCL$ ) و ضریب طراحی شده در نمودار کنترل RACUSUM برای کشف بهینه تغییر ( $v$ ) هستند. همان‌طور که در الگوریتم حل بیان شد، در این مطالعه به دلیل حساسیت بالای سیستم‌های سلامت در پایش هر بیمار، تمامی بیماران به صورت جداگانه و پی‌درپی مورد پایش قرار می‌گیرند. بنابراین، اندازه نمونه ثابت و برابر با مقدار ۱ است. با این حال، چون بیماران در مرکز جراحی هر چهار ساعت یک بار تحت جراحی قرار می‌گیرند، مقدار فاصله‌ی نمونه‌گیری نیز ثابت و برابر با ۴ است. پس از مشخص شدن دو پارامتر طراحی نمودار کنترل RACUSUM، لازم است در فرایند جراحی قلب دو پارامتر دیگر نمودار، یعنی ضریب بهینه‌ی تغییر کاهشی ( $v$ ) و حد پایینی کنترل ( $LCL$ ) به گونه‌ی تعیین شود که هر دو خواص آماری و اقتصادی ارضا شوند. در قسمت‌های پیشین، علت تمرکز بر تعیین ضریب بهینه‌ی تغییر کاهشی و حد پایینی کنترل بیان شد و پیشنهاد شد که به منظور جلوگیری از برهم خوردن ایمنی بیمار و پیشگیری از هزینه‌های غیر قابل جبران، برای بیمار و اطرافیان وی، پزشک و کادر درمان، یک نمودار کنترل یک‌طرفه به منظور تشخیص سریع تغییرات کاهشی به‌کار گرفته شود. در نتیجه، رویکرد طراحی چندهدفه‌ی پیشنهادی در این مقاله، برای انتخاب ترکیبی از پارامترهای طراحی نمودار کنترل RACUSUM یعنی ( $LCL, v$ ) مورد استفاده قرار می‌گیرد، به طریقی که اهداف مطلوب کم‌ترین هزینه‌ی انتظار و بیشینه‌ی ویژگی‌های آماری حاصل شود.

در فرایند جراحی بای‌پس عروق کرونر ممکن است به دلیل مواردی مثل عدم دقت اعضای کادر درمانی، شامل: اعضای آزمایشگاهی، بیهوشی، جراحی و مراقبتی، شرایط بیماران به حالت غیرعادی تغییر کند و دارای پیامدهایی باشد. این عدم دقت می‌تواند ناشی از عدم تمرکز لازم، نداشتن دانش کافی و خستگی اعضای کادر درمانی رخ دهد که خطاهای مختلف آزمایشگاهی، دارویی، تکنیکی و مراقبتی را به همراه دارد. با این حال، می‌توان بیان کرد که در فرایند جراحی بای‌پس عروق کرونر، یک انحراف با دلیل ناشی از عوامل انسانی رخ می‌دهد. در مرکز جراحی قلب، نرخ رخداد مربوط به عوامل انسانی سه بار در ماه است. با توجه به این که

جدول ۲. پارامترهای طراحی کارایی به دست آمده از مدل جمعی تحلیل پوششی داده‌ها.

توابع هدف			پارامترهای طراحی	
خروجی ۲	خروجی ۱	ورودی	$v$	$LCL$
۰٫۳۶۰	۲۴٫۰۴۱	۱۴۳۸۱۴۹٫۵۲	۰٫۱۹	-۰٫۲۴
۰٫۳۶۰	۳۲٫۴۷۶	۱۴۳۸۷۳۵٫۱۴	۰٫۰۹	-۰٫۳۱
۰٫۳۵۹	۳۶٫۵۶۵	۱۴۴۰۷۱۰٫۳۹	۰٫۰۷	-۰٫۲۰
۰٫۳۵۰	۴۹٫۳۹۱	۱۴۵۷۰۹۸٫۴۶	۰٫۰۴	-۰٫۴۲
۰٫۳۳۸	۵۸٫۹۴۰	۱۴۸۲۵۲۷٫۹۵	۰٫۰۲	-۰٫۱۴
۰٫۳۱۱	۷۵٫۷۰۳	۱۵۴۱۴۶۸٫۱۸	۰٫۰۳	-۰٫۳۷
۰٫۲۴۷	۱۱۷٫۱۵۹	۱۷۲۵۳۶۵٫۱۰	۰٫۰۱	-۰٫۴۹

