مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (زمستان ۱۴۰۰)
دوره‌ی ۱-۳۷، شماره‌ی ۲، ص. ۱۱۳-۱۲۱، (پژوهشی)

Original Article

آزادسازی لاگرانژ برای زمان‌بندی جریان کارگاهی منعطف در شبکه‌های چند کارخانه‌یی ناهمسان

الهه کلوندی (دانشجوی کارشناسی ارشد)
جواد بهنامیان* (دانشیار)
گروه مهندسی صنایع، دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

در این مقاله به زمان‌بندی کارگاه جریان کارگاهی منعطف در شرایط چندکارخانه‌یی پرداخته‌ایم که در آن کارخانه‌ها با ایجاد یک شبکه‌ی تولیدی سعی بر ارضای تقاضای بازار دارند. در این تحقیق علی‌رغم آن که فرض شده است کارخانه‌ها به‌صورت مجزا فعالیت می‌کنند، در برخی مواقع نیز به دلیل وجود صف‌هایی طولانی در یک کارخانه، برخی از کارها به کارخانه‌های دیگر ارسال می‌شوند تا زمان تکمیل کارها کاهش یابد. به عبارت دیگر، در این سیستم فرض شده است هر کارخانه پس از ارضای تقاضای منطقه‌ی خود، می‌تواند در جهت حصول تابع هدف بهتر برای شبکه‌ی تولیدی با سایر کارخانه‌ها همکاری کند. در این پژوهش با در نظرگرفتن فرض ناهمسانی کارخانه‌های موجود در شبکه‌ی تولیدی و هزینه‌های نگهداری، ابتدا مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای مسئله ارائه شده است. در ادامه و پس از حل مدل پیشنهادی با استفاده از نرم‌افزار گمز و به دلیل پیچیدگی آن، الگوریتمی بر پایه‌ی آزادسازی لاگرانژ به منظور حل مسئله در ابعاد بزرگ‌تر توسعه داده شده است. خروجی مقایسات حاصل از نتایج گمز و الگوریتم آزادسازی لاگرانژ، نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی کارایی مناسبی دارد.

واژگان کلیدی: زمان‌بندی توزیع شده، جریان‌کارگاهی منعطف، شبکه‌ی چندکارخانه‌یی، الگوریتم آزادسازی لاگرانژ.

eladep208@gmail.com
behnamian@basu.ac.ir

۱. مقدمه

یک کارگاه با جریان منعطف متشکل از چندین مرحله به‌صورت سری است که در آن امکان بازگشت یک کار پردازش شده به مرحله‌ی قبلی وجود ندارد. در این کارگاه در هر مرحله دست‌کم یک ماشین وجود داشته و حداقل یکی از مراحل دارای بیش از یک ماشین است. با توجه به وضعیت بازار و نیز اهمیت افزایش ظرفیت تولید با استفاده از موازی‌سازی ماشین‌آلات در محیط جریان کارگاهی، تحقیق در مورد زمان‌بندی کارگاه‌هایی با خطوط جریان انعطاف‌پذیر ضروری به نظر می‌رسد.[۱] همچنین در تحقیقات مسائل زمان‌بندی، فرض می‌شود که کارها به‌صورت متمرکز و در یک کارخانه تولید می‌شود و این در حالی است که با پیچیده‌تر شدن مسائل واقعی و روند جهانی‌سازی موجود، حجم و تنوع تقاضای در بازارهای رقابتی شدیداً افزایش یافته و فشار در راستای رسیدن به اهداف همه‌ی ذی‌نفعان موجب شده که کارخانه‌ها با تغییر از رویکرد متمرکز به سمت تولید شبکه‌های تولید توزیع شده تمایل یابند تا از طریق توزیع جغرافیایی مناسب و دسترسی به منابع کاری ارزان‌قیمت‌تر در کنار سایر مزایای تولید توزیع شده، کارایی تولید خود را افزایش دهند. به این منظور و با هدف حفظ شرایط رقابت‌پذیری در چنین بازارهایی، کارخانه‌ها با رشد خود به طور پیش‌فرض به پیکربندی داخلی پرداخته تا به واسطه‌ی افزایش در سطح ظرفیت در وهله‌ی اول از مزایای اقتصاد مقیاس برخوردار شوند ولی با استمرار رشد کارخانه‌ها، لاجرم به ایجاد شبکه‌ی تولیدی متشکل از چندین سایت مبادرت ورزند. علاوه بر این، تغییر و تحول در کارخانه‌های تولیدی و نیز علاقه‌ی شرکت‌های کوچکتر برای ورود به عرصه‌ی جهانی چالشی جدید در ساختاربندی مدیریت عملیات کارا در شبکه‌های تولید که به‌صورت جغرافیایی توزیع شده‌اند به وجود آورده است[۲] و آن هم باعث ادغام سازمان‌های کوچک با یکدیگر، به منظور غلبه بر مشکلات شده است. مشکلاتی همچون:

- رضایت‌بخش نبودن زمان پاسخ به آشفتگی‌های تصادفی بزرگ در بازار به دلیل کند بودن سیستم‌های تولید سنتی؛
- ناکافی بودن اطلاعات، نادرست و غیر قابل اعتماد بودن به دلیل وسعت جغرافیایی توزیع مشتریان که سبب تصمیم‌گیری بر پایه‌ی حدس و گمان یا اطلاعات اندک شده است؛
- انعطاف‌ناپذیری ساختار سازمانی سیستم‌های سنتی که به ناکارآمدی سازمان در برابر پیدایش بازارهای جدید و تغییرات آن می‌انجامد.

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۹/۸/۱۱، اصلاحیه ۱۴۰۰/۳/۱۲، پذیرش ۱۴۰۰/۴/۲۳.
DOI:10.24200/J65.2021.56538.2157

در این بین این امکان نیز وجود دارد که شرکت‌ها برای آن که بتوانند یک سفارش بزرگ‌تر از توان خود را بپذیرند، با ایجاد اتحادهای موقت، پذیرش بالقوه‌ی سفارشات بزرگ‌تر را برای مجموعه‌ی شبکه‌ی تولید ممکن می‌سازند (چرا که تولید در حالت مستقل به دلیل عدم توانایی کل سفارش در یک کارخانه ممکن است به بهای از دست رفتن کل سفارش بینجامد). با توجه به لزوم ایجاد چنین شبکه‌های تولید متمرکزِ حاصل از توسعه‌ی یک سازمان به چند شرکت با توزیع جغرافیایی، یا غیر متمرکزِ حاصل از اتحاد مجازی، بدیهی است بحث مدیریت تولید و زمان‌بندی در شرایط جدید مطرح خواهد بود. در این بین تفاوت‌های اساسی بین تولید یک کارخانه با چند کارخانه وجود دارد. در حالت تک‌کارخانه، محصولات با استفاده از یک کارخانه تولید شده و سپس به مکان‌های فروش ـ که وظیفه‌ی توزیع یا خرده‌فروشی این محصولات را دارند ـ تحویل می‌شود؛ حال آن که در حالت تولید شبکه این امکان وجود دارد که این تولیدکننده چندین کارخانه‌ی تولید موازی را که در نقاط مختلف جغرافیایی پراکنده شده‌اند به کار گیرد تا بتواند در هزینه و زمان‌های حمل و نقل صرفه‌جویی کند و از طریق قرار دادن کارخانه در نزدیکی مشتریان، سطح سرویس بهتری برای آنان فراهم آورد.[۳] در این زمینه، مسائل تصمیم را به سطوح پایین‌تر از سلسله‌مراتب سازمان واگذار و حل آن را به‌صورت محلی در نهادهای مختلف از سیستم می‌سپارند. سپس راه حل‌ها را با هم و تحت یک هدف سراسری هماهنگ می‌کنند. در حقیقت تولید چندکارخانه‌یی در چندین کارخانه اتفاق می‌افتد، که ممکن است از لحاظ جغرافیایی در مکان‌های مختلف و به منظور برآوردن تقاضا و تطابق با گرایش جهانی شدن، توزیع شوند.

