مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (زمستان ۱۴۰۲)
دوره‌ی ۳۹، شماره‌ی ۲، صص. ۶۵-۷۵ (پژوهشی)

Original Article

ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم‌های سری ـ موازی چند حالته با مکانیزم اشتراک عملکرد چند حالته

مریم ترکمانی میانجی (کارشناس‌ارشد)
یونس جاوید* (استادیار)
گروه مهندسی صنایع، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی

سیستم اشتراک عملکرد، برای افزایش و بهبود قابلیت اطمینان یک سیستم توسط پژوهشگران ارائه شده است. در این پژوهش، یک سیستم سری ـ موازی چند حالته با مکانیزم اشتراک عملکرد در نظر گرفته شده است. در این سیستم، عملکرد مازاد هر زیرسیستم به وسیله‌ی خطوط انتقال چند حالته با زیرسیستم مجاور خود به اشتراک گذاشته می‌شود. به دلیل هدررفت انتقال، خطوط در حین انتقال عملکرد، مقداری از عملکرد خود را از دست می‌دهند. مدل ریاضی برای سیستم پیشنهادی ارائه شده و برای ارزیابی آن از روش تابع مولد فراگیر استفاده شده است. جهت حل مدل پیشنهادی با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مثال عددی نیز تعریف شده است. در این مثال، دو موضوع تأثیر مکانیزم اشتراک عملکرد بر قابلیت اطمینان سیستم و تأثیر هدررفت انتقال بر قابلیت اطمینان سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده، افزایش قابلیت اطمینان را در سیستم پیشنهادی را نشان می‌دهد.

واژگان کلیدی: تابع مولد فراگیر، خطوط انتقال چند حالته، سیستم سری ـ موازی، مکانیزم اشتراک عملکرد، هدررفت انتقال.

m.torkamani96@gmail.com
Javid@khu.ac.ir

۱. مقدمه

امروزه توسعه صنعتی و ظهور فنّاوری‌های جدید موجب پیچیدگی بیشتر و قیمت بالاتر محصولات و سیستم‌ها شده است. از این رو، بحث عملکرد صحیح سیستم‌ها و بهبود عمر طراحی آنها با در نظرگرفتن محدودیت‌هایی همچون هزینه، زمان و ... مورد توجه زیادی قرار گرفته است. قابلیت اطمینان، معیاری است که نشان‌دهنده موفقیت یک سیستم در انجام مناسب وظایف خود در طول عمر طراحی تحت شرایط ایمن است. به طور کلی، ارزیابی قابلیت اطمینان دو مورد مهم را ارائه می‌دهد:

- ارائه علت خرابی به‌صورت ریشه‌ای برای رفع آن؛
- درک درست از خطا برای مقابله با آن.

بهینه‌سازی قابلیت اطمینان، شاخه‌ای از مسائل بهینه‌سازی است که کاربردهای ویژه‌ای در سیستم‌های صنعتی همچون سیستم‌های مخابراتی و ارتباطی، سیستم‌های حمل و نقل، سیستم‌های الکترونیکی، سیستم‌های نظامی، سیستم‌های فضایی و به ویژه ماهواره‌ها دارد.

۱.۱. بیان مسئله و اهمیت پژوهش

قابلیت اطمینان، احتمال کارکرد درست و بی‌عیب و نقص یک سیستم در یک دوره زمانی معین تحت شرایط کاری مشخص (مانند فشار، دما و رطوبت) است.[۱] سیستم اشتراک عملکرد،[۱] برای افزایش و بهبود قابلیت اطمینان یک سیستم توسط پژوهشگران ارائه شده است. این سیستم به‌عنوان یک نوع افزونگی[۲] در سیستم‌های تولید برق، محاسباتی و ... مورد استفاده قرارگرفته است.[۲] دراین مکانیزم، قطعات یک سیستم (زیرسیستم‌ها) به وسیله‌ی خطوط انتقال به هم متصل شده‌اند و می‌توانند در صورت برآورده کردن تقاضای خود، عملکرد مازاد خود را با قطعات دیگر (زیرسیستم‌ها) که کمبود عملکرد دارند، به اشتراک بگذارند. میزان عملکردی که قطعات (زیرسیستم‌ها) با یکدیگر به اشتراک می‌گذارند، به ظرفیت خطوط انتقال محدود است.[۳] به‌عنوان نمونه، در سیستم توزیع برق ممکن است میزان مصرف برق هر واحد از مقدار تولید ایستگاه تخصیص یافته به آن بیشتر شود. در این صورت، برای تأمین تقاضای مورد نیاز لازم است برق مازاد ایستگاه‌های تولیدی دیگر از طریق خطوط انتقال به ایستگاه مورد نظر منتقل شود.[۴]

برخی سیستم‌ها می‌توانند وظایف خود را با سطوح مختلف و متمایز کارایی که

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۴۰۱/۱/۲۷، اصلاحیه ۱۴۰۱/۷/۱۰، پذیرش ۱۴۰۱/۷/۲۶.

