مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۴۰۲)
دوره‌ی ۳۹، شماره‌ی ۱، صص. ۳-۲۱، (پژوهشی)

Original Article

یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای گروه‌بندی پویا، فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات با در نظر گرفتن عملکرد منقطع یک سیستم چندمؤلفه‌یی

الهام معظم‌جزی (کارشناس‌ارشد)
رضا توکلی‌مقدم* (استاد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشکدگان فنی، دانشگاه تهران
هادی عبداله‌زاده سنگرودی (استادیار)
گروه مهندسی صنایع، دانشکده‌ی مهندسی شیمی و صنایع، دانشگاه علم و فناوری مازندران، بهشهر

تعمیرات فرصت‌طلبانه یک راه‌حل کلیدی برای کاهش هزینه‌های نگهداری و تعمیرات (نت) و/یا بهبود عملکرد سیستم است. با این وجود، سیاست‌های نت فرصت‌طلبانه تنها برای رده‌ی خاصی از سیستم‌ها توسعه یافته‌اند که انتظار می‌رود به صورت یکپارچه عمل کنند. هدف این پژوهش توسعه‌ی رویکردهای نت فرصت‌طلبانه پویای موجود برای سیستم‌های تولیدی منعطف است که به صورت منقطع عمل می‌کنند. یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی مختلط به منظور تصمیم‌گیری هم‌زمان در رابطه با گروه‌بندی فعالیت‌های تعمیراتی و همچنین تعیین اندازه دسته‌های تولیدی و زمان‌بندی آنها توسعه داده شده است. مدل پیشنهادی قادر به در نظر گرفتن ۱. تعداد محدود تیم‌های تعمیراتی؛ ۲. موجودی اولیه؛ ۳. عملیات مونتاژ و ۴. تقسیم اندازه کارهاست. تابع هدف شامل هزینه‌های فعالیت‌های تعمیرات پیشگیرانه و اصلاحی و همچنین هزینه‌های مختلف تولید متشکل از هزینه‌های تولید و آماده‌سازی، تأخیر سفارش‌ها و جریمه‌ی ذخیره‌ی اطمینان است. اعتبار و کارایی مدل پیشنهادی از طریق پیاده‌سازی در یک مثال عددی مورد تحلیل قرار گرفت.

واژگان کلیدی: نگهداری و تعمیرات فرصت‌طلبانه، گروه‌بندی پویا، زمان‌بندی تولید، تقسیم اندازه‌ی کارها، برنامه‌ریزی ریاضی.

elham.moazam@ut.ac.ir
tavakoli@ut.ac.ir
hadi.abdollahzadeh@mazust.ac.ir

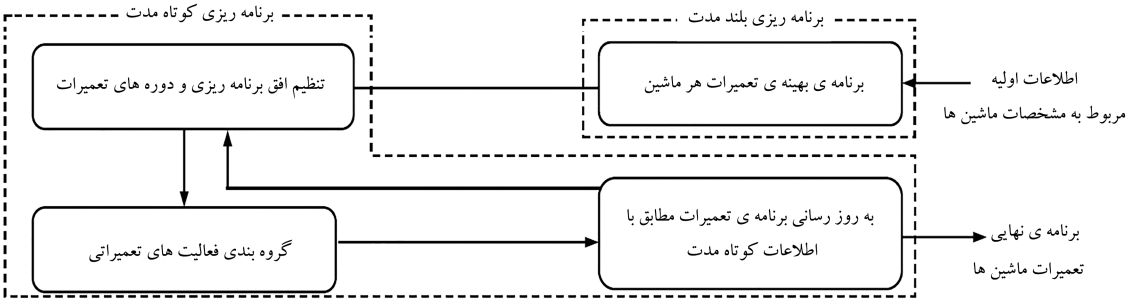
۱. مقدمه

نت پیشگیرانه به طور گسترده در صنعت به عنوان ابزاری مؤثر برای افزایش ایمنی، کاهش تعداد خرابی‌ها و کاهش هزینه‌های تولید پذیرفته شده است.[۱] در چند دهه‌ی اخیر، مطالعات زیادی در حوزه‌ی نت پیشگیرانه انجام شده است، که تمرکز اکثر آنها بر سیستم‌های تک‌مؤلفه‌یی است.[۲-۴] باید توجه کرد که به دلیل پیچیدگی سیستم‌های مهندسی و به خصوص سیستم‌های تولیدی موجود نمی‌توان به درستی آنها را در قالب یک سیستم تک‌مؤلفه‌یی مدل‌سازی کرد. ازاین‌رو، مدل‌سازی این چنین سیستم‌های پیچیده‌یی در قالب یک سیستم چندمؤلفه‌یی الزامی است.[۵-۱۰] از سوی دیگر، همان‌طور که ژو و همکاران[۱۱] نیز اشاره کردند، اکثر مطالعاتی که در حوزه‌ی سیستم‌های چندمؤلفه‌یی هستند، براساس توسعه‌ی روش‌های مدل‌سازی سیستم‌های تک‌مؤلفه‌یی بنا شده‌اند. این روش‌ها نمی‌توانند به درستی نشان‌دهنده وابستگی‌های مختلف تصادفی،[۱۲و۱۳] ساختاری،[۱۴و۱۵] و اقتصادی[۱۶،۸و۱۷] بین عناصر مختلف یک سیستم چندمؤلفه‌یی باشند.

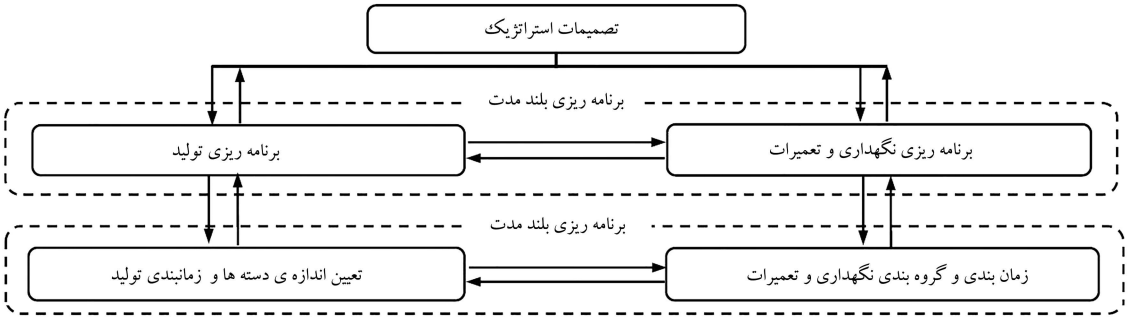
براساس مطالعات انجام شده،[۱۸] سیاست‌های نگهداری و تعمیرات را، که با در نظر گرفتن وابستگی‌های مختلف بین عناصر سیستم توسعه یافته، می‌توان به دو دسته‌ی نگهداری و تعمیرات گروهی و نگهداری و تعمیرات فرصت‌طلبانه تقسیم کرد. سیاست‌های نگهداری و تعمیرات گروهی معمولاً برای سیستم‌هایی به کارگرفته شده که متشکل از مؤلفه‌های موازی و دارای وابستگی اقتصادی هستند. در این نوع سیاست، به محض این که بازه زمانی یا تعداد مؤلفه‌های معیوب از یک حد آستانه‌ی از قبل مشخص شده عبورکند، سیستم به صورت گروهی و پیشگیرانه تعمیر می‌شود.[۱۹-۲۲]

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۹/۸/۵، اصلاحیه ۱۴۰۱/۱/۲۱، پذیرش ۱۴۰۱/۲/۷.
DOI:10.24200/J65.2022.56610.2163

استناد به این مقاله:
معظم‌جزی، الهام، توکلی‌مقدم، رضا، و عبداله‌زاده سنگرودی، هادی، ۱۴۰۲. یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای گروه‌بندی پویا، فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات با در نظر گرفتن عملکرد منقطع یک سیستم چندمؤلفه‌یی. مهندسی صنایع و مدیریت شریف، ۳۹(۱)، صص. ۳-۲۱.



شکل ۱. سیاست گروه‌بندی نت پویا.



شکل ۲. رویکرد برنامه‌ریزی هم‌زمان برنامه‌ی تولید و برنامه‌ی نت.

دسته دوم از سیاست‌های پیشنهادی را سیاست نگهداری و تعمیرات فرصت‌طلبانه تشکیل می‌دهند. فرض اساسی سیاست‌های نگهداری و تعمیرات فرصت‌طلبانه این است که برای بسیاری از سیستم‌های چندمؤلفه‌یی خرابی یک مؤلفه منجر به ازکار افتادن کل سیستم می‌شود. از این‌رو، ترکیب و انجام گروهی تعمیرات مؤلفه‌ها در زمان ازکار افتادگی باعث کاهش تعداد کل ازکار افتادگی سیستم و همچنین کاهش هزینه‌های آماده‌سازی یا هزینه‌های ازکار افتادگی سیستم خواهد شد.[۱۸، ۲۳-۲۵] در حقیقت این موضوع بیان می‌کند که خرابی یا تعمیرات پیشگیرانه‌ی یک مؤلفه (که معمولاً باعث توقف کل سیستم می‌شود) فرصت مناسبی برای تعمیرات پیشگیرانه دیگر مؤلفه‌های سیستم ایجاد می‌کند. در هر فرصت باید به نحوی مؤلفه‌های سیستم برای تعمیرات پیشگیرانه انتخاب شوند (انتخاب برای تعمیرات) که بیشترین صرفه‌جویی را در زمان و هزینه‌های تعمیرات ایجاد کند. سیاست‌های نت فرصت‌طلبانه را می‌توان براساس نوع فرصت و نحوه‌ی انتخاب مؤلفه‌ها در هر فرصت، به سه گروه ۱. مبتنی بر زمان؛ ۲. مبتنی بر شرایط؛ ۳. مبتنی بر گروه‌بندی دینامیک تقسیم کرد.[۲۶] در استراتژی مبتنی بر زمان، پژوهشگران با تعریف حدود آستانه‌ی عمر، قابلیت اطمینان، ریسک یا ترکیبی از این سه مورد، به ارائه یک ساختار تصمیم‌گیری در رابطه با شروع فعالیت‌های تعمیراتی و همچنین انتخاب مؤلفه‌ها برای تعمیرات پرداخته‌اند.[۱۸و۲۴] در استراتژی مبتنی بر شرایط، محققان با تعریف حدود آستانه مرتبط با وضعیت عملکردی سیستم، یک ساختار تصمیم‌گیری ارائه می‌کنند.[۲۵]

یک فرض محدودکننده که در تمامی مقالات بدان اشاره شده، آن است که انتخاب تعمیرات در افق بلندمدت و با استفاده از یک ساختار تصمیم‌گیری ثابت مدل‌سازی شده است. این موضوع در حالی است که در واقعیت، به دلیل عدم وجود داده و همچنین وجود پیشامدهای غیرقابل پیش‌بینی باید افق برنامه‌ریزی کوتاه‌مدت در نظر گرفته شود. در ادبیات موضوع مطالعات متعددی به ارائه‌ی رویکردهای خلاقانه برای در نظرگرفتن اطلاعات کوتاه‌مدت در برنامه‌ریزی‌های نگهداری و تعمیرات پرداخته‌اند. در مطالعات صورت گرفته توسط محققان[۲۷-۳۱] از یک رویکرد پویا استفاده شده است. ساختار کلی این رویکرد در شکل ۱ نشان داده شده است. رویکرد پیشنهاد شده در این مطالعات شامل چهارگام است. در گام اول، با در نظرگرفتن اطلاعات اختصاصی هر مؤلفه یک برنامه‌ی نگهداری و تعمیرات با هدف کاهش متوسط هزینه‌های نگهداری و تعمیرات در افق بلندمدت ارائه می‌شود. در حقیقت در این گام، تناوب بهینه‌ی فعالیت‌های تعمیراتی پیشگیرانه‌ی هر مؤلفه بدون در نظرگرفتن وابستگی‌ها بین مؤلفه‌های سیستم محاسبه می‌شود. هنگامی که فرصتی برای تعمیرات سیستم ایجاد شود باید در رابطه با انتخاب مؤلفه‌ها برای تعمیرات پیشگیرانه و همچنین زمان‌بندی این فعالیت‌ها در افق کوتاه‌مدت تصمیم‌گیری شود. هدف از این تصمیم بیشینه‌سازی صرفه‌جویی حاصل از گروه‌بندی و انجام هم‌زمان فعالیت‌های تعمیراتی مؤلفه‌های مختلف سیستم تحت داده‌های موجود و شرایط عملیاتی سیستم است. در نهایت در گام چهارم، برنامه‌ی کلان نگهداری و تعمیرات مؤلفه‌های مختلف براساس تصمیمات اتخاذ شده اصلاح می‌شود.

به صورت ویژه، بووارد و همکاران[۲۷] کاربرد مدل پیشنهادی را برای بهینه‌سازی نت پیشگیرانه خودروهای سنگین تجاری مورد مطالعه قرار دادند. در این مطالعه فرض شده است که سیستم بدون وقفه عمل می‌کند. دو و همکاران[۲۸-۳۰] در مجموعه‌یی از فعالیت‌های پژوهشی به بررسی استراتژی پیشنهادی در سیستم‌های سری و سری ـ موازی پرداخته‌اند. در این مطالعات مفروضات مختلفی همچون وابستگی اقتصادی منفی و تعداد محدود گروه‌های تعمیراتی مورد بررسی قرار گرفته است. چالبی و همکاران[۳۱] به عنوان توسعه‌یی بر مطالعات گذشته، علاوه بر بررسی هزینه‌های تعمیرات به بررسی دوره‌های در دسترس بودن سیستم نیز پرداختند.

یک فرض محدودکننده در مطالعات اشاره شده در فوق، در نظرگرفتن عملکرد بی‌وقفه‌ی سیستم است. این موضوع در حالی است که بسیاری از سیستم‌های مهندسی به خصوص سیستم‌های تولیدی به صورت منقطع فعالیت می‌کنند. همان‌طور که در شکل ۲ نمایش داده شده است، انتخاب و زمان‌بندی فعالیت‌های تعمیراتی در گام سوم رویکرد پیشنهادی باید همگام با برنامه‌ریزی تولید و همچنین هم‌زمان با

جدول ۱. مرور مطالعات برنامه‌ریزی فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات.

