

# ارائه‌ی مدل ریاضی دوهدفه برای مسئله‌ی زمان‌بندی پرستاران با در نظر گرفتن ترجیحات پرستار مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها

محمد خامنه باقری (دانشجوی کارشناسی ارشد)

فرناز بزرین پور\* (دانشیار)

دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۹ (۱۳-۱۵)  
دوری (۳۶-۱)، شماره ۲/۲، ص. ۲۵-۱۵

تخصیص پرستاران به شیفت‌های کاری در بیمارستان‌ها، مسئله‌ی پیچیده‌ی است. با توجه به اهمیت این موضوع، در این نوشتار یک مدل ریاضی دوهدفه‌ی عدد صحیح با بیشینه‌سازی ترجیحات پرستار و کمینه‌سازی انحراف از محدودیت‌های نرم برای مسئله‌ی زمان‌بندی پرستاران توسعه داده شده است. در مدل پیشنهادی ارائه شده در این نوشتار، ترجیحات پرستار مبتنی بر روش تحلیل پوششی داده‌ها محاسبه شده است. برای این منظور از رتبه‌ی ترجیحی پرستاران، داده‌های مربوط به ترجیحات دوره‌های زمان‌بندی گذشته و سابقه‌ی کاری پرستاران استفاده شده است. مدل مورد نظر با استفاده از اطلاعات مطالعه‌ی موردی در بخش آی‌سی‌یو بیمارستان لقمان حکیم تهران و با نسخه‌ی بهبود یافته‌ی روش محدودیت افسیادون تقویت شده، حل شده است. مقایسه‌ی نتایج حل مدل با روش فعلی نشان می‌دهد که بهبود قابل ملاحظه‌ی از نظر زمان تهیه‌ی جدول زمانی پرستاران و پاسخگویی به ترجیحات پرستاران ایجاد شده و کاهش ساعت‌کاری پرستاران منجر به کاهش هزینه‌های بیمارستان شده است.

واژگان کلیدی: زمان‌بندی پرستاران، ترجیحات پرستار، محدودیت نرم، محدودیت افسیادون تقویت شده، اضافه‌کاری.

m\_khamne@iust.ac.ir  
barzinpour@iust.ac.ir

## ۱. مقدمه

زمان‌بندی پرستاران شامل ایجاد یک جدول زمانی کاری است که شیفت‌های کاری و تعطیل هر پرستار را در طول دوره‌ی برنامه‌ریزی مشخص می‌کند. در طراحی جدول زمانی، شیفت‌های کاری و روزهای تعطیل به تمام پرستاران به‌گونه‌ی تخصیص داده می‌شود که تمامی تقاضاهای شیفت‌ها در بخش‌های یک بیمارستان برآورده شود. در کنار برآورد تقاضا، تمامی قوانین و مقررات ارجاعی از سوی بیمارستان و محدودیت‌های منابع در دسترس در برنامه‌ی شیفت پرستاران اعمال می‌شود. در اکثر بیمارستان‌ها، زمان‌بندی پرستاران به صورت دستی انجام می‌شود و این کار زمان زیادی را از سرپرستار به خود اختصاص می‌دهد. در جدول زمانی ارائه شده به صورت دستی، عدالت در تخصیص شیفت‌های کاری و روزهای تعطیل کمتر در نظر گرفته می‌شود. علاوه بر این، لحاظ نشدن ترجیحات پرستار در هر شیفت، موجب نارضایتی پرستار و افزایش استرس کاری می‌شود. در زمان‌بندی دستی همچنین توجهی به کاهش اضافه‌کاری و افزایش کارایی پرستاران نمی‌شود.<sup>[۱]</sup> زمان‌بندی اثر بخش پرستاران علاوه بر کاهش هزینه‌های فوق، خدمات‌رسانی به بیماران را بهبود می‌بخشد و موجب افزایش رضایت پرستاران و بیماران می‌شود.<sup>[۲]</sup> با توجه به مطالعات متعدد انجام شده در زمینه‌ی زمان‌بندی پرستاران،<sup>[۳-۶]</sup> نسبت به بررسی و طبقه‌بندی مقالات موجود اقدام شده است. بورک و همکاران<sup>[۸]</sup> یک نوشتار مروری جامع از مسائل زمان‌بندی

در طول سال‌های اخیر، هزینه‌های بیمارستان‌ها و مراکز درمانی به شدت افزایش یافته است. به همین منظور از روش‌های بهینه‌سازی برای کاهش هزینه‌های بیمارستان استفاده می‌شود. مدیران مراکز بهداشت و درمان برای دستیابی به این اهداف باید از منابع موجود به صورت کارآمد استفاده کنند. پرستاران یکی از منابع انسانی بسیار مهم بیمارستان‌ها هستند که بخش قابل توجهی از بودجه‌ی سالانه‌ی بیمارستان را به خود اختصاص می‌دهند. پرستاران نقش مهمی در کیفیت خدمات ارائه شده به بیماران دارند و کارایی آنها تأثیر زیادی بر موفقیت بیمارستان دارد.<sup>[۱]</sup> کمبود یا عدم وجود پرستار شایسته در بیمارستان‌ها، به اثرات منفی غیرقابل جبران نظیر مرگ‌ومیر بیماران منتهی می‌شود.<sup>[۲]</sup> بنابراین، مدیران بیمارستان‌ها برای استفاده‌ی مفید از پرستاران به دنبال برقراری عدالت در حجم کار با استفاده از حداقل تعداد پرستاران هستند. کمبود پرستار همچنین از دیگر مسائل چالش برانگیز در سیستم‌های سلامت جهان است؛ در آمریکا، کمبود ۵۰۰۰۰۰ پرستار در سال ۲۰۲۵ پیش‌بینی شده است.<sup>[۳]</sup>

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۸/۴/۱۵، اصلاحیه ۱۳۹۹/۲/۲۷، پذیرش ۱۳۹۹/۴/۱۴.

DOI:10.24200/J65.2020.53511.2004

پرستاران ارائه کردند که در آن به بررسی انواع روش های حل، انواع مسائل و روش های زمان بندی پرداخته اند.

برای مسئله ی زمان بندی پرستاران، مدل های ریاضی مختلفی ارائه شده است. برای روشن شدن تفاوت مدل ریاضی ارائه شده در این تحقیق با مدل های قبلی، در ادامه مقالات مرتبط مورد بررسی قرار گرفته است. حمید و همکاران<sup>[۹]</sup> یک مدل ریاضی چندهدفه برای زمان بندی پرستاران ارائه کردند که اهداف کمیته سازی هزینه های پرستاران، کمیته سازی ناسازگاری بین پرستاران تخصیص داده شده به یک شیفت و بیشینه سازی رضایت مندی پرستاران نسبت به شیفت های تخصیص داده شده را در نظر گرفتند. لین<sup>۱</sup> و همکاران<sup>[۱۰]</sup> یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح تک هدفه برای مسئله ی زمان بندی پرستاران با هدف بیشینه سازی ترجیحات پرستار نسبت به شیفت های کاری و روزهای تعطیل ارائه کردند که در آن ترجیحات پرستار به صورت رتبه یی و از داده های گذشته به صورت ترکیب وزنی استفاده شده است. در مدل سازی مربوط به مسئله ی در نظر گرفته شده در نوشتار لین و همکاران، شیفت های کاری پرستاران به صورت ثابت و سیار در نظر گرفته نشده و همچنین پارامتر سابقه ی کار پرستار برای ترجیحات پرستار لحاظ نشده است. برای شیفت های کاری و روزهای تعطیل در بیمارستانی در کویت، یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح با در نظر گرفتن درخواست های پرستاران ارائه شده است.<sup>[۱۱]</sup> همچنین یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح برای زمان بندی روزهای تعطیل پرستاران بعد از زمان بندی شیفت های کاری ارائه شده است.<sup>[۱۲]</sup>