استناد به این مقاله:
ترکمانی میانجی، مریم و جاوید، یونس، ۱۴۰۲. ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم‌های سری ـ موازی چند حالته با مکانیزم اشتراک عملکرد چند حالته. دانشکده‌ی مهندسی صنایع و مدیریت شریف، ۳۹(۲)، صص.۶۵-۷۵. DOI:10.24200/J65.2022.59814.2281

معمولا به آنها نرخ عملکرد گفته می‌شود، انجام دهند. سیستمی که تعداد محدودی نرخ عملکرد داشته باشد، سیستم «چند حالته[3]» نامیده می‌شود. تئوری قابلیت اطمینان کلاسیک در حالت پایه به‌صورت دودویی در نظرگرفته می‌شود که در آن یک سیستم یا یک جزء تنها دو حالت ممکن دارد، یعنی یا کار می‌کند یا خراب است. با این حال، بسیاری از سیستم‌های دنیای واقعی سطوح عملکردی عملیاتی چند حالته دارند. بنابراین، بررسی سیستم‌های چند حالته، اهمیت ویژه‌ای دارد. به‌عنوان مثال، در یک سیستم پردازش اطلاعات، عملکرد سیستم کامپیوتری با سرعت پردازش داده‌ها اندازه‌گیری می‌شود که یک متغیر چند حالته است.[5] یک سیستم قدرت که در آن از سیستم اشتراک عملکرد استفاده شده است، ممکن است به دلایل داخلی مانند خرابی قطعات و یا به خاطر اختلالات عمدی از کار بیفتد. در این سیستم اگر خطوط انتقال به درستی عمل کنند، عملکرد مازاد می‌تواند برای رفع کمبود مورد استفاده قرار گیرد. بنابراین، با خراب شدن کامل خطوط انتقال، قابلیت اطمینان سیستم تحت تأثیر قرار می‌گیرد.[6] در همین راستا، لازم است ظرفیت خطوط انتقال چند حالته در نظر گرفته شود.[7] مسئله هدررفت انتقال[4] در ابعاد مختلفی مانند سیستم‌های قدرت، ابزارهای مکانیکی و ... وجود دارد. به‌عنوان نمونه، در یک سیستم قدرت، وجود هدررفت انتقال به دلیل مقاومت عناصر خط انتقال باعث می‌شود تا خط انتقال بار کمتری را نسبت به بار دریافتی ارسال کند.[8] انتقال عملکرد در میان واحدها، یک ویژگی مهم در مکانیزم اشتراک عملکرد است. هدررفت انتقال در بسیاری از سیستم‌های واقعی، به خصوص در سیستم‌هایی با مکانیزم اشتراک عملکرد، وجود دارد. اگر مسئله هدررفت انتقال در این سیستم‌ها در نظرگرفته نشود، قابلیت اطمینان سیستم بیش از حد برآورد می‌شود.[9] بنابراین، در این تحقیق قابلیت اطمینان سیستم با در نظرگرفتن هدررفت انتقال بین خطوط مکانیزم اشتراک عملکرد ارزیابی می‌شود. در بیشتر پژوهش‌های انجام شده، عملکرد مازاد هر قطعه (زیرسیستم) می‌تواند با قطعات (زیرسیستم‌ها) دیگر از طریق خطوط انتقال به اشتراک گذاشته شود. به تازگی یک رویه جدید برای اشتراک‌گذاری عملکرد مازاد معرفی شده است. در این رویه، عملکرد مازاد هر واحد با واحد مجاور خود به اشتراک گذاشته می‌شود و نتایج نشان داده که با این رویه، قابلیت اطمینان سیستم افزایش یافته است. این مکانیزم در یک ساختار سری ساده بررسی شده است.[10] اما در واقعیت، سیستم می‌تواند قطعات مختلف و ساختارهای پیچیده‌تر داشته باشد. بنابراین، لازم است این رویه در ساختارهای دیگر مانند ساختار سری ـ موازی با قطعات مختلف بررسی شود. همچنین، با توجه به مطالب گفته شده، لازم است ظرفیت خط انتقال چند حالته و خطوط انتقال با هدررفت انتقال در نظرگرفته شود.