جدول ۳. رتبه‌بندی پارامترهای طراحی کارا با استفاده از روش اندازه‌گیری کارایی متقاطع.

کارایی متقاطع	وزن بازده به بهینه	اوزان خروجی بهینه		وزن ورودی بهینه	پارامترهای طراحی
	$(T^*)$	$(u_1^*)$	$(u_2^*)$	$(e_1^*)$	$(LCL, v)$
۰٫۹۶۰۸	-۱۴۲۵۶۶۸٫۶۷	۲۹۲۵۹۳٫۹۷	۴۰٫۴۴۶۲	۱٫۰۷	(-۰٫۲۴، ۰٫۱۹)
۰٫۹۷۴۶	-۱۲۰۷۵۹۵٫۶۹	۸۱۷۷۶۹٫۶۸	۷۰۶٫۵۲۴۱	۱٫۰۶	(-۰٫۳۱، ۰٫۰۹)
۰٫۹۸۰۰	-۱۵۱۵۷۶۸٫۱۰	۱۱۹۷۱۰٫۵۸	۱۳۷۴٫۳۴	۱٫۱۲	(-۰٫۲۰، ۰٫۰۷)
۰٫۹۸۹۰	-۱۸۹۸۵۷۹٫۷۵	۱۳۳۹۲۲٫۳۵	۳۹۶۱٫۵۱	۱٫۴۷	(-۰٫۴۲، ۰٫۰۴)
۰٫۹۸۵۶	-۱۸۹۶۳۴۲٫۲۳	۱۲۱۳۴۵٫۰۹	۵۵۴۳٫۳۳	۱٫۵۳	(-۰٫۱۴، ۰٫۰۳)
۰٫۹۷۰۱	-۱۸۴۹۶۳۴٫۴۰	۶۲۴۴۴٫۰۹	۵۶۲۱٫۹۴	۱٫۴۹	(-۰٫۳۷، ۰٫۰۳)
۰٫۹۸۶۰	-۱۵۰۲۵۳۴٫۴۰	۵۵۵۱۵۰٫۸۸	۷۲۹۰٫۷۴	۱٫۴۵	(-۰٫۴۹، ۰٫۰۱)

تابع هزینه به‌عنوان تنها ورودی و خواص آماری به‌عنوان دو خروجی در نظر گرفته شد. و سپس برای مشخص کردن واحدهای تصمیم‌گیری کارا، مدل جمعی مورد استفاده قرار گرفت. براساس خروجی‌های به دست آمده از مدل جمعی، هفت واحد تصمیم‌گیری به‌عنوان ترکیبی از پارامترهای طراحی کارا انتخاب شد که نتایج آن در جدول ۲ قابل مشاهده است.

در نهایت، این هفت واحد تصمیم‌گیری برای رتبه‌بندی و تعیین کاراترین ترکیب، ورودی‌های روش اندازه‌گیری کارایی متقاطع واقع شدند که با استفاده از این روش کاراترین ترکیب مشخص شد و نتایج آن در جدول ۳ ارائه شده است. براساس نتایج این جدول، روش اندازه‌گیری کارایی متقاطع پارامترهای طراحی  $v = 0/04$  و  $LCL = -0/42$  را به‌عنوان کاراترین پارامترهای طراحی نمودار کنترل RACUSUM در مرکز جراحی قلب معرفی می‌کند که با  $1457098/46$  ریال هزینه‌ی انتظار در واحد زمانی و شاخص‌های آماری  $ARL_1 = 2/857$  و  $ARL_0 = 49/391$  ملاحظاتی اقتصادی و آماری را به طور هم‌زمان برآورده خواهد کرد.