تعداد زیاد محدودیت ها در مسئله ی زمان بندی پرستاران منجر به عدم دسترسی به جواب شدنی برای مسئله می شود؛ لذا محدودیت های مسئله به دو دسته محدودیت های سخت و نرم تقسیم بندی می شود. محدودیت های سخت باید برقرار شود، ولی انحراف از محدودیت های نرم مجاز است. مسئله ی ارائه شده توسط عزیز<sup>۲</sup> و الشریف<sup>[۱۳]</sup> به صورت یک مدل ریاضی تک هدفه در نظر گرفته شده که هدف آن کمیته سازی انحراف از محدودیت های نرم است. توپالوقلو<sup>۴</sup> و سلیم<sup>[۱۴]</sup> یک مدل ریاضی چندهدفه ی فازی برای مسئله ی زمان بندی پرستاران با هدف کمیته سازی انحراف از محدودیت های نرم ارائه کردند. در نوشتار آنها، عدالت در تخصیص شیفت های کاری و پرستاران شیفت ثابت در نظر گرفته نشده است. با توجه به اهمیت مسئله ی زمان بندی پرستاران، شیوه های مختلفی برای حل این مسائل پیشنهاد شده است. این روش های حل به سه دسته کلی روش های حل دقیق، فراابتکاری و ترکیبی تقسیم بندی شده اند.<sup>[۸]</sup> در ادامه برخی از مقالاتی که از روش های حل دقیق استفاده کرده اند، بررسی می شود. آلا<sup>۶</sup> و اموسات<sup>[۱۵]</sup> از تکنیک برنامه ریزی با محدودیت برای حل مسائل زمان بندی پرستاران استفاده کردند. هدف از مسئله ی در نظر گرفته شده در تحقیق آنها، بیشینه سازی عدالت در تخصیص شیفت ها به پرستاران با رعایت محدودیت های سخت است. نصیری<sup>۸</sup> و راهور<sup>[۱۶]</sup> یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح با هدف بیشینه سازی ترجیحات پرستاران مربوط به تخصیص به شیفت شب و تعطیلات آخر هفته و کمیته سازی تخصیص پرستاران به سه شیفت کاری متوالی ارائه کرده اند. در تحقیق نصیری و راهور، از اطلاعات گذشته و سابقه ی کاری پرستاران برای تعیین ترجیحات پرستار استفاده نشده است. برای حل مدل مربوط به مسئله ی در نظر گرفته شده در تحقیق آنها، از نسخه ی بهبود یافته ی روش محدودیت افسیلون تقویت شده<sup>۱۰</sup> استفاده شده است. حمید و همکاران<sup>[۱۷]</sup> یک مدل ریاضی چندهدفه با هدف کاهش هزینه های بیمارستان و افزایش ترجیحات پرستاران ارائه کردند. برای حل مدل یک رویکرد دومرحله یی ارائه کردند که در مرحله ی اول، از نسخه ی اول روش محدودیت افسیلون تقویت شده استفاده شد و در مرحله ی دوم با استفاده از تحلیل پوششی داده ها (DEA)<sup>۱۱</sup> از بین جواب های پارتویی، بهترین جواب انتخاب

می شود. یکی از روش های حل دقیق برای مسائل چندهدفه، برنامه ریزی آرمانی است که در مسائل زمان بندی پرستاران نیز مورد استفاده قرار گرفته است.<sup>[۱۸]</sup> از طرفی مسائل زمان بندی پرستاران یک مسئله ی NP-hard محسوب می شود.<sup>[۲۰]</sup> و لذا استفاده از روش های حل دقیق زمان بر خواهد بود. برای این منظور روش های ابتکاری و فراابتکاری برای حل مسئله گسترش داده شده است. برخی رویکردهای مورد استفاده برای زمان بندی پرستاران عبارت است از: الگوریتم تبرید شبیه سازی شده،<sup>[۲۱]</sup> الگوریتم ممتیک،<sup>[۲۲]</sup> الگوریتم جست و جو همسایگی متغیر.<sup>[۲۳]</sup> همچنین، در برخی مقالات نیز از روش های حل ترکیبی استفاده شده است. چسکیا<sup>۱۲</sup> و همکاران<sup>[۲۴]</sup> یک روش فراابتکاری با ترکیب تبرید شبیه سازی شده<sup>۱۳</sup> با جست و جوی محلی پیشنهاد کردند که برای حل نسخه ی ایستا دومین مسائل بین المللی زمان بندی پرستاران<sup>۱۴</sup> استفاده شد. برای دوره ی برنامه ریزی چهار هفته، بهترین جواب های شناخته شده برای بسیاری از مسائل بهبود داده شد. رامیل<sup>[۲۵]</sup> برای حل مسائل زمان بندی پرستاران یک استراتژی ترکیبی با الگوریتم بهینه سازی کلونی مورچه<sup>۱۶</sup> و الگوریتم تپه نوردی<sup>۱۷</sup> ارائه کرد. مدل ترکیبی با هدف ارضای محدودیت های سخت و کمیته سازی انحراف از محدودیت های نرم با توجه به قوانین بیمارستان بزرگ در مالزی و ترجیحات پرستار توسعه داده شد. رحیمیان<sup>۱۸</sup> و همکاران<sup>[۲۶]</sup> رویکردی ترکیبی از برنامه ریزی عدد صحیح و برنامه ریزی با محدودیت برای افزایش کارایی حل مدل زمان بندی پرستاران ارائه کرده اند. جین<sup>۱۹</sup> و همکاران<sup>[۲۷]</sup> یک الگوریتم ترکیبی برای حل مسئله ی زمان بندی پرستاران بر اساس ترکیب جست و جوی هارمونی و سیستم ایمنی مصنوعی<sup>۲۰</sup> برای تعادل در جست و جوی محلی و سراسری و جلوگیری از همگرایی زودرس پیشنهاد دادند.

در بررسی مقالات گذشته، به تخصیص عادلانه ی شیفت های مربوط به روزهای تعطیل کمتر توجه شده است. همچنین برای ترجیحات پرستاران، به طور همزمان ترجیحات فعلی پرستاران، سابقه ی کاری پرستاران و داده های مربوط به ترجیحات دوره های گذشته ی پرستاران، در نظر گرفته نشده است.

در تحقیق حاضر، یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح دوهفته برای تخصیص پرستاران به شیفت های کاری ارائه شده است. توابع هدف مدل شامل بیشینه سازی ترجیحات پرستار نسبت به شیفت های کاری و کمیته سازی انحراف از محدودیت های نرم است. نوآوری های نوشتار عبارت است از:

۱. برای برآورد ترجیحات پرستاران، سابقه ی کاری پرستار، داده های مربوط به دوره های زمان بندی گذشته و ترجیحات فعلی پرستار به صورت همزمان در نظر گرفته شده و با استفاده از روش تحلیل پوششی داده ها (DEA) رتبه ی ترجیحی پرستاران محاسبه شده است.
۲. مطالعه ی موردی در بخش آی سی یو بیمارستان لقمان حکیم انجام شده و با توجه به شرایط بیمارستان، پرستاران به دو گروه شیفت های ثابت و سیار تقسیم شدند که بر اساس شیفت مورد نظر، رویکرد ارضای ترجیحات مخصوص به هر شیفت در نظر گرفته شده است.
۳. در تخصیص شیفت های تعطیلات آخر هفته عدالت رعایت شده است.
۴. در تخصیص پرستارانی که تمایلی برای کار در شیفت شب ندارند، عدالت لحاظ شده است.

نوشتار حاضر در هفت بخش تنظیم شده است: در بخش دوم تعریف مسئله و در بخش سوم مدل ریاضی مربوطه ارائه می شود. در بخش چهارم نحوه ی در نظر گرفتن ترجیحات پرستاران و در بخش پنجم روش حل ارائه می شود. در بخش ششم مطالعه ی موردی بیان شده و نهایتاً در بخش پایانی نتیجه گیری ارائه شده است.

## ۲. تعریف مسئله

*Weekend*: مجموعه‌ی آخر هفته‌ها در دوره‌ی برنامه‌ریزی؛  
 $CW_r$ : زیرمجموعه‌ی از اندیس  $j$  که نشان‌دهنده‌ی روزهای موجود در هفته‌ی  $r$ ام است؛  
 $MO$ : مجموعه‌ی پرستاران شیفت صبح؛  
 $MOEV$ : مجموعه‌ی پرستاران شیفت صبح و عصر؛  
 $EVN$ : مجموعه‌ی پرستاران شیفت عصر و شب؛  
 $subHN$ : مجموعه‌ی پرستاران قوی که در غیاب سرپرستار می‌توانند مسئول شیفت باشند؛  
 $SN$ : مجموعه‌ی پرستاران سیار؛  
 $NN$ : زیرمجموعه‌ی پرستاران سیار که تمایل کمتری برای تخصیص به شیفت شب دارند، ولی در صورت لزوم باید به شیفت شب تخصیص داده شوند.