در این تحقیق مسئله‌ی زمان‌بندی شبکه‌های تولید چندکارخانه‌یی با جریان کارگاهی مورد بررسی قرار گرفته است. این مسئله از طریق موازی‌سازی ماشین‌ها در ایستگاه‌های کاری جریان کارگاهی از یک طرف باعث کاهش زمان انجام فرایندها و تأخیرات خواهد شد. از طرفی با متعادل‌سازی مقدار بارگذاری در شبکه‌های تولیدی چندکارخانه‌یی، موجب کاهش زمان انتظار فعالیت‌ها در صف‌های طولانی شده و در نتیجه تقاضا در زمان کوتاه‌تری برآورده می‌شود. با بررسی پژوهش‌های مختلف در زمینه‌ی جریان‌کارگاهی منعطف در سال‌های اخیر مشاهده شد که زمان‌بندی جریان‌کارگاهی منعطف به‌شدت مورد توجه محققین بوده و علاوه بر مدل‌سازی مسئله با فرضیات و توابع هدف مختلف سعی کرده‌اند روش‌های ابتکاری، فرا‌ابتکاری متفاوتی برای آن ارائه کنند. در این راستا، برای اولین بار الگوریتم آزادسازی لاگرانژ به‌عنوان یک ابزار قدرتمند برای حل مسئله‌ی جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر با ماشین‌های ناهمسان در بستر شبکه‌های تولیدی پیشنهاد شده است. این الگوریتم ابزاری ساده است که استفاده از آن، از پیچیدگی مسئله و زمان حل مسئله می‌کاهد. در این تحقیق با در نظر گرفتن شرایطی همچون امکان جابه‌جایی کار مابین کارخانه‌های موجود در شبکه‌ی تولیدی و در نظر گرفتن هزینه‌های نگهداری در بافرها، مسئله‌ی مورد بررسی را به دنیای واقعی نزدیک‌تر کنند.

در ادامه بعد از مرور ادبیات در بخش دوم، در بخش سوم به بیان مسئله و مفروضات و تعریف متغیرها و پارامترها و در نهایت مدل‌سازی و توضیح آن پرداخته شده است. بخش چهارم به تعریف الگوریتم آزادسازی لاگرانژ و الگوریتم پیاده شده در مقاله و توضیحات آن اختصاص یافته است. بخش پنجم مختص نتایج محاسباتی است که در آن پس از ارائه‌ی نحوه‌ی تولید مثال‌های عددی، نتایج عددی بیان و تحلیل شده است. نهایتاً در بخش پایانی پس از ارائه‌ی جمع‌بندی، زمینه‌هایی برای مطالعات آتی پیشنهاد شده است.

۲. مرور ادبیات

ورشوساز و همکاران[۱] به بررسی مسئله‌ی زمان‌بندی جریان کارگاهی مونتاژ دومرحله‌یی می‌پردازد. در این مسئله فرض شده است که تعدادی محصول مشابه، هر یک متشکل از چندین قطعه‌ی مختلف سفارش داده شده است. ساخت هر قطعه شامل m عملیات است که در ایستگاه اول به‌وسیله‌ی m ماشین مختلف انجام می‌شود. قطعات پس از تکمیل فرایند ساخت، در ایستگاه دوم به‌وسیله‌ی چندین ماشین ناهمسان بـه محصول نهایی مونتاژ می‌شوند. هدف مسئله، یافتن توالی بهینه‌ی قطعات در ایستگاه ساخت و تخصیص و توالی بهینه‌ی محصولات در ایستگاه مونتاژ است. در اینجا، ابتدا یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط ارائه می‌شود و سپس دو الگوریتم فرا‌ابتکاری ازدحام ذرات با جست‌وجوی محلی و شبیه‌سازی تبرید برای حل مسئله پیشنهاد شده است. بهنامیان و فاطمی قمی[۲] یک الگوریتم ترکیبی بر پایه‌ی بهینه‌سازی گروه ذرات و الگوریتم فوق ابتکاری برای زمان‌بندی کارخانه‌ی توزیع شده‌ی ماشین موازی با اتحاد مجازی با هدف کمینه‌سازی تابع هدف مجموع زمان‌های تکمیل، ارائه کرده‌اند. در این تحقیق فرض شده است که در شبکه‌ی تولیدی، مجموعه‌یی از تولیدکنندگان با مالکیت مستقل به یکدیگر ملحق شده‌اند تا یک شبکه‌ی تولید ایجاد کنند. در این سیستم اعضا در وهله‌ی اول موظف به تأمین نیاز منطقه‌ی خود بوده و با انگیزه‌ی فعالیت اقتصادی بیشتر نسبت به حالت انفرادی با یکدیگر مشارکت می‌کنند. در این سیستم تولیدی که به نام شبکه‌ی تولید توزیع شده با ارتباطات مجازی نیز شناخته می‌شود، هر کارخانه به‌عنوان عضوی مجزا معمولاً بر منافع خودش متمرکز بوده و برای بهبود آن تلاش می‌کند و کمتر دغدغه‌ی منافع سایر اعضای شبکه را دارد. نادری و رویز[۳] نیز الگوریتمی برای حل مسئله‌ی زمان‌بندی جایگشت توزیع جریان کارگاهی ارائه کردند. در الگوریتم پیشنهادی بعضی تکنیک‌های پیشرفته مانند مجموعه‌ی مرجع متشکل از راه حل‌های جزئی و کامل همراه با خصوصیات دیگر مانند پیوند مجدد مسیر و جست‌وجوی محلی به کار رفته است. علاقبندها و همکاران[۴] برای تعیین اندازه دسته‌ی اقتصادی در جریان کارگاهی جایگشتی توزیع شده، مدلی غیر خطی و خطی ارائه دادند که در آن تعدادی کارخانه با ماشین‌آلات همسان و تولیدات متفاوت که باید در بین کارخانه‌ها توزیع شوند وجود داشت. هدف از طرح این مسئله، کمینه‌سازی هزینه‌ی راه‌اندازی، هزینه‌ی موجودی در جریان ساخت و هزینه‌ی موجودی محصول نهایی در واحد زمان بوده است. با توجه به NP-hard مدل پیشنهادی، آن‌ها از الگوریتم چرخه‌ی آب برای حل این مدل استفاده کردند. رئیسی و همکاران[۵] با ارائه‌ی سه الگوریتم فرا‌ابتکاری ترکیبی برای مسئله‌ی جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر در شرایط عدم قطعیت همراه با هزینه‌ی نگهداری و تعمیرات و محدودیت بودجه، به حل مشکل برنامه‌ریزی جریان کارگاهی منعطف تصادفی پرداختند. در این مسئله با در نظر گرفتن بحث تعمیرات نگهداری پیشگیرانه و محدودیت بودجه سعی شد تا شرایط مسئله‌ی مورد بررسی حتی‌المقدور به شرایط مسائل دنیای واقعی نزدیک‌تر شود. محمودی و همکاران[۶] به توسعه‌ی مدل برنامه‌ریزی خطی آمیخته با اعداد صحیح برای کمینه‌سازی زمان انجام کارهای در جریان کارگاهی توزیع شده بدون توقف همراه با زمان انتقال پرداختند. تابع هدف مدل پیشنهادی شامل کمینه‌سازی هزینه‌ی انتقال از کارخانه به مشتری و همچنین زمان انتقال از تأمین کننده به کارخانه بود. فصیحی و همکاران[۷] مسئله‌ی زمان‌بندی جریان کارگاهی جایگشتی بازگشت‌پذیر با هدف کمینه‌سازی بیشینه‌ی دیرکرد کارها مورد بررسی قرار دادند. محیط جریان کارگاهی بازگشت‌پذیر،[۱] همان جریان کارگاهی است با این تفاوت که کارها، ماشین‌های مشخص را بیش از یک

بار ملاقات می‌کنند. حال اگر ترتیب کار روی هر ماشین در ایستگاه‌ها یکسان باشد، مسئله‌ی جریان کارگاهی جایگشتی[۲] به آن اطلاق می‌شود. در این مقاله، برای حل این مسئله از سه الگوریتم فرااِبتکاری مبتنی بر الگوریتم ژنتیک، شبیه‌سازی تبرید و جست‌وجوی ممنوع طراحی شد. طسوجی حسنپور و همکاران[۸] مسئله‌ی زمان‌بندی جریان کارگاهی برگشت‌پذیر بدون وقفه، با هدف کمینه‌سازی در زمان تکمیل کارها را بررسی کردند. در مسائل جریان کارگاهی بدون وقفه مراحل انجام یک کار روی ماشین‌ها از ابتدا تا انتها بدون وقفه انجام می‌شود. در این مقاله برای مسئله‌یک مدل ریاضی ارائه و با نرم‌افزار گمز حل شد. در ادامه نیز از الگوریتم‌های ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید برای حل مسئله استفاده شد. یزدانی و نادری[۹] در مقاله‌یی به مدل‌سازی مسئله‌ی زمان‌بندی تولید جریان کارگاهی چندحالته با منابع محدود پرداختند. در زمان‌بندی معمولاً زمان پردازش عملیات‌های هر کار مشخص و ثابت در نظر گرفته می‌شود. زمان هر فعالیت/عملیات می‌تواند گاه چند حالت باشد و با تخصیص مقدار بیشتری از منابع زمان پردازش‌شان نیز کاهش یابد. در این گونه مسائل علاوه بر زمان‌بندی فعالیت‌ها باید تخصیص منابع محدود در دسترس به فعالیت‌ها نیز انجام شود. در این جریان کارگاهی از حالت کلاسیک خود مسئله‌ی جریان کارگاهی چندحالته با منابع محدود توسعه داده می‌شود. در این راستا مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط خطی با دو مفهوم مختلف ارائه شد: مدل مکان محور و مدل توالی محور. برای ارزیابی عملکرد این دو مدل پیشنهادی، پیچیدگی اندازه و پیچیدگی محاسباتی آن‌ها تعیین و مقایسه شد.