#### ۲.۴. مقایسه‌ی طراحی چندهدفه‌ی نمودار کنترل RACUSUM با

##### طراحی خالص اقتصادی آن

به منظور تأیید اثربخشی مدل طراحی اقتصادی آماری چندهدفه‌ی پیشنهادی در این مقاله، یک مقایسه بین این مدل و طراحی خالص اقتصادی که فقط تابع هزینه را در نظر می‌گیرد انجام گرفت. پارامترهای بهینه‌ی طراحی اقتصادی آماری چندهدفه و طراحی خالص اقتصادی در جدول ۴ نشان داده شده است. با تمرکز بر اطلاعات داخل جدول ۴ مشخص است که هزینه‌ی انتظار هر واحد

به اجرا درآمد. لازم به ذکر است که به منظور کمیته‌سازی خطاها، شبیه‌سازی  $10000$  بار تکرار شد. برای هر ترکیب از پارامترهای طراحی، بدون در نظر گرفتن تغییری در داده‌ها، ارزش‌های  $ARL_0$  محاسبه شد و همچنین، برای زمانی که به سبب وجود انحراف با دلیل انسانی  $95\%$  کاهش در زمان بقا وجود داشت، ارزش‌های  $ARL_1$  ثبت شد. به منظور جلوگیری از نرخ رخدادهای بالای هشدار اشتباهی و دست‌یابی به قدرت قابل قبول کشف تغییر، حد پایین  $ARL_0$  برابر با  $20$  و حد بالای  $ARL_1$  برابر با  $5$  در نظر گرفته شد. علاوه بر این، حدودی روی دو پارامتر طراحی اعمال شد که شرایط آن در الگوریتم حل شرح داده شد. با این حال، دست‌یابی به هزینه‌ی انتظار هر واحد زمانی مربوط به استفاده از نمودار کنترل RACUSUM در مرکز جراحی قلب ممکن خواهد شد. در نهایت، به منظور بهینه‌سازی مدل اقتصادی - آماری چندهدفه‌ی نمودار کنترل RACUSUM و دست‌یابی به بهترین ترکیب ممکن از پارامترهای طراحی، الگوریتم حل اجرا شد. لازم به ذکر است، تمامی محاسبات تحت برنامه‌های کد شده در محیط MATLAB نسخه  $2016$  تسهیل شد. پس از این که  $10000$  راه حل بالقوه به‌صورت ترکیب  $(LCL, v)$  مشخص شد، با استفاده از محدودیت‌های آماری راه حل‌های غیرممکن کنار گذاشته شد. سپس، از میان راه حل‌های باقی‌مانده، با استفاده از اصل پارتو  $36$  راه‌حل به‌عنوان سطح پارتو یا راه حل‌های نامغلوب انتخاب شد. پس از مشخص شدن راه حل‌های نامغلوب، برای اولویت‌بندی آنها و انتخاب کاراترین راه حل یا همان پارامترهای طراحی برای استقرار نمودار کنترل RACUSUM از روش‌های DEA استفاده شد. در DEA، هر ترکیب از پارامترهای طراحی یعنی  $(LCL, v)$ ، به‌عنوان یک واحد تصمیم‌گیری در نظر گرفته شد. چون روش‌های DEA، واحد تصمیم‌گیری دارای کم‌ترین مقدار ورودی و بیشترین مقدار خروجی را به‌عنوان واحد کارا انتخاب می‌کند، در این مطالعه



جدول ۴. مقایسه طراحی چندهدفه و طراحی خالص اقتصادی نمودار کنترل RACUSUM.