### • اندیس‌ها

اندیس‌های مدل ریاضی به شرح زیر تعریف می‌شوند:  
 $i$ : مجموعه‌ی اندیس پرستاران؛  
 $j$ : مجموعه‌ی اندیس روزهای کاری؛  
 $k$ : مجموعه‌ی اندیس شیفت‌های کاری؛  
 $r$ : مجموعه‌ی اندیس هفته‌های کاری؛  
 $s$ : مجموعه‌ی اندیس مهارت پرستاران ( $s = 1$  سرپرستار؛  $s = 2$  پرستار؛  $s = 3$  کمک پرستار)؛  
 $t$ : مجموعه‌ی اندیس دوره‌های زمانی.

### • پارامترها

پارامترهای مدل ریاضی عبارت‌اند از:  
 $d_{jks}$ : کمترین تعداد پرستار مورد نیاز با مهارت  $s$  برای شیفت  $k$  در روز  $j$ ؛  
 $a_k$ : مدت زمان شیفت  $k$ ؛  
 $MWT$ : بیشینه ساعت کاری پرستار؛  
 $MNWT$ : کمیته ساعت کاری پرستار؛  
 $MWOT$ : بیشینه ساعت اضافه‌کاری پرستار؛  
 $b_{is}$ : اگر پرستار  $i$  دارای مهارت  $s$  باشد، مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد؛  
 $t_{imt}$ : تعداد دفعاتی که پرستار  $i$  به شیفت کاری با رتبه‌ی ترجیحی  $m$  در دوره‌ی  $t$  تخصیص داده شده است؛  
 $t'_{it}$ : تعداد دفعاتی که پرستار  $i$  به روزهای کاری نامطلوب در دوره‌ی  $t$  تخصیص داده شده است؛  
 $\lambda_{it}$ : تعداد شیفت‌های تخصیص داده شده به پرستار  $i$  در دوره‌ی برنامه‌ریزی  $t$ ؛  
 $\xi_{it}$ : تعداد روزهای کاری تخصیص داده شده به پرستار  $i$  در دوره‌ی  $t$ ؛  
 $\theta_m$ : نمره‌ی ترجیحی برای تخصیص به شیفت با رتبه‌ی ترجیحی  $m$  ( $\theta_m = m; m = 1, 2, 3$ )؛  
 $z_i$ : وزن ترجیحی پرستار  $i$  برای شیفت کاری؛  
 $v_i$ : وزن ترجیحی پرستار  $i$  برای روزهای کاری؛  
 $p_{ik}$ : ارضاء ترجیحات پرستار  $i$  برای شیفت کاری  $k$ ؛  
 $f_{ij}$ : ارضاء ترجیحات پرستار  $i$  برای روز کاری  $j$ ؛  
 $L_{ik}$ : رتبه‌ی ترجیحی پرستار  $i$  برای شیفت کاری  $k$  در دوره برنامه‌ریزی فعلی؛  
 $LL_{ij}$ : رتبه‌ی ترجیحی پرستار  $i$  برای روز کاری  $j$  در دوره برنامه‌ریزی فعلی؛  
 $WE_i$ : سابقه کاری پرستار  $i$ ام؛

زمان‌بندی پرستاران عبارت است از این که هر پرستار باید در مجموعه‌ی مناسبی از شیفت‌های کاری در یک بازه برنامه‌ریزی مشخص به کارگمارده شود. جزئیات مسئله و دامنه‌ی اهداف آن، از کمینه‌سازی هزینه‌ها تا بیشینه‌سازی ترجیحات پرستار، از یک بیمارستان به بیمارستان دیگر تغییر می‌کند. مسئله‌ی در نظر گرفته شده در این تحقیق بر اساس نیاز بخش آی‌سی‌یو و قراردادهای کاری و سیاست‌های بیمارستان لقمان حکیم تهران طراحی شده است. پرستاران این بیمارستان به دو گروه شیفت ثابت و شیفت سیار تقسیم می‌شوند:

- پرستاران با شیفت ثابت: پرستارانی هستند که در طول دوره‌ی برنامه‌ریزی به شیفت‌های مشخصی تخصیص داده می‌شوند. مثلاً پرستارانی که فقط به شیفت‌های صبح تخصیص داده می‌شوند.
  - پرستاران سیار: پرستارانی هستند که در طول دوره برنامه‌ریزی دارای شیفت کاری مشخص نیستند و طبق نیاز هر بخش به هر شیفت کاری در هر روز تخصیص داده می‌شوند.
- برای مدل‌سازی مربوط به مسئله‌ی در نظر گرفته شده در این نوشتار، محدودیت‌ها به دو دسته‌ی نرم و سخت تقسیم‌بندی شدند؛ برای محدودیت‌های نرم از مسئله‌ی ارائه شده توسط توپالوفلو و سلیم<sup>[۱۲]</sup> استفاده شده است.
- مفروضات در نظر گرفته شده برای مدل ریاضی عبارت است از:
۱. دوره برنامه‌ریزی چهار هفته (۲۸ روز) است.
  ۲. امکان انقطاع در شیفت کاری وجود ندارد، به این معنا که چنانچه پرستاری به شیفتی تخصیص داده شود، موظف است در تمام بازه زمانی شیفت مورد نظر حضور یابد.
  ۳. تعداد پرستار مورد نیاز در هر شیفت مشخص است. برای پوشش تقاضای هر شیفت در صورت نیاز پرستاران از درجه‌ی مهارت‌های بالاتر می‌توانند به جای پرستاران با درجه‌ی مهارت کمتر به کار گرفته شوند.
  ۴. منظور از روز تعطیل مربوط به هر پرستار، روزی است که در آن شیفتی به پرستار تخصیص داده نشود.
  ۵. درخواست‌های پرستار برای تخصیص به شیفت خاص و یا روز کاری خاص در دوره‌ی برنامه‌ریزی در نظر گرفته شده است.
  ۶. برای جبران کمبود پرستار در بخش آی‌سی‌یو از اضافه‌کاری استفاده شده است.

## ۳. مدل ریاضی

در این بخش مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح دو هدفه برای مسئله‌ی تحقیق ارائه شده است. همچنین مجموعه‌ها، اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم معرفی شده است.

### ۱.۳. مجموعه‌ها

$I$ : مجموعه‌ی پرستاران؛  
 $J$ : مجموعه روزهای دوره‌ی برنامه‌ریزی؛  
 $R$ : مجموعه‌ی هفته‌های کاری در دوره‌ی برنامه‌ریزی؛

c: پایه وزن ترجیحی؛

TOR: میزان اضافه‌کاری مورد نیاز در طول دوره برنامه‌ریزی؛

n<sub>s</sub>: تعداد کل پرستاران مورد نیاز از سطح مهارت s در دوره برنامه‌ریزی؛

u<sub>is</sub>: اگر پرستار i با سطح مهارت s در آخرین روز دوره برنامه‌ریزی قبلی به شیفت شب تخصیص داده شود، مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد؛

g<sub>iz</sub>: در صورتی که پرستار i در روز j درخواست مرخصی کرده باشد مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد؛

Q<sub>is</sub>: بیشترین تعداد شیفت کاری در آخر هفته برای پرستار i با سطح مهارت s در دوره برنامه‌ریزی؛

W<sub>p</sub>: وزن انحراف از محدودیت نرم pام.

• نحوه‌ی محاسبه‌ی برخی از پارامترها:

برای محاسبه‌ی پارامترها، با استفاده از رابطه‌ی ۱ بیشترین تعداد شیفت کاری آخر هفته‌ی پرستاران محاسبه می‌شود. رابطه‌ی ۲ و ۳ به منظور محاسبه‌ی وزن ترجیحی پرستاران برای شیفت‌های کاری و روزهای کاری است.<sup>[۱۰]</sup>

$$Q_{is} = \left( \sum_{j \in \text{weekend}} \sum_{k=1}^r d_{jks} \right) / n_s$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N \quad s = 1, 2, 3 \quad (1)$$

$$z_i = \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T \left[ \left( \frac{t_{imt}}{\lambda_{it}} \right) * \theta_m \right]$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2)$$

$$v_i = c^{t_{it}} \left[ \left( \frac{t_{it}}{\sigma_{it}} \right) \right]$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3)$$

• متغیرهای تصمیم

متغیرهای مدل پیشنهادی عبارت‌اند از:

x<sub>ijk</sub>: اگر پرستار i در روز j به شیفت k تخصیص یابد، مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد؛

y<sub>ijz</sub>: اگر پرستار i در روز j به شیفت k به صورت اضافه‌کاری تخصیص یابد، مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد؛

h<sub>iz</sub>: اگر پرستار i در روز j تعطیل باشد، مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد؛

hh<sub>iz</sub>: اگر پرستار i در روز j به شیفتی به صورت عادی یا اضافه‌کاری تخصیص داده شود مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

متغیرهای زیر برای تخصیص پرستاران شیفت ثابت مطابق با الگوی شیفتی خود در نظر گرفته شده است:

dMO<sub>iz</sub>: اگر پرستار i در روز j به شیفت عصر یا شب تخصیص داده شود مقدار ۱ می‌گیرد و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد؛

dMOE<sub>iz</sub>: اگر پرستار i در روز j به شیفت شب تخصیص داده شود مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد؛

dEV<sub>iz</sub>: اگر پرستار i در روز j به شیفت صبح تخصیص داده شود مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد؛

dSH<sub>i</sub>: تعداد دفعاتی که پرستار شیفت ثابت i مطابق با الگوی شیفتی خود تخصیص داده نشده است.

