

توسعه‌ی مدلی برای مسئله‌ی تسطیح منابع و سفارش‌دهی مواد با شدت اجرای متغیر

سجاد کاظمی (کارشناس ارشد)

حامد داوری اردکانی* (استادیار)

محمد محمدی (دانشیار)

گروه مهندسی صنایع، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۹ (دوره ۱، شماره ۲، ص. ۱۳-۳)

به‌طور سنتی مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه مستقل از مسئله‌ی سفارش‌دهی مواد برنامه‌ریزی می‌شود. این در حالی است که با برنامه‌ریزی هم‌زمان این دو می‌توان هزینه‌های کلی پروژه را کاهش داد. در این پژوهش، مسئله‌ی تسطیح منابع به‌عنوان نوعی زمان‌بندی پروژه که هدفش کنترل نوسانات استفاده از منابع در طول اجرای پروژه است، با مسئله‌ی سفارش‌دهی مواد به‌طور هم‌زمان برنامه‌ریزی می‌شود، همچنین فعالیت‌ها با شدت اجرای متغیر تکمیل می‌شود. بدین منظور، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح مختلط ارائه می‌شود که در آن متغیرها به نحوی تعیین می‌شود که علاوه بر کمینه‌سازی هزینه‌ی نوسانات استفاده از منابع، مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی مواد کمینه شود. نتایج محاسباتی نشان‌گر وجود موازنه‌ی بین این دو هزینه است. در نهایت، مدل ارائه شده توسط نرم‌افزار گمز و الگوریتم ژنتیک برای مسائل با اندازه‌های مختلف حل می‌شود، و نتایج آن مورد بحث قرار می‌گیرد.

واژگان کلیدی: زمان‌بندی پروژه با منابع محدود، تسطیح منابع، سفارش‌دهی مواد، شدت اجرای متغیر، تخفیف کلی.

۱. مقدمه

مدت ۹۲ درصد پروژه‌ها بیش از یک سال و ۲۹ درصد پروژه‌ها طولانی‌تر از دو سال بود. طبق نتایج حاصل از مطالعه‌ی انجام شده، حدود ۸۸ درصد از پروژه‌های مورد بررسی، هزینه‌ی مرتبط با مواد حداقل ۲۰ درصد کل هزینه‌های پروژه را شامل می‌شود. برای ۷۰ درصد پروژه‌ها، هزینه‌ی مرتبط با مواد بالغ بر ۳۰ درصد کل هزینه‌های پروژه بود. همچنین برای حدود ۲۳ درصد پروژه‌های مورد بررسی، این هزینه به بیش از ۵۰ درصد ارزش کل پروژه می‌رسید. با این تفاسیر می‌توان به اهمیت هزینه‌های مواد در اجرای پروژه‌ها پی برد.

یکی از مهم‌ترین جنبه‌هایی که می‌تواند از منظر اقتصادی، پروژه‌ها را تحت تأثیر قرار دهد، نحوه‌ی مدیریت و به‌کارگیری منابع تجدیدپذیر است. به عبارت دیگر، نوسانات زیاد در به‌کارگیری منابع تجدیدپذیر می‌تواند منجر به افزایش ریسک مالی پروژه و ناکارآمدی آن به لحاظ سودآوری شود. این موضوع خصوصاً در مورد پروژه‌های ساخت و ساز به عنوان یکی از مولدهای مهم رشد اقتصادی کشورها با توجه به گستردگی بالای استفاده از منابع تجدیدپذیر از اهمیت ویژه‌ی برخوردار است.^[۱] هدف نوشتار حاضر، برنامه‌ریزی فعالیت‌های پروژه به‌گونه‌ی است که افزون بر کنترل نوسانات به‌کارگیری منابع تجدیدپذیر، کل هزینه‌های مربوط به موجودی و سفارش مواد نیز به‌طور هم‌زمان در نظر گرفته شود. این امر ممکن است به کنترل هزینه‌های پروژه کمک کند و در نتیجه سود پروژه را بهبود بخشد.

به‌طور سنتی مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه و مسئله‌ی سفارش‌دهی مواد به صورت جداگانه در نظر گرفته می‌شوند. در ابتدا زمان‌بندی پروژه انجام می‌شود و پس از آن برنامه‌ی زمانی فعالیت‌ها به‌عنوان ورودی مسئله‌ی سفارش مواد در نظر گرفته و برنامه سفارش‌دهی مواد تعیین می‌شود. در این نوع مواجهه با مسئله، بین هزینه‌های مرتبط با مسئله‌ی سفارش‌دهی مواد و مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه موازنه‌ی صورت نمی‌گیرد. هزینه‌های مواد در پروژه‌های مختلف می‌تواند سهم متفاوتی از کل هزینه‌های پروژه باشد، که این سهم در پروژه‌های پیچیده می‌تواند تا ۶۰ الی ۷۰ درصد هم افزایش یابد.^[۱] علاوه بر این، یو و نینگ^[۲] معتقدند که هزینه‌های مرتبط با تهیه‌ی مواد می‌تواند به‌عنوان تهدید یا فرصت، عملکرد کل پروژه را به‌طور قابل توجهی تحت تأثیر قرار دهد. آنها ۱۸۹ شرکت که در پروژه‌های حوزه‌ی صنعت مهندسی ساخت و ساز فعالیت داشتند، مورد مطالعه قرار دادند که از بین آنها اطلاعات ۵۲ شرکت کامل و معتبر بود. این پروژه‌ها به حوزه‌هایی شامل ساخت کارخانه‌های صنعتی، پروژه‌های ساختمانی، پروژه‌های عمرانی و پروژه‌های ساخت سیستم‌های تولیدی پیچیده مربوط می‌شدند. ارزش این پروژه‌ها بین ۱۰ میلیون دلار تا بیش از ۱۰۰ میلیون دلار بود و ارزش ۴۸ درصد آن‌ها به بیش از ۵۰ میلیون دلار می‌رسید. به لحاظ زمانی،

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۸/۴/۱۱، اصلاحیه ۱۳۹۹/۶/۲۲، پذیرش ۱۳۹۹/۸/۵

DOI:10.24200/J65.2020.53336.1989

در ادامه‌ی این نوشتار، در بخش دوم به پیشینه‌ی تحقیق و در بخش سوم به تعریف مسئله و ارائه‌ی مدل ریاضی پیشنهادی پرداخته می‌شود. در بخش چهارم، الگوریتم ژنتیک پیشنهادی تشریح می‌شود و در بخش پنجم، نتایج حاصل از حل مدل پیشنهادی در اندازه نمونه‌های کوچک، متوسط و بزرگ با استفاده از نرم‌افزار گمز و الگوریتم ژنتیک بررسی و ارزیابی می‌شود. نهایتاً در بخش ششم، نتیجه‌گیری پژوهش و پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آینده مطرح خواهد شد.

۲. پیشینه‌ی تحقیق

اولین مطالعه برای برنامه‌ریزی هم‌زمان مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه و مسئله‌ی سفارش‌دهی مواد توسط آکوئیلانو و اسمیت^[۴] انجام گرفت. آنها مدل ترکیبی روش مسیر بحرانی و برنامه‌ریزی احتیاجات مواد را توسعه دادند و در ادامه، یک الگوریتم ابتکاری برای حل مسئله در مقیاس بزرگ پیشنهاد کردند.^[۵] پس از آن محققان یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارائه کردند^[۶] که در آن، علاوه بر زمان‌بندی فعالیت‌های پروژه، سفارش‌دهی مواد نیز به طور هم‌زمان برنامه‌ریزی می‌شود. آنها با استفاده از الگوریتم واگنر - ویتین، برنامه‌ی سفارش بهینه را برای یک «زمان‌بندی پروژه» مشخص به دست آوردند. اربسی و سپیل^[۷] برای موازنه‌ی بین سفارش‌دهی مواد مورد نیاز و تأخیر در تحویل پروژه یک رویکرد ابتکاری ارائه کردند. دودین و الیمام^[۸] نیز مسئله‌ی ترکیبی زمان‌بندی پروژه و سفارش‌دهی مواد را با در نظر گرفتن طول متغیر فعالیت بررسی کردند. آنها سازوکار پاداش/جریمه را برای زودتر/دیتر تکمیل شدن پروژه نسبت به موعد آن و نیز سیاست تخفیف مقداری برای خریداری مواد را به کار بردند. شیخ سجادیه و همکاران^[۹] مدل ترکیبی مورد بررسی دودین و الیمام^[۸] را ضمن ارائه‌ی الگوریتم ژنتیک برای حل مسائل با مقیاس بزرگ توسعه دادند. فو^[۱۰] مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع چندحالته را با سفارش‌دهی دسته‌ی مواد ادغام کرد و به منظور حل آن یک الگوریتم ترکیبی متشکل از جستجوی هارمونی تطبیقی و الگوریتم ژنتیک را پیشنهاد کرد. دیگریت و همکاران^[۱۱] یک پروژه‌ی واقعی ساخت کشتی را که در آن تهیه‌ی مواد نقشی اساسی در موفقیت پروژه ایفا می‌کرد، مورد بررسی قرار دادند. آنها برای پروژه‌ی مورد نظر یک مدل زمان‌بندی تهیه‌ی مواد که در آن زمان تدارک غیرقطعی بود، توسعه دادند. تبریزی و قادری^[۱۱] مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه و مسئله‌ی سفارش‌دهی مواد را با در نظر گرفتن تأمین‌کنندگان چندگانه با استراتژی تخفیف کلی منحصر ترکیب کردند. زورقی و همکاران^[۱۲] مسئله‌ی ترکیبی زمان‌بندی پروژه و سفارش‌دهی مواد را با ارائه‌ی یک مدل سه‌هدفه توسعه دادند. آنها علاوه بر کمینه‌سازی تابع هدف هزینه و تابع هدف زمان تکمیل پروژه، تابع هدف دیگری را که استواری برنامه‌ی زمانی پروژه را بیشینه می‌کند، در نظر گرفتند. تبریزی^[۱۳] علاوه بر در نظر گرفتن هزینه‌های پروژه، اثرات نامطلوب پروژه بر محیط را با در نظر گرفتن یک تابع هدف کمینه‌کننده‌ی اثرات زیست‌محیطی بررسی کرد. همچنین در مطالعه‌ی مورد اشاره، تخفیف کلی و تخفیف نموی در تأمین مواد مد نظر قرار گرفت. در جدول ۱ خلاصه‌ی از جنبه‌های کلیدی مطالعات پیشین مبتنی بر برنامه‌ریزی هم‌زمان مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه و مسئله‌ی سفارش‌دهی مواد ارائه شده است.