نویسندگان	وابستگی			ساختار سیستم	سیاست نگهداری و تعمیرات		تابع هدف		روش مدل‌سازی و حل
	اقتصادی	ساختاری	تصادفی		گروهی	فرصت‌طلبانه	هزینه‌یی	قابلیت اطمینان	
ژو و کامپار[۱]	*			تک مؤلفه					الگوریتم شبیه‌سازی
احمدی و نیوبای[۳]	*			تک مؤلفه			*		الگوریتم شبیه‌سازی
ژو و همکاران[۵]	*			سری ـ موازی		*	*		الگوریتم شبیه‌سازی
عبداله‌زاده و همکاران[۸]	*			سری ـ موازی		*	*		الگوریتم شبیه‌سازی
آتشگر و عبداله‌زاده[۹]	*			سری ـ موازی					الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه
عبداله‌زاده و آتشگر[۱۰]	*			سری ـ موازی		*	*	*	شبیه‌سازی سه فازی و الگوریتم کلونی مورچه‌ها
دانگ و همکاران[۱۲]	*	*	*	موازی		*			الگوریتم شبیه‌سازی
دو و همکاران[۱۳]	*		*	سری		*	*		الگوریتم شبیه‌سازی
دو و همکاران[۱۴]		*		سری ـ موازی				*	الگوریتم Backward search
شهرکی و همکاران[۱۵]			*	سری ـ موازی				*	شبیه‌سازی مونت کارلو
آتشگر و عبداله‌زاده[۱۶]	*			k-out-of-n		*	*		الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه
کیزر و همکاران[۱۷]				سری ـ موازی			*		تصمیم‌گیری مارکوف
ژو و همکاران[۱۸]		*		سری		*	*		شبیه‌سازی مونت کارلو
دو و جکوبنز[۱۹]		*	*	سری ـ موازی				*	الگوریتم شبیه‌سازی
گلمکانی و موکدی[۲۰]		*	*	سری ـ موازی				*	الگوریتم شبیه‌سازی
گلمکانی و موکدی[۲۱]		*	*	سری			*	*	الگوریتم جست‌وجوی A*
ژانگ و یانگ[۲۲]	*		*	موازی		*	*		تصمیم‌گیری مارکوف
وانگ و همکاران[۲۳]		*		سری ـ موازی		*	*	*	الگوریتم شبیه‌سازی
بووارد و همکاران[۲۷]	*		*	سری ـ موازی		*	*		الگوریتم شبیه‌سازی
دو و همکاران[۲۸]	*			سری		*	*		الگوریتم شبیه‌سازی
وو و همکاران[۲۹]	*			سری ـ موازی		*	*		الگوریتم ژنتیک
دو و همکاران[۳۰]	*	*	*	سری ـ موازی		*	*		تصمیم‌گیری مارکوف
چالبی و همکاران[۳۱]	*			سری		*	*		الگوریتم بهینه‌سازی ذرات
تحقیق حاضر	*			سری ـ موازی		*	*		حل دقیق

تصمیمات تعیین اندازه و زمان‌بندی دسته‌های تولیدی انجام شود.[۳۲] باید اشاره کرد که در ادبیات موضوع مطالعات متعددی به بررسی مسئله‌ی زمان‌بندی هم‌زمان با فعالیت‌های تعمیراتی و تولیدی پرداخته‌اند.[۳۳-۳۵] تا آن‌جا که مرور ادبیات نشان می‌دهد، یک افق کوتاه مدت مورد مطالعه قرار گرفته و در هیچ یک از این مطالعات تأثیر تصمیمات برنامه‌ریزی نت در نظر گرفته نشده است.

به منظور پاسخ‌گویی به مسائل مطرح شده، یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی مختلط به منظور تصمیم‌گیری هم‌زمان در رابطه با گروه‌بندی و زمان‌بندی فعالیت‌های تعمیراتی و همچنین زمان‌بندی فعالیت‌های تولیدی در یک سیستم تولید منعطف توسعه داده شده است. تا آن‌جا که مرور ادبیات نشان می‌دهد (جدول ۱) این اولین بار است که یک مدل ریاضی برای حل مسئله‌ی گروه‌بندی و زمان‌بندی فعالیت‌های تعمیراتی با در نظر گرفتن عملکرد منقطع سیستم و تعداد محدود تیم‌های تعمیراتی توسعه داده شده است. به علاوه، مدل پیشنهادی در زمینه‌ی زمان‌بندی تولید قادر به در نظر گرفتن موجودی اولیه از محصولات نهایی و نیمه ساخته، عملیات مونتاژ، امکان وجود بیش از یک سفارش برای هر محصول سیستم و تقسیم اندازه کارهاست. رویکرد تقسیم‌کارها به زیر دسته‌های کوچک‌تر یک فن تولیدی بسیار کارآمد برای سرعت بخشیدن به تولید و یافتن یک برنامه زمان‌بندی با زمان تحویل به موقع است.[۳۶] تابع هدف مدل پیشنهادی علاوه بر هزینه‌های فعالیت‌های تعمیرات پیشگیرانه و اصلاحی شامل هزینه‌های تولید نیز است. هزینه‌های تولید شامل مجموع هزینه‌های تولید و آماده‌سازی، هزینه‌های تأخیر سفارش‌ها و هزینه‌های جریمه‌ی ذخیره‌ی اطمینان است. به منظور بررسی صحت و همچنین نمایش تأثیر مفروضات مختلف در نظر گرفته شده در تعریف مسئله یک مثال عددی با توجه به ادبیات موضوع طرح و توسط نرم‌افزار گمز حل شده است.

در ادامه و در بخش دوم، تعریف مسئله و مفروضات آن ارائه خواهد شد. بخش سوم مقاله به ارائه‌ی چگونگی مدل‌سازی ریاضی مسئله پیشنهادی اختصاص داده شده است. با توجه به ماهیت غیرخطی مدل پیشنهادی، در بخش چهارم نحوه‌ی تقریب خطی مدل ریاضی پیشنهادی ارائه شده است. برای ارزیابی و تحلیل مفروضات مختلف مدل پیشنهادی و همچنین بررسی صحت آن در بخش ۵ یک مثال کاربردی ارائه شده است. در پایان در بخش ششم، نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای تحقیقات آتی آورده شده است.

۲. بیان مسئله

یک سیستم تولید منعطف را در نظر بگیرید که متشکل از NM ماشین تولیدی است.

فرض شده است که این سیستم برای مدیریت سفارش‌های مشتریان در طول زمان از سیاست تولید برای سفارش استفاده می‌کند. به این معنی که برنامه تولید در یک دوره شامل کلیه سفارش‌های دریافتی از محصولات مختلف سیستم در طی دوره‌های قبل است. این فرض یک رویکرد بسیار متداول در بسیاری از شرکت‌های تولیدی همانند شرکت‌های قطعه‌سازی، لبنی و غیره است.[۳۷و۳۸] در این نوع سیستم‌ها کلیه سفارش‌ها باید حداکثر تا انتهای دوره به مشتریان تحویل داده شود. به منظور نمایش فرایند تولید در یک دوره، در این مقاله از رویکرد ارائه شده توسط عبداله‌زاده و همکارش[۳۵] استفاده شده است. در این رویکرد مواد اولیه، قطعات نیمه ساخته و محصولات نهایی به عنوان محصولات مختلف سیستم در مراحل مختلف تولید با عناوین مشخص نام‌گذاری می‌شوند. به بیان دیگر، این سیستم شامل NP محصول است که باید روی مجموعه‌ی ماشین‌های موجود ($M = \{۱, ۲, \ldots, NM\}$) پردازش شود. در این رویکرد[۳۵] برای نشان دادن فرایند تولید از پارامتر $BOM_{p,p'}$ استفاده شده است. نشان‌دهنده‌ی تعداد محصول p ($p = \{۱, ۲, \ldots, NP\}$) مورد نیاز برای تولید محصول p' ($p' = \{۱, ۲, \ldots, NP\}$) است. در حقیقت هر محصول p می‌تواند از مونتاژ و پردازش مجموعه‌یی از محصولات بالادستی خود (به بیان ریاضی $\{p'|BOM_{p',p} > ۰\}$) تولید شود. به طور مشابه، محصول p می‌تواند به عنوان محصول پایین‌دستی سایر محصولات (به بیان ریاضی $\{p'|BOM_{p,p'} > ۰\}$) استفاده شود. هر عملیات تولید یا مونتاژ محصول p می‌تواند روی زیرمجموعه‌یی از ماشین‌های موجود که امکان پردازش محصول را دارند ($M_i \subseteq M$) با زمان پردازش $D^p_{p,m}$ و هزینه‌ی $C^p_{p,m}$ انجام شود.

ویژگی محیط‌های تولیدی منعطف امکان استفاده از تقسیم کارها را فراهم می‌سازد. تقسیم اندازه کارها به معنی تولید تقاضای یک محصول در زیردسته‌های مختلف است. با تقسیم اندازه‌ی کارها، پردازش هم‌زمان دسته‌های یک محصول بر چندین ماشین امکان‌پذیر است.[۳۶] در این مطالعه فرض شده است که هر محصول می‌تواند حداکثر به تعداد NL_p دسته‌ی گسسته با اندازه‌های نامساوی تقسیم شود. برای پردازش یک دسته از محصول p بر روی ماشین m (که $m \in M$ است) نیاز به عملیات راه‌اندازی با زمان $D^{set}_{p,m}$ و هزینه‌ی $C^{set}_{p,m}$ است. اما در صورتی که دو دسته از یک محصول مشابه به طور متوالی بر روی یک ماشین مشخص پردازش شوند نیاز به راه‌اندازی دوم نیست.

در ابتدای هر دوره تعداد NO_p سفارش از محصول p دریافت می‌شود. اندازه و زمان تحویل سفارش j ($j \in \{۱, ۲, \ldots, NO_p\}$) از محصول p با $OS_{p,j}$ و $d_{p,j}$ نشان داده می‌شود. همان‌طور که گفته شده است، تمامی سفارش‌ها باید حداکثر تا انتهای دوره تحویل داده شوند. طبق تعریف عبداله‌زاده و همکارش[۳۵] به سفارش‌هایی که با تأخیر تحویل داده می‌شوند هزینه‌ی ثابت $C^F_{j,p}$ و هزینه‌ی متغیر $C^V_{j,p}$ تحمیل می‌شود. این هزینه‌ی متغیر متناسب با زمان دیرکرد و اندازه‌ی سفارش است. برای پاسخ به نیازهای بخش برنامه‌ریزی تولید، موجودی اولیه IL_p برای هر محصول در نظرگرفته می‌شود و در انتهای هر دوره موجودی نهایی محصول p، باید برابر با ذخیره‌ی اطمینان آن محصول SS_p باشد. در صورت تفاوت بین موجودی نهایی و ذخیره‌ی اطمینان، باید هزینه‌ی عدم انطباق C^N_P در نظر گرفته شود.

از سوی دیگر، ماشین‌های سیستم در معرض خرابی‌اند و فرایند خرابی آنها مستقل از هم است. وضعیت سلامت آنها تنها شامل دو وضعیت «سالم» یا «خراب» است. مطمئناً توقف هریک از این ماشین‌ها به هر دلیلی (برای مثال خرابی یا تعمیرات پیشگیرانه) منجر به کاهش ظرفیت تولید می‌شود. به منظور کاهش تعداد و هزینه‌ی خرابی ماشین‌ها و توقف سیستم، فرض شده است سیستم تولیدی مورد نظر از یک سیاست نت دوره‌یی مبتنی بر زمان استفاده می‌کند. طبق این برنامه هریک از ماشین‌ها در دوره‌های ثابت، تعمیرات پیشگیرانه می‌شوند و بعد از هر عملیات نت پیشگیرانه، ماشین به حالت سالم بازمی‌گردد. در فاصله بین دو تعمیرات پیشگیرانه، امکان وقوع خرابی ناگهانی ماشین وجود دارد. در صورت وقوع خرابی، ماشین مورد نظر بدون وقفه و براساس سیاست تعمیرات کمینه تعمیر می‌شود. به این معنی که تعمیرات اصلاحی قطعه را به وضعیتی مشابه وضعیت قبل از خرابی برمی‌گرداند. هزینه‌ی انجام هر تعمیر اصلاحی بر روی ماشین m با C^{cr}_m نمایش داده می‌شود. فرض شده است که تعمیرات پیشگیرانه ماشین m هر T_m واحد زمان انجام می‌شود و به ترتیب دارای هزینه و زمان C^{pr}_m و D^{pr}_m است. براساس منبع،[۳۰] در صورتی که رفتار خرابی ماشین از توزیع وایبول پیروی کند، بازه بهینه هر ماشین مطابق معادله خواهد بود:

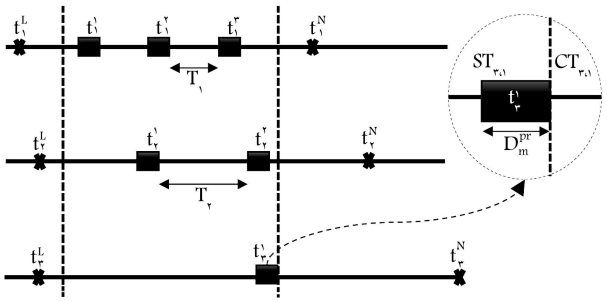
$$T_m = \lambda_m \sqrt[\beta_m]{\frac{C^{pr}_m}{C^{cr}_m (\beta_m - ۱)}} \qquad (۱)$$

که در آن λ_m و β_m به ترتیب پارامترهای مقیاس و شکل توزیع وایبول است.

به علاوه، انجام هر تعمیرات پیشگیرانه نیازمند حضور حداقل یک تیم از مجموعه‌ی تعمیرکاران و متخصصین $R = \{۱, ۲, \ldots, NR\}$ در سیستم است. حضور هر تیم تعمیرات یک هزینه‌ی ثابت C^s به سیستم تحمیل می‌کند. مطمئناً انجام هم‌زمان چند فعالیت تعمیراتی توسط یک تیم در طی یک نوبت‌کاری یا به بیان دیگر گروه‌بندی فعالیت‌های تعمیراتی تنها نیازمند یک‌بار پرداخت هزینه‌های ثابت حضور تیم تعمیراتی خواهد بود.[۲۸-۳۰] فرض شده است، هر تیم تعمیراتی به مدت یک نوبت‌کاری در سیستم حضور خواهد داشت و از این‌رو، فاصله‌ی زمانی بین دو فعالیت تعمیراتی پیشگیرانه تخصیص داده شده به یک تیم باید کم‌تر از طول یک نوبت‌کاری باشد. به علاوه، وامین (که $g = \{۱, ۲, \ldots, NG\}$) گروه تشکیل شده نمی‌تواند شامل بیش از یک فعالیت تعمیراتی پیشگیرانه از یک ماشین خاص باشد. در این تعریف، NG نشان‌دهنده گروه‌های قابل تشکیل از فعالیت‌های تعمیرات پیشگیرانه است.

باید توجه داشت که گروه‌بندی فعالیت‌های تعمیراتی نیازمند ایجاد تغییرات کوچک در زمان انجام فعالیت‌های تعمیراتی خواهد بود که براساس برنامه کلان تعمیرات ماشین‌ها از قبل مشخص شده است. علاوه بر صرفه‌جویی حاصل از گروه‌بندی فعالیت‌های تعمیراتی، مسائل دیگری که در منبع[۲۸-۳۰] با عنوان «مفاهیم پویا» آورده شده است: ۱. تغییرات تعداد گروه‌های تعمیراتی؛ ۲. تغییرات حجم سفارش‌ها در طی نوبت‌های کاری منجر به تأخیر یا تعجیل در زمان انجام فعالیت‌های تعمیراتی خواهد شد. از سوی دیگر، اگر در انجام فعالیت‌های نت تعجیل یا تأخیر صورت گیرد هزینه‌های تعمیرات می‌تواند به صورت غیرمستقیم به ترتیب به دلیل کاهش عمر مفید قطعات یا افزایش هزینه‌های تعمیرات اصلاحی افزایش یابد.

در چنین سیستم‌هایی، برنامه‌ریزی هم‌زمان فعالیت‌های تولیدی و تعمیراتی باید به نحوی صورت گیرد که علاوه بر تأمین تقاضای مشتریان بتوان استفاده حداکثری از صرفه‌جویی اقتصادی حاصل از گروه‌بندی و تغییر زمان انجام فعالیت‌های نت ایجاد شود. تصمیمات مسئله‌ی حاضر شامل تعیین اندازه دسته‌های تولیدی برای هر محصول، تخصیص دسته‌های محصولات به گزینه‌های ماشین، تعیین جریان مواد، زمان‌بندی دسته‌های تولیدی محصول و تعیین زمان انجام فعالیت‌های تعمیرات پیشگیرانه است. جریان مواد شامل جریان بین: ۱. دسته‌های تولیدی محصولات بالادستی و پایین‌دستی؛ ۲. دسته‌های تولیدی و سفارش‌های مشتریان؛ ۳. دسته‌های



شکل ۳. افق برنامه‌ریزی یک سیستم منطعف متشکل از سه ماشین.