۲.۳. تابع هدف و محدودیت‌ها

$$\text{Max } Z1 = \sum_{i \in SN} \sum_{j=1}^D \sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r p_{ik} b_{is} x_{ijk} + \sum_{i \notin SN} \sum_{j=1}^D \sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r f_{ij} b_{is} x_{ijk} \quad (4)$$

تابع هدف ۴ به دنبال بیشینه‌سازی ارضاء ترجیحات پرستاران سیار برای شیفت‌های کاری و پرستاران با شیفت‌های ثابت برای روزهای کاری در طول هفته با توجه به سابقه‌ی خدمت، دوره‌های زمان‌بندی گذشته و ترجیحات آنها در دوره‌ی زمان‌بندی فعلی است.

$$\text{Min } Z2 = W_1 \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^D \text{don}_{ij}^+ \right) + W_2 \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^D \text{do}_{ij}^+ \right) + W_3 \left( \sum_{s=1}^r \sum_{j=1}^D \sum_{k=1}^r \text{ip}_{jks} \right) + W_4 \left( \sum_{i=1}^N \sum_{i'=1}^N \sum_{s=1}^r \text{df}_{i'i's}^+ \right) + W_5 \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^D \text{dl}_{ij}^+ + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^D \text{do}_{ij}^+ \right) + W_6 \left( \sum_{i=1}^N \text{dSH}_i \right) \quad (5)$$

تابع هدف ۵ برای کمیته‌سازی انحراف از محدودیت‌های نرم است.

الف) محدودیت‌های نرم

$$\sum_{i=1}^N b_{is} (x_{ijk} + y_{ijk}) - \text{ip}_{jks} + \text{in}_{jks} = d_{jks}$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, D \quad k = 1, 2, 3 \quad s = 1, 2, 3 \quad (6)$$

با بررسی مطالعه‌ی موردی متوجه شدیم که تعداد پرستار تخصیص یافته به برخی شیفت‌ها بیشتر از تعداد پرستاران مورد نیاز است، بنابراین محدودیت ۶ بیشترین تعداد پرستار تخصیص یافته به هر شیفت را کنترل می‌کند. متغیرهای ip<sub>jks</sub> و in<sub>jks</sub> به ترتیب انحراف مثبت و انحراف منفی از تعداد پرستار مورد نیاز با مهارت s در روز j برای شیفت k را نشان می‌دهد.

$$h_{ij} + \sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r x_{ij+rk} b_{is} + \sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r y_{ij+rk} b_{is} + h_{ij+1} - \text{don}_{ij}^+ + \text{don}_{ij}^- = 2$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, D - 2 \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r x_{ijk} b_{is} + \sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r y_{ijk} b_{is} + h_{ij+1} + \sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r x_{ij+rk} b_{is} + \sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r y_{ij+rk} b_{is} + \text{do}_{ij}^- - \text{do}_{ij}^+ = 2$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D - 2 \quad (8)$$

بر اساس مطالعه‌ی موردی سعی شده از الگوهای یک روز کاری مابین دو روز تعطیل و یک روز تعطیل مابین دو روز کاری جلوگیری شود. محدودیت‌های ۷ و ۸ به ترتیب نشان‌دهنده‌ی این موضوع هستند. don<sub>ij</sub><sup>+</sup> و don<sub>ij</sub><sup>-</sup> به ترتیب مقدار انحراف مثبت و منفی از الگوی یک روز کاری مابین دو روز تعطیل برای پرستار i در روز j را نشان

محدودیت ۱۵ بیان می‌کند که هر پرستار در هر روز باید در یک شیفت کار کند یا تعطیل باشد.

$$\sum_{s=1}^r \sum_{j \in cw_r} b_{is}(x_{ijr} + y_{ijr}) \leq 4 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D \quad (16)$$

با توجه به قوانین بیمارستان محدودیت ۱۶ تضمین می‌کند که بیشترین تعداد شیفت‌های شب تخصیص داده شده به هر پرستار در طول هفته برابر ۴ باشد.

$$\sum_{j=1}^D \sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r a_k x_{ijk} \geq MNWT \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^D \sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r a_k x_{ijk} \leq MWT \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (18)$$

در دوره برنامه‌ریزی هر پرستار دارای ساعت کاری مشخص است. محدودیت‌های ۱۷ و ۱۸ به ترتیب کمینه و بیشینه ساعت کاری برای هر پرستار در دوره برنامه‌ریزی (۲۸ روز) را مشخص می‌کند.

$$\sum_{s=1}^r b_{is} x_{ijk} + \sum_{s=1}^r b_{is} y_{ijk} \leq 1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D \quad k = 1, 2, 3 \quad (19)$$

محدودیت ۱۹ تضمین می‌کند وقتی که پرستاری به صورت عادی به یک شیفت تخصیص داده شده است، نمی‌تواند به صورت اضافه‌کاری نیز به همان شیفت تخصیص داده شود.

$$\sum_{s=1}^r b_{is} x_{ijr} + \sum_{s=1}^r b_{is} x_{ijr} + \sum_{s=1}^r b_{is} y_{ijr} + \sum_{s=1}^r b_{is} y_{ijr} \leq h_{ij+1} + 1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D - 1 \quad (20)$$

محدودیت ۲۰ بیان می‌کند که بعد از تخصیص شیفت عصر و شب به صورت متوالی به پرستار باید یک روز تعطیل باشد.

$$\sum_{i=1}^N b_{is} x_{ijk} = 1 \quad j \notin weekend \quad s = 1 \quad k = 1 \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^N b_{is} x_{ijk} = 0 \quad j \in weekend \quad s = 1 \quad k = 1 \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^N b_{is}(x_{ijk} + y_{ijk}) = 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, D \quad k = 2, 3 \quad s = 1 \quad (23)$$

می‌دهد. همچنین  $dop_{ij}^+$  و  $dop_{ij}^-$  به ترتیب مقدار انحراف مثبت و منفی از الگوی یک روز تعطیل مابین دو روز کاری برای پرستار  $i$  در روز  $j$  را نشان می‌دهد.

$$\left( \sum_{j=1}^D x_{ijr} - \sum_{j=1}^D x_{i'r} \right)^2 - df_{ii'}^+ + df_{ii'}^- = 0 \quad i < i' \quad i, i' \in NN \quad (9)$$

محدودیت نرم ۹ به دنبال تخصیص متعادل شیفت شب بین پرستارانی است که تمایل به کار در شیفت شب ندارند. متغیرهای  $df_{ii'}^+$  و  $df_{ii'}^-$  به ترتیب بیان‌گر مقدار انحراف مثبت و منفی از تخصیص عادلانه‌ی شیفت شب بین پرستاران  $i$  و  $i'$  است.

$$\sum_{s=1}^r b_{is} x_{ijr} + \sum_{s=1}^r b_{is} x_{ijr} + \sum_{s=1}^r b_{is} y_{ijr} + \sum_{s=1}^r b_{is} y_{ijr} - h_{ij+2} - 1 - do_{ij}^+ + do_{ij}^- = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D - 2 \quad (10)$$

محدودیت نرم ۱۰ تضمین می‌کند که بعد از تخصیص شیفت عصر و شب به پرستار، باید روز دوم تعطیل باشد. متغیرهای  $do_{ij}^+$  و  $do_{ij}^-$  به ترتیب مقدار انحراف مثبت و منفی از تعطیلی روز دوم بعد از شیفت عصر و شب برای پرستار  $i$  در روز  $j$  را بیان می‌کند.

$$\sum_{s=1}^r u_{is} - h_{ij} - dl_{ij}^+ + dl_{ij}^- = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 2 \quad (11)$$

محدودیت نرم ۱۱ تضمین می‌کند که اگر پرستار در آخرین روز از دوره‌ی گذشته به شیفت عصر و شب تخصیص یابد، باید روز دوم از دوره‌ی برنامه‌ریزی فعلی تعطیل باشد. متغیرهای  $dl_{ij}^+$  و  $dl_{ij}^-$  به ترتیب مقدار انحراف مثبت و منفی از تعطیلی روز دوم بعد از شیفت عصر و شب تخصیص داده شده در دوره قبل برای پرستار  $i$  در روز  $j$  را بیان می‌کند.