به طور معمول، در ادبیات زمان‌بندی پروژه فرض بر این است که میزان استفاده از منابع در طول زمان اجرای یک فعالیت یکسان است. با این حال، در این نوشتار، شدت اجرای فعالیت‌ها در دوره‌های مختلف متغیر فرض می‌شود. به عبارت دیگر،

تلاش یا میرانی از کار انجام شده برای پردازش یک فعالیت می‌تواند در هر دوره زمانی اجرای فعالیت متغیر باشد. روشن است که این فرض می‌تواند مسئله را به دنیای واقعی نزدیک‌تر سازد. شدت اجرای متغیر ابتدا توسط کیس^[۱۴] مطرح شد و در ادامه فاندلینگ و تراوتمن^[۱۵] با عنوان محتوای کاری از آن یاد کردند. در این حالت منابع لازم برای تکمیل یک فعالیت در هر دوره زمانی متناسب با شدت اجرای فعالیت به کار گرفته می‌شوند. به همین دلیل، با تعیین حدود بالا و پایین برای زمان اجرای هر فعالیت، این زمان‌ها انعطاف‌پذیر در نظر گرفته می‌شود.

در مطالعه‌ی حاضر، مسئله‌ی تسطیح منابع به عنوان حالتی از مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه، با مسئله‌ی سفارش‌دهی مواد در حالت شدت اجرای متغیر فعالیت‌ها ترکیب می‌شود. همچنین مواد مصرفی را می‌توان از تأمین‌کنندگان مختلف با سیاست تخفیف متفاوت تهیه کرد. برای تهیه‌ی مواد از سیاست تخفیف کلی استفاده شده که در آن به سفارش‌های دارای مقادیر بزرگ‌تر، تخفیف بیشتری تعلق می‌گیرد. مسئله‌ی تسطیح منابع یک مسئله NP-Hard است^[۱۶] و ترکیب آن با مسئله‌ی سفارش‌دهی مواد در حالت شدت اجرای متغیر فعالیت‌ها، نیز قطعاً NP-Hard است. بنابراین برای حل مسئله در ابعاد مختلف، از الگوریتم ژنتیک استفاده شده و نتایج حاصل از آن تا حد امکان با جواب‌های دقیق مقایسه می‌شوند.

۳. تعریف مسئله و مدل ریاضی پیشنهادی

چنان‌که پیش‌تر اشاره شد، مدل ارائه شده در این تحقیق ترکیبی از مسئله‌ی تسطیح منابع و سفارش‌دهی مواد با در نظر گرفتن سیاست تخفیف کلی است که در آن فعالیت‌ها با شدت اجرای متغیر انجام می‌شوند. این مدل با رعایت روابط پیش‌نیازی بین فعالیت‌ها و حفظ ضرب‌الاجل پروژه، زمان‌بندی فعالیت‌ها، زمان‌بندی سفارش‌ها، مقدار هر سفارش و کسری از اجرای هر فعالیت را که در هر دوره‌ی زمانی انجام می‌گیرد، تعیین می‌کند. کل هزینه‌ها عبارت‌اند از: هزینه‌های مربوط به نوسانات منابع (استخدام، اخراج و ...)، هزینه‌ی سفارش‌دهی، هزینه‌ی نگهداری مواد مصرفی و هزینه‌ی خرید.

در مدل ریاضی ارائه شده، تابع هدف اول (تابع هدف تسطیح منابع) نوسانات مثبت و منفی مصرف منابع را طی دوره‌های متوالی کمینه می‌کند. تابع هدف تسطیح منابع مورد استفاده عبارت است از:

$$\min z = \sum_{k=1}^K C_k \sum_{t=1}^{\bar{d}} |R_{kt} - R_{k(t-1)}|$$

که در آن t معرف دوره‌ی زمانی، \bar{d} ضرب‌الاجل (deadline) پروژه، C_k هزینه‌ی نوسان منبع k و R_{kt} مقدار مصرف منبع k در دوره زمانی t است. تابع هدف مذکور، غیرخطی است و باید خطی‌سازی شود. شکل خطی‌سازی شده‌ی تابع هدف تسطیح منابع عبارت است از:

$$\min z = \sum_{k=1}^K \left[C E_k \sum_{t=1}^{\bar{d}} E_{kt} + C D_k \sum_{t=1}^{\bar{d}} D_{kt} \right]$$

S.t.

$$R_{kt} - R_{k(t-1)} + D_{kt} - E_{kt} = 0 \quad \forall k, t$$

E_{kt} و D_{kt} متغیرهای اضافه شده برای خطی‌سازی مدل ریاضی هستند. اگر $R_{kt} > R_{k(t-1)}$ مقدار مثبت E_{kt} می‌گیرد و هزینه‌ی هر واحد $C E_k$ در نظر

جدول ۱. خلاصه تحقیقات انجام شده در ارتباط با برنامه ریزی هم‌زمان مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه و مسئله‌ی سفارش‌دهی مواد.

روش حل	ویژگی مسئله					نوع مسئله		نویسندگان
	سیستم زمان گسسته	متغیر بودن مدت زمان فعالیت	شدت اجرای متغیر فعالیت	سیاست تخفیف	تأمین‌کننده چندگانه	تسطیح منابع	زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع	
ژنتیک (GA)	*	*	*	*	*	*	*	آکوئیلانو و اسمیت (۱۹۸۰) [۴]
جستجوی هارمونی - ژنتیک (HS-GA)	*	*	*	*	*	*	*	آکوئیلانو و اسمیت (۱۹۸۴) [۵]
ژنتیک (GA)، گمز	*	*	*	*	*	*	*	اسمیت دنیلز و اسمیت دنیلز (۱۹۸۷) [۶]
ژنتیک چندهدفه (NSGAII)، ازدحام ذرات چندهدفه (MOPSO)، تکاملی چندهدفه‌ی مبتنی بر تجزیه (MOEAD)، تکاملی مبتنی بر قوت پارتو (SPEAII)	*	*	*	*	*	*	*	ارپسی و اسپیل (۱۹۹۹) [۷]
ژنتیک چندهدفه (NSGAII)، مهاجرت پرندگان (MBO)	*	*	*	*	*	*	*	دودین و الیمام (۲۰۰۱) [۸]
ژنتیک (GA)، گمز	*	*	*	*	*	*	*	سجادیه و همکاران (۲۰۰۹) [۹]
	*	*	*	*	*	*	*	فو (۲۰۱۴) [۱۰]
	*	*	*	*	*	*	*	دیگزیت و همکاران (۲۰۱۴) [۱۱]
	*	*	*	*	*	*	*	تبریزی و قادری (۲۰۱۶) [۱۱]
	*	*	*	*	*	*	*	زورقی و همکاران (۲۰۱۷) [۱۲]
	*	*	*	*	*	*	*	تبریزی (۲۰۱۸) [۱۳]
	*	*	*	*	*	*	*	مدل پیشنهادی

فعالیت موهومی آغازین و فعالیت موهومی پایانی پروژه است.