اسدی گنگرج و نهاوندی[۱۰] به توسعه روش آزادسازی لاگرانژ برای حل مسئله‌ی زمان‌بندی در محیط جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر با تابع هدف کمینه‌سازی حداکثر زمان تکمیل کارها پرداختند.

بهنامیان[۱۱] نیز روشی بر پایه‌ی ژنتیک زیر جمعیت و روش ارتجاعی برای مسئله‌ی زمان‌بندی شبکه‌های تولید با ساختار ماشین‌های موازی ارائه داد. نیشی[۳] و همکارانش[۱۲] به حل مسئله‌ی جریان کارگاهی با استفاده از روش آزادسازی لاگرانژ پرداختند. چانگ[۴] و همکاران[۱۳] به زمان‌بندی جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی پیشرفته با هدف انجام کارها در موعد مقرر پرداخته و به این منظور مسئله را در قالب یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی عدد صحیح فرموله کردند. الگوریتم پیشنهادی آن‌ها شامل چهار بخش بود: تجزیه مسئله‌ی اصلی به‌وسیله‌ی آزادسازی لاگرانژ به چند زیرمسئله، کمینه‌سازی هزینه، الگوریتم ابتکاری برای حل زیرمسئله‌های جریان کارگاهی خطی و در نهایت پیشنهاد روشی برای دست‌یابی به یک برنامه‌ی بهینه و شدنی. تانگا[۵] و همکاران[۱۴] الگوریتم آزادسازی لاگرانژ برای زمان‌بندی جریان کارگاهی منعطف به منظور کمینه‌سازی زمان اتمام وزنی کل ارائه دادند. در روش پیشنهادی آنها، ابتدا مسئله به زیرمسئله‌هایی تجزیه و در نهایت یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا برای حل زیرمسئله‌های ماشین‌های همسان موازی طراحی شد. برای کمینه‌سازی دیرکرد وزنی کار، ایروهارا[۶][۱۵] به حل مسئله‌ی برنامه‌ریزی جریان کارگاهی منعطف با محدودیت انبارها، توسط الگوریتم آزادسازی لاگرانژ پرداخت. لیو و همکارش[۷][۱۶] برنامه‌ریزی جایگشتی برای محیط جریان کارگاهی را با استفاده از الگوریتم آزادسازی لاگرانژ ارائه دادند. در این مقاله یک فرمول برنامه‌ریزی عدد صحیح برای جریان کارگاهی جایگشتی ارائه شده است. هدف کاهش جریمه‌ی کمبود تولید و آزادسازی سریع‌ترمحدودیت‌های مربوط به مواد اولیه با توجه به محدویت‌های مسئله است. بهنامیان[۱۷] برای مسئله‌ی زمان‌بندی چندکارخانه‌یی با ماشین‌های موازی از روش تجزیه بندر استفاده کرد. در این تحقیق نویسنده مسئله‌ی اصلی را به دو زیرمسئله‌ی تخصیص کار به کارخانه‌ی مناسب و زیرمسئله‌ی زمان‌بندی کارهای تخصیص یافته به کارخانه‌ها تقسیم کرد.

شائو[۸] و همکاران[۱۸] با استفاده از معیار حداکثر زمان تکمیل به یک مسئله‌ی زمان‌بندی توزیع شده بدون انتظار جریان کارگاهی پرداختند. در مرحله‌ی اول آنها، چندین روش برای افزایش سرعت حل مسئله به منظور رسیدن به پیچیدگی $O(1)$ مطرح کردند. سپس یک پیشنهاد ابتکاری برای تولید یک راه حل اولیه ارائه دادند. در این مطالعه، همچنین چندین ساختار جست‌وجوی محلی برای بهبود الگوریتم‌های حریصانه کارگرفته شد. اینکایا و آکلانسل[۹][۱۹] زمان‌بندی یک‌پارچه در یک زنجیره‌ی تأمین با فرض وجود مرحله‌ی مونتاژ در نظر گرفتند که در آن مراحل بالادستی اجزای چندین محصول را برای مونتاژ در مراحل پایین دست تولید می‌کند. به منظور امکان جریان سریع‌تر محصولات از طریق زنجیره تأمین و کاهش موجودی کار در فرایند، آن‌ها یک مدل ریاضی و یک الگوریتم ژنتیک معرفی کردند تا مجموع جریان وزنی و هزینه‌های موجودی را کمینه کنند. یک الگوریتم فوق ابتکاری نیز برای حل مسئله بر اساس تحقیق لین[۱۰] و همکاران[۲۰] در اینجا ارائه شد که شامل ده روش ابتکاری به‌عنوان ابتکاری‌های سطح پایین و یک الگوریتم جست‌وجوی برگشتی به عنوان استراتژی سطح بالا بود. چانگ و لیو[۱۱][۲۱] یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی برای حل مسئله‌ی زمان‌بندی توزیع شده تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر با تابع هدف بیشینه زمان تکمیل پیشنهاد کردند. آن‌ها سازوکار رمزگذاری جدیدی برای حل مشکل جواب‌های نشدنی تولید شده ارائه دادند. همچنین در الگوریتم ترکیبی ژنتیکی پیشنهادی، از اپراتورهای مختلف متقاطع و جهش برای افزایش احتمال یافتن جواب بهینه و تنوع کروموزوم‌ها استفاده شد. وو[۱۲] و همکاران[۲۲] مسئله‌ی مشابهی را به چندین زیرمسئله‌ی تولید کارگاهی و زمان‌بندی تک‌کارخانه‌یی تجزیه کردند. آن‌ها برای کمینه‌سازی زمان زودکرد/دیرکرد و هزینه‌ی کل به طور هم‌زمان، یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط پیشنهاد کردند. در این تحقیق همچنین الگوریتم شبیه‌سازی تبرید شده تکامل یافته معرفی شد که در آن برای انتخاب فرزندان، نویسندگان یک ایده حریصانه همراه با انتخاب طبقه‌بندی نشده جواب‌های غالب را اعمال کردند.

ژانگ و زینگ[۱۳][۲۳] به مسئله‌ی زمان‌بندی توزیع شده جریان کارگاهی جایگشتی با بافر محدود با معیار حداکثر زمان تکمیل پرداختند. مسئله‌ی مورد بررسی در حقیقت از چندین کارخانه همگن تشکیل شده که هریک به عنوان یک مسئله‌ی جریان کارگاهی جایگشت با بافرهای محدود بین هر دو ماشین مجاور بود. آن‌ها دو روش ابتکاری برای تولید یک راه حل اولیه‌ی خوب برای فرااِبتکاری تکامل تدریجی پیشنهادی توسعه دادند. منگ[۱۴] و همکاران[۲۴] با تمرکز بر سفارش مشتری، زمان‌بندی توزیع شده‌ی جریان کارگاهی جایگشتی را بررسی کردند. در این مسئله، فرض بر این بود که مجموعه‌یی از سفارشات مشتری باید در تعدادی کارخانه تولید شود و هر سفارش متشکل از برخی کارهای تعریف شده باید در همان کارخانه پردازش شود. برای کمینه‌سازی زمان حداکثر تکمیل در میان کارخانه‌ها، آن‌ها یک مدل ریاضی به همراه سه روش فرااِبتکاری جست‌وجوی همسایگی متغیر، کلونی زنبور عسل مصنوعی و حریصانه تکرار شونده ارائه کردند.