۱.۲. پیشینه پژوهش

ساختار پیچیده‌ی سیستم‌ها و محیط کاری پیچیده ایجاب می‌کند تا سیستم‌ها برای کارکرد، بیش از دو حالت داشته باشند. در سال ۲۰۲۰، وانگ و همکاران برای اولین بار قابلیت اطمینان یک سیستم تعادل چند حالته را بررسی کردند.[11] در این سیستم، قطعات و کل سیستم هر دو چند حالته در نظر گرفته شده است. در سال ۲۰۲۲، مصطفی ابویی اردکانی و ارمغان اژدری، قابلیت اطمینان یک شبکه‌ی چند حالته با مکانیزم اشتراک عملکرد دوسطحی در یک ساختار ستاره‌ای را ارزیابی کرده‌اند.[12] در این ساختار، قطعات پایانه به وسیله‌ی خطوط انتقال اولیه به قطعه‌ی اصلی در مرکز ستاره متصل شده‌اند و عملکرد مازاد خود را با این خطوط به یکدیگر منتقل می‌کنند. همچنین، قطعات هر پایانه به وسیله‌ی خطوط انتقال ثانویه، عملکرد مازاد خود را با یکدیگر به اشتراک می‌گذارند. در سال ۲۰۱۸، پنگ به مطالعه‌ی یک سیستم سری ـ موازی که از مکانیزم اشتراک عملکرد در سطح زیرسیستم‌ها و قطعات به‌صورت همزمان استفاده شده، پرداخته است.[13] وانگ و همکاران در سال ۲۰۲۰، یک مدل جدید قابلیت اطمینان برای یک سیستم چند حالته با زیرسیستم‌های k-out-of-n:G با قطعات مختلف را ارزیابی کرده‌اند.[14] در این ساختار اگر یک زیرسیستم، تقاضای خود را برآورده نکند یا تعداد قطعات فعال کمتر از k شود، زیرسیستم از کار می‌افتد. بنابراین، عملکرد مازاد زیرسیستم‌ها با خطوط انتقال به اشتراک گذاشته می‌شود تا سیستم به کار خود ادامه دهد. در سال ۲۰۲۱، وانگ و همکاران قابلیت اطمینان یک سیستم تعادل با مکانیزم اشتراک عملکرد را بررسی کرده‌اند.[15] در این نوع سیستم تا زمانی که همه‌ی قطعات عملکرد یکسان داشته باشند، سیستم در حالت تعادل قرار دارد و اگر سیستم از حالت تعادل خارج شود، با اشتراک‌گذاری عملکرد از طریق خطوط انتقال، مجدد در حالت تعادل قرار می‌گیرد. ژائو و همکارانش در سال ۲۰۲۱، قابلیت اطمینان یک سیستم k-out-of-n:F با دو مکانیزم اشتراک عملکرد را مطالعه کرده‌اند.[16] در این سیستم، قطعات متصل به یک خط انتقال، یک سیستم اشتراک عملکرد را تشکیل می‌دهند. عملکرد مازاد قطعات متعلق به یک سیستم اشتراک عملکرد از طریق خط انتقال به اشتراک گذاشته می‌شود. این سیستم زمانی از کار می‌افتد که حداقل k قطعه‌ی متوالی خراب شود. در سال ۲۰۲۰، پنگ و همکاران، یک سیستم اشتراک عملکرد با خطوط انتقال چند حالته را مطالعه کردند.[7] در این سیستم چند حالته، عملکرد مازاد زیرسیستم‌ها از بین خطوط با ظرفیت انتقال چند حالته به اشتراک گذاشته می‌شود و اگر زیرسیستمی با کمبود مواجه شود، قطعات مازاد آن زیرسیستم فعال می‌شوند. در سال ۲۰۱۸، وانگ و همکاران، یک رویه جدید برای اشتراک‌گذاری عملکرد مازاد قطعات ارائه کردند.[10] بر طبق این رویه، عملکرد مازاد هر قطعه با قطعه‌ی مجاور خود به اشتراک گذاشته می‌شود و سپس قطعات با هم تشکیل یک واحد را داده و عملکرد مازاد این واحد با قطعه‌ی مجاور خود به اشتراک گذاشته می‌شود. نتایج نشان داده که با این رویه، قابلیت اطمینان سیستم افزایش می‌یابد. این پژوهش، در یک ساختار سری ساده بررسی شده است. در سال ۲۰۲۱، وانگ و همکاران، قابلیت اطمینان یک سیستم چندحالته k-out-of-(n + ۱):G با ساختار ستاره‌ای و مکانیزم اشتراک‌گذاری را بررسی کرده‌اند.[17] در این سیستم، عملکرد مازاد هر قطعه‌ی پایانه با قطعه‌ی اصلی از طریق خط انتقال به اشتراک گذاشته می‌شود. اگر تقاضای قطعه‌ی اصلی و حداقل $k - ۱$ قطعه‌ی پایانه بعد از اشتراک‌گذاری برآورده شود، سیستم به‌کار خود ادامه می‌دهد. لی و همکاران در سال ۲۰۲۰، قابلیت اطمینان سیستم چندحالته ماموریت مرحله‌ای[5] با مکانیزم اشتراک عملکرد را بررسی کرده‌اند.[18] در این ساختار، در هر مرحله عملکرد مازاد زیرسیستم‌ها با خطوط انتقال به اشتراک گذاشته می‌شود و عملکرد مازاد مرحله‌ها به وسیله‌ی ابزار ذخیره‌ی انرژی با یکدیگر به اشتراک گذاشته می‌شود. لی و همکاران در سال ۲۰۲۱، قابلیت اطمینان سیستم چندحالته ماموریت مرحله‌ای با زیرسیستم‌های k-out-of-n:G و دارای مکانیزیم اشتراک عملکرد را بررسی کرده‌اند.[19] منگیائو و همکارانش در سال ۲۰۱۹، قابلیت اطمینان یک سیستم ظرفیت‌دار[6] با مکانیزم اشتراک عملکرد را بررسی کرده‌اند.[20] در این نوع سیستم اگر جمع کمبود وزنی بعد از دو نوع اشتراک گذاری توزیع مجدد مازاد و حداکثری، از آستانه‌ی قابلیت اطمینان کمتر باشد، سیستم به کار خود ادامه می‌دهد. یانگ و همکاران در سال ۲۰۲۰، ساختار بهینه‌ی یک سیستم قدرت با مکانیزم اشتراک عملکرد پویا را بررسی کردند.[21] در این سیستم، احتمالات حالت یک قطعه، متغیر با زمان است. مینگ و کیو در سال ۲۰۲۱، قابلیت اطمینان یک سیستم چند حالته فازی را بررسی کرده‌اند.[22] در این سیستم، سری احتمالات حالت یک قطعه، فازی و غیر قطعی