- روابط پیش‌نیازی صرفاً به صورت پایان - آغاز در نظر گرفته می‌شود.
- مدت زمان انتظار برای دریافت مقدار سفارش مواد در هر دوره‌ی سفارش برابر صفر است.
- منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر به طور پیوسته تقسیم‌پذیرند.

۱.۳. شمارنده‌های مدل

- i, j : شمارنده‌های فعالیت‌های پروژه و $1, \dots, n+1, 0$ ؛
- t : شمارنده‌ی دوره‌های زمانی پروژه و $1, \dots, \bar{d}$ ؛
- m : شمارنده‌ی مواد مصرفی و $1, \dots, M$ ؛
- v : شمارنده‌ی تأمین‌کنندگان و $1, \dots, V$ ؛
- k : شمارنده‌ی منابع تجدیدپذیر و $1, \dots, K$ ؛
- z : شمارنده‌ی طبقه‌ی (بازه) تخفیف و $1, \dots, Z_{mv}$ ؛

گرفته می‌شود. اگر $R_{kt} < D_{kt}$ مقدار مثبت می‌گیرد و هزینه‌ی هر واحد CD_k در نظر گرفته می‌شود. در صورتی که $R_{kt} = D_{kt}$ ، متغیرهای کمکی صفر و هزینه‌ی کل نیز صفر می‌شود.

مفروضات مدل ریاضی ارائه شده عبارت است از:

- از یک سیستم زمان گسسته استفاده می‌شود که افق برنامه‌ریزی را به دوره‌های زمانی تک‌واحدی به صورت $[\bar{d} - 1, \bar{d}], [1, 2], \dots, [0, 1]$ تقسیم می‌کند. این دوره‌ها به ترتیب با شمارنده‌های $1, \dots, \bar{d}$ نشان داده می‌شود. هر فعالیت تنها در ابتدای یک دوره‌ی زمانی شروع شود و اتمام آن نیز باید در انتهای یک دوره‌ی زمانی باشد.
- پروژه توسط یک شبکه‌ی AOA نمایش داده می‌شود که ساختار کلی آن به صورت $G = (g, Pr)$ است که $g = gr \cup \{0, n+1\}$ و مجموعه‌ی gr معادل فعالیت‌های واقعی پروژه از 1 تا n است. ماهیت این فعالیت‌ها غیرقابل شکست است، یعنی یک فعالیت از زمان شروع باید به صورت پیوسته و بدون هیچ‌گونه توقفی تا زمان اتمام انجام شود. ضمن این که فعالیت‌های 0 و $n+1$ به ترتیب

۲.۳. پارامترهای مدل

Pr_i : مجموعه فعالیت‌های پیش‌نیاز فعالیت i ؛

p_i^{\max} : بیشترین زمانی که طول می‌کشد تا فعالیت i به اتمام برسد؛

p_i^{\min} : کم‌ترین زمانی که طول می‌کشد تا فعالیت i به اتمام برسد؛

\bar{r}_{ik} : تعداد مورد نیاز منبع تجدیدپذیر k برای تکمیل فعالیت i ؛

CE_k : هزینه به‌کارگیری هر واحد k اضافی نسبت به دوره‌ی قبل (استخدام یا ...)

برای یک دوره‌ی زمانی؛

CD_k : هزینه‌ی آزادسازی هر واحد k کم‌تر نسبت به دوره‌ی قبل (اخراج، بیکاری

یا ...) برای یک دوره‌ی زمانی؛

A_{mv} : هزینه‌ی سفارش‌دهی مواد مصرفی m از تأمین‌کننده‌ی v ؛

U_{im} : مقدار مورد نیاز از مواد مصرفی m برای انجام فعالیت i ؛

π_{mzv} : قیمت هر واحد مواد مصرفی m در طبقه‌ی تخفیف z از تأمین‌کننده‌ی v ؛

α_{mzv} : کران بالای طبقه‌ی تخفیف z برای مواد مصرفی m از تأمین‌کننده‌ی v ؛

$\alpha_{m(z-1)v}$: کران پایین طبقه‌ی تخفیف z برای مواد مصرفی m از تأمین‌کننده‌ی v ؛

Z_{mv} : تعداد طبقه‌ی تخفیف موجود تأمین‌کننده‌ی v برای مواد مصرفی m ؛

H_m : هزینه‌ی نگهداری هر واحد مواد مصرفی m ؛

\bar{d} : زمان ضرب‌الاجل (Deadline) پروژه.

۳.۳. متغیرهای تصمیم صفر و ۱

S_{it} : اگر فعالیت i در ابتدای دوره‌ی t یا دوره‌های قبل شروع شود، ۱، در غیر

این‌صورت صفر؛

f_{it} : اگر فعالیت i در انتهای دوره‌ی t یا دوره‌های قبل به اتمام رسد، ۱، در غیر

این‌صورت صفر؛

λ_{mzv} : اگر مواد مصرفی m در طبقه‌ی تخفیف z به تأمین‌کننده‌ی v در دوره‌ی t

سفارش داده شود، ۱، در غیر این‌صورت صفر.

قابل ذکر است که متغیرهای S_{it} و f_{it} به ترتیب در دوره‌های بعد از رویدادهای

شروع و پایان همچنان معادل ۱ باقی می‌مانند.

۴.۳. متغیرهای پیوسته

x_{it} : کسری از فعالیت i که تا پایان دوره‌ی t اجرا می‌شود؛

R_{kt} : مقداری از منبع تجدیدپذیر k که در دوره‌ی t مورد استفاده قرار می‌گیرد؛

E_{kt} : تعداد واحد اضافی از منبع تجدیدپذیر k که در دوره‌ی t نسبت به دوره‌ی قبل

به‌کار گرفته می‌شود؛

D_{kt} : تعداد واحد کم‌تری از منبع تجدیدپذیر k که در دوره‌ی t نسبت به دوره‌ی قبل

آزاد می‌شود؛

Q_{mzv} : مقداری از مواد مصرفی m که از تأمین‌کننده‌ی v در ابتدای دوره‌ی t از

طبقه‌ی تخفیف z سفارش داده می‌شود؛

I_{mt} : مقدار موجودی مواد مصرفی m در دوره t .

۵.۳. مدل ریاضی

$$\min \cos t = \sum_{m=1}^M \sum_{v=1}^V \sum_{t=1}^{\bar{d}} A_{mv} \sum_{z=1}^{Z_{mv}} \lambda_{mzv}$$

۶.۳. تشریح روابط مدل

در مدل فوق، تابع هدف (معادله‌ی ۱) مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی، هزینه‌های خرید مواد، هزینه‌های نگهداری مواد و هزینه‌های ناشی از تغییرات در میزان استفاده از منابع طی دوره‌های متوالی را کمیته می‌کند. محدودیت ۲ مربوط به خطی‌سازی

$$\begin{aligned} & + \sum_{m=1}^M \sum_{z=1}^{Z_{mv}} \sum_{v=1}^V \sum_{t=1}^{\bar{d}} \pi_{mzv} Q_{mzv} t \\ & + \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^{\bar{d}-1} H_m I_{mt} \\ & + \sum_{k=1}^K \left[CE_k \sum_{t=1}^{\bar{d}} E_{kt} + CD_k \sum_{t=1}^{\bar{d}} D_{kt} \right] \end{aligned} \quad (۱)$$

S.t.

$$R_{kt} - R_{k(t-1)} + D_{kt} - E_{kt} = 0 \quad \forall k, t \quad (۲)$$

$$\sum_{t=1}^{\bar{d}+1} (1 - S_{it}) \geq 1 + \sum_{t=1}^{\bar{d}} (1 - f_{jt}), \quad i \in (1, n+1) \quad \forall j \in Pr_i \quad (۳)$$

$$p_i^{\min} \leq 1 + \sum_{t=1}^{\bar{d}} (S_{it} - f_{it}) \leq p_i^{\max} \quad \forall i \in (1, n) \quad (۴)$$

$$x_{it} - x_{i(t-1)} \geq \frac{1}{p_i^{\max}} (S_{it} - f_{i(t-1)}) \quad \forall i, t \quad (۵)$$

$$x_{it} - x_{i(t-1)} \leq S_{it} - f_{i(t-1)} \quad \forall i, t \quad (۶)$$

$$S_{it} \leq S_{i(t+1)} \quad \forall i, t \quad (۷)$$

$$f_{i(t-1)} \leq f_{it} \quad \forall i, t \quad (۸)$$

$$x_{i\bar{d}} = f_{i\bar{d}} = S_{i\bar{d}} = 1 \quad \forall i \quad (۹)$$

$$x_{i0} = f_{i0} = 0 \quad \forall i \in (1, n+1) \quad (۱۰)$$

$$f_{it} \leq x_{it} \leq S_{it} \quad \forall i, t \quad (۱۱)$$

$$f_{00} = S_{00} = 1 \quad (۱۲)$$

$$f_{(n+1)\bar{d}} = S_{(n+1)\bar{d}} = 1 \quad (۱۳)$$

$$\sum_{i=1}^n \bar{r}_{ik} (x_{it} - x_{i(t-1)}) = R_{kt} \quad \forall i, t \quad (۱۴)$$

