مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (زمستان ۱۴۰۰)
دوره‌ی ۱-۳۷، شماره‌ی ۲، ص. ۵۵-۶۵، (پژوهشی)

Original Article

الگوگیری از مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف توسعه یافته با اندازه و هزینه‌ی متفاوت در یک مسئله‌ی سفارش‌دهی

سید مسعود طحانیان قمی (دانشجوی دکتری)
مریم حامدی* (استادیار)
گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران
رضا توکلی مقدم (استاد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه تهران

در سالیان گذشته مقالات بسیاری در زمینه‌ی تفسیر و مدل‌سازی مسائل جدید توسط مدل‌های پایه ارائه شده است. یکی از پرکاربردترین این مدل‌های پایه، مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف است. در این مقاله نیز سعی شده است تا برای اولین بار یک مسئله در حوزه «سفارش‌دهی و تخصیص سفارش به تأمین‌کنندگان» توسط یکی از تعمیم‌های مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف تفسیر و مدل‌سازی شود. در این نوشتار نیز برای اولین بار یک تعمیم از مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف به نام «مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف با اندازه و هزینه‌ی متفاوتِ توسعه یافته» معرفی ومدل‌سازی می‌شود. برای حل مسئله‌ی پیشنهادی، از الگوریتم ژنتیک مرتب شده نامغلوب (NSGA-II) استفاده می‌شود. همچنین از روش محدودیت اپسیلون برای کارایی الگوریتم پیشنهادی در ابعاد کوچک استفاده می‌شود. نتایج این الگوریتم برای تعدادی از مسائل با ابعاد بزرگ نیز ارائه و توسط شاخص‌های «میانگین فاصله از آرمان»، «پراکندگی» و «زمان حل» مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

واژگان کلیدی: مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف توسعه یافته، اندازه و هزینه‌های متفاوت ، سفارش‌دهی بسته‌یی، سیستم تأمین چندسطحی.

masoudtahanian66@gmail.com
hamedi@pnu.ac.ir
tavakoli@ut.ac.ir

۱. مقدمه و مرور ادبیات

مسئله بسته‌بندی ظرف (BPP)[۱] شامل قرارگرفتن n شیء[۲] در m بسته[۳] است. هر شیء یک وزن و هر بسته، یک ظرفیت دارد. هدف BPP این است که طوری شیءها به بسته‌ها تخصیص داده شود تا علاوه بر این که کل وزن شیءهایی که در هرکدام از بسته‌ها قرار می‌گیرد از ظرفیت آن تجاوز نکند، تعداد بسته‌های استفاده شده نیز کمینه شود.

مسئله‌ی BPP، جزء مسائل محبوب و پرکاربرد بهینه‌سازی ترکیبی است[۱] که علت شهرت آن کاربردها و پیچیدگی این مسئله است.[۲] این مسئله جزء مسائل سخت[۴] شناخته شده[۳] و ساختار و کاربرد آن از دهه‌ی سی مورد بررسی قرارگرفته است.[۴] در دهه‌ی ۱۹۷۰ خود مسئله‌ی BPP اولین بار ارائه شده است.[۵-۸] در سال ۱۹۹۰ فرمول ریاضی BPP توسط مارتلو و تُث[۹] ارائه شد. اسکینا[۱۰] مطالعه‌ی بازاری را در حوزه‌ی الگوریتم‌ها و بهینه‌سازی ترکیبی انجام داد و سعی کرد پرکاربردترین آنها را تعیین کند. مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف و کوله‌پشتی جزء پنج مسئله‌ی سختِ محبوب قرارگرفتند. کاربرد الگوریتم‌های بسته‌بندی ظرف و کوله‌پشتی در میان همه‌ی مسائل سخت، حتی از مسائلی مانند مسئله‌ی پوشش مجموعه،[۵] فروشنده‌ی دوره‌گرد[۶] و رنگ‌آمیزی گراف[۷] بیشتر است.[۱۱] مسئله‌ی BPP در مدل‌سازیِ مسائل جدید در قالب این مسئله کاربرد دارد. برای این منظور باید ابتدا بتوان مشخصه‌های مسئله‌ی جدید را در قالب مشخصه‌های مسئله‌ی BPP تفسیر کرد. مسئله‌ی BPP دارای شش مشخصه است که دو تا از آنها به نام‌های «شیء» و «بسته» از مشخصه‌های اصلی شمرده می‌شوند. در نتیجه برای مدل‌سازی یک مسئله‌ی جدید مطابق مسئله‌ی BPP، ابتدا باید در مسئله‌ی جدید معادل این دو مشخصه‌ی اصلی را پیدا کرد. به عنوان مثال در مسائل حوزه‌ی حمل و نقل، کامیون را می‌توان به‌عنوان مشخصه‌ی «بسته» و قطعاتی را که باید جابه‌جا شوند به‌عنوان مشخصه‌ی «شیء» تفسیر کرد. مشخصه‌ی «بسته» یک نام عمومی است که می‌تواند به عنوان «ایستگاه کاری» در خطوط مونتاژ، یا «مقطعی از زمان» در مسائل زمان‌بندی و یا «واحدی از مساحت» در صنایع فلزات و غیره تفسیر شود.[۱۲]

در سالیان گذشته مقالات بسیاری در زمینه‌ی تفسیر و مدل‌سازی مسائل مختلف توسط مدل‌های پایه ارائه شده است. یکی از پرکاربردترین این مدل‌های پایه، مسئله‌ی

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۹/۲/۲۳، اصلاحیه ۱۴۰۰/۴/۱۵، پذیرش ۱۴۰۰/۵/۱۱.
DOI:10.24200/J65.2021.55146.2085

بسته‌بندی ظرف است. در جدول ۱ لیست مقالاتی که طی سال‌های ۲۰۱۹ و ۲۰۲۰، مسائل مختلفی را در قالب مسئله‌ی BPP مدل‌سازی و تفسیرکرده‌اند، آمده است. این جدول دقیقا بیانگر قدرت زیاد BPP در مدل‌سازی مسائل دیگر است و به همین دلیل در بین مسائل بهینه‌سازی پایه، جزء پرکاربردترین آنها به حساب می‌آید. از طرفی دیگر بیانگر این است که «تفسیر مسائل جدید توسط مدل‌های پایه» یک فیلد تحقیقاتی بسیار جذاب برای مجلات علمی است.

ارائه‌دهندگان خدمات لجستیک در ابعاد بزرگ،[۸] معمولاً به بسته‌بندی و مسیریابی هزاران یا میلیون‌ها محموله در سال نیاز دارند.[۱۳] در عمل، شرکت‌ها قوانین بسته‌بندی و حمل محموله‌ها را از مبدأ به مقصد مشخص می‌کنند. مدیریت و رعایت تمام آن قوانین به‌صورت دستی کاری پیچیده و زمان‌بر است. به منظور مدل‌سازی این مسئله گریدیسرگلوون [۱۴] تعمیم جدیدی از مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف ارائه کرده اند و یکی از نوآوری‌هایشان را همین ارائه‌ی تعمیم جدید بیان نموده‌اند. محققین در بررسی برنامه‌ریزی تأمین مواد، یک مسئله‌ی مهم را توسط مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف تفسیر کرده‌اند.[۱۴] آنها یک مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف را که از یک سیستم حمل و نقل مستقیم در صنایع غذایی و آشامیدنی نشأت می‌گیرد در نظر گرفته‌اند؛[۱۷] در بررسی آنها کامیون‌ها به‌عنوان بسته‌ها و کالاهایی که توزیع می‌شوند به‌عنوان شیء تفسیر شده است. بسته‌بندی توسط دو مقدار مستقلِ وزن و حجم محدود می‌شود. علاوه بر این، محصولات در سه دسته‌ی استاندارد، خنک و منجمد دسته‌بندی می‌شوند. این یک کاربرد از مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف در دنیای واقعی است. به علت تمایل زیاد به حمل و نقل کامیون درون شهری در چین، یک مسئله‌ی بهینه‌سازی بارگیری کامیون مورد بررسی قرارگرفته[۱۸] که طی آن مسئله‌ی بارگیری کامیون به‌عنوان یک مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف مدل‌سازی شده است؛ جایی که هزینه‌ی هر بسته یک تابع خطی از تعداد شیء درون هر بسته تعیین شده است. در بررسی مسئله‌ی رایانش ابری[۹] ،[۲۱] بهبود بهره‌وری انرژی و کاهش هزینه‌های عملیاتی عمده‌ترین چالش‌هایی است که سیستم‌های دارای چندین سرور با آن روبه‌رو هستند. انتساب مجموعه‌یی ازکارها به مجموعه‌یی از سرورها به‌عنوان یک تصمیم مهم در بسیاری از مسائل عملیاتی به حساب می‌آید. یکی از اهداف رایج در این سیستم‌ها کمینه‌سازی تعداد سرورهای مورد نیاز برای پردازش مجموعه‌یی از وظایف خاص تحت برخی محدودیت‌های ظرفیت سرور است؛ در واقع این مسئله به‌عنوان مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف نیز شناخته می‌شود. به عبارت دیگر در این مقاله به این موضوع اشاره شده که مسئله‌ی رایانش ابری را می‌توان به‌عنوان یک مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف تفسیر کرد. استفاده از تعمیم BPP در مدل‌سازی یک مسئله‌ی «تحویل محموله در آخرین مرحله‌ی لجستیک» یکی از نوآوری‌های مطالعه‌ی بالدی و همکارانش[۲۳] است. BPP مسئله‌ی انعطاف‌پذیری است که برای نمایش ایده‌هایی مانند «رایانش ابری» قابل انتزاع است.[۲۷] همچنین می‌تواند برای حل مستقیم محدودیت‌های فضای فیزیکی، مانند جعبه‌های بسته‌بندی برای حمل و نقل، فرموله شود.