تولیدی و موجودی نهایی؛ ۴. موجودی اولیه و دسته‌های تولیدی پایین‌دستی و ۵. موجودی اولیه و سفارش‌های مشتریان است.[۳۵] هدف کمینه‌سازی کل هزینه‌های تولید و تعمیرات در افق کوتاه‌مدت است. این افق برنامه‌ریزی باید دربرگیرنده‌ی حداقل یک فعالیت تعمیراتی از هر ماشین باشد.[۳۰] در صورتی که زمان حاضر با T_{begin} نمایش داده شود، معادله‌ی ۲ نشان‌دهنده‌ی طول افق تصمیم‌گیری خواهد بود:

$$T_{end} = \max\left(\max_{m} t^{1}_{m}, T_{begin} + SD\right) \qquad (۲)$$

که در آن، t^{1}_{m} نشان‌دهنده‌ی زمان اولین فعالیت نت پیشگیرانه برنامه ریزی شده برای ماشین m بعد از زمان T_{begin} است. SD نشان‌دهنده طول یک نوبت تولیدی است. به بیان دیگر، T_{end} برابر با طول یک نوبت یا بزرگ‌ترین فاصله‌ی زمانی از T_{begin} تا زمان انجام اولین فعالیت نگهداری و تعمیراتی است که برای ماشین‌های موجود انجام می‌شود. برای مثال، در شکل ۳ افق برنامه‌ریزی برای یک کارگاه تولید متشکل از سه ماشین نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که در طول افق برنامه‌ریزی برای ماشین‌های ۱، ۲ و ۳ به ترتیب سه، دو و یک فعالیت تعمیراتی وجود دارد و زمان پایان افق برنامه‌ریزی برابر با زمان تعمیرات ماشین سوم است. به علاوه، در این شکل زمان آخرین تعمیرات پیشگیرانه انجام شده و اولین تعمیرات پیشگیرانه بعد از افق برنامه‌ریزی به ترتیب با t^{L}_{m} و t^{N}_{m} نمایش داده شده است.

کل هزینه‌های تولیدی شامل هزینه‌های تولید و آماده‌سازی، هزینه‌های تأخیر و هزینه‌های جریمه‌ی ذخیره‌ی اطمینان است. همچنین کل هزینه‌های تعمیرات برابر مجموع کل هزینه‌های تعمیرات پیشگیرانه و هزینه‌ی تعمیرات اصلاحی انجام شده در بازه بین t^{L}_{m} و t^{N}_{m} برای مجموعه‌ی ماشین‌هاست. به علاوه، مفروضات تکمیلی زیر در نظر گرفته شده است:

- طول یک نوبت تولیدی ثابت است و براساس نوع صنعت می‌تواند شامل ۸ ساعت تا چندین هفته باشد؛
- تمامی سفارش‌ها دریافت شده از مشتریان در ابتدای نوبت موجود است؛
- برای یک محصول می‌تواند بیش از یک سفارش در طول نوبت وجود داشته باشد؛
- هر ماشین در هر لحظه از زمان تنها می‌تواند یک دسته تولیدی را پردازش کند؛
- وقفه در پردازش یک دسته مجاز نیست؛
- درهم‌آمیختگی برای دسته‌های مختلف از یک محصول که روی یک ماشین پردازش می‌شوند، مجاز است؛
- دسته‌های تولیدی باید براساس فرایند تولید انجام شوند؛
- زمان حمل‌ونقل بین ماشین‌ها در نظر گرفته نشده است.

۳. مدل ریاضی

به منظور مدل‌سازی مسئله‌ی پیشنهادی علائم زیر در نظر گرفته شده است:

۱.۳. اندیس‌ها

p, p': اندیس مجموعه‌ی محصولات p که $p = \{0, 1, 2, \ldots, NP, NP+1\}$ $\{0, NP+1\}$ محصولات مجازی هستند؛

m, m': اندیس مجموعه‌ی ماشین‌ها M که $M = \{1, 2, \ldots, NM\}$؛

l, l': اندیس مجموعه‌ی دسته‌های تولیدی هر محصول L_p که $L_p = \{1, 2, \ldots, NL_p\}$؛

i, i': اندیس مجموعه‌ی تعمیرات پیشگیرانه ماشین‌ها I_m که $I_m = \{1, 2, \ldots, NPM_m\}$؛

j: اندیس مجموعه‌ی سفارش‌های هر محصول O_p که $O_p = \{1, 2, \ldots, NO_p\}$؛

M_p: مجموعه‌ی ماشین‌هایی که امکان پردازش محصول p را دارند؛

r: اندیس مجموعه‌ی نیروی‌های نت $R = \{1, 2, \ldots, NR\}$؛

g: اندیس مجموعه‌ی گروه‌های قابل تشکیل از فعالیت‌های تعمیرات پیشگیرانه G که $g = \{1, 2, \ldots, NG\}$؛

t: اندیس مجموعه‌ی بازه‌های تعمیرات پیشگیرانه هر ماشین T_m که $T_m = \{1, 2, \ldots, NPM_m + 2\}$؛

q: اندیس مجموعه‌ی بازه‌های تقریب A که $q \in \{1, 2, \ldots, NQ\}$.

- **پارامترها**

NP: بیشترین تعداد محصولات؛

NM: بیشترین تعداد ماشین‌ها؛

NG: بیشترین تعداد گروه‌های قابل تشکیل از فعالیت‌های تعمیرات پیشگیرانه؛

NR: بیشترین تعداد تیم‌های تعمیراتی؛

NO_p: بیشترین تعداد سفارش‌های محصول p؛

NL_p: بیشترین تعداد دسته‌های محصول p؛

IL_p: سطح موجودی اولیه برای محصول p؛

SS_p: سطح موجودی اطمینان برای محصول p؛

C^{N}_{p}: هزینه‌ی عدم انطباق برای محصول p؛

$C^{pro}_{p,m}$: هزینه‌ی تولید هر واحد محصول p روی ماشین m؛

$C^{set}_{p,m}$: هزینه راه‌اندازی ماشین m برای محصول p؛

$D^{pro}_{p,m}$: زمان تولید هر واحد محصول p روی ماشین m؛

$D^{set}_{p,m}$: زمان راه‌اندازی ماشین m برای محصول p؛

$BOM_{p,p'}$: تعداد محصول p مورد نیاز برای تولید محصول p'؛

$OS_{p,j}$: اندازه‌ی سفارش j از محصول p؛

$d_{p,j}$: موعد تحویل سفارش از محصول p؛

$C^{F}_{p,j}$: هزینه ثابت دیرکرد سفارش j از محصول p؛

$C^{V}_{p,j}$: هزینه متغیر دیرکرد سفارش j از محصول p؛

NPM_m: بیشترین تعداد فعالیت‌های تعمیراتی برنامه‌ریزی شده در افق برنامه‌ریزی برای ماشین m؛

t^{L}_{m}: آخرین زمان نت قبل از افق برنامه‌ریزی؛

t^{N}_{m}: اولین زمان نت بعد از افق برنامه‌ریزی؛

λ_m: پارامتر مقیاس توزیع خرابی ماشین m؛

β_m: پارامتر شکل توزیع خرابی ماشین m؛
C_m^{cr}: هزینه‌ی تعمیرات اصلاحی ماشین m؛
C_m^{pr}: هزینه‌ی تعمیرات پیشگیرانه‌ی ماشین m؛
D_m^{pr}: زمان تعمیرات پیشگیرانه‌ی ماشین m؛
C^s: هزینه‌ی ثابت اعزام تیم تعمیراتی؛
T_{begin}: زمان شروع افق برنامه‌ریزی؛
T_{end}: زمان پایان افق برنامه‌ریزی؛
SD: طول یک شیفت کاری؛
$bigM$: عدد بسیار بزرگ.

- **متغیرهای تصمیم**
- **متغیرهای تصمیم پیوسته**

FL_p: موجودی نهایی محصول p؛
PIL_p: اختلاف مثبت موجودی نهایی محصول p از موجودی اطمینان؛
NLI_p: اختلاف منفی موجودی نهایی محصول p از موجودی اطمینان؛
$ST_{p,l}$: زمان شروع پردازش دسته‌ی l محصول p؛
$CT_{p,l}$: زمان تکمیل پردازش دسته‌ی l محصول p؛
$ST_{m,i}$: زمان شروع تعمیرات پیشگیرانه i ماشین m؛
$CT_{m,j}$: زمان تکمیل تعمیرات پیشگیرانه i ماشین m؛
$PC_{p,l}$: هزینه‌ی تولید دسته‌ی l محصول p؛
$SC_{p,l}$: هزینه‌ی راه‌اندازی دسته‌ی l محصول p؛
$NC_{m,t}$: تعداد تعمیرات اصلاحی ماشین m در بازه‌ی t؛
$DT_{p,j}$: زمان تحویل سفارش j محصول p؛
$TRD_{p,j}$: زمان دیرکرد سفارش j محصول p.

- **متغیرهای تصمیم عدد صحیح**

$LS_{p,l}$: اندازه‌ی دسته‌ی l از محصول p؛
$LTI_{p,l}$: تعداد قطعه‌ی دسته‌ی l از محصول p که به عنوان موجودی نهایی ذخیره می‌شود؛
$ITO_{p,j}$: تعداد قطعه موجودی اولیه محصول p که به سفارش j تخصیص داده می‌شود؛
$LTL_{p,l,p',l'}$: تعداد قطعه دسته‌ی l از محصول p که برای تولید دسته‌ی l' محصول p' استفاده می‌شود؛
$LTO_{p,l,j}$: تعداد قطعه دسته‌ی l از محصول p که برای تأمین سفارش j آن محصول استفاده می‌شود؛
$ITL_{p,p',l'}$: تعداد قطعه موجودی اولیه محصول p که به دسته l' محصول p' تخصیص داده می‌شود.

- **متغیرهای باینری**

$X_{p,l,m}$: اگر دسته‌ی l محصول p به ماشین m تخصیص یابد ۱، در غیر این صورت صفر؛
$YTRD_{p,j}$: اگر تحویل سفارش j محصول همراه با تأخیر باشد ۱، در غیر این صورت صفر؛
$YLS_{p,l}$: اگر اندازه دسته‌ی محصول بزرگ‌تر از صفر باشد ۱، در غیر این صورت صفر؛
$YLTO_{p,l,j}$: اگر سفارش j محصول p از دسته‌ی l آن محصول تأمین شود ۱، در غیر این صورت صفر؛
$YLTL_{p,l,p}$: اگر دسته l' محصول p' از دسته‌ی l محصول p تأمین شود ۱، در غیر این صورت صفر؛
YM_m: اگر حداقل یک دسته به ماشین m تخصیص یابد ۱، در غیر این صورت صفر؛
$YPM_{m,i}$: اگر تعمیرات پیشگیرانه i ماشین m انجام شود ۱، در غیر این صورت صفر؛
$YMG_{m,i,g}$: اگر تعمیرات پیشگیرانه i ماشین m به گروه g تخصیص یابد ۱، در غیر این صورت صفر؛
YG_g: اگر گروه g تشکیل شود ۱، در غیر این صورت صفر؛
$YGR_{g,r}$: اگر گروه g به تیم تعمیراتی r تخصیص داده شود ۱، در غیر این صورت صفر؛
$YR_{m,i,r}$: اگر تعمیرات پیشگیرانه i ماشین m توسط نیروی تعمیراتی r انجام شود ۱، در غیر این صورت صفر؛
$R_{m,i,m',i}$: اگر تعمیرات پیشگیرانه i ماشین m قبل از تعمیرات پیشگیرانه i' ماشین m' انجام شود ۱، در غیر این صورت صفر؛
$YSM_{m,i,i'}$: اگر تعمیرات پیشگیرانه i ماشین m قبل از تعمیرات پیشگیرانه i' انجام شود ۱، در غیر این صورت صفر؛
$YSP_{p,l,p',l'}$: اگر دسته‌ی i از محصول m دقیقاً قبل از دسته l' از محصول i' انجام شود ۱، در غیر این صورت صفر؛
$YSM^B_{p,l,m,i}$: اگر تعمیرات پیشگیرانه i ماشین m قبل از پردازش دسته l محصول p انجام شود ۱، در غیر این صورت صفر؛
$YSM^A_{p,l,m,i}$: اگر تعمیرات پیشگیرانه i ماشین m بعد از پردازش دسته l محصول p انجام شود ۱، در غیر این صورت صفر؛
$ANC_{m,t,q}$: اگر بازه‌ی تعمیرات ماشین m در بازه‌ی تقریبی q قرار بگیرد ۱، در غیر این صورت صفر.

با در نظرگرفتن نمادگذاری ارائه شده در قسمت قبل، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح مختلط برای مسئله پیشنهادی توسعه داده شده است. مدل پیشنهادی را می‌توان به شش بخش زیر تقسیم کرد:

- توابع هدف؛
- محدودیت‌های جریان مواد؛
- محدودیت‌های زمان‌بندی دسته‌های تولیدی و فعالیت‌های نت؛
- محدودیت‌های گروه‌بندی فعالیت‌های نت؛
- محدودیت‌های توابع هدف؛
- محدودیت‌های حدود متغیرهای تصمیم‌گیری.

۲.۳. توابع هدف

همان‌طورکه در معادله‌ی ۳ نشان داده شده است، می‌توان تابع هدف در نظرگرفته شده را به دو بخش کلی ۱. کل هزینه‌های تولید و ۲. کل هزینه‌های نت در افق برنامه‌ریزی $[T_{begin}, T_{end}]$ تقسیم کرد.

$$\min TC = TPC + TMC \qquad (۳)$$

کل هزینه‌های تولید در معادله‌ی ۴ شامل: ۱. مجموع هزینه‌های تولید و آماده‌سازی؛ ۲. هزینه‌های سفارش‌هایی که با تأخیر تحویل داده می‌شوند؛ ۳. هزینه‌های جریمه

ذخیره اطمینان است. معادله‌ی ۵ نشان می‌دهد که تابع هدف هزینه‌های نت شامل: ۱. هزینه‌های تعمیرات پیشگیرانه؛ ۲. هزینه‌های مربوط به تعمیرات اصلاحی؛ ۳. هزینه‌های اعزام تیم‌های تعمیراتی است.

$$\begin{aligned} TPC &= \sum_{p=1}^{NP}\sum_{l=1}^{NL_p}(PC_{p,l}+SC_{p,l}) \\ &+\sum_{p=1}^{NP}\sum_{j=1}^{NO_p}\left(C^F_{p,j}\times YTRD_{p,j}+C^V_{p,j}\times OS_{p,j}\times TRDp,j\right) \\ &+\sum_{p=1}^{NP}C^N_p\times(PIL_p+NIL_p) \end{aligned} \tag{۴}$$

$$\begin{aligned} TMC &= \sum_{m=1}^{NM}C^{pr}_m\times YPM_{m,i} \\ &+\sum_{m=1}^{NM}\sum_{t=1}^{NPM_m+2}C^{cr}_m\times NC_{m,t}+\sum_{g=1}^{NG}C^s\times YG_g \end{aligned} \tag{۵}$$

۳.۳. محدودیت‌های مرتبط با جریان مواد

برای تأمین سفارش‌های مشتریان در هر دوره و برآوردن تقاضا برای محصولات پایین‌دستی، موجودی اولیه در نظرگرفته شده است. همچنین، در انتهای هر دوره باید سطح موجودی به یک سطح اطمینان از پیش تعیین شده برسد. محدودیت‌های ۶ تا ۸ این دو فرض را نشان می‌دهند. محدودیت ۶ نشان می‌دهد که سطح موجودی نهایی یک محصول برابر با موجودی اولیه آن محصول به علاوه‌ی تفاوت بین کلیه‌ی محصولات تولید شده برای ذخیره به عنوان موجودی دوره‌ی بعد و مجموع موجودی ارسال شده برای تولید محصولات پایین‌دستی یا سفارش‌های مشتریان است. محدودیت ۷ تضمین می‌کند که کل محصولات انتقال‌یافته از موجودی برای تولید محصولات پایین‌دستی و سفارش‌های مشتریان باید کم‌تر از سطح موجودی اولیه‌ی یک محصول باشد و محدودیت ۸ بیان‌گر عدم انطباق سطح موجودی نهایی یک محصول از سطح اطمینان مورد نیاز آن محصول است.