ب) محدودیت‌های سخت

$$\sum_{i=1}^N b_{is}(x_{ijk} + y_{ijk}) \geq d_{jks} \quad j = 1, 2, 3, \dots, D \quad s = 1, 2, 3 \quad k = 1, 2, 3 \quad (12)$$

محدودیت ۱۲ حداقل تعداد پرستار مورد نیاز برای هر شیفت در هر روز را تضمین می‌کند.

$$\sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r b_{is} x_{ijk} + \sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r b_{is} y_{ijk} \geq hh_{ij} \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r b_{is} x_{ijk} + \sum_{k=1}^r \sum_{s=1}^r b_{is} y_{ijk} \leq 2hh_{ij} \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D \quad (14)$$

محدودیت‌های ۱۳ و ۱۴ تضمین می‌کنند که اگر پرستار در یک روز به شیفت کاری عادی یا اضافه‌کاری تخصیص داده شود، آن‌گاه متغیر کمکی  $hh_{ij}$  مقدار ۱ بگیرد و در غیر این صورت مقدار صفر بگیرد.

$$hh_{ij} + h_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D \quad (15)$$

محدودیت‌های ۲۹-۳۲ برای تخصیص پرستاران به شیفت‌های کاری مطابق با گروه شیفتی خود اشاره دارد. به این صورت که تعداد دفعاتی که هر پرستار به شیفتی غیر از گروه شیفتی خود تخصیص داده شده، محاسبه می‌شود و به عنوان محدودیت نرم در تابع هدف قرار می‌گیرد و تابع هدف به دنبال کمینه‌سازی این مقدار است. در بیمارستان برای هر شیفت کاری باید یک مسئول شیفت تعیین شود تا به امور مربوط به مدیریت و اداره‌ی پرستاران در آن شیفت بپردازد. در شیفت‌هایی که سرپرستار حضور دارد، مسئول شیفت، سرپرستار است ولی در شیفت‌های عصر، شب و روزهای تعطیل و همچنین روزهایی که سرپرستار در مرخصی است باید حداقل یکی از پرستارانی که توانایی و تجربه اداره بخش را دارند به هر شیفت کاری تخصیص داده شود. به پرستارانی که توانایی و تجربه‌ی مدیریت بخش را دارند، «پرستار ارشد» گفته می‌شود.

$$\sum_{i \in subHN} (x_{ij1} + y_{ij1}) - g_{1j} \geq 0 \quad (33)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, D$$

در روزهایی که سرپرستار درخواست مرخصی کرده است، با توجه به این که درخواست مرخصی سرپرستار مورد تأیید باشد، باید حداقل یکی از پرستارانی که توان جانشینی او را دارد، به شیفت صبح تخصیص داده شود (محدودیت ۳۳).

$$\sum_{i \in subHN} (x_{ijk} + y_{ijk}) \geq 1 \quad (34)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, D \quad k = 2, 3$$

محدودیت ۳۴ بیان می‌کند که در شیفت‌های عصر، شب و روزهای تعطیل که سرپرستار در بخش حاضر نیست، حداقل یکی از پرستاران ارشد به شیفت تخصیص داده شود.

$$g_{ij} \leq h_{ij} \quad (35)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D$$

محدودیت ۳۵ یک محدودیت تضمینی است که اطمینان حاصل می‌کند که اگر پرستار درخواست مرخصی داشته باشد، باید در آن روز تعطیل باشد و شیفتی به او تخصیص داده نشود.

$$\sum_{s=1}^3 b_{is}(x_{ij2} + y_{ij2} + x_{ij+1} + y_{ij+1}) \leq 1 \quad (36)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D$$

بر اساس محدودیت ۳۶، اگر پرستار به شیفت شب تخصیص داده شود نباید در روز بعد به شیفت صبح تخصیص یابد.

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad (37)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D$$

$$k = 1, 2, 3$$

$$y_{ijk} \in \{0, 1\} \quad (38)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D$$

$$k = 1, 2, 3$$

$$h_{ij} \in \{0, 1\} \quad (39)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D$$

مجموعه محدودیت‌های ۲۱-۲۳ برای این موضوع است که سرپرستار فقط در شیفت صبح کار می‌کند و آخر هفته‌ها تعطیل است.

$$\sum_{s=1}^3 b_{is}x_{ij1} + \sum_{s=1}^3 b_{is}y_{ij1} + \sum_{s=1}^3 b_{is}x_{ij2} + \sum_{s=1}^3 b_{is}y_{ij2} \leq 1 \quad (24)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1, 2, 3, \dots, D$$

محدودیت ۲۴ تضمین می‌کند که یک پرستار در شیفت صبح و عصر، یا در شیفت عصر و شب می‌تواند به صورت عادی یا اضافه‌کاری کار کند. همچنین این محدودیت از تخصیص سه شیفت متوالی به یک پرستار نیز جلوگیری می‌کند.

$$\sum_{j=1}^D \sum_{k=1}^3 \sum_{s=1}^3 a_k y_{ijk} \leq MWOT \quad (25)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N$$

محدودیت ۲۵ بیشترین ساعت کاری هر پرستار در دوره برنامه‌ریزی را مشخص می‌کند.

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^D \sum_{k=1}^3 \sum_{s=1}^3 a_k y_{ijk} \leq TOR \quad (26)$$

محدودیت ۲۶ بیشترین اضافه‌کاری برای هر پرستار در دوره برنامه‌ریزی (۲۸ روزه) را مشخص می‌کند. برای جلوگیری از تخصیص بیش از حد اضافه‌کاری در دوره برنامه‌ریزی، میزان ساعت اضافه‌کاری کل برای تمام پرستاران محدود شده است.

$$\sum_{j \in weekend} \sum_{k=1}^3 b_{is}(x_{ijk} + y_{ijk}) \leq Q_{is} \quad (27)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N \quad s = 1, 2, 3$$

محدودیت ۲۷ به دنبال تخصیص عادلانه‌ی شیفت‌های آخر هفته بین پرستاران است.

$$\sum_{s=1}^3 u_{is} \leq h_{ij} \quad (28)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N \quad j = 1$$

محدودیت ۲۸ تضمین می‌کند که اگر پرستار در آخرین روز از دوره برنامه‌ریزی گذشته به شیفت عصر و شب تخصیص داده شده است، باید در اولین روز از دوره برنامه‌ریزی جدید تعطیل باشد.

$$dMO_{ij} \geq \frac{1}{4}(x_{ij2} + y_{ij2} + x_{ij3} + y_{ij3}) \quad (29)$$

$$i \in MO \quad j = 1, 2, 3, \dots, D$$

$$dMOEV_{ij} = x_{ij2} + y_{ij2} \quad (30)$$

$$i \in MOEV \quad j = 1, 2, 3, \dots, D$$

$$dEVN_{ij} = x_{ij1} + y_{ij1} \quad (31)$$

$$i \in EVN \quad j = 1, 2, 3, \dots, D$$

$$dSH_i = \sum_{j=1}^D (dMO_{ij} + dMOEV_{ij} + dEVN_{ij}) \quad (32)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N$$

جدول ۱. متغیرهای ورودی و خروجی پرستاران برای ترجیحات شیفت و روزکاری بر مبنای DEA.

متغیر	طبقه	علامت اختصاری	علامت اختصاری
وزن ترجیحی پرستار بر اساس داده‌های گذشته	خروجی	$z_i$	$v_i$
سابقه کاری پرستار	خروجی	$WE_i$	$WE_i$
ترجیح پرستار در زمان بندی فعلی	ورودی	$L_{ik}$	$LL_{ij}$
		(برای شیفت کاری)	(برای شیفت کاری)

۳ کمترین ترجیح برای یک روز خاص است. سپس پارامتر وزن ترجیحی پرستار برای روز کاری با استفاده از ترجیحات پرستاران نسبت به روزهای کاری و داده‌های جدول زمانی دوره‌های گذشته محاسبه می‌شود. کارایی به عنوان پارامتر ارضای ترجیحات پرستار برای روزهای کاری ( $f_{ij}$ ) از روش تحلیل پوششی داده‌ها محاسبه شده است. برای این منظور دو متغیر خروجی و یک متغیر ورودی انتخاب شدند. همچنین اهمیت ترجیحی هر روز برای هر پرستار به عنوان یک واحد تصمیم‌گیری در نظر گرفته شد. متغیرهای خروجی و ورودی در جدول ۱ نشان داده شده است.