در نوشتار حاضر، یک مسئله در حوزه‌ی سفارش‌دهی و تخصیص سفارش به تأمین‌کنندگان مطرح می‌شود و سعی می‌شود تا این مسئله توسط مسئله‌ی BPP تفسیر و مدل‌سازی شود. در این مسئله «یک بسته‌ی سفارش» و «محصول» در حوزه‌ی سفارش‌دهی به ترتیب به‌عنوان «بسته» و «شیء» در BPP تفسیر شده است. تا این زمان در هیچ مطالعه‌یی برای تخصیص سفارش به تأمین‌کنندگان مختلف، از BPP الگوگیری نشده است. در این مقاله سعی شده است تا این مسئله توسط مسئله‌ی BPP مدل‌سازی و تفسیر شود.

BPP دارای تعمیم‌های متعددی است که یکی از پرکاربردترین آنها مدل بسته‌بندی ظرف با اندازه و هزینه‌ی متفاوت (VCSBPP)[۱۰] [۳۰] است. از آن‌جا که در این مقاله تأمین‌کنندگانی با قیمت و اندازه بسته‌ی متفاوت وجود دارند از مدل VSCBPP استفاده شده است. برای بالا بردن کارایی و انعطاف‌پذیری مدل VSCBPP، این مدل توسعه داده شده که برای اولین بار در این مقاله ارائه شده است.

یکی دیگر از موضوعات مورد بحث در این مقاله، سفارش‌دهی بسته‌یی[۱۱] است. تحقیقات سنتی در زمینه‌ی مدیریت موجودی عمدتاً بر «اندازه سفارش پیوسته» تمرکز می‌کنند. اگرچه در عملیات واقعی، محصولات معمولاً در بسته‌هایی با اندازه‌های ثابت جابه‌جا می‌شوند. برای مثال، کالای نهایی، درکانتینرهایی بین تولیدکننده و تأمین‌کننده

جدول ۱. لیست مسائل تفسیر و مدل‌سازی شده توسط BPP در دو سال ۲۰۱۹ و ۲۰۲۰.

کاربرد	نویسنده
ارائه دهنده خدمات لجستیک	Anand and Guericke[۱۳]
برنامه ریزی تامین مواد	Gradisar and Glavan[۱۴]
مسئله بارگیری پالت	Gzara, Elhedhli and Yildiz[۱۵]
زمان‌بندی دسته‌یی تولید بهنگام	Polyakovskiy and M'Hallah[۱۶]
بارگیری کامیون ها در یک سیستم حمل و نقل مستقیم	Hebler et al[۱۷]
مسئله بارگیری کامیون‌ها	Fan, Wang and Thürer[۱۸]
مسئله زمان‌بندی	Su, Xie and Yang[۱۹]
رایانش ابری	Ye, Xie and Zhang;[۲۰] Aydin, Muter and Birbil;[۲۱] Aydin, Muter and Birbil [۲۲]
تحویل محموله در آخرین مرحله لجستیک	Baldi et al[۲۳]
مسیریابی	Chernykh and Pyatkin[۲۴]
برنامه ریزی اتاق عمل	Wang and Mehrotra[۲۵]
مراکز داده ابری	Fatima et al[۲۶]
نگهداری مواد در یخچال‌های صنعتی	Spencer, Tsvetkov and Jarrell[۲۷]
ذوب لیزری	Griffiths et al[۲۸]
زمان‌بندی دسته‌یی به همراه تخصیص منابع	Liang[۲۹]

جابه‌جا می‌شود و حتی در خط تولید نیز قطعه بین ایستگاه‌ها در اندازه‌های مشخص مانند پالت جابه‌جا می‌شود.[۳۱و۳۲] موضوع دیگر در بحث «اندازه بسته»، تنوع اندازه بسته‌ها و قیمت‌های آنهاست. مقالات ارائه شده در بحث تنوع «اندازه بسته‌ها» را می‌توان به دو گروه تقسیم‌بندی کرد: مقالاتی که در هر بخش از زنجیره‌ی تأمین فقط از یک نوع «اندازه بسته» استفاده می‌کنند و مقالاتی که چندین نوع اندازه بسته با قیمت‌های متفاوت را برای هر واحد محصول در نظر می‌گیرند. شکافی که در مرور ادبیات وجود دارد این است که در یک بخش خاص از زنجیره‌ی تأمین تاکنون در هیچ مقاله‌یی چند نوع اندازه بسته‌ی متفاوت برای سفارش‌دهی در نظر گرفته نشده است تا بحث انتخاب از بین اندازه بسته‌های متفاوت مطرح شود.[۳۳و۳۴] دیگر شکاف تحقیقاتی این است که در هیچ مقاله‌یی دو موضوع «سفارش‌دهی بسته‌یی» و «انتخاب تأمین‌کننده» به طور همزمان لحاظ نشده است.

دیگر موضوع مورد بحث در این مقاله، «سیستم تأمین چندسطحی» است. در این سیستم تأمین‌کنندگان یا فروشندگان بر اساس پارامترهای مختلف سطح‌بندی می‌شوند. در بخش بعدی به طور کامل این سیستم توضیح داده می‌شود. تنها نکته‌ی قابل بیان، عدم استفاده از این سیستم در مقالات دیگر است.

از نوآوری‌های نوشتار حاضر می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- طراحی مدل VSCBPP توسعه یافته؛
- استفاده از تعمیم BPP، در فیلد سفارش‌دهی و انتخاب بین تأمین‌کنندگان؛
- استفاده از BPP در یک مدل چندهدفی؛
- تعریف و استفاده از سیستم تأمین چندسطحی؛
- درنظرگرفتن چند نوع اندازه بسته‌ی متفاوت، برای سفارش‌دهی و بحث تصمیم‌گیری در مورد انتخاب بین اندازه بسته‌های موجود؛
- استفاده‌ی همزمان از بحث سفارش‌دهی بسته‌یی و انتخاب بین چند تأمین‌کننده.

در ادامه، ابتدا مدل‌های ریاضی BPP و VSCBPP ارائه می‌شود سپس مدل VSCBPP توسعه یافته، برای اولین بار در این مقاله توضیح داده می‌شود. در ادامه به تعریف مسئله‌ی پیشنهادی و سیستم تأمین چندسطحی خواهیم پرداخت. سپس مدل ریاضی پیشنهادی و نحوه‌ی تفسیر این مسئله توسط مسئله‌ی VSCBPP توضیح داده می‌شود. از آن‌جا که مدل ارائه شده در این مقاله از نوع مدل برنامه‌ریزی غیرخطی دوهدفی است، برای حل آن از الگوریتم ژنتیک مرتب شده‌ی نامغلوب (NSGA-II) استفاده می‌شود که یکی از متداول‌ترین الگوریتم‌های تکاملی چندهدفه است. به منظور کارایی الگوریتم پیشنهادی در ابعاد کوچک، از روش محدودیت اپسیلون استفاده شده است و نتایج بررسی و مقایسه می‌شود. در آخر، مسائلی با ابعاد بزرگ توسط الگوریتم NSGA-II حل می‌شود و توسط شاخص‌های «میانگین فاصله از آرمان (MID)»[۱۲] و «معیار پراکندگی (DM)»[۱۳] و «زمان حل» ارزیابی می‌شود.

۲. تعریف مسئله و مدل ریاضی پیشنهادی مسئله

در این قسمت ابتدا مدل BPP و VSCBPP ارائه می‌شود و سپس با تعریف مسئله و سیستم تأمین چندسطحی، مدل‌ریاضی پیشنهادی مقاله ارائه می‌شود. در نهایت نحوه‌ی تفسیر مسئله‌ی پیشنهادی در مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف توضیح داده می‌شود.