$$\begin{aligned} &IL_p-\sum_{j=1}^{NO_p}ITO_{p,j}-\sum_{\substack{p'=1\\ BOM_{p,p'}>0}}^{NP}\sum_{l'=1}^{NL_{p'}}ITL_{p,p',l'} \\ &+\sum_{l=1}^{NL_p}LTI_{p,l}=FL_p \end{aligned} \qquad \forall p\in P \tag{۶}$$

$$\sum_{\substack{p'=1\\ BOM_{p,p'}>0}}^{NP}\sum_{l'=1}^{NL_{p'}}ITL_{p,p',l'}+\sum_{j=1}^{NO_p}ITO_{p,j}\le IL_p \qquad \forall p\in P \tag{۷}$$

$$FL_p-SS_p=PIL_p-NIL_p \qquad \forall p\in P \tag{۸}$$

محدودیت ۹ نشان می‌دهد که یک دسته‌ی تولیدی را می‌توان برای تولید دسته‌های محصولات پایین‌دستی، تأمین سفارش‌ها یا موجودی نهایی آن محصول استفاده کرد. محدودیت ۱۰ نشان می‌دهد که مواد یا قطعات مورد نیاز برای پردازش یک دسته از موجودی اولیه یا از دسته‌های تولیدی محصول پایین‌دستی تأمین می‌شود.

$$\sum_{\substack{p'=1\\ BOM_{p,p'}>o}}^{NP}\sum_{l'=1}^{NL_{p'}}LTL_{p,l,p',l'}$$

$$+\sum_{j=1}^{NO_p}LTO_{p,l,j}+LTI_{p,l}=LS_{p,l} \qquad \begin{matrix}\forall p\in P\\ \forall l\in L_p\end{matrix} \tag{۹}$$

$$\begin{aligned} &ITL_{p',p,l}+\sum_{l'=1}^{NL_{p'}}LTL_{p',l',p,l} \\ &=BOM_{p',p}\times LS_{p,l} \\ &\forall p,p'\in p \\ &\forall BOM_{p,p'}>o \\ &\forall l\in l_p \end{aligned} \tag{۱۰}$$

محدودیت ۱۱ نشان می‌دهد که برای تأمین سفارش‌های مختلف یک محصول می‌توان از موجودی اولیه یا دسته‌های تولیدی آن محصول استفاده کرد.

$$ITO_{p,j}+\sum_{l=1}^{NL_p}LTO_{p,l,j}=OS_{p,j} \qquad \begin{matrix}\forall p\in p\\ \forall j\in O_p\end{matrix} \tag{۱۱}$$

۴.۳. محدودیت‌های مرتبط با زمان‌بندی دسته‌های تولیدی و تعمیراتی

این مجموعه از محدودیت‌ها را می‌توان به سه دسته: ۱. محدودیت‌های تخصیص؛ ۲. محدودیت‌های زمان‌بندی؛ ۳. محدودیت‌های تعیین توالی تقسیم کرد. محدودیت‌های ۱۶ تا ۲۰ تشکیل‌دهنده‌ی دسته‌ی اول از محدودیت‌ها هستند. اگر یک دسته تولیدی تشکیل شود، این دسته باید به یکی از ماشین‌هایی که امکان پردازش آن را دارند تخصیص داده شود. این موضوع در محدودیت‌های ۱۲ تا ۱۴ نمایش داده شده است. محدودیت ۱۵ تضمین می‌کند که یک دسته محصول زمانی تشکیل می‌شود که دسته‌های قبلی آن محصول تشکیل شده باشد. محدودیت ۱۶ بیان می‌کند در صورت تصمیم به انجام فعالیت تعمیراتی باید یک نیروی تعمیرات به آن تخصیص داده شود.

$$\sum_{m\in M_p}X_{p,l,m}=YLS_{p,l} \qquad \begin{matrix}\forall p\in p\\ \forall l\in L_p\end{matrix} \tag{۱۲}$$

$$YS_{p,l}\le bigM\times YLS_{p,l} \qquad \begin{matrix}\forall p\in p\\ \forall l\in L_p\end{matrix} \tag{۱۳}$$

$$LS_{p,l}\ge YLS_{p,l} \qquad \begin{matrix}\forall p\in p\\ \forall l\in L_p\end{matrix} \tag{۱۴}$$

$$\sum_{m\in M_p}X_{p,l,m}\le\sum_{m\in M_p}X_{p,l-1,m} \qquad \begin{matrix}\forall p\in p\\ \forall l\in L_p, l\ge 2\end{matrix} \tag{۱۵}$$

$$\sum_{r=1}^{NP}YR_{m,i,r}=YPM_{m,i} \qquad \begin{matrix}\forall m\in M\\ \forall i\in I_m\end{matrix} \tag{۱۶}$$

دسته دوم از محدودیت‌ها مرتبط با تعیین زمان‌های شروع و پایان فعالیت‌های مختلف تولیدی و تعمیراتی است. همان‌طورکه در بخش ۲ بیان شد، تمامی فعالیت‌های تولیدی و تعمیراتی باید در طول افق زمانی $[T_{begin}, T_{end}]$ انجام شوند. محدودیت‌های ۱۷ تا ۲۰ بیان‌گر این موضوع هستند.

$$ST_{p,l} \geq T_{begin} \quad \begin{matrix} \forall p \in p \\ \forall l \in L_p \end{matrix} \quad (۱۷)$$

$$CT_{p,l} \leq T_{end} \quad \begin{matrix} \forall p \in p \\ \forall l \in L_p \end{matrix} \quad (۱۸)$$

$$ST_{m,i} \geq T_{begin} \quad \begin{matrix} \forall m \in M \\ \forall i \in I_m \end{matrix} \quad (۱۹)$$

$$CT_{m,i} \leq T_{end} \quad \begin{matrix} \forall m \in M \\ \forall i \in I_m \end{matrix} \quad (۲۰)$$

محدودیت‌های ۲۱ تا ۲۳ نشان‌دهنده‌ی رابطه بین زمان شروع و پایان یک دسته تولیدی هستند. براساس محدودیت‌های ۲۱ و ۲۲ تنها زمانی نیاز به آماده‌سازی ماشین وجود دارد که دسته‌ی مورد نظر اولین دسته‌یی باشد که روی ماشین پردازش می‌شود یا دسته‌ی قبلی مرتبط با یک محصول متفاوت باشد. محدودیت ۲۳ بیان می‌کند که اگر دو دسته از یک محصول به ترتیب روی یک ماشین پردازش شوند نیازی به آماده‌سازی مجدد دستگاه برای دسته دوم نیست. از سوی دیگر، محدودیت ۲۴ نشان‌دهنده‌ی رابطه‌ی بین زمان شروع و پایان یک فعالیت تعمیرات پیشگیرانه است.

$$ST_{p,l} + D^{pro}_{p,m} \times LS_{p,l} + D^{set}_{p,m} \leq CT_{p,l} + bigM \times (۲ - X_{p,l,m} - YSP_{۰,۱,p,l}) \quad \forall p \in p, \forall l \in L_p, \forall m \in M \quad (۲۱)$$

$$ST_{p,l} + D^{pro}_{p,m} \times LS_{p,l} + D^{set}_{p,m} \leq CT_{p,l} + bigM \times \left(۳ - X_{p,l,m} - \sum_{\substack{p'=۱ \\ p' \neq p}}^{NP} \sum_{l'}^{NL_{p'}} Y_{p',l',p,l} - \sum_{i=۱}^{NPM_m} YSM^{B}_{p,l,m,i} \right) \quad \begin{matrix} \forall p \in p \\ \forall l \in L_p \\ \forall m \in M \end{matrix} \quad (۲۲)$$

$$ST_{p,l} + D^{pro}_{p,m} \times LS_{p,l} \leq CT_{p,l} + bigM \times \left(۲ - X_{p,l,m} - \sum_{\substack{l' \\ l' \neq l}}^{NL_{p'}} Y_{p,l',p,l} \right) \quad \begin{matrix} \forall p \in p \\ \forall l \in L_p \\ \forall m \in M \end{matrix} \quad (۲۳)$$

$$ST_{m,i} + D^{pr}_{m} \times YPM^{i}_{m} = CT_{m,i} \quad \begin{matrix} \forall m \in M \\ \forall i \in I_m \end{matrix} \quad (۲۴)$$

مطمئناً زمانی پردازش یک دسته‌ی تولیدی شروع می‌شود که تمامی مواد یا قطعات مورد نیاز برای آن عملیات موجود باشد. بر این اساس، محدودیت ۲۵ و ۲۶ بیان می‌کنند که اگر لازم باشد مواد یا قطعات مورد نیاز برای یک دسته بالادستی تأمین شوند، عملیات نمی‌تواند تا پایان پردازش دسته پایین‌دستی شروع شود.

$$CT_{p,l} \leq ST_{p',l'} + bigM \times (۱ - YLTL_{p,l,p',l'}) \quad \begin{matrix} \forall p, p' \in p \\ \forall BOM_{p,p'} > o \\ \forall l \in L_p \\ \forall l' \in L_{p'} \end{matrix} \quad (۲۵)$$

$$LTL_{p,l,p',l'} \leq bigM \times YLTL_{p,l,p',l'} \quad \begin{matrix} \forall p, p' \in p \\ \forall BOM_{p,p'} > o \\ \forall l \in L_p \\ \forall l' \in L_{p'} \end{matrix} \quad (۲۶)$$

در این پژوهش فرض بر آن است که اولویت پردازش دو دسته از یک محصول با دسته‌یی است که دارای شماره کوچک‌تر است. محدودیت ۲۷ بیان‌گر این رابطه است. به علاوه، چنانچه دو دسته تولیدی بر روی یک ماشین پردازش شوند، باید توالی آنها برای استفاده از ماشین مشخص شود. محدودیت ۲۸ بیان‌گر توالی دو دسته‌ی تولیدی از محصولات متفاوت بر روی یک ماشین است.

$$CT_{p,l} \leq ST_{p,l'} + bigM \times (۲ - X_{p,l,m} - X_{p,l',m}) \quad \begin{matrix} \forall p \in p, \forall l, l' \in L_p \\ l < NL_p - ۱, l' > l \\ \forall m \in M_p \end{matrix} \quad (۲۷)$$

$$CT_{p,l} \leq ST_{p',l'} + bigM \times (۳ - X_{p,l,m} - X_{p',l',m} - YSP_{p,l,p',l'}) \quad \begin{matrix} \forall p, p' \in p \\ \forall l \in L_p \\ \forall l' \in L_{p'} \end{matrix} \quad (۲۸)$$

$$CT_{m.i} \leq ST_{m,i'} + bigM \times (۳ - YPM_{m.i} - YPM_{m,i'}) \quad \begin{matrix} \forall m, m' \in M \\ \forall i, i' \in I_m \\ i \leq NPM_m - ۱ \\ i' > i \\ \forall r \in R \end{matrix} \quad (۲۹)$$

$$CT_{m.i} \leq ST_{m',i'} + bigM \times (۳ - YR_{m,i,r} - YR_{m',i',r} - YSR_{m,i,m',i'}) \quad \begin{matrix} \forall m, m' \in M \\ \forall i, i' \in I_m \\ \forall r \in R \end{matrix} \quad (۳۰)$$

به صورت مشابه، باید توالی فعالیت‌های تعمیراتی بر روی دو منبع موجود یعنی ماشین‌ها و نیروهای تعمیراتی مشخص شود. محدودیت ۲۹ همانند محدودیت ۲۷ نشان می‌دهد که اولویت انجام فعالیت‌های تعمیراتی بر روی یک ماشین براساس شماره آن تعمیرات است. محدودیت ۳۰ بیان‌گر ترتیب انجام دو فعالیت تعمیراتی برای دو ماشین مختلف است که توسط یک نیروی تعمیرات انجام می‌شوند.

دسته سوم از محدودیت‌ها مرتبط با تعیین توالی انجام فعالیت‌های تولیدی و تعمیراتی بر روی ماشین‌ها و نیروهای تعمیراتی است. محدودیت‌های ۳۱ تا ۴۱ مرتبط با تعیین توالی کارها بر روی ماشین‌ها هستند. محدودیت‌های ۳۱ و ۳۲ بیان می‌کند که اگر یک ماشین فعال باشد، اولین و آخرین عملیات آن ماشین باید از مجموعه‌ی فعالیت تولیدی مجازی ($\{۰, NP+۱\}$) باشد. محدودیت‌های ۳۳ و ۳۴ نشان می‌دهد که زمانی یک ماشین فعال است که حداقل دسته‌های تولیدی یا یک تعمیرات پیشگیرانه در طی افق برنامه‌ریزی بر روی آن انجام شوند. محدودیت‌های ۳۵ و ۳۶

به ترتیب نشان‌دهنده فعالیت‌های قبل و بعد یک فعالیت تولیدی هستند.

$$\sum_{p=1}^{NP}\sum_{l=1}^{NL_i} YSP_{\circ,1,p,l} + \sum_{m=1}^{NM}\sum_{i=1}^{NPM_m} YSM^{A}_{\circ,1,m,i} = \sum_{m=1}^{NM} YM_m \tag{۳۱}$$

$$\sum_{p=1}^{NP}\sum_{l=1}^{NL_i} YSP_{p,l,NP+1,1} + \sum_{m=1}^{NM}\sum_{i=1}^{NPM_m} YSM^{B}_{NP+1,1,m,i} = \sum_{m=1}^{NM} YM_m \tag{۳۲}$$

$$\sum_{p=1}^{NP}\sum_{i=1}^{NL_p} X_{p,l,m} + \sum_{i=1}^{NPM_m} YPM_{m,i} \le bigM \times YM_m \quad \forall m \in M \tag{۳۳}$$

$$\sum_{p=1}^{NP}\sum_{l=1}^{NL_p} X_{p,l,m} + \sum_{i=1}^{NPM_m} YPM_{m,i} \ge YM_m \qquad \forall m \in M \tag{۳۴}$$

$$\sum_{\substack{p'=1\\p'\neq p}}^{NP}\sum_{l'=1}^{NL_p} YSP_{p',l',p,l} + \sum_{\substack{l'=1\\l'\neq l}}^{NL_p} YSP_{p,l',p,l} + \sum_{i=1}^{NPM_m} YSM^{B}_{p,l,m,i} = \sum_{m=1}^{NM} X_{p,l,m} \quad \begin{array}{l}\forall p \in p\\ \forall l \in L_p\\ \forall m \in M\\ \forall i \in I_m\end{array} \tag{۳۵}$$

$$\sum_{\substack{p'=1\\p'\neq p}}^{NP}\sum_{l'=1}^{NL_p} YSP_{p,l,p',l'} + \sum_{\substack{l'=1\\l'\neq l}}^{NL_p} YSP_{p,l,p,l'} + \sum_{i=1}^{NPM_m} YSM^{A}_{p,l,m,i} = \sum_{m=1}^{NM} X_{p,l,m} \quad \begin{array}{l}\forall p \in p\\ \forall l \in L_p\\ \forall m \in M\\ \forall i \in I_m\end{array} \tag{۳۶}$$

زمانی که تصمیم بر آن است که یک فعالیت تولیدی انجام نشود، از نظر ریاضی بهتر است متغیرهای مربوط به تعیین توالی آن فعالیت مقدار صفر اختیارکنند. محدودیت ۳۷ نشان می‌دهد که اگر پردازش دسته‌ی تولیدی روی ماشین انجام نشود، نمی‌توان هیچ نوع عملیات تولید یا تعمیراتی قبل و بعد از آن برنامه‌ریزی کرد. به علاوه، براساس محدودیت ۳۸، در صورتی که پردازش دو فعالیت تولیدی بر روی دو ماشین متفاوت برنامه‌ریزی شده باشد، لزومی به برنامه‌ریزی توالی آنها وجود ندارد.

$$\sum_{p'=1}^{NP+1}\sum_{l'=1}^{NL_{p'}} YSP_{p,l,p',l'} + \sum_{p'=\circ}^{NP+1}\sum_{l'=1}^{NL_{p'}} YSP_{p',l',p,l} + \sum_{i=1}^{NPM_m} YSM^{A}_{p,l,m,i} + \sum_{i=1}^{NPM_m} YSM^{B}_{p,l,m,i} \le \sum_{m=1}^{NM} X_{p,l,m} \quad \begin{array}{l}\forall p \in p\\ \forall l \in L_p\\ \forall m \in M\end{array} \tag{۳۷}$$

$$YSP_{p,l,p',l'} + YSP_{p',l',p,l} \le 2 - X_{p,l,m} - \sum_{\substack{m'=1\\m'\neq m}}^{NM} X_{p',l',m'} \quad \begin{array}{l}\forall p,p' \in p\\ \forall l,l' \in L_p\\ \forall m \in M\end{array} \tag{۳۸}$$