جدول ۱. تحلیل پژوهش‌های انجام شده.

نویسندگان	سال	ویژگی‌های پژوهش			
		ساختار انتقال	مکانیزم اشتراک‌گذاری	ظرفیت خط انتقال	هدررفت
وانگ	۲۰۱۸	سری	با واحد مجاور خود	دودویی	ندارد
پنگ و همکاران	۲۰۱۹	سری	خط انتقال کلی	دودویی	دارد
پنگ و همکاران	۲۰۲۰	سری ـ موازی	خط انتقال کلی	چند حالته	ندارد
پژوهش حاضر	۲۰۲۲	سری ـ موازی	با واحد مجاور خود	چند حالته	دارد

در نظر گرفته شده است. سادوفسایا و همکاران در سال ۲۰۱۹، هدررفت برق را به‌عنوان عامل کلیدی در شبکه برق و معیار اصلی برای تعیین میزان کیفیت کل سیستم برق در نظر گرفتند.[۲۳] پنگ و همکاران در سال ۲۰۱۹، سه مدل هدررفت انتقال را بررسی کرده‌اند.[۲۴] در این سیستم، مکانیزم هدر رفت انتقال به‌صورت سه مدل متفاوت تعریف می‌شود:

۱. تنها تابعی از فاصله؛

۲. تنها تابعی از مقدار عملکرد منتقل شده؛

۳. تابعی از فاصله و مقدار عملکرد منتقل شده.