۱.۲. مدل‌های ریاضی مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف

فرمول ریاضی BPP که توسط مارتلو و تث[۹] ارائه شده است در ادامه آورده شده است. c بیان‌گر ظرفیت بسته و w_i بیان‌گر وزن شیء i است. مقدار متغیر تصمیم X_{ij} برابر ۱ است اگر شیء i داخل بسته j قرار گیرد؛ و نیز مقدار Y_j برابر ۱ است اگر از بسته j استفاده شود.

$$Min \quad \sum_{j=1}^{m} Y_j$$

$$s.t. \sum_{i=1}^{n} w_i.X_{ij} \le c.Y_j \quad for \quad j = 1, 2, ..., m$$

$$\sum_{j=1}^{m} X_{ij} = 1 \quad for \quad i = 1, 2, ...n$$

$$X_{ij} \in \{0, 1\}$$

$$Y_j \in \{0, 1\}$$

فرمول ریاضی VCSBPP به‌صورت زیر است.[۳۵] پارامتر V_j ظرفیت بسته از نوع j است و v_i بیان‌گر وزن شیء i است و C_j بیان‌گر هزینه‌ی استفاده از بسته نوع j است. متغیر تصمیم X_{ij} برابر مقدار ۱ است اگر شیء i داخل بسته j قرارگیرد و Y_j برابر ۱ است اگر از بسته‌ی j استفاده شود. تابع هدف، کمینه کردن هزینه‌ی بسته‌های استفاده شده است. محدودیت اول بیان‌گر تضمین رعایت ظرفیت وزنی هر بسته است و محدودیت دو بیان‌گر این است که هر شیء فقط باید به یک بسته تخصیص یابد.

$$Min \quad \sum_{j=1}^{m} C_j.Y_j$$

$$s.t.$$

$$\sum_{i=1}^{n} v_i.X_{ij} \le V_j.Y_j \quad for \quad j = 1, 2, ..., m$$

$$\sum_{j=1}^{m} X_{ij} = 1 \quad for \quad i = 1, 2, ...n$$

$$X_{ij} \in \{0, 1\}$$

$$Y_j \in \{0, 1\}$$

فرمول ریاضی VCSBPP توسعه یافته، به‌صورت زیر است. پارامتر W_k بیان‌گر ظرفیت بسته از نوع k است و w_i بیان‌گر وزن شیء i است و C_k بیان‌گر هزینه‌ی استفاده از بسته نوع K است. متغیر تصمیم x_{ij} برابر مقدار ۱ است اگر شیء i داخل بسته j قرار گیرد و y_{jk} برابر ۱ است، اگر بسته j از نوع k باشد.

$$Min \quad \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} c_k y_{jk}$$

$$s.t.$$

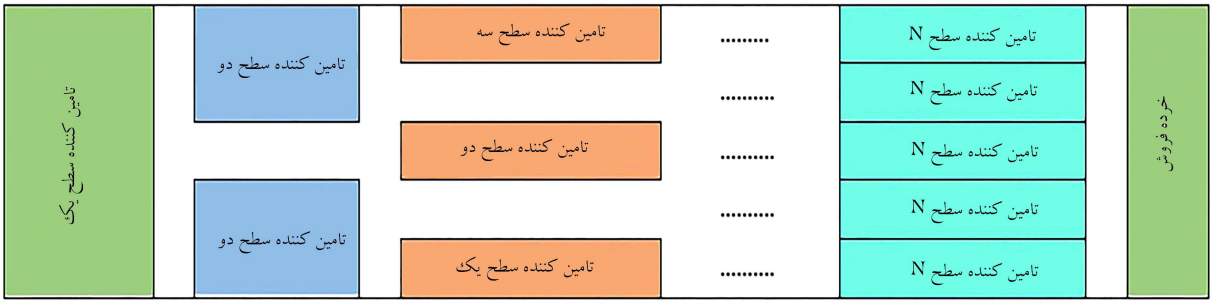
$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = 1 \qquad for \quad i = 1, 2, ...n$$

$$\sum_{k=1}^{m} y_{jk} \le 1 \qquad for \quad j = 1, 2, ..., n$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i.x_{ij} \le \sum_{k=1}^{m} W_k.y_{jk} \qquad for \quad j = 1, 2, ..., n$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad for \quad i, j = 1, 2, ..., n$$

$$y_{jk} \in \{0, 1\} \qquad for \quad j = 1, 2, ..., n \quad and \quad k = 1, 2, ..., m$$



شکل ۱. سطح‌بندی تأمین‌کنندگان.

تابع هدف کمینه کردن هزینه‌ی بسته‌های استفاده شده است. محدودیت اول بیان‌گر این است که هر شیء فقط باید به یک بسته تخصیص داده شود. محدودیت دوم بیان‌گر آن است که هر بسته حداکثر می‌تواند از یک نوع باشد و محدودیت سوم بیان‌گر تضمین رعایت ظرفیت وزنی هر بسته است.

مدل VCSBPP برای حالتی مناسب است که تعداد بسته‌ها و تنوع آنها کم است، اما زمانی که تعداد آنها زیاد باشد مشکلاتی ایجاد می‌شود. برای رفع این مشکل مدل VCSBPP توسعه یافته ارائه شده است. در مدل VSCBPP فقط متغیر Y_j در نظر گرفته شده است که بیان‌گر بسته‌ی j از چه نوعی است. این بدان معناست که ما از قبل باید بدانیم که بسته‌ی j از چه نوعی است. به عبارت دیگر ترتیب بسته‌ها باید به‌عنوان اطلاعات ورودی به مدل در نظر گرفته شود و با هر تغییر در تعداد یا نوع بسته‌ها کل اطلاعات ورودی و ترتیب بسته‌ها باید به‌روزرسانی شود. از طرفی ترتیب بسته‌ها در سرعت حل مسئله تأثیرگذار است و همچنین با توجه به تعداد و تنوع بسته‌ها تعداد حالات زیادی از چیدمان را می‌توان در نظر گرفت. در مدل VSCBPP توسعه یافته، متغیر Y_{jk} لحاظ شده است که بیان‌گر نوع بسته انتخابی است. در واقع خروجی مدل، نوع بسته‌ی انتخابی را تعیین می‌کند؛ در نتیجه دیگر نیازی به ترتیب بسته‌ها به‌عنوان اطلاعات ورودی نیست. اطلاعات مورد نیاز این است که چند نوع بسته و از هرکدام چه تعداد وجود دارد. به طور مثال در مسئله‌ی پیشنهادی مقاله فقط کافی است بیان شود که چند نوع تأمین‌کننده و از هر نوع آن به چه تعداد وجود دارد. با تعریف این متغیر، انعطاف‌پذیری مدل افزایش پیدا می‌کند.

۲.۲. تعریف مسئله‌ی پیشنهادی

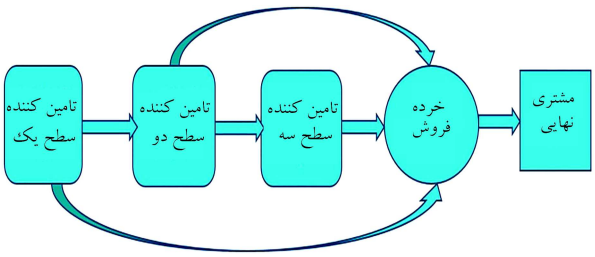
مسئله‌ی ارائه شده در این نوشتار، شامل یک خرده‌فروش، یک نوع محصول و یک سیستم تأمین چندسطحی است. هر تأمین‌کننده دارای دو مشخصه‌ی «اندازه بسته» و «قیمت فروش» است که بر اساس این دو مشخصه، در سطوح متفاوت تعریف می‌شود و به آن «سیستم تأمین چندسطحی» گفته می‌شود. در بخش بعدی به توضیح این مسئله خواهیم پرداخت. در این مسئله میزان تقاضا در مدت سفارش، دارای توزیع نرمال است و سفارش‌دهی تنها به صورت بسته‌یی مجاز است. همچنین دو تابع هدف درنظر گرفته شده است که یکی هزینه‌های سفارش‌دهی، نگهداری، خرید و حمل‌ونقل را کمینه می‌کند و دیگری تعداد کمبود را کمینه می‌کند. در مطالعات دیگری نیز کمینه کردن هزینه‌ها و کمینه کردن میزان کمبود، به‌عنوان اهداف مدل در نظر گرفته شده است.[۳۶-۳۸] دلیل این که «کمبود» به‌تنهایی به عنوان یک هدف لحاظ شده است و در تابع هدف اول ادغام نشده، اهمیت مقدار کمبود برای مدیریت است. اگر میزان کمبود به‌عنوان هزینه در تابع هدف اول قرار گیرد در دیگر هزینه‌ها ادغام می‌شود و مقدار آن خیلی به چشم نمی‌آید.

هدف این مسئله، علاوه بر یافتن مقدار اقتصادی سفارش و ضریب اطمینان[۱۴] بهینه، تخصیص همزمان این مقدار به تأمین‌کنندههایی با اندازه بسته و قیمت فروش متفاوت است به گونه‌یی که علاوه بر این که مقدار سفارش، محدودیت سفارش‌دهی بسته‌یی را برآورده کند، توابع هدف نیز کمینه شوند. برای یکپارچگی تمام این موارد در یک مدل از BPP الگوگیری شده است. به عبارت دیگر مسئله‌ی پیشنهادی در این مقاله در یک مسئله‌ی BPP تفسیر شده است. بحث تخصیص سفارش به تأمین‌کنندگان در مقالات زیادی مطالعه شده است.[۳۹-۴۱]