## ۵. روش حل

با توجه به این که در نظر گرفتن چندین تابع هدف به انعطاف پذیری مدل و واقعی تر شدن آن کمک می‌کند، در این نوشتار مدل زمان بندی پرستاران به صورت دوهدفه در نظر گرفته شده است. از طرفی در مسائل چندهدفه، اهداف در تضادند و تعریف مجموعه جواب‌های غیر مسلط ضروری است، به طوری که یک تابع هدف را بهینه کند و با محدود کردن دیگر تابع هدف‌ها باعث بدتر شدن آنها نشود.<sup>[۱۶]</sup> روش محدودیت افسیلون یکی از روش‌های رایج در حل مسائل چندهدفه است، که به ویژه در مدل‌های زمان بندی پرستاران مورد استفاده واقع شده است.<sup>[۲۸، ۱۶]</sup> ماورتاز<sup>۲۱</sup> و فلوریز<sup>۲۹</sup> برای حل مسائل چندهدفه‌ای عدد صحیح نسخه‌ی بهبود یافته‌ی روش محدودیت افسیلون تقویت شده را توسعه دادند. به منظور کارایی روش محدودیت افسیلون توسعه داده شده در یافتن جواب‌های غیرمسلط، در این تحقیق از این روش برای حل مدل پیشنهادی استفاده شده است. ایده‌ی اصلی روش این است که ابتدا مقدار بهینه‌ی هر کدام از اهداف مثل روش لکزیکوگرافی<sup>۲۳</sup> به صورت جداگانه محاسبه شود و با استفاده از مقادیر تابع هدف جدول دادوستد به دست می‌آید. با استفاده از این جدول بدترین و بهترین مقدار هر یک از اهداف انتخاب می‌شود. سپس دامنه‌ی هر کدام از اهداف محاسبه و به فاصله‌های مساوی با استفاده از نقاط راهنما تقسیم می‌شود. در مرحله‌ی بعدی یکی از اهداف به عنوان تابع هدف روش انتخاب و سایر اهداف به عنوان محدودیت در مدل در نظر گرفته می‌شود. مدل به صورت تکراری حل شده و در هر مرحله مقادیر سمت راست هر یک از اهداف موجود در محدودیت‌ها افزایش می‌یابد. فرمول بندی روش در رابطه‌ی ۴۳

محدودیت‌های ۳۷ تا ۳۹ بیان‌گر نوع متغیرهای تصمیم مدل هستند.

## ج) خطی سازی مدل

در مدل ارائه شده رابطه‌ی ۹ غیرخطی است؛ برای خطی کردن آن محدودیت‌های ۴۰ و ۴۱ به مدل اضافه شده است و متغیر تصمیم  $k_{ii'}$  میزان اختلاف در تخصیص شیفت شب به پرستار  $i'$  و  $i$  را نشان می‌دهد. رابطه‌ی ۴۲ جایگزین رابطه‌ی ۹ می‌شود.

$$\sum_{j=1}^D b_{is} x_{ijz} - \sum_{j=1}^D b_{i's} x_{i'jz} \leq k_{ii'} \quad (40)$$

$$i, i' = 1, 2, 3, \dots, N$$

$$i < i' \quad i, i' \in NN$$

$$\sum_{j=1}^D b_{i's} x_{i'jz} - \sum_{j=1}^D b_{is} x_{ijz} \leq k_{ii'} \quad (41)$$

$$i, i' = 1, 2, 3, \dots, N$$

$$i < i' \quad i, i' \in NN$$

$$k_{ii'} - df_{ii'}^+ + df_{ii'}^- = 0 \quad (42)$$

$$i, i' = 1, 2, 3, \dots, N$$

$$i < i' \quad i, i' \in NN$$

## ۴. در نظر گرفتن ترجیحات پرستاران با شیوه‌ی جدید

در این تحقیق، پرستاران بیمارستان به دو گروه شیفت ثابت و سیار تقسیم شده‌اند. برای پرستاران سیار، شیفت‌های کاری به صورت رتبه‌ی به عنوان ترجیحات در نظر گرفته شده است. رتبه‌ی ترجیحی برای هر شیفت به سه گروه بیشترین ترجیح، ترجیح متوسط و کمترین ترجیح تقسیم می‌شود. قبل از مدل سازی مسئله از پرستاران خواسته شد که ترجیحات خود را نسبت به شیفت‌های کاری بیان کنند. رتبه‌ی ترجیحی برای هر شیفت به صورت ۱، ۲، ۳ و ۴ در نظر گرفته شد که رتبه‌ی ترجیحی ۱ نشان دهنده‌ی بیشترین ترجیح، ۲ ترجیح متوسط و ۳ کمترین ترجیح برای یک شیفت خاص است. پس از به دست آوردن ترجیحات پرستاران نسبت به شیفت‌های کاری و داده‌های جدول زمانی دوره‌های گذشته، تعداد دفعاتی که هر پرستار به شیفت با رتبه‌های ترجیحی اعلام شده تخصیص یافته است، محاسبه می‌شود و با استفاده از این پارامتر، وزن ترجیحی پرستار برای شیفت کاری ( $z_i$ ) به دست می‌آید. در این پژوهش، اولویت تخصیص با پرستارانی است که وزن ترجیحی و سابقه‌ی کاری بالاتری دارند. برای این منظور از روش تحلیل پوششی داده‌ها برای محاسبه میزان اهمیت تخصیص پرستار به شیفت‌های ترجیحی استفاده کردیم. کارایی به عنوان پارامتر ارضای ترجیحات پرستار برای شیفت‌های کاری ( $p_{ik}$ ) در مدل منظور شد. برای این منظور دو متغیر خروجی و یک متغیر ورودی انتخاب شدند. همچنین اهمیت ترجیحی هر شیفت برای هر پرستار به عنوان یک واحد تصمیم‌گیری در نظر گرفته شده است. متغیرهای خروجی و ورودی در جدول ۱ نشان داده شده است. برای پرستاران شیفت ثابت، روزهای کاری به صورت رتبه‌ی به عنوان ترجیحات در نظر گرفته شد. رتبه‌ی ترجیحی برای هر روز به سه گروه بیشترین ترجیح، ترجیح متوسط و کمترین ترجیح تقسیم شد. قبل از مدل سازی مسئله از پرستاران خواسته شد که ترجیحات خود را نسبت به روزهای کاری بیان کنند. در این تحقیق، رتبه‌ی ترجیحی برای هر روز به صورت ۱، ۲، ۳ و ۴ در نظر گرفته شده است. رتبه‌ی ترجیحی ۱ نشان دهنده‌ی بیشترین ترجیح، ۲ ترجیح متوسط و

جدول ۲. وزن مربوط به انحراف از محدودیت‌های نرم.

وزن انحراف از محدودیت نرم	محدودیت نرم
۰/۰۳۳	الگوی کاری
۰/۳۸۳	تخصیص مطابق الگوی شیفتی
۰/۰۴۱	عدالت در تخصیص شیفت شب
۰/۰۹۱	روز دوم تعطیلی بعد از شیفت عصر و شب
۰/۰۸۸	روز دوم تعطیلی بعد از شیفت عصر شب دوره قبل
۰/۳۶۳	تعداد پرستار مازاد هر شیفت

جدول ۳. شیفت‌های کاری و جزئیات مربوط به آنها در بیمارستان لقمان.

طول شیفت (ساعت)	ساعت شروع و پایان	نوع شیفت	برجسب شیفت کاری
۷	۱۴:۱۵ - ۷:۱۵	صبح	۱
۶	۱۹:۳۰ - ۱۳:۳۰	عصر	۲
۱۳	۸:۰۰ - ۱۹:۰۰	شب	۳

و توسط یک رایانه‌ی قابل حمل با پردازنده‌ی ۱/۸ گیگاهرتز و رم ۴ گیگابایت در محیط سیستم عامل ویندوز ۸ اجرا شده است.