وانگ[۱۵] و همکاران[۲۵] یک مسئله‌ی آگاه به انرژی در فضای زمان‌بندی توزیع شده جریان کارگاهی را بررسی کردند. آن‌ها برای کمینه‌سازی تابع هدف بیشینه زمان تکمیل و مقدار انرژی مصرفی، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط با فرض همسانی کارخانه‌ها ارائه کردند. در مسئله‌ی مورد بررسی در این تحقیق به دلیل مدیریت انرژی، بحث سرعت تعیین پردازش کارها نیز به‌عنوان بخشی از روند حل مورد توجه بوده است. در نهایت آن‌ها یک روش چندهدفه بر پایه‌ی الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات را توسعه دادند. شاو و همکاران،[۲۶] با در نظر گرفتن عدم قطعیت، مسئله‌ی زمان‌بندی جریان کارگاهی فازی توزیع شده را بررسی کردند. در مسئله‌ی مورد بررسی در این تحقیق، تعدادی کارگاه جریان کارگاهی همسان وجود

جدول ۱. خلاصه‌ی مرتبط‌ترین مقالات مرور شده.

نویسندگان	محیط کاری	نوع شبکه		روش حل		توضیحات
		همسان	ناهمسان	ابتکاری/فرا ابتکاری	روش دقیق	
نادری و رویز[۳]	جریان کارگاهی	*		*		جریان گارگاهی جایگشتی
علاقبندها و همکاران[۴]	جریان کارگاهی	*		*		جایگشتی با اندازه دسته تولیدی
محمودی و همکاران[۶]	جریان کارگاهی	*		*		بدون توقف با زمان انتقال
شائو و همکاران[۱۸]	جریان کارگاهی	*		*		جریان کارگاهی بدون انتظار
اینکایا و آکلانسل[۱۹]	جریان کارگاهی	*		*		مرحله‌ی مونتاژ
چانگ و لیو[۲۱]	تولید کارگاهی	*		*		کارگاه منعطف
وو و همکاران[۲۲]	تولید کارگاهی	*		*		کارگاه منعطف
ژانگ و زینگ[۲۳]	جریان کارگاهی	*		*		جایگشتی با بافر محدود
منگ و همکاران[۲۴]	جریان کارگاهی	*		*		جایگشتی
وانگ و همکاران[۲۵]	جریان کارگاهی	*		*		مسئله‌ی آگاه به انرژی
شاو و همکاران[۲۶]	جریان کارگاهی	*		*		عدم قطعیت فازی
سانگ و لین[۲۷]	جریان کارگاهی	*		*		آماده‌سازی وابسته با توالی
تحقیق جاری	جریان کارگاهی منعطف		*		*	آزادسازی لاگرانژ

دارد که در آن ظرفیت بافر بین ماشین‌ها صفر است. محققین در اینجا دو الگوریتم ابتکاری برای کمینه‌سازی زمان تکمیل فازی کارها ارائه کردند. به منظور بهبود کیفیت الگوریتم پیشنهادی نیز در اینجا چند روش جست‌وجوی محلی جدید ارائه شده است. سانگ و لین[۱۶][۲۷] یک روش فوق ابتکاری بر پایه‌ی برنامه‌ریزی ژنتیک برای مسئله‌ی زمان‌بندی جریان کارگاهی جایگشتی توزیع شده با مرحله‌ی مونتاژ توسعه دادند. در این تحقیق فرض شده که زمان‌های آماده‌سازی کارها وابسته با توالی بوده و تابع هدف کمینه‌سازی زمان تکمیل آخرین کار است. همچنین در این تحقیق از روشی جدید برای نمایش جواب مسئله برای مقابله با مشکل جواب‌های نشدنی تولید شده در روند حل استفاده شده است.

جدول ۱ که خلاصه‌یی از نزدیک‌ترین مقالات به تحقیق جاری است نشان می‌دهد که:

- درصد زیادی از مقالات بررسی شده زمان‌بندی ماشین موازی، جریان کارگاهی غیرمنعطف و تولید کارگاهی را در نظر گرفته‌اند و هیچ‌یک از آن‌ها به مسئله‌ی جریان کارگاهی منعطف نپرداخته‌اند؛
- تقریباً تمام ادبیات به کارخانه‌های همگن در مسئله‌ی برنامه‌ریزی توزیع شده در زمان‌بندی جریان کارگاهی اختصاص دارد؛
- در اکثر تحقیقات فرض بسیار مهم در نظرگرفتن هزینه/زمان جابه‌جایی کارها در بین کارخانه که وجه تمایز اصلی زمان‌بندی تحقیقات تک‌کارخانه با چندکارخانه‌یی است نادیده گرفته شده است؛
- اکثر محققان در برنامه‌ریزی چندکارخانه‌یی علاقه‌مند به ارائه‌ی روش‌های ابتکاری و فرا ابتکاری هستند؛
- عدم توجه به شرایط دنیای واقعی همانند لحاظ کردن هزینه‌های نگهداری به‌عنوان یک عامل بسیار مهم در تولید که قطعاً روند تصمیم‌گیری در مورد زمان‌بندی کارها را تحت تأثیر قرار خواهد داد.

لازم به ذکر است که سیستم‌های توزیع شده در دنیای واقعی معمولاً ناهمگن‌اند. به عبارت دیگر، هر کارخانه می‌تواند به‌عنوان موجودی در نظر گرفته شود که دارای کارایی متنوعی است و تحت محدودیت‌های مختلفی قرار دارد، به‌عنوان مثال، پیشرفت ماشین، مهارت‌های کارگری/هزینه‌ها و سطح تحصیلات، سیاست‌های دولت، مالیات، تأمین‌کنندگان مجاور و امکانات حمل و نقل می‌تواند عامل اثرگذار در سطح کارایی مراکز تولیدی باشد. با توجه به نکات فوق، می‌توان نتیجه گرفت که برنامه‌ریزی توزیع شده جریان کارگاهی منعطف با کارخانه‌های ناهمگن موضوع جالبی است که علی‌رغم توجه فراوان به حالت تک‌کارخانه‌یی اصلاً در شرایط واقعی‌تر چندکارخانه‌یی مورد بررسی قرار نگرفته است. همچنین، در نظر گرفتن هزینه‌ی نگهداری کارها در انبارهای میانی هر ایستگاه با توجه به بودجه تخصیصی در کنار در نظرگرفتن زمان جابه‌جایی کارها در بین کارخانه‌ها می‌تواند شرایط مسئله‌ی مورد بررسی را به مسائل دنیای واقعی نزدیک‌تر کند. بنابراین، تمام این مفروضات همزمان در مقاله نیز گنجانده شده است.

۳. بیان مسئله

در این تحقیق فرض شده مجموعه‌یی از F کارخانه ناهمسان موازی با ساختار جریان کارگاهی منعطف یک شبکه‌ی تولید توزیع برای برآورد تقاضای مشتریان ایجاد کرده‌اند. هدف از این تحقیق زمان‌بندی کارهای تخصیصی به این شبکه با تابع هدف کمینه‌سازی حداکثر زمان انجام کارهاست. مفروضات مسئله‌ی مورد بررسی عبارت است از:

۱. F کارخانه ناهمسان موازی وجود دارد؛

۲. هر کارخانه شامل s کارگاه است که به‌صورت متوالی در هر کارخانه وجود دارد؛

۳. j کار باید زمان‌بندی شوند، کارها چندعملیاتی هستند و نسبت به هم اولویت دارند و از هم مستقل‌اند؛

۴. در یک زمان مشخص، هرکار فقط بر روی یک ماشین در هر ایستگاه پردازش می‌شود. کاری قبل از اتمام پردازش متوقف نمی‌شود؛

۵. فرض شده تمام کارها و ماشین آلات به‌طور همزمان در ابتدای دوره برنامه‌ریزی در دسترس هستند؛

۶. بریدگی و تقسیم کار مجاز نیست؛

۷. خرابی ماشین‌آلات لحاظ نشده است؛

۸. هرکار دقیقاً به یک کارخانه اختصاص می‌یابد.