طراحی	$(LCL, v)$	$E_A$	$ARL_0$	$ARL_1$
طراحی چندهدفه	$(-0.42, 0.04)$	۱۴۵۷۰۹۸/۴۶	۴۹/۳۹۱	۲/۸۵۷
طراحی اقتصادی خالص	$(-0.24, 0.19)$	۱۴۳۸۱۴۹/۵۲	۲۴/۰۴۱	۲/۷۷۹

یک طرفه است که برای کشف تغییرات کاهش در میانگین زمان بقای بیماران مورد توجه قرار گرفت. همچنین، در این نمودار برای تعدیل ریسک و غلبه بر مسئله ناهمگونی میان بیماران از مدل AFT ویبول استفاده شد که ارتباط بین ریسک‌های قبل از عمل روی زمان بقای هر بیمار را مشخص می‌کند. هدف اصلی این مقاله، تعیین پارامترهای نمودار کنترل RACUSUM بود به‌گونه‌ای که خواص اقتصادی و آماری را به طور همزمان برآورده کند. با توجه به ثابت بودن اندازه نمونه و فاصله نمونه‌گیری، پارامترهای طراحی  $(LCL, v)$  به‌گونه‌ای تعیین شدند که بهترین مبادله متعادل ممکن بین سه هدف اقتصادی و آماری مدل اتفاق بیفتد. برای مشخص شدن پارامترهای طراحی بهینه از یک الگوریتم حل چندمرحله‌ای براساس اصل بهینه‌سازی پارتو و روش‌های DEA استفاده شد. در DEA هر ترکیب از پارامترها به عنوان یک واحد تصمیم‌گیری در نظر گرفته شد و ترکیب بهینه پارامترهای مدل چندهدفه با اندازه‌گیری کارایی متقاطع مشخص شد. در نهایت، کاربرد رویکرد پیشنهادی از طریق یک مطالعه‌ی موردی در مرکز جراحی قلب نشان داده شد و سپس طراحی چندهدفه با طراحی خالص اقتصادی مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج حاصله نشان داد طراحی چندهدفه با افزایش کمی در مقدار هزینه، عملکرد آماری بهتری دارد. در کل، رویکرد پیشنهادی در طراحی نمودار کنترل RACUSUM می‌تواند به طور مؤثر به منظور کشف تغییرات کاهش در مدت زمان بقای بیماران مورد استفاده قرار گیرد.

در این نوشتار به دلیل گسسته بودن فضای مسئله از رویکردی گسسته برای حل مدل پیشنهادی استفاده شده است که در صورت افزایش ابعاد و پیوسته شدن فضا، این رویکرد ناکارآمد خواهد بود و به‌عنوان پیشنهادی برای تحقیقات آتی می‌توان از روش‌های فراابتکاری توسعه یافته مانند الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب استفاده کرد. همچنین، طراحی اقتصادی آماری دیگر نمودارهای کنترل تعدیل ریسک شده مانند نمودار میانگین متحرک موزون نمایی می‌تواند گسترش داده شود.

## تقدیر و تشکر

نویسنده‌ی مقاله مراتب تقدیر و تشکر خود را از حمایت‌های حوزه‌ی معاونت تحقیقات و فناوری دانشگاه علوم پزشکی و خدمات بهداشتی درمانی کرمانشاه اعلام می‌دارد.

## پانویس‌ها

1. cumulative sum (CUSUM)
2. risk-adjusted cumulative sum
3. in-control average run length ( $ARL_0$ )
4. out-of-control average run length ( $ARL_1$ )
5. pareto principle