محدودیت‌های ۳۹ و ۴۰ به ترتیب نشان‌دهنده عملیات‌های قبل و بعد یک فعالیت تعمیراتی هستند. محدودیت ۴۱ مشابه محدودیت ۳۷ است. این محدودیت نشان می‌دهد در صورتی که تعمیراتی بر روی ماشین انجام نشود، لزومی به برنامه‌ریزی توالی فعالیت‌ها قبل و بعد از آن نیست.

$$\sum_{i'-1}^{i-1} YSM_{m,i',i} + \sum_{p=\circ}^{NP}\sum_{l}^{NL_p} YSM^{B}_{p,l,m,i} = YPM_{m,i} \quad \begin{array}{l}\forall m \in M\\ \forall i \in I_m\end{array} \tag{۳۹}$$

$$\sum_{i'=i+1}^{NPM_{m'}} YSM_{m,i,i'} + \sum_{p=1}^{NP+1}\sum_{l}^{NL_p} YSM^{A}_{p,l,m,i} = YPM_{m,i} \quad \begin{array}{l}\forall m \in M\\ \forall i \in I_m\end{array} \tag{۴۰}$$

$$\sum_{i'=1}^{i-1} YSM_{m,i',i} + \sum_{i'=i+1}^{NPM_{m'}} YSM_{m,i,i'} + \sum_{p=\circ}^{NP}\sum_{l}^{NL_p} YSM^{B}_{p,l,m,i} + \sum_{p=1}^{NP+1}\sum_{l}^{NL_p} YSM^{A}_{p,l,m,i} \le 4 \times YPM_{m,i} \quad \begin{array}{l}\forall m \in M\\ \forall i \in I_m\end{array} \tag{۴۱}$$

محدودیت ۴۲ بیان‌گر توالی دو فعالیت تعمیراتی در به‌کارگیری نیروهای تعمیراتی است.

$$YSR_{m',i',m,i} + YSR_{m,i,m',i'} = 1 \quad \begin{array}{l}\forall m,m' \in M\\ \forall i,i' \in I_m\end{array} \tag{۴۲}$$

۵.۳. محدودیت‌های مرتبط با گروه‌بندی فعالیت‌های نت

همان‌طور که در بخش ۲ آورده شده است، به منظور استفاده از وابستگی اقتصادی بین فعالیت‌های تعمیراتی ماشین‌های مختلف باید این فعالیت‌ها به صورت هم‌زمان طی یک شیفت کاری انجام شوند. براساس محدودیت ۴۳ و ۴۴، هر فعالیت تعمیراتی باید حداکثر به یک گروه تخصیص یابد و یک گروه نمی‌تواند شامل بیش از یک فعالیت تعمیراتی از یک ماشین باشد.

$$\sum_{g=1}^{NG} YMG_{m,i,g} = YPM_{m,i} \quad \begin{array}{l}\forall m \in M\\ \forall i \in I_m\end{array} \tag{۴۳}$$

$$\sum_{i=1}^{NPM_m} YMG_{m,i,g} \le 1 \quad \begin{array}{l}\forall m \in M\\ \forall g \in G\end{array} \tag{۴۴}$$

$$\sum_{r=1}^{NR} YGR_{g,r} = YG_g \qquad \forall g \in G \tag{۴۵}$$

$$\sum_{m=1}^{NM}\sum_{i=1}^{NPM_m} YMG_{m,i,g} \le bigM \times YG_g \qquad \forall g \in G \tag{۴۶}$$

$$YR_{m,i,r} \geq ۱ - bigM \times (۲ - YMG_{m,i,g} - YGR_{g,r}) \quad \forall m \in M,\ \forall i \in I_m,\ \forall g \in G,\ \forall r \in R \qquad (۴۷)$$

محدودیت‌های ۴۵ و ۴۶ تضمین می‌کنند که هرگروه از فعالیت‌های تعمیراتی توسط تنها یک تیم تعمیراتی انجام شود. محدودیت ۴۷ در ادامه، تضمین می‌کند که تمامی فعالیت‌های تعمیراتی تشکیل‌دهنده یک گروه توسط تیم تعمیراتی مشخص شده انجام شوند. محدودیت‌های ۴۸ و ۴۹ نشان می‌دهد انجام هم‌زمان دو فعالیت تعمیراتی در طی یک شیفت کاری تنها در صورتی امکان‌پذیر است که فاصله زمان انجام آنها از هم کم‌تر از طول یک شیفت باشد.

$$ST_{i,m} - CT_{m',i'} \leq SD + bigM \times (۲ - YMG_{m,i,g} - YMG_{m',i',g}) \quad \forall m, m' \in M,\ \forall i, i' \in I_m,\ \forall g \in G \qquad (۴۸)$$

$$CT_{m',i'} - ST_{i,m} \leq SD + bigM \times (۲ - YMG_{m,i,g} - YMG_{m',i',g}) \quad \forall m, m' \in M,\ \forall i, i' \in I_m,\ \forall g \in G \qquad (۴۹)$$

۶.۳. محدودیت‌های مرتبط با توابع هدف

همان‌طورکه در زیربخش ۱.۳. آورده شده است، تابع هدف شامل دو بخش هزینه‌یی مختلف است. بخش اول مرتبط با تعیین هزینه‌های تولید و آماده‌سازی محصولات مختلف است. برای محاسبه‌ی کل هزینه‌های تولید، نیاز است تا هزینه‌های تولید و راه‌اندازی دسته‌های مختلف تولیدی و همچنین زمان تحویل سفارش‌های مختلف تعیین شود. محدودیت‌های ۵۰ تا ۵۶ به این محاسبات تخصیص داده شده است. کل هزینه‌های تولید از حاصل‌ضرب واحد هزینه‌های تولید یک محصول بر یک ماشین در تعداد محصول پردازش شده محاسبه می‌شود. هزینه‌های پردازش دسته‌های مختلف تولیدی محاسبه می‌شود. هزینه‌های آماده‌سازی دسته‌های تولید در محدودیت‌های ۵۱ و ۵۲ محاسبه شده است.

$$C^{pro}_{p,m} \times LS_{p,l} \leq PC_{p,l} + bigM \times (۱ - X_{p,l,m}) \quad \forall p \in P,\ \forall l \in L_p,\ \forall m \in M \qquad (۵۰)$$

$$C^{set}_{p,m} \leq SC_{p,l} + bigM \times (۲ - X_{p,l,m} - YSP_{۰,۱,p,l}) \quad \forall p \in P,\ \forall l \in L_p,\ \forall m \in M \qquad (۵۱)$$

$$C^{set}_{p,m} \leq SC_{p,l} + bigM \times \left(۳ - X_{p,l,m} - \sum_{\substack{p'=۱ \\ p' \neq p}}^{NP} \sum_{l'}^{NL_{p'}} Y_{p',l',p,l} - \sum_{i=۱}^{NPM_m} YSM^{B}_{p,l,m,i} \right)$$

$$\forall p \in P,\ \forall l \in L_p,\ \forall m \in M \qquad (۵۲)$$

محدودیت‌های ۵۳ و ۵۴ نشان‌دهنده زمان تحویل یک سفارش هستند. محدودیت ۵۵ نیز بیان‌گر زمان دیرکرد یک سفارش است. محدودیت ۵۶ مشخص می‌کند که آیا در تحویل یک سفارش تأخیر صورت گرفته است یا خیر.

$$CT_{i,l} \leq DT_{i,j} + bigM \times (۱ - YLTO_{i,l,j}) \quad \forall p \in P,\ \forall l \in L_p,\ \forall j \in O_p \qquad (۵۳)$$

$$LTO_{i,l,j} \leq bigM \times YLTO_{i,l,j} \quad \forall p \in P,\ \forall l \in L_p,\ \forall j \in O_p \qquad (۵۴)$$

$$DT_{i,j} - d_{i,j} = TRD_{i,j} \quad \forall p \in P,\ \forall j \in O_p \qquad (۵۵)$$

$$TRD_{i,j} \leq bigM \times YTRD_{i,j} \quad \forall p \in P,\ \forall j \in O_p \qquad (۵۶)$$

بخش دوم تابع هدف مرتبط با محاسبه کل هزینه‌های نگهداری و تعمیرات ماشین‌های مختلف سیستم است. در این بخش در محدودیت‌های ۵۸ تا ۶۱ نیاز است تا متوسط تعداد تعمیرات اصلاحی بین دو تعمیرات پیشگیرانه هر ماشین محاسبه شود. در صورتی که رفتار خرابی ماشین از توزیع وایبول پیروی کند، متوسط تعداد خرابی‌های یک ماشین از رابطه‌ی ۵۷ پیروی خواهد کرد. x نشان‌دهنده طول بازه بین دو تعمیرات پیگیرانه است.[۲۷]

$$F(x) = \left(\frac{x}{\lambda_m} \right)^{\beta_m} \quad \forall m \in M \qquad (۵۷)$$

محدودیت‌های ۵۸ تا ۶۱ برای محاسبه‌ی متوسط تعداد تعمیرات اصلاحی طی بازه $[t^L_m, t^N_m]$ آورده شده است. متوسط تعداد تعمیرات اصلاحی انجام شده از زمان t^L_m تا اولین تعمیرات پیشگیرانه در محدودیت ۵۸ محاسبه شده است. محدودیت ۵۹ بیان‌گر تعداد تعمیرات اصلاحی بین دو تعمیرات پیشگیرانه متوالی است. تعداد تعمیرات اصلاحی از آخرین تعمیرات پیشگیرانه تا زمان t^N_m در محدودیت ۶۰ محاسبه شده است. چنانچه طی بازه $[t^L_m, t^N_m]$ هیچ نوع فعالیت تعمیراتی پیشگیرانه برای یک ماشین صورت نگیرد، متوسط تعداد تعمیرات اصلاحی در محدودیت ۶۱ محاسبه خواهد شد.

$$F\left(CT_{m,i} - t^L_m\right) \leq NC_{m,t} + bigM\,(۱ - YPM_{m,i}) + \sum_{\substack{i'=۱ \\ i'<i}}^{NPM_m} YPM_{m,i'} \times bigM \quad \forall m \in M,\ \forall i \in I_m,\ \forall t \in T_m \qquad (۵۸)$$

$$F\left(CT_{m,i} - CT_{m,i'}\right) \leq NC_{m,t} + bigM\,(۲ - YPM_{m,i} - YPM_{m,i'}) + \sum_{\substack{i'' \\ i'<i''<i}}^{NPM_m} YPM_{m,i''} \times bigM$$

$$\forall m \in M \quad \forall i, i' \in I_m, i' < i \quad \forall t \in T_m, t = i \quad (۵۹)$$

$$F\left(t_m^N - CT_{m,i}\right) \le NC_{m,t} + bigM\,(۱ - YPM_{m,i}) + \sum_{\substack{i' \\ i<i'}}^{NPM_m} YPM_{m,i'} \times bigM \quad \forall m \in M \quad \forall i \in I_m \quad \forall t \in T_m \quad t = NPM_m + ۱ \quad (۶۰)$$

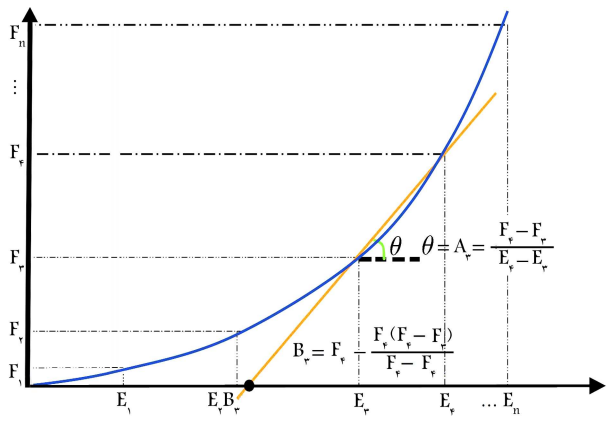
$$F\left(t_m^N - t_m^L\right) \le NC_{m,t} + bigM\left(۱ - \sum_{i}^{NPM_m} YPM_{m,i}\right) \quad \forall m \in M \quad \forall t \in T_m \quad t = NPM_m + ۱ \quad (۶۱)$$

۷.۳. محدودیت‌های مرتبط با حدود متغیرهای تصمیم‌گیری

متغیرهای تصمیم‌گیری به کار گرفته شده در مدل پیشنهادی را می‌توان در قالب متغیرهای پیوسته، متغیرهای عدد صحیح و متغیرهای صفر و ۱ تقسیم کرد. این دسته‌بندی‌ها در ابتدای این بخش مشخص شده است.

۴. تقریب خطی مدل پیشنهادی

در شکل ۴ تابع متوسط تعداد تعمیرات اصلاحی است. از آن‌جا که تعداد متوسط تعمیرات اصلاحی تابعی غیرخطی از فاصله زمانی بین دو تعمیرات پیشگیرانه می‌باشد، نمی‌توان از تکنیک‌های حل مدل‌های ریاضی خطی برای حل مدل پیشنهادی استفاده کرد. به منظور رفع این مشکل و ارائه‌ی یک مدل خطی، می‌توان تابع $F(x)$ در معادلات ۵۸ تا ۶۱ را به صورت تکه‌تکه خطی تقریب زد. همان‌طورکه در شکل ۴ نمایش داده شده است، به منظور تقریب تکه‌تکه خطی، دامنه این تابع به Q بازه تقسیم شده است. مقدار انتهایی هر بازه q $(q \in \{۱, ۲, \ldots, Q\})$ با E_q نشان داده شده است. تابع متوسط تعداد خرابی را می‌توان در هر بازه با یک پاره‌خط با شیب A_q و عرض از مبدأ B_q به صورت خطی تقریب زد. بر این اساس، معادلات



شکل ۴. تابع غیرخطی تعداد تعمیرات اصلاحی.