۱.۳. مدل ریاضی

در این بخش پس از تعریف پارامترهای ورودی، خروجی و متغیرهای مدل، مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط برای زمان‌بندی شبکه‌یی توزیع شده تولید با کارخانه‌های ناهمسان ارائه می‌شود. لازم به ذکر است متغیرهای تصمیم موجود نشان دهنده‌ی تعیین نحوه‌ی تخصیص کارها به هرکارخانه، تعیین نحوه‌ی تخصیص کارها در هرکارخانه و در هرکارگاه روی هر ماشین، زمان انتظار در انبارهای میانی و در نهایت تعیین توالی کارها بر ماشین‌هاست.

مجموعه‌ها و شمارنده‌ها

j, h, d, u: شمارنده‌ی کارها $\{۱, ۲, \dots, J\}$؛

F, l: شمارنده‌ی کارخانه‌ها $\{۱, ۲, \dots, n\}$؛

s: شمارنده‌ی ایستگاه کاری $\{۱, ۲, \dots, L\}$؛

m: شمارنده‌ی ماشین‌ها $\{۱, ۲, \dots, N_s\}$؛

r: شمارنده‌ی انبار میانی ایستگاه‌های کاری $\{۱, ۲, \dots, R\}$؛

k: شمارنده‌ی ضرایب لاگرانژ $\{۱, ۲, \dots, k\}$.

پارامترها:

P_j: زمان استاندارد انجام کار j؛

p^l_{jf}: زمان پردازش کار jام در کارخانه l؛

B_f: بودجه‌ی مرتبط با هزینه‌ی نگهداری کارخانه f؛

h^{sr}_{jf}: هزینه‌ی نگهداری کار j در ایستگاه s درکارخانه f در انبار میانی r.

S_{jfs}: زمان شروع پردازش کار j در ایستگاه s درکارخانهf؛

M_{fs}: تعداد ماشین ایستگاه s درکارخانه f؛

W_{jf}: اگرکار j به کارخانه f سفارش شده باشد یک و در غیر این صورت صفر؛

T_{fl}: زمان جابه‌جایی کار از کارخانه f به کارخانه l؛

V_f: سرعت ماشین‌های کارخانه f؛

M: عدد مثبت بزرگ.

متغیرهای تصمیم

Q_{jf}: اگرکار j به کارخانه f تخصیص داده شود یک و در غیر این صورت صفر؛

X^s_{jhf}: اگرکار j بلافاصله قبل از کار h درکارخانه f در ایستگاه کاری sپردازش شود یک و در غیر این صورت صفر.

خروجی مدل

C^s_{jf}: زمان اتمام کار j در ایستگاه s درکارخانه f؛

d^{rs}_{jf}: زمان انتظارکار j در ایستگاه s درکارخانه f در انبار میانی r؛

C_{max}: زمان انجام آخرین کار.

مدل پیشنهادی به شرح ذیل است:

$$\text{Minimizing } C_{\max} \qquad (۱)$$

$$s.t.:$$

$$\sum_{h=۱,h\neq j}\sum_{f}\sum_{s} X^s_{jhf} = ۱ \qquad \forall j \qquad (۲)$$

$$\sum_{j\geq ۰,h\neq j}\sum_{f}\sum_{s} X^s_{jhf} = ۱ \qquad \forall h \qquad (۳)$$

$$\sum_{f} Q_{jf} = ۱ \qquad \forall j \qquad (۴)$$

$$\sum_{j,j\neq h}\left(X^s_{jhf} + X^s_{hjf}\right) \leq ۲Q_{hf} \qquad \forall h, f, s \qquad (۵)$$

$$\sum_{h} X^s_{۰hf} = M_{fs} \qquad \forall f, s \qquad (۶)$$

$$\sum_{f,s} X^s_{۰hf} \leq ۱ \qquad \forall h \qquad (۷)$$

$$\sum_{f}\sum_{s}\left(X^s_{jhf} + X^s_{hjf}\right) \leq ۱ \qquad \forall j, h, j < h \qquad (۸)$$

$$s^s_{jf} + M\left(۱ - X^s_{jhf}\right) \geq C^s_{df} - M\left(۱ - X^s_{duf}\right) \quad \forall s, j, d, h, u, j \neq d, u < h \qquad (۹)$$

$$C^s_{jf} - C^s_{hf} \geq p^l_{jf} - M\left(۱ - X^s_{jhf}\right) \quad \forall j, h, f, s, j \neq h \qquad (۱۰)$$

$$C^s_{jf} \geq S^s_{jf} + p^l_{jf} + C^{s-۱}_{jf} \qquad \forall j, f, s, l, f \neq l \qquad (۱۱)$$

$$p^l_{jf} = W_{jf}\left(\frac{P_j}{V_l} + ۲T_{fl}\right) \qquad \forall j, f, l, f \neq l \qquad (۱۲)$$

$$\sum_{j}\sum_{r} d^{sr}_{jf} h^{sr}_{jf} \leq B_f \qquad \forall f \qquad (۱۳)$$

$$d^{sr}_{jf} \geq S^{s+۱}_{jf} - C^s_{jf} \qquad \forall j, f, s, r \qquad (۱۴)$$

$$C_{\max} \geq C^s_{jf} \qquad \forall j, f, s \qquad (۱۵)$$

$$C^s_{jf}, d^{sr}_{jf}, p^l_{jf} \geq ۰ \quad \forall j, f, l, s, r \qquad X^s_{jhf}, Q_{jf} \in \{۰, ۱\} \quad \forall j, h, f, s \qquad (۱۶)$$

تابع هدف ۱ برای کمینه‌سازی زمان انجام کارهاست. محدودیت ۲ این اطمینان را می‌دهد که هر کار تنها به یک ایستگاه در هر کارخانه اختصاص داده شود. محدودیت ۳ نشان می‌دهد یک کار، حتی اگر اولین کار باشد دقیقاً یک کار پس از خود دارد. محدودیت ۴ تضمین می‌کند که هرکار تنها به یک کارخانه اختصاص داده می‌شود. محدودیت ۵ نشان می‌دهد اگر کار غیر مجازی به کارخانه‌یی اختصاص یابد حداکثر یک کار بعدی و قبلی در همان کارخانه خواهد داشت. لازم به ذکر است که کار مجازی، شامل کارهای ۰ و $n+۱$ با زمان اجرای صفر است که برای ابتدا و انتهای توالی کار در نظرگرفته شده است. محدودیت ۶ بیان می‌کند که هر ماشین در هر کارخانه در هر ایستگاه برای شروع، به کار مجازی صفر نیاز دارد. محدودیت ۷ تضمین می‌کند که هرکار مجازی صفر، حداکثر یک کار پس از خود خواهد داشت. محدودیت ۸ نشان می‌دهد که یک کار نمی‌تواند همزمان کار بعدی و قبلیِ کار دیگری باشد. محدودیت ۹ بیان کننده‌ی آن است که در صورت در دسترس

بودن ماشین، در هر ایستگاه نباید تداخلی بین کارها وجود داشته باشد. محدودیت ۱۰ بیان‌گر ارتباط زمان انجام کارهای قبلی و بعدی با توجه به زمان پردازش کارها در هرکارخانه است. محدودیت ۱۱ نشان‌دهنده‌ی رابطه‌ی زمان تکمیل هرکار در یک ایستگاه کاری در یک کارخانه با توجه به زمان راه اندازی، زمان پردازش کار و زمان تکمیل همان کار در ایستگاه قبلی است. با استفاده از محدودیت ۱۲، زمان پردازش کار اگر به کارخانه‌یی تخصیص داده شود با توجه به سرعت ماشین‌آلات، زمان مورد نیاز برای پردازش هرکار و زمان انتقال بین کارخانه‌ها، محاسبه خواهد شد. محدودیت ۱۳ نشان‌دهنده‌ی هزینه‌ی نگهداری کارها در انبارهای میانی هر ایستگاه، باید با توجه به بودجه تخصیصی این هزینه در هرکارخانه باشد. محدودیت ۱۴ بیانگر زمان نگهداری کارها در انبارهای میانی هر ایستگاه است. محدودیت ۱۵ به زمان تکمیل کارها مربوط است. محدودیت ۱۶ معرف وضعیت متغیرهای مسئله است.