زمانی طراحی اقتصادی آماری چندهدفه با مقدار  $1457098/46$  ریال، در مقایسه با هزینه‌ی انتظار هر واحد زمانی طراحی خالص اقتصادی با مقدار  $1438149/52$  ریال، به میزان  $1/3$  درصد افزایش یافته است. با این حال، این افزایش در هزینه باعث می‌شود که  $ARL_0$  طراحی اقتصادی آماری چندهدفه با مقدار  $49/391$  در مقایسه با  $ARL_0$  طراحی خالص اقتصادی با مقدار  $24/041$ ، به میزان تقریباً  $100\%$  افزایش یابد. همچنین، در این شرایط بین  $ARL_1$  برای هر دو نوع طراحی تفاوت چشم‌گیری وجود ندارد. نتیجه‌ی این مقایسه نشان می‌دهد که با افزایش نسبتاً کمی در هزینه‌ی انتظار هر واحد زمانی،  $ARL_0$  به طور قابل ملاحظه‌ی افزایش یافته است. این امر بدان معناست که با استفاده از طراحی اقتصادی آماری چندهدفه می‌توان با افزایش کمی در هزینه‌ی انتظار هر واحد زمانی، عملکرد آماری نمودار کنترل RACUSUM در حضور یک انحراف با دلیل را به‌طور قابل ملاحظه‌ی بهبود داد.

شایان ذکر است در صورتی که در مرکز جراحی به طراحی چندهدفه و طراحی خالص اقتصادی نمودار کنترل توجهی نشود و حالتی در نظر گرفته شود که بدون طراحی نمودار، پارامترهایی با مقادیر  $v = 0/17$  و  $LCL = -0/02$  انتخاب شوند، هزینه‌ی انتظار هر واحد زمانی برابر با  $1595689/93$  ریال و شاخص‌های آماری  $ARL_0 = 23/528$  و  $ARL_1 = 2/893$  خواهد بود. از این رو، مشخص است که طراحی چندهدفه در مقایسه با این حالت، کاهش  $8/9$  درصد در هزینه‌ی انتظار، افزایش  $100\%$  در  $ARL_0$  و کاهش  $1/2$  درصد در  $ARL_1$  را نشان می‌دهد. همچنین، مقایسه‌ی طراحی خالص اقتصادی با این حالت، کاهش  $9/9$  درصد در هزینه‌ی انتظار، افزایش  $2/2$  درصد در  $ARL_0$  و کاهش  $3/9$  درصد در  $ARL_1$  را به همراه دارد.

## ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، مدل طراحی چندهدفه نمودار کنترل RACUSUM برای پایش خروجی‌ها در سیستم‌های سلامت پیشنهاد شد. این مدل، تحت تأثیر یک انحراف با دلیل قرار داشت که ناشی از خطاهای انسانی بوده و باعث ایجاد تغییرات کاهش در زمان بقای بیماران می‌شد. از این رو، نمودار کنترل طراحی شده یک نمودار

6. data envelopment analysis
7. accelerated failure time (AFT)
8. Charnes, Cooper & Rhodes (CCR)
9. Banker, Charnes & Cooper (BCC)
10. coronary artery bypass grafting
11. morbidity
12. mortality