در شکل ۱ نتایج زمان‌بندی فعلی با روش دستی و نتایج مدل ریاضی پیشنهادی مقایسه شده است. در این نمودار ابتدا تعداد شیفت‌های صبح و عصر تخصیص داده شده به پرستاران در مدل ریاضی و روش فعلی مورد مقایسه قرار گرفته است. همچنین در بیمارستان به برخی از پرستاران شیفت‌های ۲۴ ساعته یعنی شیفت صبح و عصر و شب متوالی در یک روز تخصیص داده شده که این کار در مدل ریاضی ممنوع در نظر گرفته شده است. طبق قوانین بیمارستان، پرستارانی که به شیفت عصر و شب تخصیص داده می‌شوند باید در روز بعدی تعطیل باشند. ولی در جدول‌های زمانی بیمارستان در برخی موارد این محدودیت رعایت نشده است. از طرفی با توجه به این که در این بخش برخی از پرستاران متعلق به گروه شیفت خاصی هستند، باید تا حد امکان این پرستاران مطابق با گروه شیفتی خودشان تخصیص داده شوند. این در حالی است که در روش دستی محدودیت‌های فوق در برخی موارد در نظر گرفته نشده است. جدول ۴ خلاصه‌ی نتایج محاسباتی از مدل‌های ریاضی پیشنهادی و روش فعلی را نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود مقدار انحراف از محدودیت‌های نرم، ترجیحات، میزان کل ساعت کاری و اضافه‌کاری تحمیلی پرستاران و زمان اجرا مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق، توابع هدف با استفاده از وزن‌دهی بی‌مقیاس شده‌اند. زمان حل روش فعلی (روش دستی) موجود در جدول ۴ با استفاده از نظر سرپرستارانی که مسئول زمان‌بندی پرستاران بودند، اعلام شده است. نتایج نشان می‌دهد که مدل ریاضی پیشنهادی، انحراف از محدودیت‌های نرم را ۷۵٪ کاهش و ترجیحات پرستار را ۱۳٪ افزایش داده است. از طرفی زمان تولید جدول زمانی در مدل ریاضی بسیار کمتر از روش دستی است. همچنین میزان کل اضافه‌کاری پرستاران در یک دوره‌ی برنامه‌ریزی (۲۸ روزه) ۲۰٪ کاهش یافته که منجر به کاهش هزینه‌های بیمارستان خواهد شد.

به منظور تصمیم‌گیری‌های مدیریتی می‌توان از تحلیل حساسیت در شکل ۲ استفاده کرد به طوری که با توجه به کمبود پرستار در بیمارستان، نیاز به اضافه‌کاری یا افزایش تعداد پرستار بررسی می‌شود. با توجه به شکل ۲، مدیر با بررسی هزینه‌های هر دو رویکرد و همچنین امکانات موجود در بیمارستان قادر خواهد بود تصمیم‌گیری بهتری انجام دهد. علاوه بر این تحلیل حساسیت فوق، رفتار درست مدل ریاضی پیشنهادی را نشان می‌دهد.

همچنین در شکل ۳ تغییرات تابع هدف دوم (کمینه‌سازی محدودیت‌های نرم) نسبت به بیشینه ساعت موظف پرستاران نشان داده شده است. به‌طور کلی برای مقادیر کمتر از ۱۷۰ ساعت، مسئله جواب شدنی نخواهد داشت. با افزایش بیشینه ساعت کاری پرستاران مقدار تابع هدف ابتدا کاهش قابل توجهی پیدا خواهد کرد ولی در ادامه کاهش نمودار شیب کمتری پیدا می‌کند. با توجه به این که محدودیت مربوط به حداکثر ساعت کاری پرستاران به‌صورت کمتر مساوی است، به ازای افزایش سمت راست فضای شدنی مسئله نیز بزرگتر شده و در نتیجه تابع هدف نیز بهینه می‌شود.

ارائه شده است.  $S$ ، به عنوان فضای شدنی و  $SP$ ، به عنوان متغیر کمکی برای جلوگیری از جواب‌های مؤثر ضعیف و  $eps$  به عنوان یک عدد کوچک معمولاً بین  $10^{-3}$  و  $10^{-6}$  است.

$$\max(f_1(x) + eps * (s_r/r_r + 10^{-1} * s_r/r_r + \dots + 10^{-(p-1)} * s_p/r_p))$$

Subject to :

$$f_r(x) - s_r = e_r$$

$$f_r(x) - s_r = e_r \dots$$

$$f_p(x) - s_p = e_p$$

$$s_i \in R^+$$

$$x \in s \quad (43)$$

در این تحقیق، از تکنیک مقایسات زوجی برای تعیین وزن محدودیت‌های نرم استفاده شده است. ضمناً نرخ ناسازگاری به دست آمده توسط نرم‌افزار Expert Choice ۱۱، ۰/۰۸ گزارش شده است. با توجه به این که نرخ ناسازگاری کمتر از ۰/۱ به دست آمده است، پس این مقایسات زوجی مورد قبول است.<sup>[۳۰]</sup> در جدول ۲ وزن انحراف از محدودیت‌های نرم نشان داده می‌شود. همچنین وزن‌های به دست آمده طبق نظر خبرگان در عدد ۱۰۰۰ ضرب شده و سپس وارد مدل شده‌اند.

## ۶. نتایج مطالعه‌ی موردی

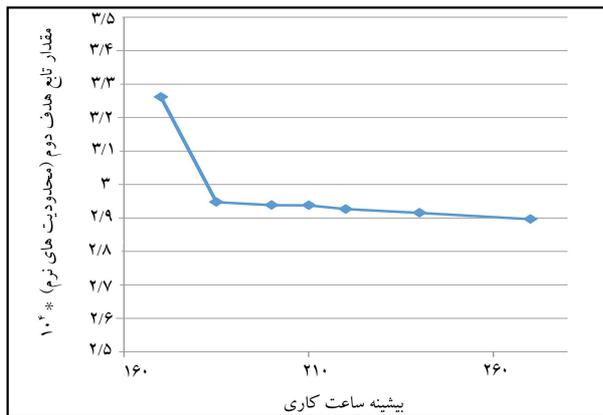
زمان‌بندی پرستاران بخش آی‌سی‌یو بیمارستان لقمان حکیم تهران به عنوان مطالعه موردی در نظر گرفته شده است. تعداد پرستاران موجود در بخش آی‌سی‌یو شامل ۳۴ نفر بود که از این تعداد یک نفر سرپرستار، ۲۵ نفر پرستار و ۸ نفر کمک پرستار بودند. هرروز به سه شیفت کاری صبح، عصر و شب تقسیم می‌شود. مدت زمان شیفت صبح ۷ ساعت، شیفت عصر ۶ ساعت و شیفت شب نیز ۱۳ ساعت در نظر گرفته شده است. جزئیات بیشتر درمورد شیفت‌های کاری در جدول ۳ ارائه شده است. همچنین تعداد پرستار مورد نیاز برای شیفت کاری صبح عبارت است از: ۱ نفر سرپرستار، ۶ نفر پرستار و ۲ نفر کمک پرستار و برای شیفت کاری عصر و شب عبارت است از: ۶ نفر پرستار و ۲ نفر کمک پرستار. در این تحقیق، برای حل مسئله‌ی زمان‌بندی پرستاران از نسخه‌ی ۱، ۳، ۲۴ نرم‌افزار GAMS استفاده شده

جدول ۴. مقایسه‌ی نتایج محاسباتی مدل ریاضی با روش فعلی.

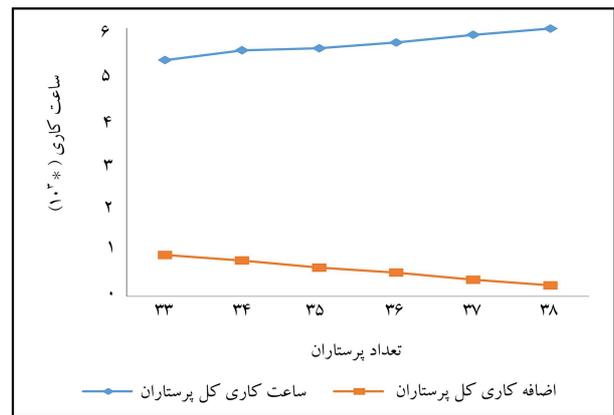
میزان کل اضافه‌کار تحمیلی پرستاران (ساعت)	زمان حل (ثانیه)	ترجیحات	انحراف از محدودیت‌های نرم	
۱۰۳۷	۸۶۴۰۰	۳۸۷۵۶	۱۲۸۶۲۳	نتایج روش فعلی
۸۲۶	۷۰۰	۴۳۷۸۷	۳۲۶۱۴	نتایج مدل ریاضی پیشنهادی
%۲۰		%۱۳	%۷۵	درصد بهبود مدل ریاضی پیشنهادی نسبت به روش فعلی



شکل ۱. مقایسه‌ی نتایج جدول زمان‌بندی حاصل از مدل ریاضی با روش فعلی.



شکل ۳. تحلیل حساسیت تابع هدف محدودیت‌های نرم به ازای مقادیر مختلف پیشینه ساعت کاری پرستاران.