۴. الگوریتم آزادسازی لاگرانژ

روش آزادسازی لاگرانژ، یکی از ابزارهای قوی برای حل تقریبی مسائل عدد صحیح یا عدد صحیح آمیخته است. به‌کارگیری روش مذکور برای حل مسائل برنامه‌ریزی عدد صحیح، به این علت است که معمولاً آزادسازی لاگرانژ، یک کران مناسب نسبت به آزادسازی خطی، تولید می‌کند. اگر در مسائل بهینه‌سازی محدودیت‌های پیچیده را (محدودیت‌هایی که مسئله‌ی اولیه بدون آن‌ها بسیار آسان‌تر حل خواهد شد) از محدودیت‌ها حذف کنیم و آن را با یک ضریب که به ضریب لاگرانژ معروف است به تابع هدف اضافه کنیم، مسئله به روش لاگرانژ آزاد شده است. به این منظور، در مدل زیر فرض کنید محدودیت $Ax \leq d$، محدودیت پیچیده باشد، در نتیجه آزادسازی لاگرانژ این مسئله نسبت به محدودیت‌های پیچیده $Ax \leq d$، با ضرایب لاگرانژ $\lambda \geq 0$، به‌صورت زیر خواهد بود:

$$z_{LR}(\lambda) = Minc^T x + \lambda^T (Ax - d)$$
$$\text{s.t.} : Bx \geq h$$
$$x \in X$$

در مدل فوق محدودیت مذکور با وزن نامنفی λ، به تابع هدف منتقل شده و در نتیجه میزان نشدنی بودن قیود $Ax \leq d$ را با جریمه λ به تابع هدف افزوده‌ایم. به اصطلاح، از دوگان محدودیت‌های $Ax \leq d$ استفاده شده است.[۹] در این نوشتار به دلیل خلاء تحقیقاتی ذکر شده در انتهای بخش ادبیات مروری و نیز به دلیل کارایی الگوریتم لاگرانژ در حل مسائل زمان‌بندی براثر کاهش زمان حل مسئله و نزدیکی به جواب بهینه، از این الگوریتم برای حل مسئله‌ی زمان‌بندیِ ارائه شده بهره گرفته‌ایم.

۱.۴. پیاده‌سازی الگوریتم

در این مرحله با توجه به توضیحات مربوط به الگوریتم انتخابی، الگوریتم ۱۷ برای حل مسئله پیاده‌سازی می‌شود:

$$LR =$$
$$C_{\max} + \sum_{j,j\neq d} \sum_{d} \sum_{h,h>u} \sum_{u} \sum_{s} \sum_{f} u^{sdu}_{1jhf}$$
$$(C^s_{df} - S^s_{jf} - M(1 - x^s_{jhf}) - M(1 - X^s_{duf}))$$
$$+ \sum_{j,j\neq h} \sum_{h} \sum_{f,f\neq 1} \sum_{l} \sum_{s} u^{sl}_{2jhf}(C^s_{hf} - C^s_{jf} - p^l_{jf} - M(1 - x^s_{jhf}))$$
$$+ \sum_{h} \sum_{f} \sum_{s} u_{3hfs} \left(\sum_{j,j\neq h} (X^s_{jhf} + X^S_{hjf}) - 2Q_{hf} \right)$$
$$+ \sum_{h} u_{4h}(X^s_{0hf} - 1)$$
$$+ \sum_{j} u_{5j}(\sum_{h=1,h\neq j} \sum_{f} \sum_{s} X^s_{jhf} - 1) - \sum_{j} u_{6j}$$
$$(\sum_{h=1,h\neq j} \sum_{f} \sum_{s} X^s_{jhf} - 1)$$
$$+ \sum_{j} \sum_{f} \sum_{s} u^s_{7jf}(\sum_{h} X^s_{0hf} - M_{fe}) -$$
$$\sum_{j} \sum_{f} \sum_{s} u^s_{8jf}(\sum_{h} X^s_{0hf} - M_{fe})$$
$$+ \sum_{j} u_{9j}(\sum_{f} Q_{jf} - 1) - \sum_{j} u_{10j}(\sum_{f} Q_{jf} - 1)$$
$$+ \sum_{h} u_{11h}(\sum_{j\geq 0, j\neq h} \sum_{f} \sum_{s} X^s_{jhf} - 1)$$
$$- \sum_{h} u_{12h}(\sum_{j\geq 0, j\neq h} \sum_{f} \sum_{s} X^s_{jhf} - 1) \quad (17)$$

$$\text{Eq}(8) \text{ and } \text{Eq}(11 - 15) \quad (18)$$
$$u_k \geq 0 \ \forall k \in \{1, 2, ..., 12\}$$

تابع هدف الگوریتم لاگرانژ به‌صورت رابطه‌ی ۱۷ است که از آزادسازی محدودیت‌های ۱ تا ۷، ۹ و ۱۰ با استفاده از قوانین آزادسازی لاگرانژ حاصل شده است. محدودیت ۱۸ نیز معرف ضرایب لاگرانژ است.

۵. نتایج عددی

این بخش به مقایسه‌ی نتایج عددی حاصل از حل مسئله توسط الگوریتم آزادسازی لاگرانژ و اعتبارسنجی نتایج با استفاده از نرم‌افزارگمز و نحوه‌ی تولید مثال‌های عددی اختصاص یافته است. برای این کار از ورژن ۲۸.۲.۰۰ نرم‌افزار گمز و سالور بارون استفاده شده است.

۱.۵. تولید مثال‌های نمونه

پارامترهای مدل با استفاده توابع روند و یکنواخت به‌صورت تصادفی تولید شده است. پارامتر بودجه مقداری تصادفی بین ۲۰۰۰۰ تا ۷۰۰۰۰ ده‌هزار ریال است. پارامتر هزینه‌ی نگهداری مقداری تصادفی بین ۹۰ تا ۱۰۰۰۰ ده‌هزار ریال است. پارامتر زمان استاندارد انجام کارها مقداری تصادفی بین ۸۰ تا ۱۰۰ ثانیه است. زمان جابه‌جایی بین کارخانه‌ها مقداری تصادفی بین ۸۰ تا ۱۰۰ دقیقه است. سرعت انجام کارها مقداری تصادفی بین ۸۰ تا ۱۰۰ است. زمان شروع کارها مقداری تصادفی بین ۸۰ تا ۱۰۰ ثانیه است، و تعداد ماشین‌های تخصیص یافته مقداری تصادفی بین ۱ تا ۶ است که از تابع یکنواخت پیروی می‌کنند.

جدول ۲. مقایسه‌ی نتایج خروجی گمز و الگوریتم لاگرانژ.