$$I_{mt} = I_{m(t-1)} + \sum_{z=1}^{Z_m} \sum_{v=1}^V Q_{mzv} t - \sum_{i=1}^n U_{im} (x_{it} - x_{i(t-1)}) \quad \forall m, t \quad (۱۵)$$

$$I_{m(t=0)} = 0 \quad \forall m \quad (۱۶)$$

$$\alpha_{m(z-1)v} \lambda_{mzv} t \leq Q_{mzv} t \leq \alpha_{mzv} \lambda_{mzv} t \quad \forall m, z, v, t \quad (۱۷)$$

$$\alpha_{m(z=0)v} = 0 \quad \forall m \quad (۱۸)$$

$$\sum_{z=1}^{Z_m} \sum_{v=1}^V \lambda_{mzv} t \leq 1 \quad \forall m, t \quad (۱۹)$$

$$S_{it}, f_{it}, \lambda_{mzv} t \in \{0, 1\} \quad \forall i, m, t, z, v \quad (۲۰)$$

$$x_{it}, I_{mt}, Q_{mzv} t, R_{kt}, E_{kt}, D_{kt} \geq 0 \quad \forall i, t, m, z, v, k \quad (۲۱)$$

۱	۲	...	A_i	...	n
---	---	-----	-------	-----	-----

شکل ۱. بخش اول کروموزوم ارائه شده.

۱	۲	...	p_i	...	n
---	---	-----	-------	-----	-----

شکل ۲. بخش دوم کروموزوم ارائه شده.

	$t=1$	$t=2$...	$\bar{d}=1$
$m=1, v=1$	$0 \leq z \leq Z_{11}$	$0 \leq z \leq Z_{11}$...	$0 \leq z \leq Z_{11}$
$m=1, v=2$	$0 \leq z \leq Z_{12}$	$0 \leq z \leq Z_{12}$...	$0 \leq z \leq Z_{12}$
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots
$m=M, v=V$	$0 \leq z \leq Z_{MV}$	$0 \leq z \leq Z_{MV}$...	$0 \leq z \leq Z_{MV}$

شکل ۳. بخش سوم کروموزوم ارائه شده.

۱.۴. ساختار جواب (کروموزوم)

ساختار جواب (کروموزوم) ارائه شده دارای سه بخش است: بخش اول کروموزوم نشان دهنده توالی انجام فعالیت‌هاست. این بخش شامل ماتریسی با یک سطر و N ستون (به نمایندگی از فعالیت‌ها) به صورت شکل ۱ است. درایه‌های این ماتریس یک توالی تصادفی شدنی از فعالیت‌هاست که با A_i نشان داده می‌شود.

بخش دوم کروموزوم دارای ۱ سطر و N ستون است و هر درایه‌ی آن نشان می‌دهد که مدت زمان هر فعالیت چقدر است. این درایه‌ها با نماد p_i نشان داده می‌شود و مقدار آن‌ها به صورت تصادفی بین p_i^{\min} و p_i^{\max} تولید می‌شود. نمونه‌ی از این ماتریس در شکل ۲ نشان داده شده است.

بخش سوم کروموزوم که در شکل ۳ نشان داده شده، مربوط به سفارش‌دهی است و دارای $M \times V$ سطر و \bar{d} ستون است و هر درایه آن نشان می‌دهد که ماده‌ی مصرفی نوع m در دوره‌ی t از تأمین‌کننده‌ی v در کدام طبقه‌ی تخفیف سفارش داده می‌شود. درایه‌های این ماتریس شامل اعداد بین ۰ و Z_{mv} است. صفر بودن مقدار یک درایه بدان معناست که آن ماده‌ی مصرفی در آن دوره سفارش داده نمی‌شود. یک درایه‌ی مثبت، طبقه‌ی تخفیف مورد استفاده در سفارش از تأمین‌کننده‌ی v برای ماده‌ی مصرفی m در دوره‌ی t را نشان می‌دهد.

۲.۴. عملگر تقاطع

عملگر تقاطع، به عنوان عملگر اصلی ایجاد نسل جدید در مرحله‌ی تکثیر، روی کروموزوم‌های والد اعمال می‌شود. در الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، از عملگر تقاطع یک نقطه‌ی بی استفاده می‌شود. برای نیل به این هدف، دو کروموزوم والد به صورت تصادفی انتخاب می‌شود. سپس، نقطه‌ی تصادفی با احتمال مشخص در طول کروموزوم‌ها انتخاب می‌شود. در گام بعد، عملگر تقاطع از محل انتخاب شده بین کروموزوم‌های والد انجام می‌شود. شکل‌های ۴ و ۵ نمونه‌ی از اعمال عملگر تقاطع

قسمت تسطیح منابع در تابع هدف اول است. محدودیت ۳ روابط پیش‌نیازی از نوع پایان - آغاز بین فعالیت‌ها را نشان می‌دهد. سمت چپ محدودیت شماره ۳ زمان شروع فعالیت i و سمت راست آن زمان اتمام فعالیت‌های پیش‌نیاز را محاسبه می‌کند. محدودیت ۴ تضمین می‌کند که زمان پردازش فعالیت i بین p_i^{\min} و p_i^{\max} باشد. در محدودیت ۵ و ۶، $x_{it} - x_{i(t-1)}$ برابر است با شدت اجرا یا کسری از فعالیت i که فقط در دوره‌ی t انجام می‌شود. این دو محدودیت کمینه و بیشینه مقدار $x_{it} - x_{i(t-1)}$ را تنظیم می‌کنند. در مورد این دو محدودیت، سه حالت می‌توان متصور شد:

۱. $S_{it} = 0$ و $f_{it} = 0$ ، در این حالت فعالیت i شروع نشده و $x_{it} - x_{i(t-1)} = 0$ ؛
۲. $S_{it} = 1$ و $f_{it} = 0$ ، در این حالت فعالیت i شروع شده و به اتمام نرسیده، به عبارت دیگر فعالیت در حال اجراست $1 \leq x_{it} - x_{i(t-1)} \leq \frac{1}{p_i^{\max}}$ ؛
۳. $S_{it} = 1$ و $f_{it} = 1$ ، در این حالت فعالیت i قبل از دوره t تکمیل شده و $x_{it} - x_{i(t-1)} = 0$ ؛

لازم به ذکر است که حالت $S_{it} = 0$ و $f_{it} = 1$ ممکن نیست. با توجه به تعریف متغیرهای S_{it} و f_{it} ، محدودیت‌های ۷ و ۸ اطمینان حاصل می‌کنند که برای یک فعالیت پس از زمان شروع/پایان، به ترتیب مقدار S_{it} و f_{it} ، کاهش نمی‌یابد و برای دوره‌های بعدی، همچنان معادل ۱ باقی می‌ماند. محدودیت ۹ تأکید می‌کند که حداکثر تا زمان ضرب‌الاجل پروژه، فعالیت i شروع، اجرا و تکمیل شود. محدودیت ۱۰ مقداردهی اولیه برای متغیرهای x_{it} و f_{it} در ابتدای پروژه را نشان می‌دهد. محدودیت ۱۱ تأکید می‌کند که تا زمان اجرای کامل یک فعالیت، متغیر f_{it} نمی‌تواند مقدار ۱ بگیرد؛ همچنین تا زمانی که فعالیت i شروع نشده، x_{it} نمی‌تواند مقدار مثبت بگیرد. محدودیت ۱۲ تضمین می‌کند که فعالیت موهومی صفر باید در زمان صفر شروع شود و پایان یابد. محدودیت ۱۳ تضمین می‌کند که زمان شروع و پایان فعالیت موهومی $n + 1$ نمی‌تواند فراتر از ضرب‌الاجل پروژه باشد. محدودیت ۱۴ نشان دهنده مقدار منابع تجدیدپذیر k است که در دوره‌ی t به‌کار گرفته می‌شود. محدودیت ۱۵ سطح موجودی مواد در پایان هر دوره را محاسبه می‌کند. محدودیت ۱۶ تضمین می‌کند که سطح موجودی برای تمام مواد در ابتدای پروژه صفر باشد. محدودیت ۱۷ نشان می‌دهد که مقدار مواد سفارش داده شده باید بین طبقه‌های تخفیف بالا و پایین قرار گیرد. محدودیت ۱۸ مقداردهی اولیه برای پایین‌ترین طبقه‌ی تخفیف را نشان می‌دهد. محدودیت ۱۹ تضمین می‌کند که برای سفارش یک نوع مواد در هر دوره، حداکثر یک طبقه تخفیف باید انتخاب شود. محدودیت ۲۰ و ۲۱ دامنه‌ی متغیرها را نشان می‌دهند.