شکل ۲. تحلیل حساسیت ساعت کاری پرستاران به ازای مقادیر مختلف تعداد کل پرستار.

شده حل شده و تحلیل حساسیت بر روی برخی پارامترها انجام شده است. اجرای مدل پیشنهادی در مقایسه با روش فعلی منجر به افزایش ترجیحات پرستار، کاهش انحراف از محدودیت‌های نرم و کاهش اضافه‌کاری کل پرستاران و در نتیجه کاهش هزینه‌های بیمارستان شده است.

به منظور انجام تحقیقات آتی در این حوزه پیشنهاد می‌شود یک سیستم نرم‌افزاری جامع و کاربرپسند با قابلیت تنظیم اطلاعات به منظور زمان‌بندی پرستاران بر اساس مدل پیشنهادی توسعه یابد. ارضاء ترجیحات پرستار برای شیفت‌های کاری و روزهای مختلف به صورت یک رابطه‌ی ترکیبی در نظر گرفته شود. همچنین، مفروضات واقعی در این تحقیق، در سایر تحقیقات زمان‌بندی شیفت‌کاری پرستاران مد نظر قرار گیرد.

## ۷. نتیجه‌گیری

در این تحقیق، یک مدل جدید برنامه‌ریزی عدد صحیح دوهدفه برای مسئله‌ی زمان‌بندی پرستاران بر اساس مطالعه‌ی موردی در بخش آی‌سی‌یو بیمارستان لقمان حکیم توسعه داده شده است. اهداف مدل ریاضی پیشنهادی شامل پیشینه‌سازی ترجیحات پرستار نسبت به شیفت‌ها و روزهای کاری و کمینه‌سازی انحراف از محدودیت‌های نرم معرفی است. همچنین، از روش تحلیل پوششی داده‌ها برای محاسبه میزان اهمیت تخصیص پرستار به شیفت‌های ترجیحی استفاده شده است. مدل پیشنهادی با استفاده از نسخه‌ی بهبود یافته روش محدودیت افسیلون تقویت

## پانوشتها

1. Lin
2. Azaiez
3. Al Sharif
4. Topaloglu
5. Selim
6. alade
7. amusat
8. Nasiri
9. Rahvar
10. AUGMECON2
11. data envelopment analysis
12. Ceschia
13. simulated annealing (SA)
14. second international nurse rostering competition (INRC-II)
15. Ramli
16. ant colony optimization
17. hill climbing algorithm
18. Rahimian
19. Jin
20. artificial immune systems
21. Mavrotas
22. Florios
23. lexicographic

## منابع (References)

1. Dehghan Nayeri, N., Nazari, A.A., Salsali, M. and et al. "Iranian staff nurses' views of their productivity and management factors improving and impeding it: a qualitative study", *Nursing & health sciences*, **8**(1), pp. 51-56 (2006).
2. Helmer, F.T. and Suver, J.D. "Pictures of performance: the key to improved nursing productivity", *Health Care Management Review*, **13**(4), pp. 65-70 (1988).
3. Mobasher, A. "Nurse scheduling optimization in a general clinic and an operating suite", Ph.D. Dissertation in Industrial Department, University of Housto (2011).
4. Azaiez, M.N. and Al Sharif, S. "A 0-1 goal programming model for nurse scheduling", *Computers & Operations Research*, **32**(3), pp. 491-507 (2005).
5. Alfares, H.K. "Survey, categorization, and comparison of recent tour scheduling literature", *Annals of Operations Research*, **127**(1-4), pp. 145-175 (2004).
6. Sitompul, D. and Randhawa, S. "Nurse scheduling models: a state-of-the-art review", *Journal of the Society for Health Systems*, **2**(1), pp. 62-72 (1990).
7. Cheang, B., Li, H., Lim, A. and et al. "Nurse rostering problems-a bibliographic survey", *European Journal of Operational Research*, **151**(3), pp. 447-460 (2003).
8. Burke, E.K., De Causmaecker, P., Berghe, G.V. and et al. "The state of the art of nurse rostering", *Journal of Scheduling*, **7**(6), pp. 441-499 (2004).
9. Hamid, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., Golpaygani, F. and et al. "A multi-objective model for a nurse scheduling problem by emphasizing human factors", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, **234**(2), pp. 179-199 (2020).
10. Lin, C. C., Kang, J. R., Liu, W. Y. and et al. "Modelling a nurse shift schedule with multiple preference ranks for shifts and days-off", *Mathematical Problems in Engineering*, **2014**, pp.1-10 (2014).
11. M'Hallah, R. and Alkhabbaz, A. "Scheduling of nurses: a case study of a Kuwaiti health care unit", *Operations Research for Health Care*, **2**(1-2), pp. 1-19 (2013).
12. Huang, Y.-C., Hsieh, Y.-H. and Hsia, F.-y. "A study on nurse day-off scheduling under the consideration of binary preference", *Journal of Industrial and Production Engineering*, **33**(6), pp. 363-372 (2016).
13. Azaiez, M.N. and Al Sharif, S.S. "A 0-1 goal programming model for nurse scheduling", *Computers & Operations Research*, **32**(3), pp. 491-507 (2005).
14. Topaloglu, S. and Selim, H. "Nurse scheduling using fuzzy modeling approach", *Fuzzy Sets and Systems*, **161**(11), pp. 1543-1563 (2010).
15. Alade, O.M. and Amusat, A.O. "Solving nurse scheduling problem using constraint programming technique", *ArXiv Preprint ArXiv:1902.01193* (2019).
16. Nasiri, M.M. and Rahvar, M. "A two-step multi-objective mathematical model for nurse scheduling problem considering nurse preferences and consecutive shifts", *International Journal of Services and Operations Management*, **27**(1), pp. 83-101 (2017).
17. Hamid, M., Barzinpour, F., Hamid, M. and et al. "A multi-objective mathematical model for nurse scheduling problem with hybrid DEA and augmented  $\epsilon$ -constraint method: a case study", *Journal of Industrial and Systems Engineering*, **11**, pp. 98-108 (2018).
18. Jones, D., Tamiz, M. and Ries, J. "New developments in multiple objective and goal programming", Springer (2010).
19. Jolai, F., Abbaszadeh, M.A. and Abtahi, S.M. "Priorities of the nurse schedule by using MODM approach: a case study", *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*, **3**(7), p. 597 (2013).
20. Karp, R.M. "Reducibility among combinatorial problems", *Complexity of computer computations*, pp. 85-103 (1972).
21. Liu, ZH, Liu, Z., Zhu, Z. and et al. "Simulated annealing for a multi-level nurse rostering problem in hemodialysis service", *Applied Soft Computing*, **64**, pp. 148-160 (2018).
22. Lin, C.-C., Kang, J.-R. and Hsu, T.-H. "A memetic algorithm with recovery scheme for nurse preference scheduling", *Journal of Industrial and Production Engineering*, **32**(2), pp. 83-95 (2015).
23. Della Croce, F. and Salassa, F. "A variable neighborhood search based matheuristic for nurse rostering problems", *Annals of Operations Research*, **218**(1), pp. 185-199 (2014).
24. Ceschia, S., Guido, R. and Schaerf, A. "Solving the static INRC-II nurse rostering problem by simulated annealing based on large neighborhoods", *Annals of Operations Research*, **288**, pp.95-113 (2020).
25. Ramli, R. "A hybrid ant colony optimization algorithm for solving a highly constrained nurse rostering problem", *Journal of Information and Communication Technology*, **18**(3), pp. 305-326 (2020).

26. Rahimian, E., Akartunali, K. and Levine, J. "A hybrid integer and constraint programming approach to solve nurse rostering problems", *Computers & Operations Research*, **82**, pp. 83-94 (2017).
27. Jin, S.H., Yun, H.Y., Jeong, S.J. and et al. "Hybrid and cooperative strategies using harmony search and artificial immune systems for solving the nurse rostering problem", *Sustainability*, **9**(7), pp. 1-19 (2017).
28. Di Martinelly, C. and Meskens, N. "A bi-objective integrated approach to building surgical teams and nurse schedule rosters to maximise surgical team affinities and minimise nurses' idle time", *International Journal of Production Economics*, **191**, pp. 323-334 (2017).
29. Mavrotas, G. and Florios, K. "An improved version of the augmented  $\varepsilon$ -constraint method (AUGMECON2) for finding the exact pareto set in multi-objective integer programming problems", *Applied Mathematics and Computation*, **219**(18), pp. 9652-9669 (2013).
30. Saaty, T.L. "The analytichierarchy process: planning, priority setting, resource allocation", New York: McGraw-Hill (1980)