۳.۲. سیستم تأمین چندسطحی

در این قسمت سعی می‌شود سیستم تأمین چندسطحی بیشتر توضیح داده شود. همان‌طور که گفته شد در این مسئله، چند تأمین‌کننده‌ی مختلف وجود دارد که هر کدام دارای دو مشخصه‌ی «اندازه بسته» و «قیمت فروش» هستند که بر اساس این دو مشخصه، در سطوح متفاوت تعریف می‌شود. نکته‌یی که وجود دارد این است که تأمین‌کنندگان در سطوح مختلف کاملاً از هم مستقل‌اند. به طور مثال تأمین‌کننده‌هایی که در سطح یک، قرار می‌گیرند معمولاً آنهایی هستند که یا تولیدکننده‌ی کالا هستند یا کالای مربوطه را از خارج کشور وارد می‌کنند. بدیهی است که این تأمین‌کنندگان دارای «اندازه بسته» بزرگی هستند (به طور مثال کانتینر) و به همین ترتیب، قیمت فروش آنها نیز نسبت به سطوح پایین‌تر، کم‌تر است. هر چه به سطوح تأمین پایین‌تر می‌رسیم از اندازه بسته کاهش و بر قیمت فروش اضافه می‌شود و در نهایت به سطح آخر تأمین، که خرده‌فروشان هستند می‌رسیم که معمولاً اندازه بسته آنها ۱ است و بالاترین قیمت فروش را دارند. شکافی دیگر که در مرور ادبیات وجود دارد همین سیستم تأمین چندسطحی است که در هیچ مقاله‌یی بحث نشده است در حالی که موضوعی است که در دنیای واقعیت بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در شکل ۱ سطح‌بندی تأمین‌کنندگان نمایش داده شده است. همان‌طورکه مشاهده می‌شود در هر سطح می‌تواند یک یا چند تأمین‌کننده وجود داشته باشد. نکته‌ی دیگر این است که هر چه به سطح خرده‌فروش نزدیک می‌شویم تعداد تأمین‌کنندگان در هر سطح بیشتر می‌شود و رقابت بین آنها بیشتر است؛ درنتیجه ضریب کمبود فروش از دست رفته نسبت به کمبود پس‌افت بیشتر می‌شود. در این مقاله، چون مدل برای سفارش‌دهی خرده‌فروش درنظر گرفته شده است، کمبود از نوع فروش از دست رفته درنظر گرفته شده است. سفارش خرده‌فروش می‌تواند ترکیبی از چند سطح تأمین‌کنندگان باشد. به‌طور مثال می‌تواند دو بسته به سطح ۱ و سه بسته به سطح ۲، سفارش دهد. در شکل ۲ نحوه‌ی سفارش‌دهی خرده‌فروش از تأمین‌کنندگان سطوح مختلف نشان داده شده است.



شکل ۲. نحوه سفارش‌دهی خرده‌فروش از تأمین کنندگان سطوح مختلف.

۴.۲. مدل ریاضی پیشنهادی مسئله

در این بخش مدل ریاضی مسئله‌ی پیشنهادی در این مقاله ارائه می‌شود.

- **اندیس و پارامترها**

A_j: هزینه‌ی ثابت سفارش‌دهی از تأمین‌کننده j؛

h: نرخ هزینه‌ی نگهداری محصول؛

D: متوسط تقاضای سالیانه؛

W_j: اندازه بسته‌ی سفارش تأمین‌کننده j؛

c_j: هزینه‌ی خرید از تأمین‌کننده j؛

u_j: ظرفیت تأمین‌کننده‌ی j بر اساس تعداد بسته؛

n: تعداد بسته‌های سفارش؛

m: تعداد تأمین‌کننده‌ها؛

r_j: هزینه‌ی حمل‌ونقل از تأمین‌کننده j به ازای یک بسته؛

$Q(t)$: توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2.

- **متغیرهای تصمیم**

x_i: مقداری از محصول که به‌وسیله‌ی بسته‌ی i سفارش داده می‌شود؛

y_{ij}: یک متغیر صفر و ۱ است و زمانی برابر با مقدار یک است که بسته i از تأمین‌کننده j سفارش داده شده باشد؛

k: ضریب اطمینان محصول.

مدل ریاضی مسئله‌ی پیشنهادی در زیر آورده شده است:

$$Min\ f_1 = h \times \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{2} + k \times \sigma_L \right) + \frac{D}{\sum_{i=1}^{n} x_i} \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} y_{ij} A_j \right) + \frac{D}{\sum_{i=1}^{n} x_i} \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} y_{ij} c_j w_j \right) + \frac{D}{\sum_{i=1}^{n} x_i} \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} y_{ij} r_j \right) \quad (1)$$

$$Min \quad f_2 = \frac{D}{\sum_{i=1}^{n} x_i} \int_k^{\infty} (t-k)\varphi(t)\, dt \quad (2)$$

$s.t.$

$$\sum_{j=1}^{m} y_{ij} \le 1 \qquad for \quad i = 1, 2, ..., n \quad (3)$$

$$x_i = \sum_{j=1}^{m} w_j y_{ij} \qquad for \quad i = 1, 2, ..., n \quad (4)$$

$$0 \le \sum_{i=1}^{n} x_i \le D \quad (5)$$

جدول ۲. الگوگیری از مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف.

مقاله حاضر	مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف
محصول	شیء
سفارش یک بسته از تأمین کنندگان متفاوت	بسته
اندازه بسته تأمین‌کننده	ظرفیت بسته
قیمت فروش تأمین‌کننده	هزینه بسته
اندازه بسته و قیمت تأمین‌کنندگان	موارد تنوع بسته
محدودیت‌های موجودی و سفارش بسته‌یی	محدودیت‌های شیء‌ها

$$0 \le k \le \left(D / \sigma_L \right) \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ij} \le u_j \qquad for \quad j = 1, 2, ..., m \quad (7)$$

$$x_i \ge 0 \qquad for \quad i = 1, 2, ..., n$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \qquad for \quad i = 1, 2, ..., n \quad j = 1, 2, ..., m$$

معادله‌ی ۱ کل هزینه‌های مورد انتظار سالیانه را کمینه می‌کند که شامل هزینه‌های نگهداری، سفارش‌دهی، خرید و حمل‌ونقل است، معادله‌ی ۲ تعداد کمبود را کمینه می‌کند، معادله‌ی ۳ محدودیتی است که تضمین می‌کند هر بسته فقط به یک تأمین‌کننده تخصیص داده شود و معادله‌ی ۴ محدودیتی است که بحث سفارش‌دهی بر اساس اندازه بسته را تضمین می‌کند. معادلات ۵ و ۶ نیز محدودیت‌های مربوط به مقدار اقتصادی سفارش و ضریب اطمینان را نشان می‌دهد. معادله‌ی ۷ نیز محدودیت ظرفیت هر تأمین‌کننده بر اساس تعداد بسته را نشان می‌دهد. سفارش‌دهی باید به‌صورت بسته‌یی در نظرگرفته شود. به همین دلیل محدودیت ۴ در نظرگرفته شده است تا مقدار سفارش به هر تأمین‌کننده دقیقاً برابر با اندازه بسته سفارش آن باشد. از طرف دیگر متغیر x_i که در اصل باید یک متغیر عدد صحیح باشد با در نظرگرفتن این محدودیت، می‌تواند یک متغیر پیوسته باشد زیرا با درنظرگرفتن این محدودیت حتما مقدار این متغیر عدد صحیح می‌شود.

۵.۲. الگوگیری از مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف در مسئله‌ی پیشنهادی مقاله

مسئله‌ی BPP دارای شش مشخصه است که در جدول ۲ آورده شده است. به‌منظور تفسیر و مدل‌سازی یک مسئله‌ی جدید توسط BPP ابتدا باید معادل این شش مشخصه در مسئله‌ی جدید پیدا شود. در بین این شش مشخصه دو مشخصه‌ی «شیء» و «بسته» جزء مشخصات اصلی به حساب می‌آید. به‌منظور تفسیر مسئله‌ی پیشنهادی توسط BPP «محصول» به‌عنوان مشخصه‌ی «شیء» و «سفارش یک بسته» به‌عنوان مشخصه‌ی «بسته» تفسیر شده است. در BPP تمرکز اصلی بر مشخصه‌ی «بسته» است همان‌طورکه در جدول ۲ مشاهده می‌شود سه مشخصه‌ی بعدی مربوط به ویژگی‌های «بسته» است (مشخصه‌ی ۳ و ۴ و ۵). سومین مشخصه مربوط به «ظرفیت بسته» است. در BPP کلاسیک تمام بسته‌ها دارای ظرفیت یکسان هستند اما در مسئله‌ی VCSBPP توسعه یافته که در بخش قبلی توضیح داده شده هر بسته می‌تواند ظرفیت متفاوتی داشته باشد. در مسئله‌ی پیشنهادی همان‌طورکه گفته شد «سفارش یک بسته» به‌عنوان مشخصه‌ی «بسته» تفسیر شد اما به‌ازای این که این بسته به کدام تأمین‌کننده تخصیص داده شود اندازه بسته آن

متفاوت است مشخصه‌ی شماره چهار، مشخصه‌ی «هزینه‌ی بسته» است که بستگی دارد به کدام تأمین‌کننده تخصیص داده شود. مشخصه‌ی بعدی «متغیرات بسته» است؛ منظور از این مشخصه، تفاوت‌های بسته‌ها با همدیگر است. در مدل مطرح شده در این مقاله، m تأمین‌کننده مختلف در نظرگرفته شده است که به‌ازای هرکدام از آنها دو پارامتر ظرفیت و قیمت متفاوتی تعریف می‌شود. مشخصه‌ی آخر درمورد محدودیت‌هایی است که از مدل ناشی می‌شود به‌طور مثال در این مسئله چون در حوزه‌ی مسائل موجودی و سفارش بسته‌یی است تمام محدودیت‌هایی که در این نوع مسائل است در مسئله‌ی پیشنهادی نیز لحاظ می‌شود.

به منظور نتیجه‌گیری از تفسیر بالا، در این مسئله، منظور از مشخصه‌ی شیء، محصول و منظور از مشخصه‌ی بسته، سفارش یک بسته پیش‌فرض شد. در این مدل n بسته سفارش و m تأمین‌کننده لحاظ شد. برای سفارش کل محصول، n بسته باید به m تأمین‌کننده تخصیص داده شود. نیازی به سفارش به تمام تأمین‌کنندگان نیست همچنین می‌توان چند بسته را به تأمین‌کننده تخصیص داد. دو پارامتر ظرفیت و قیمت بسته متناسب با تأمین‌کننده‌ی تخصیص یافته، تعیین می‌شود. در نهایت یک مدل «تخصیص سفارش به تأمین کنندگان مختلف» در یک مدل بسته‌بندی ظرف تفسیر می‌شود.