۴. روش حل مسئله

چنان که پیش‌تر اشاره شد، مسئله‌ی تسطیح منابع و بالتبع ترکیب آن با مسئله‌ی سفارش‌دهی از لحاظ پیچیدگی در دسته مسائل NP-Hard قرار می‌گیرد. به همین دلیل، استفاده از روش‌های فراابتکاری که در زمان کوتاه بتواند جواب‌های قابل قبولی ارائه دهد، توجیه‌پذیر به نظر می‌رسد. در پژوهش حاضر، از الگوریتم ژنتیک برای نیل به این هدف استفاده شده است. به دلیل ضرورت رعایت اختصار، در ادامه شرح مختصری از اجرای الگوریتم ژنتیک پیشنهادی ارائه می‌شود.

جدول ۲. مراحل تعیین توالی فعالیت‌ها.

شماره مراحل	مجموعه فهرست فعالیت‌های بدون پیش‌نیازی یا پیش‌نیازی انجام شده	R	توالی فعالیت‌ها
مرحله‌ی اول	$Act - list = \{1, 2\}$	$[0/334 \times 2] = 1$	۱
مرحله‌ی دوم	$Act - list = \{2, 3\}$	$[0/916 \times 2] = 2$	۳
مرحله‌ی سوم	$Act - list = \{2\}$	$[0/512 \times 1] = 1$	۲

می‌آید. بنابراین اولین فعالیت مرتب شده‌ی فهرست فعالیت‌های بدون پیش‌نیاز که فعالیت ۱ است، به‌عنوان اولین فعالیت زمان‌بندی برنامه‌ریزی می‌شود. در مرحله‌ی دوم، مشاهده می‌شود که $Act - list = \{2, 3\}$. تعداد فعالیت‌های این فهرست که مجدداً برابر ۲ است، این بار در عدد تصادفی درایه بعدی یعنی درایه دوم کروموزوم (۰/۹۱۶) ضرب می‌شود و مقدار آن به بالاگرد می‌شود و عدد ۲ به دست می‌آید. بنابراین، دومین عضو فهرست یعنی فعالیت ۳ به‌عنوان دومین فعالیت در برنامه‌ی زمانی قرار داده می‌شود. به همین صورت در مرحله‌ی سوم، فعالیت ۲ به‌عنوان سومین فعالیت در برنامه‌ی زمانی قرار داده می‌شود.

اگر جواب به‌وسیله عملگر تقاطع تغییر کند، تنها جای اعداد کروموزوم تغییر می‌کند و مجموعه‌ی فهرست فعالیت‌های بدون پیش‌نیازی ($Act - list$) تغییری نمی‌کند و فقط ممکن است توالی فعالیت‌ها (با رعایت روابط پیش‌نیازی) عوض شود که البته با توجه به رویکرد فوق‌الذکر اثری بر شدنی بودن آن ندارد.

برای بخش دوم کروموزوم نیز رویکرد مشابهی پیاده‌سازی می‌شود، با این تفاوت که به جای تعداد اعضای فهرست فعالیت‌های بدون پیش‌نیازی، اختلاف بین p_i^{min} و p_i^{max} در عدد تصادفی بین صفر و ۱ ضرب شده و سپس با کم‌ترین زمان اجرای فعالیت جمع می‌شود.

بخش سوم کروموزوم که مربوط به سفارش‌دهی است، تأثیر خاصی بر شدنی بودن مسئله ندارد. نکته‌ی قابل ذکر در این قسمت این است که انتخاب تأمین‌کننده و طبقه‌ی تخفیف، از جدولی که با توجه به داده‌های مسئله‌ی آماده شده، انجام می‌شود.

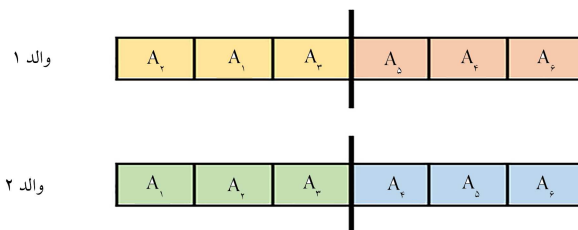
۳.۴. عملگر جهش

نقش کلیدی عملگر جهش، کاهش احتمال افتادن الگوریتم در دام جواب‌های بهینه‌ی محلی است. در این عملگر، مقدار یک یا چند ژن از یک کروموزوم به‌صورت تصادفی و با یک احتمال مشخص تغییر داده می‌شود. در پژوهش حاضر، از دو عملگر جهش کارآمد، یعنی تعویض و معکوس‌سازی، در بخش اول استفاده شده‌است. در شکل‌های ۷ و ۸ نمونه‌هایی از اعمال عملگرهای جهش مذکور روی بخش اول کروموزوم نشان داده شده‌است.

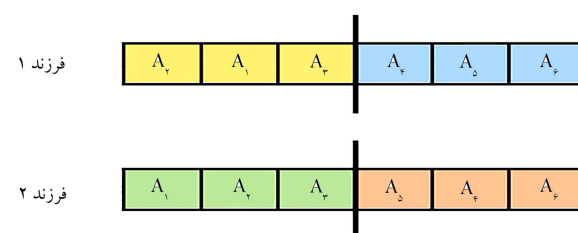
برای اعمال عملگر جهش روی بخش دوم کروموزوم، درصد مشخصی از متغیرها به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شود و مدت زمان انجام فعالیت‌های انتخاب شده به‌صورت تصادفی بین p_i^{min} و p_i^{max} تغییر می‌کند. شایان ذکر است که برای جلوگیری از غیرعملی شدن جواب‌ها، فرایند انجام شده در عملگر تقاطع، برای عملگر جهش نیز به‌طور مشابه انجام می‌شود.

۴.۴. انتخاب

در هر مرحله از الگوریتم ژنتیک، یک جمعیت جدید به دست می‌آید که شامل خروجی‌های حاصل از عملگرهای تقاطع و جهش در آن مرحله و اعضای برتر نسل



شکل ۴. اعمال عملگر تقاطع دو والد (انتخاب نقطه تقاطع).



شکل ۵. اعمال عملگر تقاطع دو والد (تولید دو فرزند).

۰/۳۳۴	۰/۹۱۶	۰/۵۱۲
-------	-------	-------

شکل ۶. مقادیر تصادفی بین ۰ و ۱ برای هر درایه بخش اول کروموزوم.

مذکور را روی مثالی از بخش اول کروموزوم پیشنهادی (مربوط به توالی انجام فعالیت‌ها) نشان می‌دهد.

برای این‌که حالت نشدنی بوجود نیاید، در پیاده‌سازی الگوریتم، یک فهرست برای بخش اول کروموزوم به نام «فهرست فعالیت‌های بدون پیش‌نیازی (Act-list)» ایجاد شده که فعالیت‌هایی که فاقد پیش‌نیازی هستند یا پیش‌نیازی آنها انجام شده را در هر مرحله نشان می‌دهد. هرکدام از اجزای بخش اول کروموزوم، متشکل از اعدادی بین صفر و ۱ هستند و اولین فعالیت در توالی بر مبنای یک رویکرد تصادفی انتخاب می‌شود. پس از آن، فهرست (جامعه‌ی) که فعالیت‌هایی بدون پیش‌نیاز دارند یا پیش‌نیاز آنها تماماً انجام شده‌است) به‌هنگام می‌شود و عدد تصادفی بعدی برای پیدا کردن فعالیتی که بعد از فعالیت اول توالی می‌آید، تولید می‌شود. این روال تا اتمام انتخاب تمام فعالیت‌ها ادامه می‌یابد. به منظور درک بهتر این موضوع، توالی ۳ فعالیت در نظر گرفته می‌شود، به نحوی که فقط فعالیت ۱ پیش‌نیاز فعالیت ۳ باشد و دو فعالیت ۱ و ۲ هیچ رابطه‌ی پیش‌نیازی نداشته باشند. همان‌طور که در شکل ۶ نشان داده شده، کروموزوم دارای سه درایه است که هر کدام از درایه‌ها متشکل از اعداد تصادفی بین صفر و ۱ هستند. در جدول ۲ نیز مشاهده می‌شود که تنها فعالیت‌های ۱ و ۲ بدون پیش‌نیازند و $Act - list = \{1, 2\}$ است که به‌صورت صعودی بر اساس شماره‌ی فعالیت مرتب می‌شوند. مقدار R به این صورت به دست می‌آید که تعداد عناصر فهرست فعالیت‌ها که برابر ۲ است، در عدد تصادفی درایه‌ی اول کروموزوم (۰/۳۳۴) ضرب می‌شود و رو به بالاگرد می‌شود که مقدار ۱ به دست

جدول ۳. مقادیر پارامترهای مرتبط با فعالیت‌های مسئله.