داده‌ها				خروجی گمز				آزادسازی لاگرانژ			
J	f	S	r	تابع هدف	شکاف بهینگی مطلق	شکاف بهینگی نسبی	زمان حل	تابع هدف	شکاف بهینگی مطلق	شکاف بهینگی نسبی	زمان حل
۱۰	۵	۳	۲	۶۳.۸۶۷	$e^{-۱۰}$۲.۲	$e^{-۱۳}$۵.۲	۵۹۵.۰۳:۰۰:۰	۶۳.۸۶۷	$e^{-۱۰}$۲.۲	$e^{-۱۳}$۵.۲	۷۸۳.۰۱:۰۰:۰
	۷	۵	۴	۷۹.۱۴۴۱	$e^{-۹}$۱.۳	$e^{-۱۲}$۱.۲	۳۹۵.۱۴:۰۰:۰	۷۹.۱۴۴۱	$e^{-۹}$۱.۳	$e^{-۱۲}$۱.۲	۰۲۵.۱۰:۰۰:۰
	۱۰	۸	۷	۳۴.۲۳۳۴	$e^{-۹}$۹.۱	$e^{-۱۳}$۱.۸	۳۹۳.۰۹:۰۱:۰	۳۴.۲۳۳۴	$e^{-۹}$۹.۱	$e^{-۱۳}$۱.۸	۴۷۱.۵۵:۰۰:۰
۲۰	۵	۳	۲	۱۷.۸۵۷	$e^{-۱۰}$۲.۴	$e^{-۱۳}$۹.۴	۲۰۲.۴۵:۰۱:۰	۱۷.۸۵۷	$e^{-۱۰}$۲.۴	$e^{-۱۳}$۹.۴	۸۳۶.۲۴:۰۰:۰
	۷	۵	۴	۵۷.۱۴۵۱	$e^{-۹}$۵.۱	$e^{-۱۲}$۰.۱	۷۵۴.۲۵:۱۱:۰	۵۷.۱۴۵۱	$e^{-۹}$۵.۱	$e^{-۱۲}$۰.۱	۶۷۷.۲۴:۰۴:۰
	۱۰	۸	۷	-	-	-	-	۶۴.۲۳۲۱	$e^{-۹}$۶.۱	$e^{-۱۳}$۱.۷	۰۲۰.۱۵:۱۸:۰
	۲۰	۱۰	۹	-	-	-	-	۷۸.۲۹۴۴	$e^{-۹}$۳.۴	$e^{-۱۲}$۴.۱	۷۱۵.۲۸:۴۰:۱
۳۰	۵	۳	۲	۸۶۲	۰	۰	۸۲۸.۵۴:۲۷:۰	۸۶۲	۰	۰	۵۶۸.۱۹:۰۲:۰
	۷	۵	۴	-	-	-	-	۶۳.۱۴۶۷	$e^{-۹}$۶.۲	$e^{-۱۲}$۷.۱	۳۴۹.۱۱:۱۸:۰
	۱۰	۸	۷	-	-	-	-	۹۱.۲۳۴۷	$e^{-۹}$۰.۳	$e^{-۱۲}$۳.۱	۲۹۱.۱۵:۲۹:۱
	۲۰	۱۰	۹	-	-	-	-	۸۶.۲۹۱۶	$e^{-۱۰}$۵.۸	$e^{-۱۳}$۹۴.۲	۵.۴۰:۱۰:۲
	۳۰	۱۳	۱۲	-	-	-	-	۱۷.۳۷۹۶	$e^{-۹}$۵.۱	$e^{-۱۳}$۱.۴	۲:۳۷:۳۰,۶
۴۰	۵	۳	۲	-	-	-	-	۰۷.۸۶۴	$e^{-۱۰}$۹.۲	$e^{-۱۳}$۴.۳	۴۰۴.۴۴:۱۱:۰
	۷	۵	۴	-	-	-	-	۴۷.۱۴۴۵	$e^{-۱۰}$۲.۵	$e^{-۱۳}$۶.۳	۳۱۲.۳۶:۵۹:۰
	۱۰	۸	۷	-	-	-	-	۲۹.۲۳۲۱	$e^{-۹}$۷.۳	$e^{-۱۲}$۵.۱	۱:۵۹:۱۷,۵۲
	۲۰	۱۰	۹	-	-	-	-	۵۴.۲۹۲۰	$e^{-۱۰}$۴.۵	$e^{-۱۳}$۸.۱	۲:۲۰:۱۲,۳
	۳۰	۱۳	۱۲	-	-	-	-	۱۴.۳۸۰۱	$e^{-۹}$۸.۲	$e^{-۱۳}$۵.۷	۲:۵۷:۱۶,۵۸
	۴۰	۱۶	۱۵	-	-	-	-	۵۱.۴۷۱۲	$e^{-۹}$۹.۱	$e^{-۱۳}$۱.۴	۳:۴۷:۳۲,۵

۲.۵. نتایج عددی

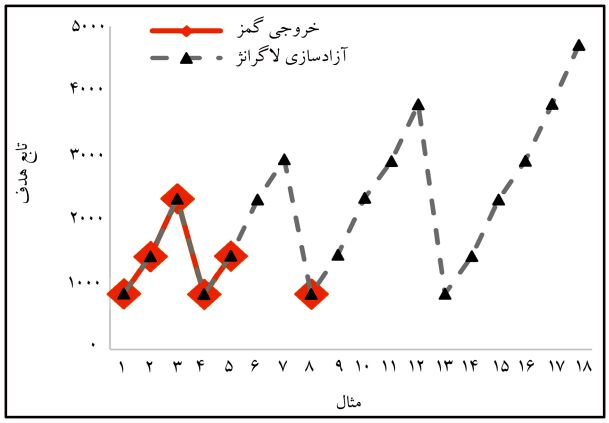
هدف این بخش اعتبارسنجی مدل و الگوریتم پیشنهادی است. به این منظور، با تولید مسئله در ابعاد متفاوت شامل تعداد کارها، کارخانه‌ها، ایستگاه‌های کاری و انبارهای میانی مسئله مکرراً حل شده و نتایج عددی حاصل از حل مسئله‌ی اصلی و الگوریتم آزادسازی لاگرانژ به همراه شکاف‌های بهینگی و زمان حل‌ها گزارش شده است. جدول ۲ شامل نتایج حاصل از حل مدل اصلی و الگوریتم آزادسازی لاگرانژ است.

۳.۵. تحلیل نتایج

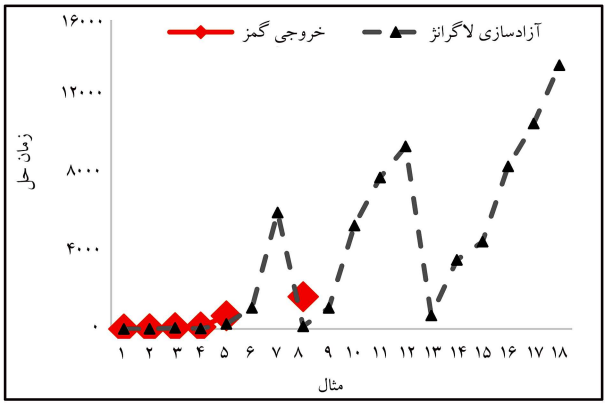
در این بخش با استفاده از نمودار، به مقایسه‌ی نتایج حاصل در جدول ۲ پرداخته‌ایم که در آن از خطوط نارنجی برای خروجی گمز و از خطوط تیره برای خروجی الگوریتم لاگرانژ استفاده شده است. همچنان که در شکل ۱ تا ۴ نشان داده شده است الگوریتم لاگرانژ به دلیل شکاف بهینگی کم‌تری که نسبت به خروجی گمز دارد توانسته تابع هدفی بهتر را نتیجه دهد. نکته‌ی بعدی زمان اجرای الگوریتم‌هاست که مجدداً در این بخش نیز الگوریتم پیشنهادی دارای کارایی بهتری است. به‌عنوان یک مزیت، به دلیل آن که در الگوریتم لاگرانژ برخی محدودیت‌ها آزاد شده‌اند، این روش توانسته مسائلی را حل کند که به‌صورت اولیه توسط گمز غیر قابل حل بوده در حالی که لاگرانژ توانسته یک کران بسیار مطلوب برای آن بیابد.

۶. نتیجه‌گیری

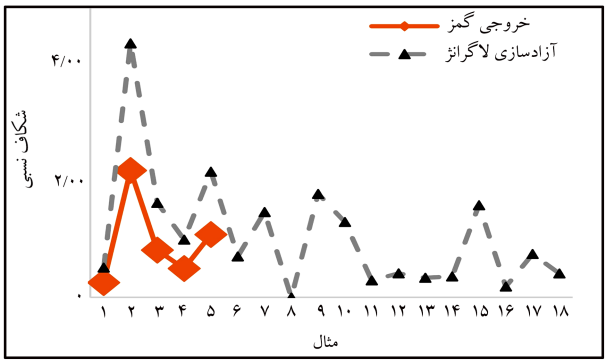
به منظور رقابت در بازار جهانی در حال تغییر، امروزه سازمان‌ها به این نتیجه رسیده‌اند که در بسیاری از حوزه‌های تصمیم‌گیری از حالت مستقل به ساختار توزیع شده روی



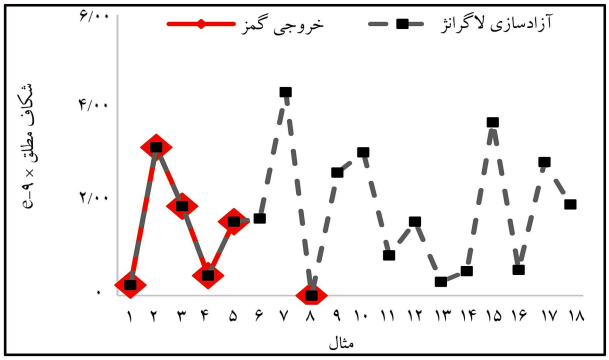
شکل ۱. مقایسه‌ی توابع هدف.



شکل ۲. مقایسه‌ی زمان‌های اجرا.



شکل ۳. مقایسه‌ی شکاف بهینگی نسبی.



شکل ۴. مقایسه‌ی شکاف بهینگی مطلق.