۵۸ تا ۶۱ را می‌توان به‌صورت زیر بازنویس کرد:

$$A_{m,q} \times \left(CT_{m,i} - t_m^L\right) + B_{m,q} \le NC_{m,t} + bigM\,(۱ - ANC_{m,t,q}) + bigM\,(۱ - YPM_{m,i}) + bigM \sum_{\substack{i' \\ i'<i}}^{NPM_m} YPM_{m,i'} \quad \forall m \in M \quad \forall i \in I_m \quad \forall t \in T_m, i = t \quad \forall q \in Q \quad (۶۲)$$

$$A_{m,q} \times (CT_{m,i} - CT_{m,i'}) + B_{m,q} \le NC_{m,t} + bigM\,(۱ - ANC_{m,t,q}) + bigM\,(۲ - YPM_{m,i} - YPM_{m,i'}) + bigM \sum_{\substack{i' \\ i'<i''<i}}^{NPM_m} YPM_{m,i''} \quad \forall m \in M \quad \forall i \in I_m, \forall i' \in I_{m'} \quad i' < i \quad \forall t \in T_m, i = t \quad \forall q \in Q \quad (۶۳)$$

$$A_{m,q} \times \left(t_m^N - CT_{m,i}\right) + B_{m,q} \le NC_{m,t} + bigM\,(۱ - ANC_{m,t,q}) + bigM\,(۱ - YPM_{m,i}) + bigM \sum_{\substack{i' \\ i<i'}}^{NPM_m} YPM_{m,i'} \quad \forall m \in M \quad \forall i \in I_m \quad \forall q \in Q \quad t = NPM_m + ۱ \quad (۶۴)$$

$$A_{m,q} \times \left(t_m^N - t_m^L\right) + B_{m,q} \le NC_{m,t} + bigM\,(۱ - ANC_{m,t,q}) + bigM\,(۱ - YPM_{m,i}) \quad \forall m \in M \quad \forall i \in I_m \quad \forall q \in Q \quad t = NPM_m + ۲ \quad (۶۵)$$

در معادله بالا، متغیر $ANC_{m,t,q}$ نشان‌دهنده مقدار تقریب زده شده از تابع متوسط تعداد تعمیرات اصلاحی است. برای محاسبه‌ی مقدار این متغیر محدودیت‌های زیر نیز باید در نظر گرفته شود:

$$\sum_{q}^{Q} ANC_{m,t,q} = ۱ \quad \forall m \in M \quad \forall t \in T_m \quad (۶۶)$$

$$\left(CT_{m,i} - t_m^L\right) \le \sum_{q}^{Q} C_{m,q} \times ANC_{m,t,q} + bigM\,(۱ - YPM_{m,i}) + bigM \sum_{\substack{i' \\ i'<i}}^{NPM_m} YPM_{m,i} \quad \forall m \in M \quad \forall i \in I_m \quad \forall t \in T_m, i = t \quad (۶۷)$$

$$\left(CT_{m,i} - t_m^L\right) \ge \sum_{\substack{q \\ q>۱}}^{Q} C_{m,q-۱} \times ANC_{m,t,q} +$$

$$bigM\,(1-YPM_{m,i})-bigM\sum_{\substack{i'\\ i'<i}}^{NPM_m}YPM_{m,i}$$

$$\forall m\in M$$
$$\forall i\in I_m \qquad (CT_{m,i}-CT_{m,i'})\le\sum_{q}^{Q}C_{m,q}\times ANC_{m,t,q}+$$
$$\forall t\in T_m, i=t$$

$$bigM\,(1-YPM_{m,i}-YPM_{m,i'})+bigM\sum_{\substack{i''\\ i'<i''<i}}^{NPM_m}YPM_{m,i''}$$

$$\forall m\in M$$
$$\forall i\in I_m, \forall i'\in I_{m'} \qquad (۶۸)$$
$$i'<i$$
$$\forall t\in T_m, i=t$$

$$(CT_{m,i}-CT_{m,i'})\ge\sum_{\substack{q\\ q>1}}^{Q}C_{m,q-1}\times ANC_{m,t,q}+$$

$$bigM\,(1-YPM_{m,i}-YPM_{m,i'})-bigM\sum_{\substack{i''\\ i'<i''<i}}^{NPM_m}YPM_{m,i''}$$

$$\forall m\in M$$
$$\forall i\in I_m, \forall i'\in I_{m'} \qquad (۶۹)$$
$$i'<i$$
$$\forall t\in T_m, i=t$$

$$\left(t_m^N-CT_{m,i}\right)\le\sum_{q}^{Q}C_{m,q}\times ANC_{m,t,q}+$$

$$bigM\,(1-YPM_{m,i})+bigM\sum_{\substack{i'\\ i<i'}}^{NPM_m}YPM_{m,i}$$

$$\forall m\in M$$
$$\forall i\in I_m \qquad (۷۰)$$
$$\forall t\in T_m$$
$$t=NPM_m+1$$

$$\left(t_m^N-CT_{m,i}\right)\ge\sum_{\substack{q\\ q>1}}^{Q}C_{m,q-1}\times ANC_{m,t,q}$$

$$-bigM\,(1-YPM_{m,i})+bigM\sum_{\substack{i'\\ i<i'}}^{NPM_m}YPM_{m,i'}$$

$$\forall m\in M$$
$$\forall i\in I_m \qquad (۷۱)$$
$$\forall t\in T_m$$
$$t=NPM_m+1$$

$$\left(t_m^N-t_m^L\right)\le\sum_{q}^{Q}C_{m,q}\times ANC_{m,t,q}+bigM\sum_{i}^{NPM_m}YPM_{m,i}$$

$$\forall m\in M$$
$$\forall i\in I_m \qquad (۷۲)$$
$$t=NPM_m+2$$

$$\left(t_m^N-t_m^L\right)\ge\sum_{q}^{Q}C_{m,q-1}\times ANC_{m,t,q}-bigM\sum_{i}^{NPM_m}YPM_{m,i}$$

$$\forall m\in M$$
$$\forall i\in I_m \qquad (۷۳)$$
$$t=NPM_m+2$$

$$\left(t_m^N-t_m^L\right)\ge\sum_{q}^{Q}C_{m,q-1}\times ANC_{m,t,q}-bigM\sum_{i}^{NPM_m}YPM_{m,i}$$

$$\forall m\in M$$
$$\forall i\in I_m \qquad (۷۴)$$
$$t=NPM_m+2$$

معادلات ۷۱ تا ۷۴ تعیین می‌کنند که فاصله‌ی زمانی بین دو تعمیر پیشگیرانه‌ی یک ماشین در کدام یک از بازه‌های تقریب قرار دارد.

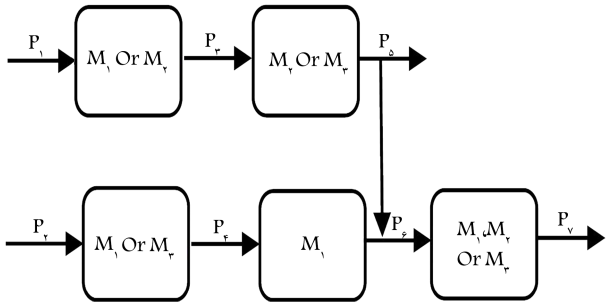
۵. مثال عددی و تحلیل حساسیت

این بخش از مطالعه‌ی حاضر دو هدف بسیار مهم را دنبال می‌کند. هدف اول، بررسی تأثیر مفروضات مختلف در نظر گرفته شده، در فرایند مدل‌سازی مسئله پیشنهادی است. از این‌رو، در ادامه به بررسی کاربرد مدل پیشنهادی در یک مثال عملی تخصیص داده شده است. دومین هدف، بررسی حساسیت مدل پیشنهادی نسبت به پارامترهای مهم مدل شامل اندازه‌ی دسته‌های تولید، زمان اتمام تولید، میزان تولید و زمان آماده‌سازی برای فعالیت‌های تعمیراتی است. نتایج تحلیل حساسیت در بخش بعدی ارائه شده است.

۱.۵. مثال عددی

در مدل ریاضی ارائه شده در بخش ۳، دو فرض بسیار مهم شامل تولید دسته‌یی با اندازه نابرابر و متغیر و همچنین گروه‌بندی فعالیت‌های تعمیراتی مطرح شده است. به منظور بررسی تأثیر این مفروضات در مدل پیشنهادی، عملکرد یک سیستم تولیدی منعطف متشکل از سه ماشین موردبررسی قرارگرفته است. فرایند تولید در این سیستم تولیدی در شکل ۵ نمایش داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود، تمام محصولات به ترتیب از مواد اولیه تا محصولات نهایی از P_1 تا P_7 نام‌گذاری شده‌اند. دو محصول P_1 و P_2 به ترتیب مواد اولیه، P_3 الی P_6 محصولات نیمه ساخته، P_5 و P_7 دو محصول نهایی سیستم هستند. همچنین محصول P_5 نه تنها به عنوان یک محصول نهایی است، بلکه به عنوان محصولی برای تولید محصول P_7 نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد. باید توجه داشت هر محصول تنها می‌تواند روی زیرمجموعه‌یی از ماشین‌های در دسترس پردازش شود.

اطلاعات مرتبط با فرایند تولید در جدول ۲ نیز نشان داده شده است. هر سطر از این جدول نشان‌دهنده اطلاعات مرتبط با یک محصول سیستم است. به عنوان مثال، برای تولید محصول P_5 (در سطر سوم) ماشین‌های ۲ و ۳ در دسترس هستند. زمان



شکل ۵. فرایند تولید در سیستم پیشنهادی.

جدول ۲. اطلاعات تولید مربوط به محصولات سیستم تولید.

محصول	عملیات					ورودی	
	ماشین	زمان پردازش	هزینه‌ی تولید	زمان راه‌اندازی	هزینه‌ی راه‌اندازی	لیست مواد	حجم
۳	۱	۰/۵	۱۰	۲۴	۵۹	P_1	۱
	۲	۰/۷۵	۱۳	۱۸	۱۷		
۴	۱	۲	۱۲	۳۰	۲۰	P_2	۱
	۳	۲/۵	۱۴	۳۰	۲۱		
۵	۲	۰/۶	۱۰	۲۶	۲۲	P_3	۱
	۳	۰/۹	۱۰	۲۰	۱۸		
۶	۱	۲/۵	۱۱	۲۰	۱۸	P_4	۱
۷	۱	۳	۸	۲۵	۲۸	P_5	۱
	۲	۱/۵	۸	۱۵	۲۰		
	۳	۱/۲	۱۲	۱۵	۱۸	P_6	۲

جدول ۳. اطلاعات مربوط به مشخصات ماشین‌های سیستم تولید.

ماشین	پارامترهای توزیع		هزینه‌ی تعمیرات		دوره تعمیرات بهینه	تعداد تعمیرات در افق برنامه‌ریزی
	λ_m	β_m	C_m^{pr}	C_m^{cr}		
۱	۹۸۵	۲/۷	۹۸۰	۹۰۰	۸۳۰/۸۸	۲
۲	۶۴۵	۳/۲۵	۷۵۰	۶۷۰	۵۵۰/۳۱	۴
۳	۱۹۸۰	۲	۱۰۵۰	۸۷۰	۲۱۷۵/۲۰	۱

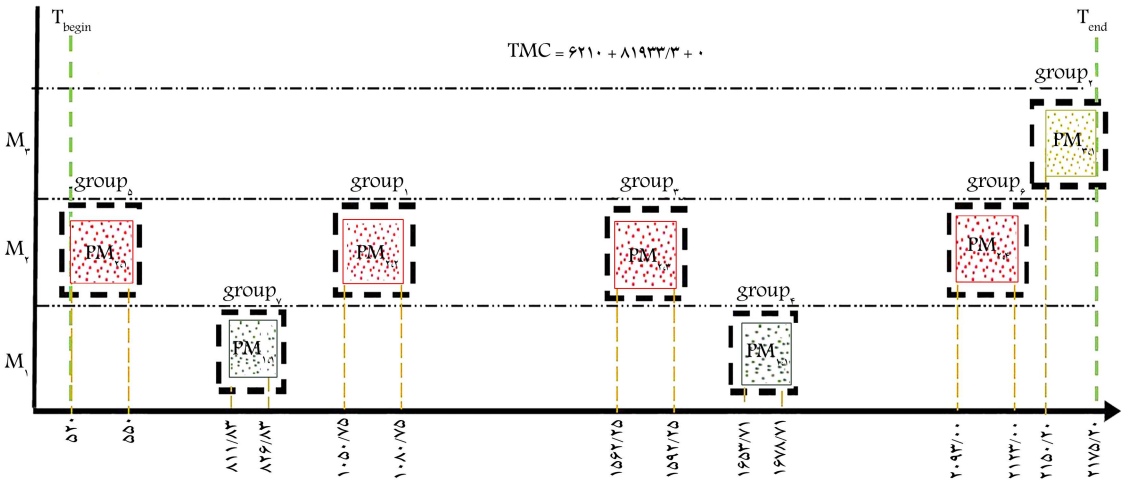
پردازش این محصول روی این دو ماشین به ترتیب ۰/۶ و ۰/۹ واحد زمانی است و برای تولید هر واحد محصول بر روی هر دو ماشین ۱۰ واحد پولی هزینه در نظر گرفته شده است. زمان و هزینه‌های راه‌اندازی نیز برای این دو ماشین در ستون‌های ۵ و ۶ مشخص شده است. باید توجه داشت برای هر واحد تولید محصول P_5 به یک واحد محصول P_3 نیاز است.

همان‌طورکه بیان شد، فرض شده است هر ماشین در طی فرایند تولید به علت خرابی یا تعمیرات پیشگیرانه متوقف می‌شود. در این تحقیق فرض شده است رفتار خرابی ماشین‌ها از توزیع وایبول با پارامتر مقیاس $\lambda_m > 0$ و پارامتر شکل $\beta_m > 1$ پیروی می‌کند. در جدول ۳ پارامترهای عمر و هزینه‌های تعمیرات C_m^{cr} و C_m^{pr} برای سه ماشین ارائه شده است.

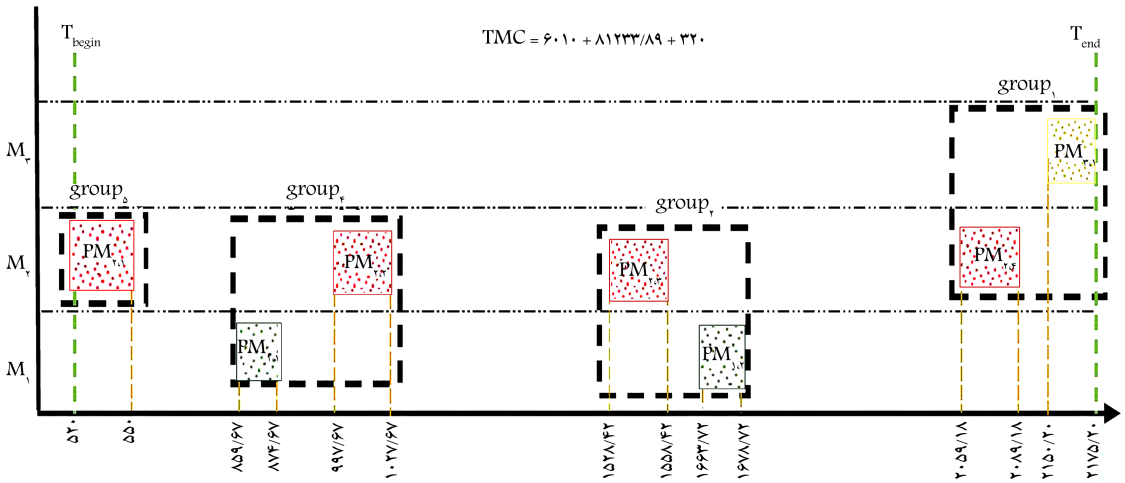
براساس معادله‌ی ۱ فاصله‌ی بهینه‌ی تعمیرات پیشگیرانه هریک از ماشین‌ها در ستون ششم آورده شده است. در صورتی که زمان حاضر برابر $T_{begin} = 520$ باشد، آخرین ستون جدول ۲ نشان‌دهنده‌ی تعداد تعمیرات پیشگیرانه در طول افق برنامه‌ریزی ($T_{end} = 2175/20$) است. باید اشاره شود که طول افق برنامه‌ریزی در این مثال برابر زمان اتمام تعمیرات پیشگیرانه برنامه‌ریزی شده ماشین سوم است.

شکل ۶ نشان‌دهنده‌ی نتایج حل مثال ارائه شده توسط مدل پیشنهادی بدون در نظرگرفتن هزینه‌ی ثابت آماده‌سازی گروه‌های نت و همچنین فعالیت‌های تولیدی است. هر ردیف از این شکل نشان‌دهنده‌ی فعالیت‌هایی است که در طی افق برنامه‌ریزی روی یک ماشین صورت می‌گیرد. همان‌طور که انتظار می‌رود، در افق برنامه‌ریزی برای ماشین اول، دوم و سوم به ترتیب دو، چهار و یک تعمیرات پیشگیرانه انجام شده است. با توجه به عدم در نظرگرفتن هزینه‌های ثابت آماده‌سازی گروه‌های تعمیراتی و همچنین فعالیت‌های تولیدی، کلیه فعالیت‌های تعمیراتی پیشگیرانه به صورت جداگانه و در زمان‌های برنامه‌ریزی شده درگام اول انجام شده است.