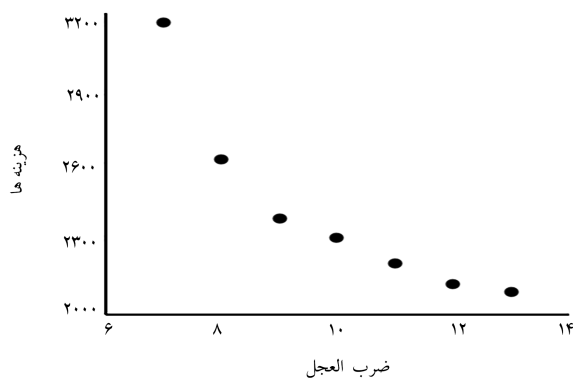
فعالیت‌ها	پارامترها	p_i^{max}	p_i^{min}	U_{im}	\bar{r}_{ik}
۱	۵	۳	۳۰	۱۰	۱
۲	۵	۳	۳۵	۱۲	۲
۳	۴	۲	۴۴	۲۵	۳
۴	۵	۲	۴۷	۳۰	۴
۵	۴	۲	۲۷	۱۰	۵

جدول ۴. مقادیر پارامترهای مسئله.

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
$(\alpha_{11}, \alpha_{21}]$	$(0, 50]$	π_{11}	۹
$(\alpha_{21}, \alpha_{31}]$	$(50, 110]$	π_{21}	۸
$(\alpha_{31}, \alpha_{41}]$	$(110, 185]$	π_{31}	۷
$(\alpha_{12}, \alpha_{22}]$	$(0, 70]$	π_{12}	۹
$(\alpha_{22}, \alpha_{32}]$	$(70, 120]$	π_{22}	۸
$(\alpha_{32}, \alpha_{42}]$	$(120, 185]$	π_{32}	۶
A_1	۴۰	A_2	۶۰
H	۲	CD	۱۰

جدول ۵. تفکیک هزینه‌های کلی پروژه به ازای مقادیر مختلف ضرب‌الاجل.

مواد	تسطیح منابع	کل	هزینه‌ها	ضرب‌الاجل
۱۷۷۴	۱۴۳۵	۳۲۰۹	۷	۷
۱۸۴۹	۷۹۳	۲۶۴۲	۸	۸
۱۹۱۱	۴۸۴	۲۳۹۵	۹	۹
۱۹۴۸	۳۶۷	۲۳۱۵	۱۰	۱۰
۲۰۰۰	۲۱۰	۲۲۱۰	۱۱	۱۱
۲۰۳۰	۹۳	۲۱۲۳	۱۲	۱۲
۲۰۵۱	۴۰	۲۰۹۱	۱۳	۱۳

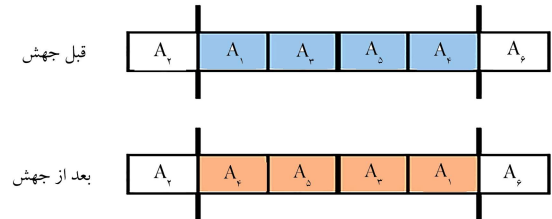


شکل ۱۰. نمودار هزینه‌ها به ازای مقادیر مختلف ضرب‌الاجل.

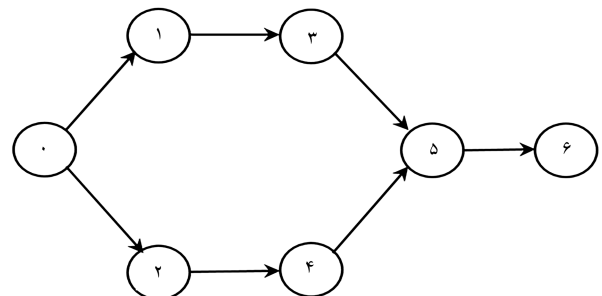
چنان که در شکل ۱۰ نشان داده شده، با افزایش زمان ضرب‌الاجل (\bar{d}) هزینه‌ی کل پروژه کمتر می‌شود. این امر نشان‌دهنده حساسیت هزینه‌های مسئله به زمان ضرب‌الاجل است. برای توضیح بهتر این موضوع، اجزای هزینه‌های کلی پروژه، متشکل از هزینه‌های تسطیح منابع و هزینه‌های مربوط به مواد، از یکدیگر تفکیک می‌شوند. در جدول ۵ مقادیر این هزینه‌ها به ازای مقادیر مختلف \bar{d} ارائه



شکل ۷. عملگر جهش به صورت تعویض.



شکل ۸. عملگر جهش به صورت معکوس‌سازی.



شکل ۹. شبکه گرهی روابط پیش‌نیازی پروژه.

قبلی است. اعضای جمعیت جدید بر اساس تابع برازش مرتب می‌شود و بسته به اندازه‌ی جمعیت اولیه، تعداد مشخصی از اعضای برتر انتخاب می‌شود.

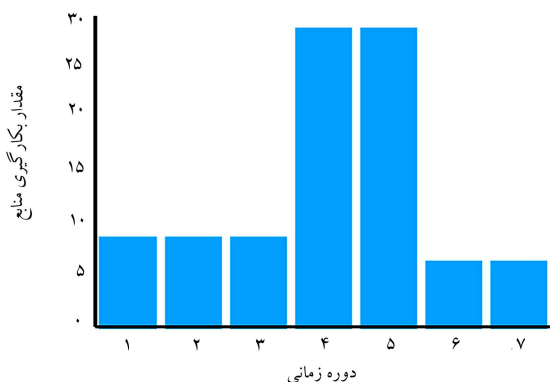
۵. نتایج محاسباتی

در این بخش، عملکرد مدل ارائه شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. ابتدا به منظور توصیف فضای کلی مسئله، مثال ساده‌ی شرح داده می‌شود. در ادامه، مثال‌هایی در ابعاد مختلف به منظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی ارائه می‌شود و تحلیل‌های مقایسه‌ی بر مبنای آن‌ها انجام خواهد شد. برای حل مسئله، از یک رایانه‌ی شخصی با مشخصات Intel Core i7-4500 U, 1/8 GHz 2/4 GHz, RAM 8GB و از نرم‌افزار MATLAB R2014a و نیز نرم‌افزار GAMS 24.1/2 استفاده شده است.

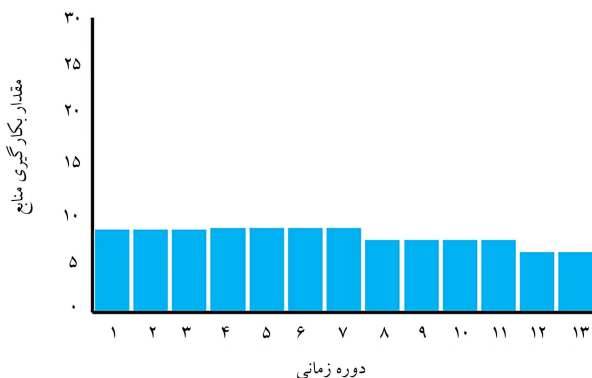
۱.۵. مثال عددی

مسئله‌ی با ۷ فعالیت متشکل از پنج فعالیت واقعی (۱-۵) و ۲ فعالیت موهومی (۰ و ۶) با یک منبع تجدیدپذیر و یک نوع منبع مصرفی (تجدیدناپذیر) را در نظر بگیرید. تأمین مواد از دو تأمین‌کننده، هرکدام با دو طبقه تخفیف، ممکن است. روابط پیش‌نیازی بین فعالیت‌ها مطابق شکل ۹ است. در جدول ۳ مقادیر پارامترهای مربوط به فعالیت‌ها و در جدول ۴ مقادیر سایر پارامترها ارائه شده است.

مثال عددی، با در نظر گرفتن مقادیر مختلف \bar{d} حل شده و تأثیر آن بر هزینه‌های کلی پروژه، الگوی تسطیح منابع، مقدار سفارش‌دهی، روند هزینه‌های تسطیح منابع و هزینه‌های سفارش‌دهی نشان داده می‌شود.



شکل ۱۲. نمودار عملکرد تسطیح منابع مدل به‌ازای ضرب‌الاجل برابر ۷.



شکل ۱۳. نمودار عملکرد تسطیح منابع مدل به‌ازای ضرب‌الاجل برابر ۱۳.