۳. روش حل

مدل سفارش‌دهی در نظرگرفته شده در این مقاله شامل دو تابع هدف کمینه‌سازی است. به دلیل این که هر دو تابع هدف این مقاله از نوع غیرخطی هستند و نیز با توجه به زمان‌بر بودن حل مسائل با ابعاد بزرگ، از الگوریتم‌های فرابتکاری برای حل این مدل استفاده می‌شود. یکی از الگوریتم‌های بسیار پرکاربرد و انعطاف‌پذیر در بحث چندهدفه که عملکرد بسیار خوبی نیز در تولید جواب‌های پارتو دارد، الگوریتم NSGA-II است که توسط دب و همکاران[۲۲] ارائه شده است.

یکی از ویژگی‌های الگوریتم‌های فرابتکاری جست‌وجوی فضای بسیار بزرگی از جواب‌های کاندید است اما با وجود این ویژگی هیچ تضمینی برای یافتن جواب بهینه وجود ندارد. به همین منظور معمولاً برای تأیید جواب‌های پارتوی به دست‌آمده توسط این الگوریتم، مدل در ابعاد کوچک توسط یک روش قطعی نیز حل می‌شود. در این مقاله ما از روش محدودیت اپسیلون برای رسیدن به این هدف استفاده کرده‌ایم. در نهایت برای بررسی کیفیت جواب‌های تولید شده از سه شاخص میانگین فاصله از آرمان (MID) و معیار پراگندگی (DM) و زمان حل استفاده شده است.

۱.۳. الگوریتم NSGA − II

شبه کد الگوریتم NSGA-II در مقاله دب و همکاران[۲۲] ارائه شده است.

۱.۱.۳. ساختار کروموزوم

کروموزوم دارای $n+1$ ژن است. n ژن اول بیان‌کننده‌ی تعداد بسته‌هایی است که به تأمین‌کنندگان، تخصیص داده می‌شود و هر ژن بیان‌گر سفارش یک بسته به تأمین‌کننده‌ی نوع m است و ژن $n+1$ بیان‌گر ضریب اطمینان است.

در شکل ۳ نحوه‌ی نمایش یک کروموزوم با مقادیر $n=5$ و $m=3$ نشان داده شده است. این کروموزم بیان‌گر سفارش ۴ بسته است که شامل یک بسته از تأمین‌کننده‌ی سطح ۱ (به‌ازای ژن شماره ۱)، دو بسته از تأمین‌کننده‌ی سطح ۲ (به ازای ژن‌های شماره ۳ و ۵) و یک بسته از تأمین‌کننده‌ی سطح ۳ (به‌ازای ژن شماره ۴) است. وقتی که یک ژن مقدار صفر می‌گیرد، بیان‌گر این است که به ازای این ژن

ضریب اطمینان	نوع سفارش یک بسته- شماره پنج	نوع سفارش یک بسته- شماره چهار	نوع سفارش یک بسته- شماره سه	نوع سفارش یک بسته- شماره دو	نوع سفارش یک بسته- شماره یک
۱۸/۳۶	۲	۳	۲	۰	۱

شکل ۳. ساختار کروموزوم.

شکل ۴. یک مثال از عملگر تقاطع.

هیچ بسته‌یی سفارش داده نشده است. در نتیجه کروموزم شکل ۳ بیان‌گر سفارش چهار بسته است که دو بسته از تأمین‌کننده سطح ۲ و یک بسته از تأمین‌کننده‌ی سطح ۱ و یک بسته از تأمین‌کننده‌ی سطح ۳ است و در نهایت مقدار ضریب اطمینان که برابر ۱۸/۳۶ شده است.

ژن‌های ۱ تا n با تولید عدد صحیح تصادفی در بازه $[0, m]$ به دست می‌آیند و ژن $n+1$ با تولید عدد تصادفی در بازه $[0, \frac{D}{\sigma}]$ به دست می‌آید که باعث می‌شود هیچ‌گاه معادله‌ی ۶ نقض نشود. در واقع خانه‌های ۱ تا n کروموزوم بیان‌گر متغیرهای y_{ij} هستند. وقتی مقدار اولین ژن در شکل ۳ برابر با ۱ شود یعنی مقادیر $y_{11}=1, y_{12}=0, y_{13}=0, y_{14}=0, y_{15}=0$. این نوع کروموزوم باعث می‌شود که هیچ‌گاه معادله‌ی ۳ نقض نشود. مقادیر x_i با توجه با معادله‌ی ۴ محاسبه می‌شود که برابر اندازه بسته سفارش تأمین‌کننده انتخابی است. برای کروموزم واقع در شکل ۲، تعداد ۱۵ متغیر y_{ij} وجود دارد که تنها چهارتای آنها مقدار یک می‌گیرند و بقیه مقدار صفر می‌گیرند ($y_{11}=1, y_{32}=1, y_{43}=1, y_{52}=1$).

۲.۱.۳. عملگرهای NSGA − II

روش‌های زیادی برای عمل تقاطع مانند روش تک‌نقطه‌یی، دونقطه‌یی و چندنقطه‌یی و ... وجود دارد. در این مسئله از روش تک‌نقطه‌یی استفاده شده است. عملگر تقاطع تک‌نقطه‌یی، یک عملگر ترکیبی است که شامل سه مرحله است: ابتدا دو کروموزوم به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شوند؛ سپس محلی برای عمل تقاطع به‌طور تصادفی در طول کروموزوم انتخاب کرده و در نهایت مقدار دو کروموزوم را با توجه به محل تقاطع جابه‌جا می‌شود. در شکل ۴ نحوه‌ی کار عملگر تقاطع تک‌نقطه‌یی نشان داده شده است.

عملگر جهش دارای انواع مختلفی است. در این مسئله از یک روش ترکیبی استفاده شده است به این صورت که: برای ژن $n+1$ یک عدد تصادفی در بازه $[0, \frac{D}{\sigma}]$ تولید می‌شود و میانگین دو عدد محاسبه شده و در ژن $n+1$ قرار داده می‌شود و برای ژن‌های ۱ تا n ابتدا یک عدد تصادفی بین $(n+1)$ تولید می‌شود

۴/۸	۱	۲	۰	۳	کروموزوم
			۲		تولید یک عدد تصادفی بین (۴ و ۱)
			۳		تولید یک عدد تصادفی بین (۳و ۰)
۱۹/۴					تولید یک عدد تصادفی در بازه $[0, D/\sigma]$
۱۲/۱	۱	۲	۳	۳	کروموزوم جهش یافته

شکل ۵. یک مثال از عمگر جهش.

جدول ۳. معرفی پارامترهای استفاده شده الگوریتم NSGA − II در روش تاگوچی.

پارامترها	کم ۱	متوسط ۲	زیاد ۳
بیشترین تکرار	۵۰	۷۵	۱۰۰
اندازه جمعیت	۵۰	۱۰۰	۱۵۰
نرخ تقاطع	۰/۵	۰/۶۵	۰/۸
نرخ جهش	۰/۳	۰/۳۵	۰/۴

که بیانگر ژن انتخابی است سپس یک عدد تصادفی بین $(0, m)$ تولید می‌شود و جایگزین ژن انتخابی قبلی می‌شود. شکل ۵ نحوه‌ی کار عملگر جهش نشان داده شده است.

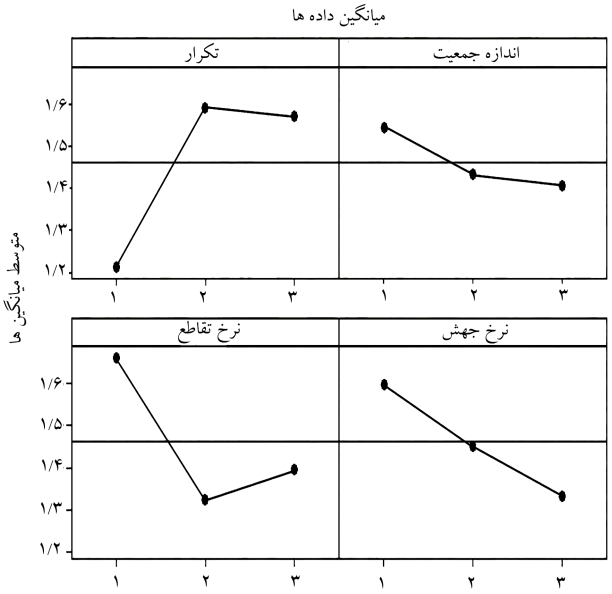
۳.۱.۳ تعیین پارامترها

الف) تعیین پارامترهای الگوریتم NSGA − II

الگوریتم NSGA-II دارای پارامترهایی مانند نرخ تقاطع، نرخ جهش، اندازه جمعیت اولیه، تعداد تکرار ... است که تغییر هرکدام از آنها روی سرعت رسیدن به جواب‌ها و کیفیت آنها تأثیرگذار است. در جدول ۳ تعداد و مقدار سطوح در نظرگرفته شده برای هرکدام از پارامترها آورده شده است. با مراجعه به جدول استاندارد آرایه‌های متعامد در روش تاگوچی، با نرم‌افزار Minitab نسخه ۱۴، با تعداد ۳ سطح و ۴ عامل، آرایه‌های متعامد $L_9(3^4)$ و $L_{27}(3^4)$، به‌عنوان مناسب‌ترین طرح‌ها پیشنهاد می‌شود که در این مقاله از $L_9(3^4)$ استفاده می‌کنیم. نتایج آزمایش‌ها برای پارامترهای الگوریتم NSGA-II همان‌طورکه در شکل ۶ نشان داده شده است برابر است با: تعداد تکرار ۵۰، اندازه جمعیت اولیه ۱۵۰، نرخ تقاطع ۶۵٪ و نرخ جهش ۴٪.