در صورتی که هزینه‌ی ۸۰ واحدی برای آماده‌سازی و اعزام تیم تعمیرات در نظر گرفته شود، شکل ۷ نشان‌دهنده‌ی نتایج بهینه خواهد بود. برخلاف نتایج شکل ۶ کل فعالیت‌های تعمیرات پیشگیرانه در این حالت در حداکثر ۵ گروه انجام شده است. کل هزینه‌های سیستم در این حالت برابر ۸۷۵۶۳/۸۹ محاسبه شده است. این موضوع در حالی است که کل هزینه‌های سیستم برابر ۸۸۱۴۳/۳ خواهد بود اگر کلیه فعالیت‌های تعمیراتی سیستم بدون در نظرگرفتن فرض امکان گروه‌بندی به صورت جداگانه انجام شوند. از سوی دیگر، اگر در طی شیفت‌های گذشته سفارش‌های جدول ۴ وارد سیستم شده باشد، شکل‌های ۸ الف و ب نشان‌دهنده‌ی نتایج حل مثال ارائه شده با در نظرگرفتن تنها یک دسته تولیدی برای هر محصول سیستم است. در حقیقت، به منظور نمایش دقیق‌تر، شکل ۸ الف نشان‌دهنده نمودارگانت فعالیت‌های تولیدی و فعالیت‌های تعمیراتی تا زمان انجام آخرین فعالیت تولیدی است. در این نمودار، مستطیل‌های ساده، هاشوردار و نقطه‌چین به ترتیب نشان‌دهنده دسته‌های تولیدی از محصولات مختلف سیستم، زمان‌های آماده‌سازی تولید و فعالیت‌های



شکل ۶. نتایج حل مثال ارائه شده توسط مدل پیشنهادی بدون در نظرگرفتن هزینه ثابت آماده‌سازی.

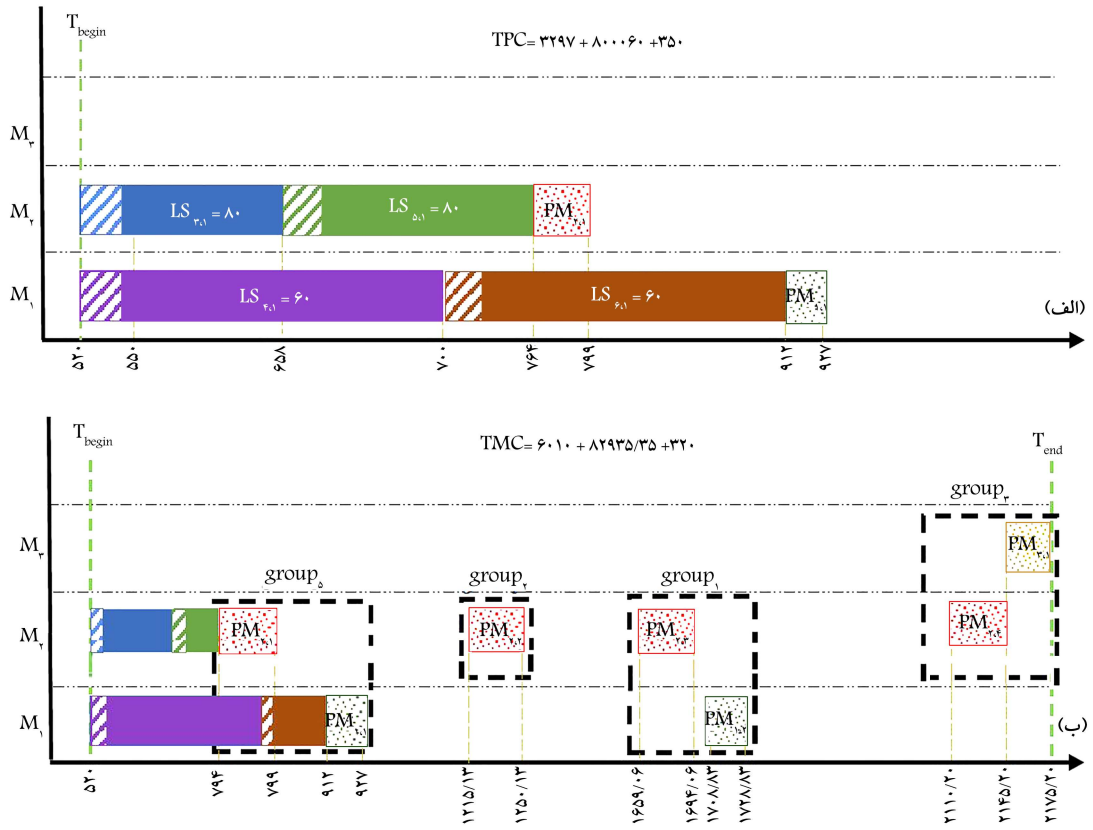


شکل ۷. نتایج حل مثال ارائه شده توسط مدل پیشنهادی با در نظرگرفتن هزینه ثابت آماده‌سازی.

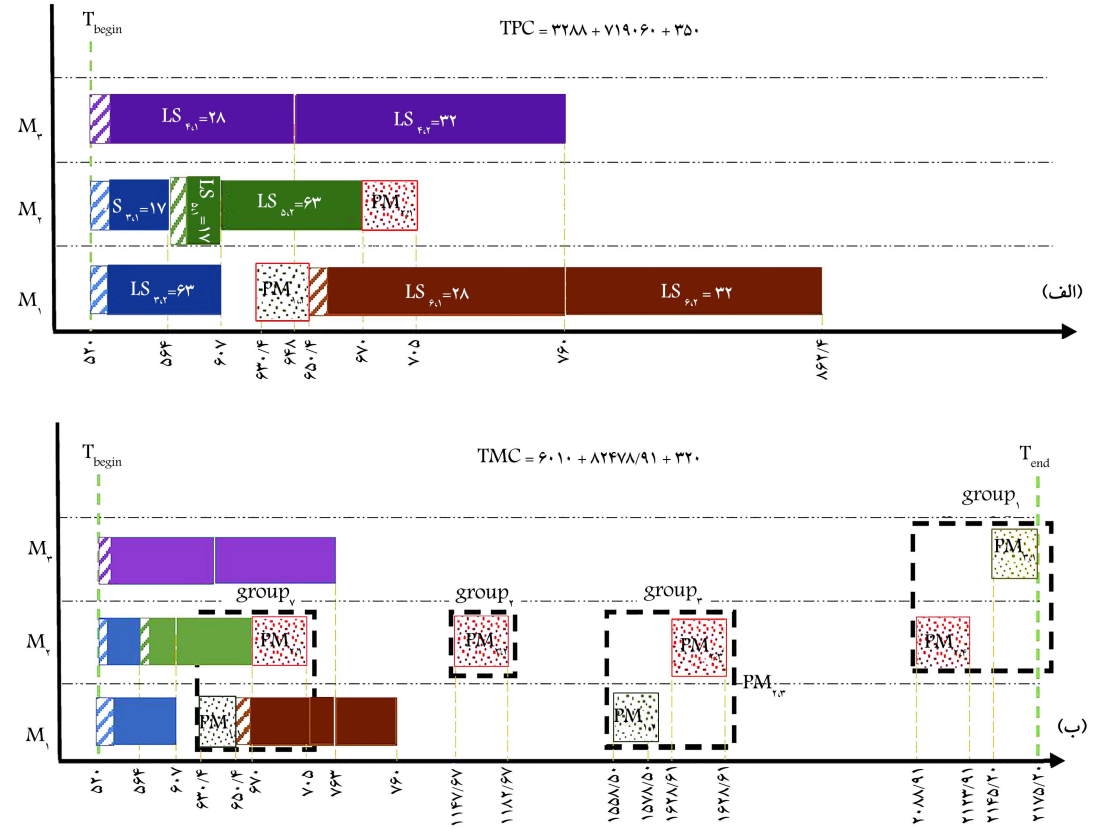
جدول ۴. اطلاعات مربوط با سفارش‌های محصولات ۵ و ۶.

محصول	سفارش‌ها						
	اندازه‌ی سفارش	موعد تحویل	هزینه‌ی ثابت دیرکرد	هزینه‌ی متغیر دیرکرد	موجودی اطمینان	هزینه‌ی عدم انطباق	موجودی اولیه
۱	-	-	-	-	۰	-	۱۰۰
۲	-	-	-	-	۰	-	۸۰
۳	-	-	-	-	۱۰	۳۵	۰
۴	-	-	-	-	۰	۳۵	۰
۵	۸۰	۶۰	۲۵	۸	۰	۲۵	۰
۶	۶۰	۸۰	۳۰	۷	۰	۲۵	۰

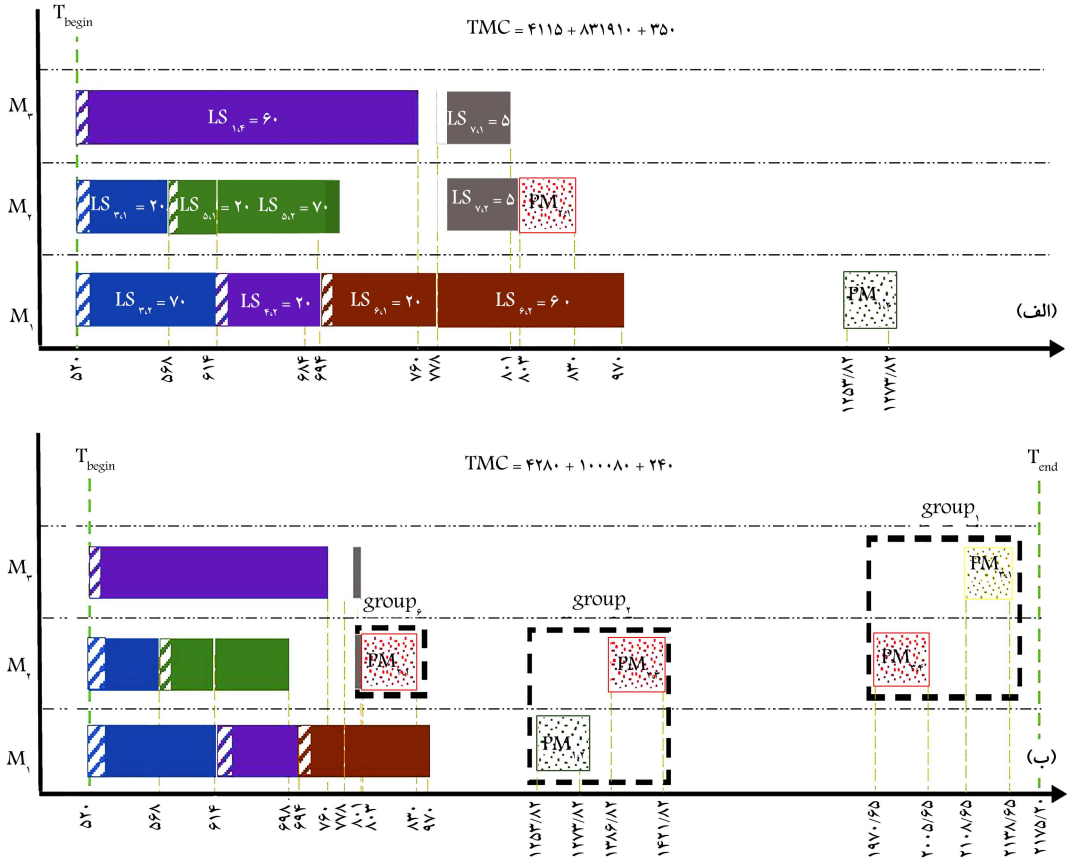
تعمیرات پیشگیرانه هستند. برای مثال در شکل ۸ الف اولین فعالیت انجام شده بر روی ماشین M_1 دسته‌ی اول از محصول چهارم است. با توجه به شکل ۸ الف می‌توان دریافت کم‌ترین زمان تکمیل کل محصولات بدون استفاده از امکان تقسیم کارها به دسته‌های کوچک‌تر برابر با ۹۱۲ واحد زمانی است. همچنین کل هزینه‌های تولید برابر ۸۰۳۷۰۷ محاسبه شده است. شکل ۸ ب نشان‌دهنده‌ی نتایج حل مسئله‌ی پیشنهادی در کل افق برنامه‌ریزی است. در مقایسه با شکل ۷، با توجه به در نظر گرفتن فعالیت‌های تولیدی زمان انجام اولین تعمیرات پیشگیرانه ماشین شماره یک با ۵۲٫۳ واحد زمانی تأخیر در زمان ۹۱۲ انجام شده است. مسئله‌ی تعریف شده با در نظرگرفتن حداکثر دو دسته برای هر محصول توسط مدل پیشنهادی حل شده است. شکل‌های ۹ الف و ب به ترتیب نشان‌دهنده‌ی نتایج حل مثال ارائه شده در



شکل ۸. نتایج حل مثال ارائه شده توسط مدل پیشنهادی با در نظرگرفتن یک دسته‌ی تولیدی برای هر محصول و آماده‌سازی تیم‌های تعمیراتی.



شکل ۹. نتایج حل مثال ارائه شده توسط مدل پیشنهادی با در نظرگرفتن یک دسته‌ی تولیدی برای هر محصول و آماده‌سازی تیم‌های تعمیراتی.



شکل ۱۰. نتایج حل مثال ارائه شده توسط مدل پیشنهادی با در نظرگرفتن حجم سفارش بیشتر.

جدول ۵. اطلاعات مربوط به سفارش‌های محصولات ۵ الی ۷.

محصول	سفارش‌ها						موجودی اولیه
	اندازه‌ی سفارش	موعد تحویل	هزینه‌ی ثابت دیرکرد	هزینه‌ی متغیر دیرکرد	موجودی اطمینان	هزینه‌ی عدم انطباق	
۱	-	-	-	-	۰	-	۱۰۰
۲	-	-	-	-	۰	-	۸۰
۳	-	-	-	-	۱۰	۳۵	۰
۴	-	-	-	-	۰	۳۵	۰
۵	۸۰	۶۰	۲۵	۸	۰	۲۵	۰
۶	۶۰	۸۰	۳۰	۷	۰	۲۵	۰
۷	۱۰	۷۰	۵۰	۸	۰	۲۰	۰

افق کوتاه‌مدت و بلندمدت است. مقایسه‌ی شکل‌های ۸ الف و ۹ الف نشان می‌دهد که در نظرگرفتن دو دسته‌ی تولیدی برای هر محصول توانسته زمان تکمیل آخرین محصول را از ۹۱۲ به ۸۶۲/۴ کاهش دهد. به علاوه نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که افزایش تعداد دسته‌های تولیدی از یک به دو باعث کاهش هزینه‌های سیستم تولیدی از ۸۰۳۷۰۷ به ۷۲۲۶۹۸ شده است. به دلیل انجام دو پردازش محصول ۳ و ۵، فعالیت تعمیراتی اول برای ماشین ۲ با ۱۵۰ واحد زمانی تأخیر انجام شده است. به علاوه تعمیرات اول ماشین ۱، با ۱۰۰/۱ ساعت تاخیر از زمان برنامه‌ریزی انجام شده است. با توجه به این تغییرات فرصت برای تخصیص دو فعالیت تعمیراتی ماشین اول و دوم به یک گروه فراهم شده است. هزینه‌ی تعمیرات پیشگیرانه در این حالت با شکل ۸ ب برابر است، اما هزینه‌ی تعمیرات اصلاحی نسبت به قبل ۴۷۴/۴۴ کاهش یافته است.

به منظور بررسی بیشتر تأثیر حجم سفارش‌ها بر زمان‌بندی فعالیت‌های تعمیرات فرض شده است که یک سفارش اضافه از محصول ۷ دریافت شده است. اطلاعات مربوط به سفارش‌های جدید در جدول ۵ آورده شده است. شکل‌های ۱۰ الف و

شکل ۱۱. کل هزینه‌های تولید نسبت به تغییرات هزینه‌ی دیرکرد.

ب نشان‌دهنده نتایج حل این مثال جدید هستند. با توجه به شکل ۱۰ الف حجم کاری بالای ماشین اول باعث شده است برنامه‌ی تعمیرات این ماشین تغییرات زیادی داشته باشد. تعمیرات اول برای این ماشین به دلیل پردازش دسته‌های مختلف حذف شده است و تعمیرات دوم با ۳۹۹٫۸۹ واحد زمانی تعجیل در زمان ۱۲۵۳٫۸۲ انجام شده است.