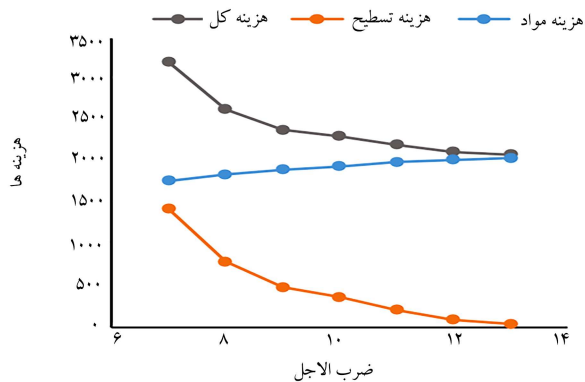
جدول ۶. سطوح پارامترهای الگوریتم ژنتیک و سطح بهینه آنها.

پارامترهای	سطح پارامتر			سطح بهینه
	سطح سوم	سطح دوم	سطح اول	
P_c	۰٫۶۵	۰٫۷۵	۰٫۸	۰٫۸
P_m	۰٫۱	۰٫۱۵	۰٫۲۵	۰٫۱۵
N_{pop}	۳۰	۶۰	۹۰	۹۰
$Max-iteration$	$1/2 \times N$	$1/5 \times N$	$2 \times N$	$1/2 \times N$

از روی تغییرات داده‌ها، متغیر دیگری برای اندازه‌گیری واریانس داده‌ها می‌سازد. این متغیر را نسبت سیگنال به نویز (S/N) می‌نامند. اصطلاح «سیگنال» به مقادیر مطلوب و «نویز» به مقادیر نامطلوب (انحراف استاندارد) اطلاق می‌شود. بنابراین، هدف، بیشینه‌سازی مقدار نسبت S/N است. در جدول ۶ سطوح ورودی پارامترهای الگوریتم ژنتیک و همچنین مقدار بهینه‌ی به دست آمده ارائه شده است. همچنین در شکل ۱۴ نمودار نسبت S/N به دست آمده برای الگوریتم ژنتیک نشان داده شده است.

۳.۵. نتایج عددی

در ادامه، به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، مسئله را در اندازه‌های مختلف از لحاظ تعداد فعالیت‌ها، تعداد منابع تجدیدپذیر، تعداد تأمین‌کنندگان و تعداد



شکل ۱۱. نمودار نمایش جهت و شیب هزینه‌ها به‌ازای مقادیر مختلف ضرب‌الاجل.

شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، هرچه مقدار \bar{d} بیشتر شود، هزینه‌های تسطیح منابع کاهش می‌یابد. در باره‌ی هزینه‌های مواد (مجموع هزینه‌های سفارش‌دهی، خرید و نگهداری) عکس این موضوع صادق است. برای نمایش بهتر این موضوع، نتایج حاصل از جدول ۵ در شکل ۱۱ ترسیم شده است. این نمودار به‌خوبی نشان می‌دهد که با افزایش مقدار \bar{d} هزینه‌های تسطیح منابع کاهش و هزینه‌های مرتبط با مواد افزایش می‌یابد. اما نکته‌ی بسیار مهم این است که هزینه‌های کلی هم‌جهت با هزینه‌های تسطیح منابع تغییر می‌کند و با افزایش مقدار \bar{d} کاهش می‌یابد. دلیل این امر حساسیت بیشتر هزینه‌های تسطیح منابع به مقدار \bar{d} است. همان‌طور که در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود، حساسیت شیب هزینه‌ها نسبت به مقدار \bar{d} در هزینه‌های تسطیح منابع به‌طور معناداری بیشتر از هزینه‌های مرتبط با مواد است. لازم به ذکر است که مثال‌های عددی متنوع دیگری هم حل شدند و در تمام موارد، این روند کلی تأیید شد.

موضوع دیگری که از اهمیت بالایی برخوردار است، نحوه‌ی عملکرد مدل در قبال تسطیح منابع است. برای ارزیابی این موضوع، مدل ریاضی ارائه شده برای زمانی که $\bar{d} = 7$ و دارای بیش‌ترین هزینه‌ی تسطیح منابع است و زمانی که $\bar{d} = 13$ دارای کم‌ترین هزینه‌ی تسطیح منابع است، مورد بررسی قرار گرفت (شکل‌های ۱۲ و ۱۳).

چنان‌که مشاهده می‌شود در شکل ۱۲ نوسانات مرتبط با به‌کارگیری منابع زیاد است، در حالی که در شکل ۱۳ که مربوط است به $\bar{d} = 13$ شدت نوسانات کاهش می‌یابد. این نشان می‌دهد که عملکرد مدل در قبال تسطیح منابع مطلوب است.

۲.۵. تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک

یکی از بحث‌های کلیدی در پیاده‌سازی روش‌های فراابتکاری تنظیم مناسب پارامترهای مسئله است. اگر این فرایند به درستی انجام نشود، جواب‌های به دست آمده از روش‌های فراابتکاری چندان قابل اعتماد نیستند. تأثیرگذارترین پارامترها در الگوریتم ژنتیک عبارت‌اند از: تعداد جمعیت اولیه (N_{pop})، تعداد تکرار ($Max-iteration$)، نرخ تقاطع (P_c) و نرخ جهش (P_m). در پژوهش حاضر، تنظیم پارامترهای مذکور با استفاده از روش تاگوچی [۱۷] انجام شده است.

در روش تاگوچی عوامل به دو دسته عوامل قابل کنترل و عوامل نویز تقسیم می‌شود. عوامل اغتشاش عواملی هستند که هیچ‌گونه کنترلی روی آن‌ها وجود ندارد. چون هیچ روشی برای حذف این عوامل وجود ندارد، روش تاگوچی می‌کوشد تا تأثیر آنها را کمینه سازد و سطوح بهینه‌ی عوامل قابل کنترل مهم را بیابد. تاگوچی همچنین

جدول ۸. داده‌های تولید شده برای حل مسائل.

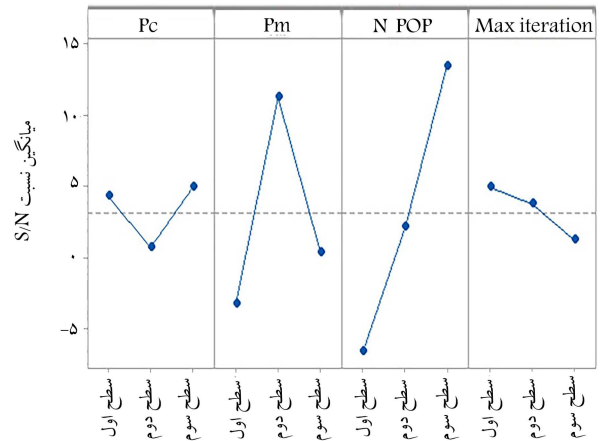
پارامترها	نوع توزیع برای مقدارگیری
\bar{d}	$\sim U[7, 300]$
p_i^{\min}	$\sim U[1, 5]$
p_i^{\max}	$\sim U[1, 1/6] \times p_i^{\min}$
\bar{r}_{ik}	$\sim U[1, 5]$
CE_k	$\sim U[40, 90]$
CD_k	$\sim U[0/3, 0/5] \times CE_k$
U_{im}	$\sim U[1, 9]$
A_{mv}	$\sim U[50, 110]$
π_{mzv}	$\sim U[4, 10]$
H_m	$\sim U[1, 4]$
α_{mzv}	$\sim U[1, 1500]$
Z_{mv}	$\sim U[1, 3]$

به‌نحوی که برای مسائل با ۵۵ فعالیت و بیشتر، امکان دست‌یابی به جواب بهینه در زمان معقول وجود ندارد. این در حالی است که بیشترین زمان حل مسائل در الگوریتم ژنتیک مربوط به مسئله‌ی با ۱۲۰ فعالیت با زمان حل میانگین معادل ۶۰۳ ثانیه است. همچنین برای هفت مسئله‌ی اول که جواب بهینه در زمان معقول قابل دست‌یابی بوده، میانگین درصد انحراف الگوریتم ژنتیک از جواب بهینه‌ی گمز ۰/۴۹ درصد و بیشترین مقدار انحراف ۱/۰۱ درصد است. بنابراین عملکرد مطلوب الگوریتم ژنتیک از منظر نزدیکی به جواب بهینه و زمان حل مورد تأیید قرار می‌گیرد.

۶. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مسئله‌ی تسطیح منابع با مسئله‌ی سفارش‌دهی مواد به طور هم‌زمان برنامه‌ریزی شده است. بدین منظور یک مدل ریاضی که مجموع هزینه‌ها را کمینه می‌کند، پیشنهاد شد. به‌منظور نزدیکی هرچه بیشتر با دنیای واقعی، فرض شد که فعالیت‌ها با شدت اجرای متغیر پردازش می‌شوند. با توجه به پیچیدگی محاسباتی مسئله، از الگوریتم ژنتیک نیز برای حل مسئله خصوصاً در ابعاد بزرگ استفاده شد. به عبارت دقیق‌تر، نمونه مسئله‌هایی با ابعاد مختلف توسط نرم‌افزار گمز و الگوریتم ژنتیک حل شد. نتایج عددی به دست آمده، حاکی از عملکرد مطلوب الگوریتم ژنتیک از دو جنبه نزدیکی به جواب بهینه و زمان حل بود.