## (References) منابع

1. Woodall, W.H., Fogel, S.L. and Steiner, S.H. "The monitoring and improvement of surgical-outcome quality", *J. Qual. Technol.*, **47**(4), pp. 383-399 (2015).
2. Duncan, A.J. "The economic design of  $\bar{X}$  charts used to maintain current control of a process", *J. Am. Stat. Assoc.*, **51**(274), pp. 228-242 (1956).
3. Lorenzen, T.J. and Vance, L.C. "The economic design of control charts: a unified approach", *Technometrics*, **28**(1), pp. 3-10 (1986).
4. Jiao, J.R. and Helo, P.T. "Optimization design of a CUSUM control chart based on Taguchi's loss function", *Int. J. Adv. Manuf. Tech.*, **35**(11-12), pp. 1234-1243 (2008).
5. Lee, M.H. "Economic design of cumulative sum control charts for monitoring a process with correlated samples", *Commun. Stat-Simul. C.*, **39**(10), pp. 1909-1922 (2010).
6. Celano, G., Castagliola, P. and Trovato, E. "The economic performance of a CUSUM t control chart for monitoring short production runs", *Qual. Technol. Quant. M.*, **9**(4), pp. 329-354 (2012).
7. Saniga, E.M. "Economic statistical control chart designs with an application to  $\bar{X}$  and R charts", *Technometrics*, **31**(3), pp. 313-320 (1989).
8. Asadzadeh, S. and Khoshalhan, F. "Multiple-objective design of an  $\bar{X}$  control chart with multiple assignable causes", *Int. J. Adv. Manuf. Tech.*, **43**(3-4), pp. 312-322 (2009).
9. Niaki, S.T.A., Malaki, M. and Ershadi, M.J. "A particle swarm optimization approach on economic and economic-statistical designs of MEWMA control charts", *Sci. Iran*, **18**(6), pp. 1529-1536 (2011).
10. Rasmussen, T.B., Ulrichsen, S.P. and Nørgaard, M. "Use of risk-adjusted CUSUM charts to monitor 30-day mortality in Danish hospital", *J. Clin. Epidemiol.*, **10**, pp. 445-456 (2018).
11. Harris J.R., Forbes, T.L., Steiner, S.H. and et al. "Risk-adjusted analysis of early mortality after ruptured abdominal aortic aneurysm repair", *J. Vasc. Surg.*, **42**(3), pp. 387-391 (2005).
12. Keefe, M.J., Loda, J.B., Elhabashy, A.E. and et al. "Improved implementation of the risk-adjusted Bernoulli CUSUM chart to monitor surgical outcome quality", *Int. J. Qual. Health. C.*, **29**(3), pp. 343-348 (2017).
13. Tzeng, G.H. and Huang, J.J. "Fuzzy multiple objective decision making", CRC Press (2013).
14. Liu, H.H., Song, Y.Y. and Yang, G.L. "Cross-efficiency evaluation in data envelopment analysis based on prospect theory", *Eur. J. Oper. Res.*, **273**(1), pp. 364-375 (2019).
15. Chowdhury, H. and Zelenyuk, V. "Performance of hospital services in Ontario: DEA with truncated regression approach", *Omega*, **63**, pp. 111-122 (2016).
16. Omrani, H., Keshavarz, M. and Ghaderi, S.F. "Evaluation of supply chain of a shipping company in Iran by a fuzzy relational network data envelopment analysis model", *Sci. Iran*, **25**(2), pp. 868-890 (2018).
17. Sego, L.H., Reynolds, M.R. and Woodall, W.H. "Risk-adjusted monitoring of survival times", *Stat. Med.*, **28**(9), pp. 1386-1401 (2009).
18. Asadzadeh, S. and Baghaei, A. "Robust AFT-based monitoring procedures for reliability data", *Qual. Technol. Quant. M.*, **17** (1), pp. 1-15 (2020).
19. Asadzadeh, S. and Aghaie, A. "Improving the product reliability in multistage manufacturing and service operations", *Qual. Reliab. Eng. Int.*, **28**(4), pp. 397-407 (2012).
20. Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S. and et al. "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm", *IEEE. T. Evolut. Comput.*, **6**(2), pp. 182-197 (2002).
21. Noghin, V.D., *Reduction of the Pareto Set. An Axiomatic Approach*, Springer Int. Publishing AG (2018).
22. Charnes, A., Cooper, W.W. and Rhodes, E. "Measuring the efficiency of decision making units", *Eur. J. Oper. Res.*, **2** (6), pp. 429-444 (1978).
23. Bernstein, A.D. and Parsonnet, V. "Bedside estimation of risk as an aid for decision-making in cardiac surgery", *Ann. Thorac. Surg.*, **69**(3), pp. 823-828 (2000).