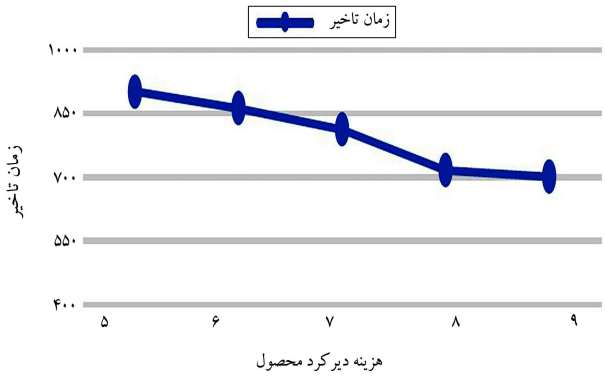
همچنین زمان تعمیرات اول ماشین دوم به دلیل پردازش دسته‌های تولیدی سه محصول با ۲۸۳ واحد زمانی تأخیر انجام شده است. به علاوه زمان تکمیل آخرین محصول ۹۷۰ است. شکل ۱۰ ب در مقایسه با شکل ۹ ب نشان می‌دهد تعداد گروه‌های تعمیراتی از ۴ گروه به ۳ گروه کاهش یافته است. همچنین تعمیرات دوم و سوم ماشین‌های اول و دوم به دلیل قرارگرفتن در یک شیفت کاری در یک گروه تعمیراتی برنامه‌ریزی می‌شوند.

۲.۵. تحلیل حساسیت

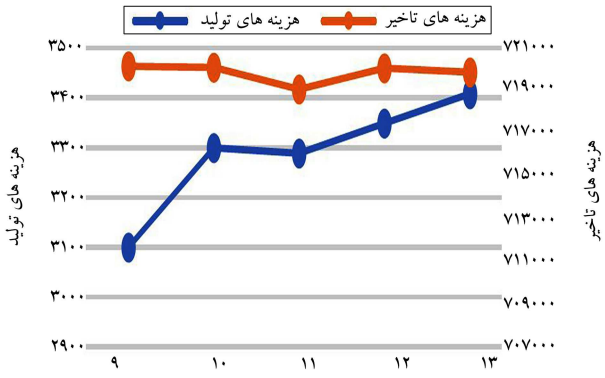
در این زیربخش به تحلیل حساسیت پارامترهای مختلف در نظر گرفته شده در مدل پیشنهادی پرداخته شده است. به این منظور مسئله کاربردی ارائه شده در بخش ۱.۵. با در نظر گرفتن جدول سفارش ۲ و حداکثر دو دسته تولیدی برای هر محصول مورد مطالعه قرار گرفته است. حساسیت مدل نسبت به دو پارامتر «هزینه‌های تأخیر» و «هزینه‌های تولید» مورد بررسی قرار گرفت. در هر مورد تنها پارامترهای مرتبط با محصول ۶ تغییر داده شده است و دیگر پارامترها ثابت فرض شده‌اند.

۱. **هزینه‌های تأخیر محصول:** مطابق با شکل ۱۱ هزینه‌های تاخیر تاثیر مستقیمی بر هزینه‌های تولید و تاخیر دارد. انتظار می‌رود با افزایش هزینه‌ی تاخیر محصول ۶، مدت زمان تحویل این محصول کاهش یابد. تاثیر هزینه‌های دیرکرد بر زمان دیرکرد در شکل ۱۲ نشان داده شده است. افزایش هزینه‌ی تاخیر محصول ۶ تأثیری در مجموع هزینه‌های تعمیرات ندارد؛

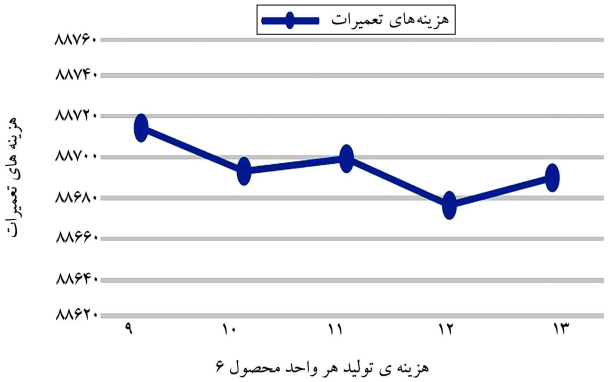
۲. **هزینه‌های تولید محصول:** شکل ۱۳ نشان‌دهنده‌ی حساسیت تابع هدف هزینه‌های تولید و تعمیرات بر تغییرات هزینه‌های تولید محصول است. با افزایش هزینه‌های تولید محصول میزان هزینه‌های تولید افزایش یافته است. همچنین شکل ۱۴ تغییرات هزینه‌های تعمیرات را نسبت به تغییر هزینه‌ی تولید محصول نشان می‌دهد.



شکل ۱۲. زمان تحویل محصول ۶ نسبت به تغییرات هزینه‌ی دیرکرد.



شکل ۱۳. کل هزینه‌های تأخیر و تولید نسبت به تغییرات هزینه‌ی تولید.



شکل ۱۴. کل هزینه‌های تأخیر و تولید نسبت به تغییرات هزینه‌ی تولید.

۶. نتیجه‌گیری

خلاصه‌یی از نوآوری این تحقیق و شرح مختصری از یافته‌های کلیدی در این تحقیق به شرح زیر است:

- یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی مختلط به منظور تصمیم‌گیری هم‌زمان در رابطه با گروه‌بندی و زمان‌بندی فعالیت‌های تعمیراتی و همچنین زمان‌بندی فعالیت‌های تولیدی در یک سیستم تولید منعطف توسعه داده شده است؛
- مدل ارائه شده فرضیات واقع‌گرایانه شامل دسته‌های تولیدی با اندازه‌های متغیر و نابرابر، عملیات مونتاژ، موجودی اولیه محصولات و موجودی اطمینان، فعالیت‌های

تعمیرات پیشگیرانه و اصلاحی، زمان آماده‌سازی فعالیت‌های تعمیراتی را در نظر می‌گیرد؛

- از آن‌جا که تابع تعداد تعمیرات اصلاحی غیرخطی است، رویکرد تقریب تکه‌تکه‌ی خطی مدل توسعه داده شده است؛
- مدل پیشنهادی در نرم‌افزار گمز پیاده‌سازی شده است؛
- فرضیات و پارامترهای مهم در نظرگرفته شده در فرایند مدل‌سازی مورد بررسی قرارگرفته است. نتایج عددی نشان‌دهنده‌ی صحت مدل پیشنهادی است؛
- استفاده از سیاست گروه‌بندی فعالیت‌های تعمیراتی به کاهش هزینه‌های تعمیرات پیشگیرانه کمک می‌کند.

به عنوان تحقیقات آتی، از آن‌جا که مدل ارائه شده از مجموعه‌ی مسائل زمان‌بندی تولید است و در دسته‌ی مسائل Np-Hard است، نمی‌توان ابعاد متوسط و بزرگ این مسئله را با نرم‌افزار گمز حل کرد. بنابراین برای حل این مسائل لازم است از روش‌های فرااِبتکاری استفاده کرد. این روش‌ها قابلیت ارائه جواب‌های بهینه یا نزدیک به بهینه را در زمان قابل قبول دارا هستند. به علاوه در این تحقیق به بررسی هزینه‌های تولید و تعمیرات پرداخته شده است برای توسعه‌ی تابع هدف می‌توان به بررسی قابلیت اطمینان ماشین‌ها پرداخت.

منابع (References)

1. Zio, E. and Compare, M. "Evaluating maintenance policies by quantitative modeling and analysis", *Reliability Engineering & System Safety*, **109**, pp. 53-65 (2013).
2. Wang, H. "A survey of maintenance policies of deteriorating systems", *European Journal of Operational Research*, **139**(3), pp. 469-489 (2002).
3. Ahmadi, R. and Newby, M. "Maintenance scheduling of a manufacturing system subject to deterioration", *Reliability Engineering & System Safety*, **96**(10), pp. 1411-1420 (2011).
4. Golmakani, H.R. and Pouresmaeeli, M. "Optimal replacement threshold and inspection scheme (periodic and non-periodic) for condition-\r\n based maintenance with non-decreasing failure cost", *Sharif Journal of Industrial Engineering & Management*, **30.1**(2), pp. 3-13 (In Persian) (1393/2014).
5. Xu, M., Jin, X., Kamarthi, S. and et al. "A failure-dependency modeling and state discretization approach for condition-based maintenance optimization of multi-component systems", *Journal of Manufacturing Systems*, **47**, pp. 141-152 (2018).
6. Moakedi, H., Seyedhosseini, S.M. and Shahanaghi, K. "Optimal periodic inspection interval over a finite time horizon for a two-component system with two types of failures", *Sharif Journal of Industrial Engineering & Management*, **35.1**(2.1), pp. 19-29 (In Persian) (1399/2020). DOI: 10.24200/j65.2018.7268.1781.
7. Golmakani, H.R. and Moakedi, H. "Optimization of periodic and non-periodic inspection intervals for a multi-component \r\n repairable system with failure interaction", *Sharif Journal of Industrial Engineering & Management*, **29.1**(2), pp. 41-51 (In Persian) (1393/2014).
8. Abdollahzadeh, H., Varela, L., Atashgar, K. and et al. "Condition based maintenance optimization for multi-state wind power generation systems under periodic inspection", *FME Transactions*, **43**(4), pp. 319-327 (2015).
9. Atashgar, K. and Abdollahzadeh, H. "A joint reliability and imperfect opportunistic maintenance optimization for a multi-state weighted k-out-of-n system considering economic dependence and periodic inspection", *Quality and Reliability Engineering International*, pp. n/a-n/a (2017). DOI:10.1002/qre.2136.
10. Abdollahzadeh, H. and Atashgar, K. "Optimal design of a multi-state system with uncertainty in supplier selection", *Computers & Industrial Engineering*, **105**, pp. 411-424 (2017).
11. Liu, B., Xu, Z., Xie, M. and et al. "A value-based preventive maintenance policy for multi-component system with continuously degrading components", *Reliability Engineering & System Safety*, **132**, pp. 83-89 (2014).
12. Dong, W., Liu, S. and Du, Y. "Optimal periodic maintenance policies for a parallel redundant system with component dependencies", *Computers & Industrial Engineering*, **138**, p. 106133 (2019).
13. Do, P., Assaf, R., Scarf, P. and et al. "Modelling and application of condition-based maintenance for a two-component system with stochastic and economic dependencies", *Reliability Engineering & System Safety*, **182**, pp. 86-97 (2019).
14. Dao, C.D. and Zuo, M.J. "Selective maintenance of multi-state systems with structural dependence", *Reliability Engineering & System Safety*, **159**, pp. 184-195 (2017).
15. Shahraki, A.F., Yadav, O.P. and Vogiatzis, C. "Selective maintenance optimization for multi-state systems considering stochastically dependent components and stochastic imperfect maintenance actions", *Reliability Engineering & System Safety*, **196**, p. 106738 (2020).
16. Atashgar, K. and Abdollahzadeh, H. "A joint reliability and imperfect opportunistic maintenance optimization for a multi-state weighted k-out-of-n system considering economic dependence and periodic inspection", *Quality and Reliability Engineering International*, **33**(8), pp. 1685-1707 (2017).
17. Keizer, M.C.O., Teunter, R.H., Veldman, J. and et al. "Condition-based maintenance for systems with economic dependence and load sharing", *International Journal of Production Economics*, **195**, pp. 319-327 (2018).

18. Zhou, X., Huang, K., Xi, L. and et al. "Preventive maintenance modeling for multi-component systems with considering stochastic failures and disassembly sequence", *Reliability Engineering & System Safety*, **142**, pp. 231-237 (2015).
19. De Jonge, B. and Jakobsons, E. "Optimizing block-based maintenance under random machine usage", *European Journal of Operational Research*, **265**(2), pp. 703-709 (2018).
20. Golmakani, H.R. and Moakedi, H. "Periodic inspection optimization model for a multi-component repairable system with failure interaction", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **61**(1.4), pp. 295-302 (2012).
21. Golmakani, H.R. and Moakedi, H. "Optimal non-periodic inspection scheme for a multi-component repairable system using A* search algorithm", *Computers & Industrial Engineering*, **63**(4), pp. 1038-1047 (2012).
22. Qi, X., Zhang, Z., Zuo, D. and et al. "Optimal maintenance policy for high reliability load-sharing computer systems with k-out-of-n: G redundant structure", *Applied Mathematics & Information Sciences*, **8**(1L), pp. 341-347 (2014).
23. Wang, X., Zhang, Y., Wang, L. and et al. "Maintenance grouping optimization with system multi-level information based on BN lifetime prediction model", *Journal of Manufacturing Systems*, **50**, pp. 201-211 (2019).
24. Laggoune, R., Chateauneuf, A. and Aissani, D. "Impact of few failure data on the opportunistic replacement policy for multi-component systems", *Reliability Engineering & System Safety*, **95**(2), pp. 108-119 (2010).
25. Zhang, X. and Zeng, J. "A general modeling method for opportunistic maintenance modeling of multi-unit systems", *Reliability Engineering & System Safety*, **140**, pp. 176-190 (2015).
26. Sangroudi, H.A. "Optimal design of redundancy and reliability, availability analysis of multi-state repairable systems", Ph.D. Thesis, Department of Industrial Engineering, Maleke-ashtar University of Technology, (In Persian) (1395/2016).
27. Bouvard, K., Artus, S., Bérenguer, C. and et al. "Condition-based dynamic maintenance operations planning & grouping, application to commercial heavy vehicles", *Reliability Engineering & System Safety*, **96**(6), pp. 601-610 (2011).
28. Do Van, P., Barros, A., Bérenguer, C. and et al. "Dynamic grouping maintenance with time limited opportunities", *Reliability Engineering & System Safety*, **120**, pp. 51-59 (2013).
29. Vu, H.C., Do, P., Barros, A. and et al. "Maintenance grouping strategy for multi-component systems with dynamic contexts", *Reliability Engineering & System Safety*, **132**, pp. 233-249 (2014).
30. Do, P., Vu H.C., Barros, A. and et al. "Maintenance grouping for multi-component systems with availability constraints and limited maintenance teams", *Reliability Engineering & System Safety*, **142**, pp. 56-67 (2015).
31. Chalabi, N., Dahane, M., Beldjilali, B. and et al. "Optimisation of preventive maintenance grouping strategy for multi-component series systems: Particle swarm based approach", *Computers & Industrial Engineering*, **102**, pp. 440-451 (2016).
32. Zhou, X., Lu, Z. and Xi, L. "Preventive maintenance optimization for a multi-component system under changing job shop schedule", *Reliability Engineering & System Safety*, **101**, pp. 14-20 (2012).
33. El Khoukhi, F., Boukachour, J. and Alaoui, A.E.H. "The dual-ants colony: A novel hybrid approach for the flexible job shop scheduling problem with preventive maintenance", *Computers & Industrial Engineering*, **106**, pp. 236-255 (2017).
34. Moradi, E., Ghomi, S.F. and Zandieh, M. "Bi-objective optimization research on integrated fixed time interval preventive maintenance and production for scheduling flexible job-shop problem", *Expert Systems with Applications*, **38**(6), pp. 7169-7178 (2011).
35. Abdollahzadeh Sangroudi, H. and Ranjbar-Bourani, M. "Solving a flexible job shop lot sizing problem with shared operations using a self-adaptive COA", *International Journal of Production Research*, pp. 1-33 (2019).
36. Gong, D., Han, Y. and Sun, J. "A novel hybrid multi-objective artificial bee colony algorithm for blocking lot-streaming flow shop scheduling problems", *Knowledge-Based Systems*, **148**, pp. 115-130 (2018).
37. Aghamohammadi-Bosjin, S., Rabbani, M. and Tavakkoli-Moghaddam, R. "Agile two-stage lot-sizing and scheduling problem with reliability, customer satisfaction and behaviour under uncertainty: A hybrid metaheuristic algorithm", *Engineering Optimization*, **52**(8), pp. 1323-1343 (2020).
38. Escobet, T., Puig, V., Quevedo, J. and et al. "Optimal batch scheduling of a multiproduct dairy process using a combined optimization/constraint programming approach", *Computers & Chemical Engineering*, **124**, pp. 228-237 (2019).