تحلیل انجام شده روی نمونه مسئله‌های مختلف نشان داد که با افزایش زمان ضرب‌الاجل، هزینه‌های تسطیح منابع کاهش و هزینه‌های مرتبط با مواد افزایش می‌یابد. اما هزینه‌های کلی هم‌جهت با هزینه‌های تسطیح منابع تغییر می‌کند. دلیل این امر، حساسیت بیشتر هزینه‌های تسطیح منابع در مقایسه با هزینه‌های تأمین مواد نسبت به زمان ضرب‌الاجل است. همچنین عملکرد مدل به لحاظ تسطیح منابع مورد ارزیابی و تأیید قرار گرفت.



شکل ۱۴. نسبت سیگنال‌به‌نویز الگوریتم ژنتیک S/N .

جدول ۷. عناصر مسائل طراحی شده.

کد مسئله	تعداد فعالیت‌ها	تعداد منابع تجدیدپذیر	تعداد تأمین‌کنندگان	تعداد مواد مصرفی
۶-۲-۱-۱	۶	۲	۱	۱
۱۰-۲-۲-۱	۱۰	۲	۲	۱
۱۵-۳-۲-۲	۱۵	۳	۲	۲
۲۱-۳-۲-۳	۲۱	۳	۲	۳
۲۸-۳-۳-۳	۲۸	۳	۳	۳
۳۶-۳-۳-۳	۳۶	۳	۳	۳
۴۵-۴-۳-۳	۴۵	۴	۳	۳
۵۵-۴-۳-۳	۵۵	۴	۳	۳
۶۶-۴-۳-۴	۶۶	۴	۳	۴
۷۸-۵-۳-۴	۷۸	۵	۳	۴
۹۱-۵-۳-۵	۹۱	۵	۳	۵
۱۰۵-۶-۳-۵	۱۰۵	۶	۳	۵
۱۲۰-۶-۴-۵	۱۲۰	۶	۴	۵

مواد مصرفی، با استفاده از الگوریتم ژنتیک و گمز (حل‌گر سیپلکس) حل کرده و نتایج آنها را به‌لحاظ عملکرد تابع هدف و زمان حل مقایسه می‌کنیم. در جدول ۷ انواع مسئله‌های حل شده و پارامترهای مؤثر بر ابعاد آن نشان داده شده است. برای هر مسئله، ده نمونه‌ی مختلف متشکل از ترکیبی متفاوت از پارامترهای مدل بر اساس توزیع یکنواخت مطابق جدول ۸ طراحی و حل شده است. در جدول ۹ میانگین مقادیر بهینه‌ی تابع هدف و زمان حل حاصل از حل مسائل طراحی شده با الگوریتم ژنتیک و گمز ارائه شده است. با توجه به نتایج به دست آمده در جدول ۹، با افزایش ابعاد مسائل، زمان حل گمز به طور نمایی افزایش می‌یابد،

جدول ۹. نتایج حاصل از الگوریتم ژنتیک و گمز برای حل مسائل طراحی شده.

کد مسئله	مقدار تابع هدف		میزان فاصله جواب الگوریتم ژنتیک با گمز (درصد)	زمان حل (ثانیه)	
	الگوریتم ژنتیک	گمز		الگوریتم ژنتیک	گمز
۶-۲-۱-۱	۶۶۶	۶۶۶	۰	۲	۲
۱۰-۲-۲-۱	۱۴۶۵	۱۴۶۵	۰	۲۹	۱۲۵۹
۱۵-۳-۲-۲	۴۴۲۴	۴۴۱۲	۰٫۲۷	۶۸	۲۹۴۶
۲۱-۳-۲-۳	۵۹۷۸	۵۹۵۶	۰٫۳۷	۱۰۲	۵۶۶۴
۲۸-۳-۳-۳	۶۴۸۲	۶۴۲۱	۰٫۹۵	۱۸۱	۷۰۳۷
۳۶-۳-۳-۳	۷۲۸۶	۷۲۱۳	۱٫۰۱	۲۳۰	۸۹۰۴
۴۵-۴-۳-۳	۸۰۲۴	۷۹۵۴	۰٫۸۸	۲۸۲	۱۵۰۳۴
۵۵-۴-۳-۳	۹۱۵۴	-	-	۳۵۶	-
۶۶-۴-۳-۴	۱۰۴۵۹	-	-	۴۱۰	-
۷۸-۵-۳-۴	۱۱۳۳۱	-	-	۴۸۵	-
۹۱-۵-۳-۵	۱۳۰۳۷	-	-	۵۳۶	-
۱۰۵-۶-۳-۵	۱۴۶۲۲	-	-	۵۷۱	-
۱۲۰-۶-۴-۵	۱۶۴۰۵	-	-	۶۰۳	-

همچنین به منظور نزدیک‌تر شدن مدل به شرایط دنیای واقعی، می‌توان جریان‌های نقدی پروژه را نیز در فرایند تصمیم‌گیری لحاظ کرد.

به دلیل حساسیت هزینه‌ها به زمان ضرب‌الاجل در این مدل، می‌توان در پژوهش‌های آتی، تابع هدف زمان تکمیل پروژه را به مدل مورد مطالعه اضافه کرد.

منابع (References)

- Dixit, V., Srivastava, R.K. and Chaudhuri, A. "Procurement scheduling for complex projects with fuzzy activity durations and lead times", *Computers & Industrial Engineering*, **76**, pp. 401-414 (2014).
- Yeo, K.T. and Ning, J. "Managing uncertainty in major equipment procurement in engineering projects", *European Journal of Operational Research*, **171**(1), pp. 123-134 (2006).
- Ponz-Tienda, J.L., Salcedo-Bernal, A. and Pellicer, E. "A parallel branch and bound algorithm for the resource leveling problem with minimal lags", *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, **32**(6), pp. 474-498 (2017).
- Aquilano, N.J. and Smith, D.E. "A formal set of algorithms for project scheduling with critical path scheduling/material requirements planning", *Journal of Operations Management*, **1**(2), pp. 57-67 (1980).
- Smith-Daniels, D.E. and Aquilano, N.J. "Constrained resource project scheduling subject to material constraints", *Journal of Operations Management*, **4**(4), pp. 369-387 (1984).
- Smith-Daniels, D.E. and Smith-Daniels, V.L. "Optimal project scheduling with materials ordering", *IIE transactions*, **19**(2), pp. 122-129 (1987).
- Erbasi, A. and Sepil, C. "A modified heuristic procedure for materials management in project networks", *International Journal of Industrial Engineering-Theory Application And Practice*, **6**(2), pp. 132-140. (1999).
- Dodin, B. and Elimam, A. "Integrated project scheduling and material planning with variable activity duration and rewards", *Iie Transactions*, **33**(11), pp. 1005-1018 (2001).
- Sajadieh, M.S., Shadrokh, S. and Hassanzadeh, F. "Concurrent project scheduling and material planning: a genetic algorithm approach. Scientia Iranica", *Transaction E, Industrial Engineering*, **16**(2), p. 91 (2009).
- Fu, F. "Integrated scheduling and batch ordering for construction project", *Applied Mathematical Modelling*, **38**(2), pp. 784-797 (2014).
- Tabrizi, B.H. and Ghaderi, S.F. "Simultaneous planning of the project scheduling and material procurement problem under the presence of multiple suppliers", *Engineering Optimization*, **48**(9), pp. 1474-1490 (2016).
- Zoraghi, N., Shahsavar, A. and Niaki, S. "A hybrid project scheduling and material ordering problem: Modeling and solution algorithms", *Applied Soft Computing*, **58**, pp. 700-713 (2017).
- Tabrizi, B.H. "Integrated planning of project scheduling and material procurement considering the environmental impacts", *Computers & Industrial Engineering*, **120** pp. 103-115 (2018).

14. Kis, T. "A branch-and-cut algorithm for scheduling of projects with variable-intensity activities", *Mathematical Programming*, **103**(3), pp. 515-539 (2005).
15. Fündeling, C.-U. and Trautmann, N. "A priority-rule method for project scheduling with work-content constraints", *European Journal of Operational Research*, **203**(3), pp. 568-574 (2010).
16. Neumann, K., Schwindt, C. and Zimmermann, J., *Project Scheduling With Time Windows and Scarce Resources: Temporal and Resource-Constrained Project Scheduling With Regular and Nonregular Objective Functions*, Springer Science & Business Media (2012).
17. Taguchi, G, and Foster. T. "Introduction to quality engineering", Tokyo: Asian productivity organization (1986).