الف) در این قسمت نحوه‌ی تبدیل رابطه‌ی ۹ به رابطه‌ی ۱۰ نشان داده شده است:

ب) با فرض این که فرایند در حالت تحت کنترل شروع به کار می‌کند، مدت زمانی که فرایند تحت کنترل باقی می‌ماند یک متغیر تصادفی نمایی با میانگین  $1/\lambda$  ساعت خواهد بود. بنابراین، اگر انحراف با دلیل بین نمونه‌های  $i$  و  $i+1$  ظاهر شود آنگاه زمان انتظاری یا متوسط برای مشاهده آن در این فاصله برابر خواهد بود با:

$$\tau = \frac{\int_{ih}^{(i+1)h} e^{-\lambda\psi} \lambda(\psi - ih) d\psi}{\int_{ih}^{(i+1)h} e^{-\lambda\psi} \lambda d\psi} = \frac{1 - (1 + \lambda \cdot h) \cdot e^{-\lambda \cdot h}}{\lambda \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot h})}$$

$$\begin{aligned} W_i &= \log \frac{\left[ \frac{\kappa}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)} \left( \frac{z_i}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^{\kappa-1} \exp\left(-\left(\frac{z_i}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)}\right)^\kappa\right) \right]^{\delta_i} \left[ \exp\left(-\left(\frac{z_i}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)}\right)^\kappa\right) \right]^{1-\delta_i}}{\left[ \frac{\kappa}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^{\kappa-1} \exp\left(-\left(\frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)}\right)^\kappa\right) \right]^{\delta_i} \left[ \exp\left(-\left(\frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)}\right)^\kappa\right) \right]^{1-\delta_i}} \\ &= \delta_i \log \left[ \frac{\kappa}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)} \left( \frac{z_i}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^{\kappa-1} \exp\left(-\left(\frac{z_i}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)}\right)^\kappa\right) \right] - (1 - \delta_i) \left( \frac{z_i}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa \\ &\quad - \delta_i \log \left[ \frac{\kappa}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^{\kappa-1} \exp\left(-\left(\frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)}\right)^\kappa\right) \right] + (1 - \delta_i) \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa \\ &= \delta_i \log \left( \frac{\kappa}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right) + (\kappa - 1) \delta_i \log \left( \frac{z_i}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right) - \delta_i \left( \frac{z_i}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa - \left( \frac{z_i}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa + \delta_i \left( \frac{z_i}{v\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa \\ &\quad - \delta_i \log \left( \frac{\kappa}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right) - (\kappa - 1) \delta_i \log \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right) + \delta_i \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa + \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa - \delta_i \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa \\ &= \delta_i \log \kappa - \delta_i \log v\eta \exp(\beta_1 x_i) + (\kappa - 1) \delta_i \log z_i - (\kappa - 1) \delta_i \log v\eta \exp(\beta_1 x_i) - \frac{1}{v^\kappa} \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa \\ &\quad - \delta_i \log \kappa + \delta_i \log \eta \exp(\beta_1 x_i) - (\kappa - 1) \delta_i \log z_i + (\kappa - 1) \delta_i \log \eta \exp(\beta_1 x_i) + \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa \\ &= -\delta_i \log v\eta \exp(\beta_1 x_i) - (\kappa - 1) \delta_i \log v\eta \exp(\beta_1 x_i) - v^{-\kappa} \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa \\ &\quad + \delta_i \log \eta \exp(\beta_1 x_i) + (\kappa - 1) \delta_i \log \eta \exp(\beta_1 x_i) + \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa \\ &= -\delta_i \log v - \delta_i \log \eta - \delta_i (\beta_1 x_i) - (\kappa - 1) \delta_i \log v - (\kappa - 1) \delta_i \log \eta - (\kappa - 1) \delta_i (\beta_1 x_i) \\ &\quad + \delta_i \log \eta + \delta_i (\beta_1 x_i) + (\kappa - 1) \delta_i \log \eta + (\kappa - 1) \delta_i (\beta_1 x_i) + \left[ \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa (\lambda - v^{-\kappa}) \right] \\ &= -\delta_i \log v - (\kappa - 1) \delta_i \log v + \left[ \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa (\lambda - v^{-\kappa}) \right] \\ &= \left[ (\lambda - v^{-\kappa}) \left( \frac{z_i}{\eta \exp(\beta_1 x_i)} \right)^\kappa \right] - \delta_i \kappa \log v \end{aligned}$$