آورند. در این مسئله، هدف در وهله‌ی اول تخصیص کار به کارخانه‌ی مناسب و در وهله‌ی بعدی زمان‌بندی بهینه‌ی کارهای تخصیص یافته به هر کارخانه است. در نهایت نیز راه حل‌ها با هم تحت یک هدف سراسری هماهنگ می‌شوند. در حقیقت در مسئله‌ی مورد بررسی، تولید چندکارخانه‌یی در چندین کارخانه اتفاق می‌افتد، که ممکن است از لحاظ جغرافیایی در مکان‌های مختلفی، به منظور برآوردن تقاضا و تطابق با گرایش جهانی شدن، توزیع شوند.

در این مقاله با در نظر گرفتن انبارهای میانی، هدف کاهش بیشینه زمان انجام کارها با رعایت محدودیت سقف بودجه کارخانه‌ها برای هزینه‌ی نگهداری در انبارهای میانی است. پس از مدل‌سازی مسئله، برای حل آن از الگوریتم آزادسازی لاگرانژ استفاده شده است، که به این منظور تعدادی از محدودیت‌های مسئله با استفاده از ضرایب لاگرانژ به تابع هدف اضافه شدند. با مقایسه‌ی نتایج عددی می‌توان به این نتیجه رسید که الگوریتم پیشنهادی برای حل مسئله‌ی زمان‌بندی مذکور از کیفیت بهتری برخوردار است. این نتیجه را می‌توان از مقایسه‌ی جواب‌ها و زمان حل مشاهده کرد. در ضمن الگوریتم پیشنهادی توانسته کران بسیار مناسبی برای مسائلی بیابد که به دلیل پیچیدگی مدل، گمز توانایی حل آن‌ها را نداشته است.

با توجه به پیچیدگی ذاتی مسئله به‌عنوان مطالعات آتی پیشنهاد می‌شود که از روش‌های ابتکاری و فرابتکاری استفاده شود. همچنین در این تحقیق فرض شده است که تمام داده‌ها دارای قطعیت‌اند. بدیهی است در دنیای واقعی عدم قطعیت‌های مختلفی در پارامترها وجود دارد و در نظرگرفتن آن‌ها باعث جذابیت بیشتر مسئله خواهد شد.

پانوشت‌ها

1. reentrant flow shop (RFS)
2. reentrant permutation flow shop (RPFS)
3. tatsushi nishi
4. Chang
5. Tanga
6. Irohara
7. Liu and Luh
8. Shao
9. İnkaya and Akansel
10. Lin
11. Chang and Liu
12. Wu
13. Zhang and Xing
14. Meng
15. Wang
16. Song and Lin

منابع (References)

1. Varshosaz, M., Naderi, B. and Mohammadi, M. "Modeling and scheduling two-stage assembly flow shop problems with non-identical assembly machines", *Computational Methods in Engineering*, **37**(1), 65-81, (In Persian) (2018).
2. Behnamian, J. and Fatemi Ghomi, S. "Hybrid hyper PSO algorithm for distributed factories scheduling with virtual corporation", *Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems*, **1**(1), pp. 1-11, (In Persian) (2013).
3. Naderi, B. and Ruiz, R. "A scatter search algorithm for the distributed permutation flowshop scheduling problem", *European Journal of Operational Research*, **239**(2), pp. 323-334 (2014).
4. Alaghebandha, M., Naderi B. and Mohammadi M. "Economic lot sizing and scheduling in distributed permutation flow shops", *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, **12**(1), pp. 103-117 (2019).
5. Raissi, S., Rooeinfar, R. and Ghezavati, V.R. "Three hybrid metaheuristic algorithms for stochastic flexible flow shop scheduling problem with preventive maintenance and budget constraint", *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, **12**(2), pp. 131-147 (2019).
6. Mahmudi, H., Asadi-Gangraj, E. and Emami, S. "Developing an MILP model to minimize makespan in distributed no-wait flow shop with transportation time", *10th International Conference of Iranian Operations Research Society* (2017).
7. Fasihi, M., Jolai, F. and Tavakkoli-Moghaddam R. "Minimizing the maximum tardiness on an m-machine reentrant permutation flowshop problem", *International Journal of Industrial Engineering & Production Research*, **21**(4), pp. 179-190 (In Persian) (2011).
8. Tasouji Hasanpour, S., Amin-Naseri, M.R. and Adressi, A. "Solving re-entrant no-wait flow shop scheduling

problem", *Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems*, **4**(9), pp. 271-279, (In Persian) (2017).

9. Yazdani, M. and Naderi, B. "Modelling multi-mode resource-constrained flow shop scheduling problem", *Industrial Management Studies*, **15**(47), pp. 151-168 (In Persian) (2017).
10. Asadi Gangraj, E., Nahavandi, N. "Developing a lagrangian relaxation method for flexible flowshop scheduling problem", *Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems*, **3**(6), pp. 121-131 (In Persian) (2016).
11. Behnamian, J. "Multi-objective production network scheduling using sub-population genetic algorithm and elastic method", *Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems*, **3**(6), 133-147, (In Persian) (2016).
12. Tatsushi, N., Yuichiro, H. and Masahiro, I. "A successive lagrangian relaxation method for solving flowshop scheduling problems with total weighted tardiness", *Proceedings of the 3rd Annual IEEE Conference on Automation Science and Engineering Scottsdale*, pp. 22-25 (2007).
13. Chang, S-C., Liao, D-Y., Hsieh, F-S. and et al. "Flow shop scheduling by a lagrangian relaxation and network flow approach", *29th Conference on Decision and Control*, Honolulu, Hawaii (1990).
14. Lixin, T., Hua, X. and Jiyin, L. "A new lagrangian relaxation algorithm for hybrid flowshop scheduling to minimize total weighted completion time", *Computers & Operations Research*, **33**, pp. 3344-3359 (2006).
15. Irohara, T. "Lagrangian relaxation algorithms for hybrid flow-shop scheduling problems with limitedbuffers", *Biomedical Soft Computing and Human Sciences*, **15**(1), pp. 21-28 (2010).
16. Liu, G., Luh, P.B. and Resch, R. "Scheduling permutation flow shops using the Lagrangian relaxation technique", *Annals of Operations Research*, **70**, pp. 171-189 (1997).
17. Behnamian, J. "Multi-cut Benders decomposition approach to collaborative scheduling", *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, **28**(11), pp. 1167-1177 (2014).
18. Shao, W., Pi, D. and Shao, Z. "Optimization of makespan for the distributed no-wait flow shop scheduling problem with iterated greedy algorithms", *Knowledge-Based Systems*, **137**, pp. 163-181 (2017).
19. İnkaya, T. and Akansel, M. "Coordinated scheduling of the transfer lots in an assembly-type supply chain: a genetic algorithm approach", *Journal of Intelligent Manufacturing*, **28**(4), pp. 1005-1015 (2017).
20. Lin, J., Wang, Z.J. and Li, X. "A backtracking search hyper-heuristic for the distributed assembly flow-shop scheduling problem", *Swarm and Evolutionary Computation*, **36**, pp. 124-135 (2017).
21. Chang, H.C. and Liu, T.K. "Optimisation of distributed manufacturing flexible job shop scheduling by using hybrid genetic algorithms", *Journal of Intelligent Manufacturing*, **28**(8), 1973-1986 (2017).
22. Wu, X., Liu, X. and Zhao, N. "An improved differential evolution algorithm for solving a distributed assembly flexible job shop scheduling problem", *Memetic Computing*, **11**, pp. 335-355 (2019).
23. Zhang, G. and Xing, K. "Differential evolution metaheuristics for distributed limited-buffer flowshop scheduling with makespan criterion", *Computers & Operations Research*, **108**, pp. 33-43 (2019).
24. Meng, T., Pan, Q-K. and Wang, L. "A distributed permutation flowshop scheduling problem with the customer order constraint", *Knowledge-Based Systems*, **184**, pp.1-17 (2019).
25. Shao, Z., Shao, W. and Pi, D. "Effective heuristics and metaheuristics for the distributed fuzzy blocking flow-shop scheduling problem", *Swarm and Evolutionary Computation*, **59**, pp.1-16 (2020).
26. Wang, G., Gao, L., Li, X. and et al. "Energy-efficient distributed permutation flow shop scheduling problem using a multi-objective whale swarm algorithm", *Swarm and Evolutionary Computation*, **57**, pp.1-17 (2020).
27. Song, H-B. and Lin, J. "A genetic programming hyper-heuristic for the distributed assembly permutation flow-shop scheduling problem with sequence dependent setup times", *Swarm and Evolutionary Computation*, **60**, pp.1-13 (2021).