ب) تعیین پارامترهای مدل پیشنهادی مسئله

در این قسمت، یک مدل کنترل موجودی تک‌محصولی در نظرگرفته شده است و پارامترهای مربوط به بحث کنترل موجودی در جدول ۴ آورده شده است. مقادیری که برای این پارامترها در نظرگرفته شده است مطابق مقادیر پارامترهای کنترل موجودی درمقالات تسو[۳۱و۳۳] است. همچنین برای بحث تأمین‌کنندگان، ۱۲ نوع تأمین‌کننده مختلف در نظرگرفته شده است. اطلاعات موردنیاز از نوع تأمین‌کننده در جدول ۵ آورده شده است.



شکل ۶. مقادیر سطوح مختلف پارامترهای الگوریتم در نسبت RPD.

جدول ۴. مقادیر پارامترهای کنترل موجودی.

نوع	D	σ_L	h	نوع	D	σ_L	h
۱	۳۴۱۲	۵۳/۳	۷/۱۵	۵	۲۱۵	۲/۷	۱۳۰/۵
۲	۴۹۰	۵/۱	۷۲/۳	۶	۲۲۷۷۴	۲۴۵/۳	۳/۲۷
۳	۴۷۳۶	۵۷/۹	۸/۸۲	۷	۱۰۵۵۷	۸۵/۳	۰/۵۵
۴	۲۰۰	۲/۹	۵۷/۹۸				

۲.۳. روش قیود محدود محدودیت اپسیلون

هیمز و همکاران[۴۴] روش محدودیت اپسیلون را برای اولین بار مطرح کردند. در این روش یکی از توابع هدف برای بهینه‌سازی انتخاب و توابع دیگر به محدودیت تبدیل می‌شوند.

۴. نتایج محاسباتی

در این قسمت، ابتدا با استفاده از روش محدودیت اپسیلون و الگوریتم NSGA-II، مسئله در ابعاد کوچک حل می‌شود و نتایج به دست آمده از دو روش با هم مقایسه می‌شوند. در ادامه، ۱۰ مسئله‌ی مختلف با پارامترهای متفاوت ارائه می‌شود و این ۱۰ مسئله با الگوریتم NSGA-II حل می‌شوند و کیفیت جواب‌ها با معیارهای میانگین فاصله از آرمان (MID) و معیار پراکندگی (DM) و زمان حل ارزیابی می‌شوند.

۱.۴. بررسی نتایج برای مسئله با ابعاد کوچک

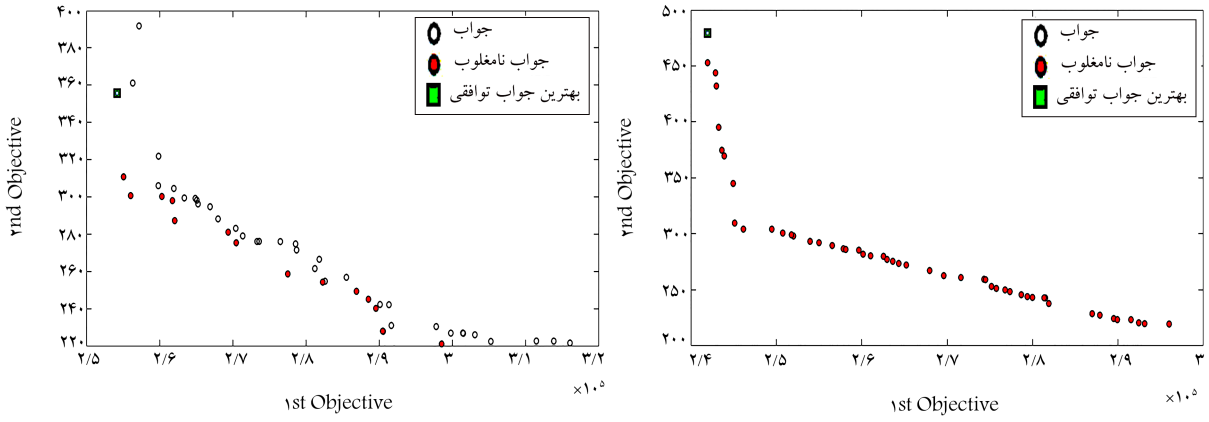
پارامترهای کنترل موجودی این مسئله، از ردیف چهارم جدول ۴ استفاده شده است. برای سفارش‌دهی، ۴ بسته و ۲ نوع تأمین‌کننده مختلف (تأمین‌کنندگان ۳ و ۵) از جدول ۵ در نظرگرفته شده است. ابتدا این مسئله توسط روش محدودیت اپسیلون حل می‌شود. بدین منظور تابع هدف مربوط به هزینه‌ها (f_1) به‌عنوان یک محدودیت در نظر گرفته شده است و حد بالای اپسیلون برای آن در نظر گرفته

جدول ۵. اطلاعات تأمین‌کنندگان.

قیمت	هزینه‌ی		اندازه بسته	تأمین‌کنندگان	قیمت	هزینه‌ی		اندازه بسته	تأمین‌کنندگان
	حمل و نقل	سفارش‌دهی				حمل و نقل	سفارش‌دهی		
۵۰	۷۵۰	۸۱	۳۰۰	۷	۶۰	۵۰	۷۵	۱	۱
۴۸	۱۰۰۰	۸۲	۴۰۰	۸	۵۹	۵۰	۷۶	۱۰	۲
۴۷	۱۲۵۰	۸۳	۵۰۰	۹	۵۸	۵۰	۷۷	۲۰	۳
۴۶	۱۵۰۰	۸۴	۶۰۰	۱۰	۵۶	۱۵۰	۷۸	۵۰	۴
۴۵	۱۷۵۰	۸۵	۷۰۰	۱۱	۵۴	۲۵۰	۷۹	۱۰۰	۵
۴۳	۲۰۰۰	۸۶	۸۰۰	۱۲	۵۲	۵۰۰	۸۰	۲۰۰	۶

جدول ۶. جواب روش محدودیت اپسیلون و الگوریتم $NSGA-II$.

f_2	k	$Q=\sum_{i=1}^{3} x_i$	نوع تأمین‌کننده			
			برای بسته چهار	برای بسته سه	برای بسته دو	برای بسته یک
جواب بهینه روش محدودیت اپسیلون						
۱۰٫۵۵۷۸	۳۴٫۷۶۷۷	۱۰۰	۰	۰	۰	۵
نزدیک جواب الگوریتم $NSGA-II$ به جواب محدودیت اپسیلون						
۱۰٫۹۱۷۲	۳۴٫۵۸۱۲	۱۰۰	۰	۰	۰	۵



شکل ۷. خط پارتو الگوریتم $NSGA-II$ با اندازه جمعیت ۵۰ ـ سمت چپ: ۵ تکرار و سمت راست: ۵۰ تکرار.

شده است. معادله ۱۱ بیان‌گر این محدودیت است. مقدار ε برابر با ۲۰۰۰۰ در نظر گرفته شده است. نتایج مربوط به این محاسبات در جدول ۶ نشان داده شده است.

این مسئله با الگوریتم NSGA-II نیز حل شده است. نزدیک‌ترین جواب نامغلوب به دست آمده از روش NSGA-II به جواب روش محدودیت اپسیلون در جدول ۶ نمایش داده شده است. با مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از روش NSGA-II و محدودیت اپسیلون برای این مسئله، این نتیجه حاصل می‌شود که اختلاف نتایج بسیار ناچیز است.

۲.۴. بررسی نتایج برای مسئله با ابعاد بزرگ

۱.۲.۴. شاخص‌های ارزیابی الگوریتم

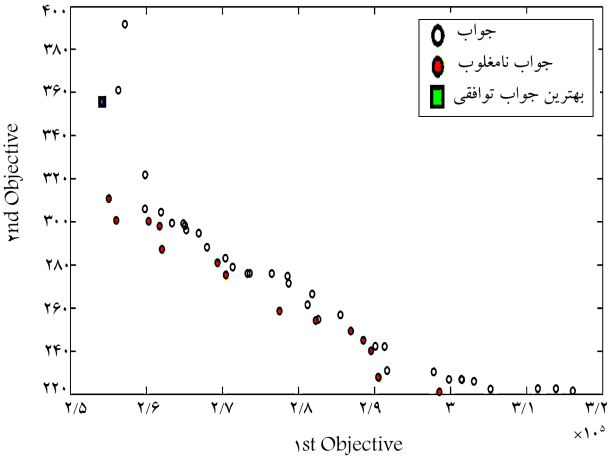
برای آشنایی با دو شاخص میانگین فاصله از آرمان (MID) و معیار پراگندگی (DM)، مطالعه‌ی دب کالیانمو[۴۵] در دسترس است. تمام محاسبات توسط یارانه‌یی با Intel Core i۳ − ۴۱۳۰ CPU ۳٫۴۰ GHz و RAM ۴GB حل شده است. در شکل ۷ خط پارتو الگوریتم NSGA-II را برای دو تکرار مشاهده می‌کنید. در شکل سمت چپ با ۵ تکرار، جوابی که کم‌ترین مقدار MID را دارد نقطه‌ی $(۲٫۵۴ \times ۱۰^5, ۳۵۸)$ با $MID = ۱۶۹۳۳$ و برای شکل سمت راست نقطه‌ی $(۲٫۴۳ \times ۱۰^5, ۴۷۹)$ با $MID = ۴۸۶۰$ است.

۲.۲.۴. محاسبات الگوریتم در ابعاد بزرگ

برای بررسی کیفیت جواب‌های الگوریتم پیشنهادی در ابعاد بزرگ، ۱۰ مسئله توسط الگوریتم، حل و بررسی شده است. برای بررسی کیفیت جواب‌های حاصل از الگوریتم $NSGA-II$ از MID و DM و زمان حل در ابعاد بزرگ استفاده می‌شود. پارامترهای مربوط به بحث کنترل موجودی، مطابق با مقادیر پارامترهای کنترل موجودی در مقالات تسو[۵۱و۵] است که در جدول ۴ آورده شده است. همچنین برای بحث تأمین‌کنندگان، ۱۲ تأمین‌کننده مختلف در نظر گرفته شده است. با استفاده از ۷ نوع پارامترهای موجودی ارائه شده در جدول ۴ و دوازده تأمین‌کننده ارائه

جدول ۷. نتایج محاسباتی الگوریتم NSGA – II برای ۱۰ مسئله.

مسأله	نوع پارامتر موجودی	تعداد بسته (n)	تعداد انواع تامین کننده (m)	تامین کنندگان لحاظ شده	NSGA-II با ۵۰ تکرار			NSGA-II با ۷۵ تکرار			NSGA-II با ۱۰۰ تکرار		
					زمان حل (ثانیه)	DM ($\times 10^5$)	MID ($\times 10^4$)	زمان حل (ثانیه)	DM ($\times 10^5$)	MID ($\times 10^4$)	زمان حل (ثانیه)	DM ($\times 10^5$)	MID ($\times 10^4$)
۱	۲	۱۰	۳	۱و۴و۸	۱۱/۳۲	۲/۰۳	۱/۳۲	۱۶/۹۹	۲/۰۳	۱/۲۴	۲۲/۳۴	۲/۰۹	۱/۱۸
۲	۷	۱۵	۱۰	۱-۱۰	۱۱/۲۰	۵/۲	۷/۴	۱۶/۵۱	۵/۲۱	۷/۱۲	۲۱/۸۹	۵/۲۶	۱۱/۱۵
۳	۱	۵	۲	۳و۵	۱۰/۹۱	۶/۶۱	۸/۷۶	۱۶/۲۵	۶/۶۱	۸/۶۲	۲۱/۹۳	۸/۷۰	۱۰/۸۱
۴	۶	۲۰	۱۲	۱-۱۲	۱۱/۸۸	۱/۱۳	۱/۵۴	۱۷/۵۵	۱۱/۳	۱/۴۲	۲۲/۹۴	۱/۵۵	۱۱/۷۲
۵	۳	۲۵	۱۱	۱-۱۱	۱۰/۹۲	۲/۹۸	۳/۸۶	۱۶/۵۴	۲/۹۴	۳/۷۵	۲۱/۹۱	۲/۹۹	۱۰/۷۹
۶	6	۳۰	۱۲	۱-۱۲	۱۱/۹۳	۱/۱۵	۱/۵۷	۱۷/۶۵	۱/۱۷	۱/۵۵	۲۳/۲۱	۱/۱۸	۱/۱۸
۷	۲	۱۲	5	۱-۵	۱۰/۱۸	۵/۷۱	۵/۹۱	۱۵/۱۵	۵/۸۲	۵/۷۷	۲۰/۴۳	۵/۹۱	۱۰/۰۸
۸	۴	۸	۳	۲و۴و۸	۱۰/۲۹	۲/۱۳	۲/۳۱	۱۵/۲۴	۲/۲۵	۲/۲۱	۲۰/۴۶	۱۵/۳	۱۰/۲۲
۹	۱	۱۴	۴	۱و۳و۶و۱۰	۱۱/۸۵	۲/۰۵	۲/۶۶	۱۷/۴۵	۲/۱۳	۲/۵۲	۲۳/۰۹	۱/۷۵	۱/۱۶
۱۰	۷	۲۲	۹	۱-۹	۱۲/۰۸	۵/۳۳	۷/۷۳	۱۷/۴۱	۵/۴۵	۷/۵۹	۲۲/۹۴	۵/۴۹	۷/۴۸



شکل ۸. نمودار پارتویی جواب‌های نامغلوب الگوریتم NSGA – II.

شده در جدول ۵، تعداد ده مسئله تولید شده که هر کدام از آنها توسط الگوریتم NSGA-II حل شده است. نتایج محاسباتی الگوریتم NSGA-II برای ده مسئله در جدول ۷ آورده شده است. ستون دوم این جدول بیانگر نوع پارامترهای کنترل موجودی انتخاب شده از جدول ۴ است. به‌طور مثال برای مسئله‌ی یک، از پارامترهای کنترل موجودی نوع دوم از جدول ۴ استفاده شده است. ستون سوم این جدول بیانگر تعداد بسته‌های سفارش است. ستون چهارم، تعداد تأمین‌کنندگان لحاظ شده را نشان می‌دهد. ستون پنجم بیانگر این است که از ۱۲ تأمین‌کننده موجود، کدام یک در مدل استفاده شده است. در ستون ششم تا هشتم، هر مسئله توسط الگوریتم حل شده است و میانگین فاصله از آرمان (MID) در ستون ششم، معیار پراکندگی (DM) در ستون هفتم و زمان حل در ستون هشتم مورد اشاره قرارگرفته است. هر مسئله با سه تکرار متفاوت حل شده که در ستون نه تا یازده، هر مسئله با ۵۰ تکرار حل شده است و در ستون ۱۱ تا ۱۳، مسئله با ۷۵ تکرار حل شده و در ستون ۱۴ تا ۱۶، مسئله با ۱۰۰ تکرار حل شده است. شکل ۸ نمودار پارتویی جواب‌های نامغلوب مسئله شماره هشت با ۱۰۰ تکرار را نشان می‌دهد.

۵. نتیجه‌گیری

در سالیان گذشته مقالات بسیاری در زمینه‌ی تفسیر و مدل‌سازی مسائل جدید توسط مدل‌های پایه ارائه شده است. یکی از پرکاربردترین این مدل‌های پایه، مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف است. در این مقاله نیز سعی شد تا برای اولین بار یک مسئله در حوزه‌ی «سفارش‌دهی و تخصیص سفارش به تأمین‌کنندگان» توسط مسئله‌ی BPP تفسیر و مدل‌سازی شود. مسئله‌ی پیشنهادی در این مقاله، یک مدل سفارش‌دهی دو هدفه‌ی احتمالی است که تابع هدف اول آن کمینه کردن هزینه‌ها بود، هزینه‌ها شامل هزینه‌های سفارش‌دهی، نگهداری، حمل‌ونقل و خرید و تابع هدف دوم بیانگر کمینه کردن تعداد کمبود بود و میزان تقاضا در لیدتایم دارای توزیع نرمال بود. در این مقاله چندین تأمین‌کننده با اندازه بسته، قیمت فروش متفاوت در نظر گرفته شده بودند. خرده‌فروش برای تأمین تقاضا با در نظرگرفتن اهداف و محدودیت‌ها، سفارش را به تأمین‌کنندگان تخصیص می‌دهد. در این مقاله از مدل VSCBPP توسعه یافته برای تخصیص سفارش به تأمین‌کنندگان مختلف الگوگیری شد. به‌منظور تفسیر این مسئله توسط BPP «محصول» به عنوان مشخصه‌ی «شیء» و «سفارش یک بسته» به‌عنوان مشخصه‌ی «بسته» تفسیر شده است. در این مدل n بسته سفارش و m تأمین‌کننده لحاظ شد. برای سفارش کل محصول، n بسته باید به m تأمین‌کننده تخصیص داده شوند. نیازی به سفارش به تمام تأمین‌کنندگان نیست. همچنین می‌توان چند بسته را به تأمین‌کننده تخصیص داد. دو پارامتر ظرفیت و قیمت بسته متناسب با

تأمین‌کننده تخصیص یافته، تعیین می‌شود. در نهایت یک مدل «تخصیص سفارش به تأمین‌کنندگان مختلف» در یک مدل بسته‌بندی ظرف تفسیر می‌شود. تا این زمان در هیچ مقاله‌یی برای «تخصیص سفارش به تأمین‌کنندگان مختلف» از مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف الگوگیری نشده بود. این مسئله توسط الگوریتم NSGA − II حل شد و برای بررسی نتایج مسئله در یک ابعاد کوچک توسط روش محدودیت اپسیلون نیز حل و نتایج بررسی شد. نتایج حاصله نشان داد که اختلاف نتایج به دست آمده توسط این دو روش بسیار ناچیز است. همچنین برای ابعاد بزرگ نیز، ۱۰ مسئله با ابعاد بزرگ توسط الگوریتم NSGA-II حل و نتایج محاسباتی توسط سه شاخص میانگین فاصله از آرمان (MID) و معیار پراگندگی (DM) و زمان حل ارزیابی شد. در زمینه‌ی تحقیقات آتی به علت جذابیت بالای تفسیر مسائل جدید توسط مدل‌های پایه برای مجلات علمی، می توان مسائل دیگر را نیز توسط مدل‌های پایه تفسیر و مدل‌سازی کرد.

پانوشت‌ها

1. bin packing problem
2. item
3. bin
4. NP-Hard
5. set covering
6. traveling salesman
7. graph-coloring
8. large logistics service providers
9. cloud computing
10. variable size and cost bin packing problem
11. batch ordering
12. mean ideal distance
13. diversitificatiom metric
14. safety factor

منابع (References)

1. Delorme, M., Iori, M. and Martello, S. "Bin packing and cutting stock problems: mathematical models and exact algorithms", *European Journal of Operational Research*, **255**(1), pp. 1-20 (2016).
2. Quiroz-Castellanos, M., Cruz-Reyes, L., Torres-Jimenez, J. and et al. "A grouping genetic algorithm with controlled gene transmission for the bin packing problem", *Computers & Operations Research*, **55**, pp. 52-64 (2015).
3. Garey, M.R. and Johnson, D. "a guide to the theory of NP-completeness, freeman, san francisco", *Computers and Intractability*, **26**, pp. 618-630 (1979).
4. Kantorovich, L.V. "Mathematical methods of organizing and planning production", *Management science*, **6**(4), pp. 366-422 (1960).
5. Ullman, J.D. "The performance of a memory allocation algorithm", *Technical Report 100. Princeton University. Department of Electrical Engineering. Computer Science Laboratory*, **47**, (1971).
6. Garey, M.R., Graham, R.L. and Ullman, J.D. "Worst-case analysis of memory allocation algorithms", *In Proceedings of the Fourth Annual ACM Symposium on Theory of Computing. STOC. ACM*, pp. 143-150 (1972).
7. Johnson, D.S., Demers, A., Ullman, J. D. and et al. "Worst-case performance bounds for simple one-dimensional packing algorithms", *SIAM Journal on Computing*, **3**(4), pp. 299-325 (1974).
8. Johnson, D.S. "Near-optimal bin packing algorithms", PhD Thesis. MIT, (1973).
9. Martello, S. and Toth, P., *Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations*, John Wiley & Sons, Chichester (1990).
10. Skiena, S. "Who is interested in algorithms and why? lessons from the stony brook algorithms repository", *ACM SIGACT News*, **30**(3), pp. 65-74 (1999).
11. Christensen, H.I., Khan, A., Pokutta, S. and et al. "Multidimensional bin packing and other related problems: A survey", pp.1-34 (2016).
12. Kaaouache, M. and Bouamama, S. "Solving bin packing problem with a hybrid genetic algorithm for VM placement in cloud", *Procedia Computer Science*, **60**, pp. 1061-1069 (2015).
13. Anand, S. and Guericke, S. "A bin packing problem with mixing constraints for containerizing items for logistics service providers", *In International Conference on Computational Logistics*, pp. 342-355 Springer, Cham (2020).
14. Gradisar, D. and Glavan, M. "Material requirements planning using variable-sized bin-packing problem formulation with due date and grouping constraints", *Processes*, **8**(10), (2020).
15. Gzara, F., Elhedhli, S. and Yildiz, B. C. "The pallet loading problem: three-dimensional bin packing with practical constraints", *European Journal of Operational Research*, **287**(3), pp.1062-1074 (2020).
16. Polyakovskiy, S. and M'Hallah, R. "Just-in-time two-dimensional bin packing", *Omega*, pp. 102311 (2020).
17. Hebler, K., Irnich, S., Kreiter, T. and et al. "Lexicographic bin-packing optimization for loading trucks in a direct-shipping system", No. 2009 (2020).
18. Fan, J., Wang, G. and Thürer, M. "Approximation algorithms for a new truck loading problem in urban freight transportation", *Transportation Science*, **54**(3), pp. 690-702 (2020).
19. Su, B., Xie, N. and Yang, Y. "Hybrid genetic algorithm based on bin packing strategy for the unrelated parallel workgroup scheduling problem", *Journal of Intelligent Manufacturing*, **32**, pp. 957-969 (2021).
20. Ye, D., Xie, F. and Zhang, G. "Truthful mechanism design for bin packing with applications on cloud computing", pp.1-22 (2020).
21. Aydin, N., Muter, I. and Birbil, S.I. "Multi-objective temporal bin packing problem: An application in cloud computing", *Computers and Operations Research*, p. 104959 (2020).

22. Aydin, N., Muter, I. and Birbil, S.I. "Bin packing problem with time dimension: an application in cloud computing", Technical report, available online: http://www.optimization-online. org/ DB_HTML /2019 /01/7029. html, (2019).
23. Baldi, M.M., Manerba, D., Perboli, G. and et al. "A generalized bin packing problem for parcel delivery in last-mile logistics", *European Journal of Operational Research*, **274** (3), pp. 990-999 (2019).
24. Chernykh, I. and Pyatkin, A. "Irreducible bin packing: complexity, solvability and application to the routing open shop", *In International Conference on Learning and Intelligent Optimization*, pp. 106-120, Springer, Cham (2019).
25. Wang, S., Li, J. and Mehrotra, S. "Chance-constrained bin packing problem with an application to operating room planning", **33**(4), pp.1661-1671 (2021).
26. Fatima, A., Javaid, N., Sultana, T. and et al. "An efficient virtual machine placement via bin packing in cloud data centers", *In International Conference on Advanced Information Networking and Applications*, pp. 977-987 Springer, Cham (2019).
27. Spencer, K.Y., Tsvetkov, P.V. and Jarrell, J.J. "A greedy memetic algorithm for a multiobjective dynamic bin packing problem for storing cooling objects", *Journal of Heuristics*, **25** (1), pp. 1-45 (2019).
28. Griffiths, V., Scanlan, J.P., Eres, M.H. and et al. "Cost-driven build orientation and bin packing of parts in Selective Laser Melting (SLM)", *European Journal of Operational Research*, **273**(1), pp. 334-352 (2019).
29. Liang, X., Zhou, S., Chen, H. and et al. "Pseudo transformation mechanism between resource allocation and bin-packing in batching environments", *Future Generation Computer Systems*, **95**, pp. 79-88 (2019).
30. Crainic, T.G., Perboli, G., Rei, W. and et al. " Efficient lower bounds and heuristics for the variable cost and size bin packing problem", *Computers and Operations Research*, **38**, pp. 1474-1482 (2011).
31. Hwang, J. and Wan, Y. "A supplier-retailer supply chain with intermediate storage for batch ordering", *Int. J. of Prod. Econ*, **142**, pp. 343-352 (2013).
32. Yang, Y., Yuan, Q., Xue, W. and et al. "Analysis of batch ordering inventory models with setup cost and capacity constraint", *Int. J. of Prod. Econ*, **155**, pp. 340-350 (2014).
33. Akbalik, A., Hadj-Alouane, A.B., Sauer, N. and et al. "Np-hard and polynomial cases for the single-item lot sizing problem with batch ordering under capacity reservation contract", *European Journal of Operational Research*, **257**, pp. 483-493 (2017).
34. Jiang, D., Tan, J. and Li, B. "Order acceptance and scheduling with batch delivery", *Computers and Industrial Engineering*, **107**, pp. 100-104 (2017).
35. Crainic, T. G., Perboli, G., Rei, W. and et al. " Efficient lower bounds and heuristics for the variable cost and size bin packing problem", *Computers and Operations Research*, **38**, pp. 1474-1482 (2011).
36. Agrell, P.J. "A multicriteria framework for inventory control", *Int. J. of Prod. Econ*, **41**, pp. 59-70 (1995).
37. Tsou, C.S. "Evolutionary pareto optimizers for continuous review stochastic inventory systems", *European Journal of Operational Research*, **195**, pp. 364-371 (2009).
38. Srivastav, A. and Agrawal, S. "Multi-objective optimization of slow moving inventory system using cuckoo search", Intelligent Automation and Soft Computing, pp. 1-7 (2017).
39. Alinezhad, A., Amini, A. and Kazemi, A. "Supplier selection by combination of AHP method and rough sets theory and presenting a Model for order allocation to selected suppliers", *Sharif Journal*, **33.1**(1.1), pp.89-98 (In Persian) (2016).
40. Amiri, M. and Alimi, A. "Construction and solution of a fully fuzzy multi-objective model for a supplier selection problem" ,*Sharif Journal*, **30-1**(1.1), pp.105-111, (In Persian) (2014).
41. Alinaghian, M., Hasanzadeh, A. and Zeinal HamadanI, A. "A new mathematical model for simultaneous dock assignment and vehicle routing with soft time windows within cross-docks", *Sharif Journal*, **35.1**(1.2), pp. 75-84, (In Persian) (2019).
42. Deb, K., Pratap, A. and Agarwal, S. "A fast and elitist multi objective genetic algorithm: NSGA-II", *IEEE Trans Evol Comput*, **2**, pp. 182-97 (2002).
43. Tsou, C.S. "Multi-objective inventory planning using MOPSO and TOPSIS", *Expert Systems with Applications*, **35**, pp. 136-142 (2008).
44. Srinivas, N. and Deb, K. "Multi objective optimization using non-dominated sorting in genetic algorithms", *Evol Comput*, **2**, pp. 21-48 (1994).
45. Deb, Kalyanmoy." Multi-objective optimization using evolutionary algorithms", *Proceedings of the 8th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, pp.635-642 (July 2006). DOI.org/10.1145/1143997.1144112.