لی و همکاران، خطوط انتقال در سیستم ماموریت مرحله‌ای را با هدر رفت انتقال در نظر گرفته‌اند.[۱۸] ابویی و اژدری، خطوط انتقال سیستم مورد بررسی خود را در هر دو سطح با هدررفت انتقال در نظر گرفته‌اند.[۱۲] روش‌های ابتکاری و فرا‌ابتکاری از جمله روش‌هایی هستند که برای بهینه‌سازی قابلیت اطمینان سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرند. پنگ و همکاران در سال ۲۰۲۰، با استفاده از الگوریتم ژنتیک، تخصیص بهینه‌ی قطعات یک سیستم k-out-of-r-from-n:F را بررسی کرده‌اند.[۲۵] تکنیک تابع مولد فراگیر[۷] با استفاده از روش جبری، کل توزیع عملکرد سیستم چند حالته را براساس توزیع عملکرد عناصر آن و تابع ساختار سیستم محاسبه می‌کند. وانگ و همکاران در سال ۲۰۲۰، با استفاده از این روش، آسیب‌پذیری سیستم‌های تولید قابل تنظیم را بررسی کرده‌اند.[۲۶] نتایج نشان می‌دهد که این روش کارایی سیستم را به‌طور قابل توجهی بهبود می‌دهد. در این پژوهش، برای محاسبه قابلیت اطمینان، از تکنیک تابع مولد فراگیر و برای حل مدل ریاضی از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است.

با توجه به مطالعات انجام شده، می‌توان دریافت که ساختار سیستم و نحوه‌ی انتقال عملکرد در مکانیزیم اشتراک عملکرد بر تعریف قابلیت اطمینان سیستم نقش به‌سزایی دارد. در بیشتر سیستم‌های اشتراک عملکرد، واحدها عملکرد مازاد خود را از طریق یک خط انتقال کلی به اشتراک می‌گذارند و عملکرد منتقل شده بین دو واحد، مستقل از فاصله‌ی بین آن دو واحد است. وانگ در سال ۲۰۱۸، در پژوهش خود، عملکرد منتقل شده بین دو واحد را وابسته به فاصله‌ی بین آن دو واحد در نظر گرفته است و عملکرد مازاد یک واحد با واحد مجاور خود به اشتراک گذاشته می‌شود. در این پژوهش، ساختار سری و نوع قطعات از ابتدا مشخص شده است. در پژوهش حاضر، قابلیت اطمینان یک سیستم سری ـ موازی که با مکانیزم اشتراک عملکرد ارائه شده توسط وانگ عملکرد خود را به اشتراک می‌گذارد، بررسی شده است. نوع و تعداد قطعات هر زیرسیستم، با توجه به تابع هدف و محدودیت مسئله با استفاده از الگوریتم ژنتیک تعیین می‌شود. پنگ و همکاران در سال ۲۰۱۹، مدل‌های هدررفت انتقال خود را در یک ساختار سری و با فرض یکسان بودن فاصله‌ی قطعات از هم و مستقل بودن هدررفت انتقال و مقدار قابل انتقال از ظرفیت خط انتقال بررسی کرده‌اند. در پژوهش حاضر، زیرسیستم‌ها لزوماً در فاصله‌های یکسان از هم قرار ندارند و هدررفت انتقال و مقدار قابل انتقال هر دو تابعی از ظرفیت خط انتقال هستند. به دلیل فرسودگی یا تخریب، قطعات و خطوط انتقال ممکن است ویژگی‌های چندحالته را در طول دوره‌ی عملیاتی خود ارائه دهند. در برخی از پژوهش‌های انجام شده، ظرفیت خط انتقال به‌صورت دودویی در نظر گرفته می‌شود که در این صورت با خراب شدن کامل خطوط انتقال، قابلیت اطمینان سیستم تحت تأثیر قرار می‌گیرد. در پژوهش حاضر، برای بهبود قابلیت اطمینان، ظرفیت خطوط انتقال چند حالته در نظر گرفته شده است. در جدول ۱، خلاصه‌ای از پژوهش‌های انجام شده در رابطه با این موضوع نشان داده شده است.

۲. پارامترهای مسئله

N: تعداد زیرسیستم‌ها؛

n_i: تعداد قطعات داخل هر زیرسیستم؛

a_i: قطعه انتخابی در زیرسیستم iام؛

C_{ia_i}: هزینه قطعه نوع a_i در زیرسیستم iام؛

C: حداکثر هزینه تخصیص داده شده؛

g_j^i: مجموعه سطوح عملکرد قطعه‌ی jام در زیرسیستم iام؛

M_j^i: تعداد سطوح عملکرد قطعه‌ی jام در زیرسیستم iام؛

$g_{j,m}^i$: سطح عملکرد mام قطعه‌ی jام در زیرسیستم iام؛

$$g_j^i = \left\{ g_{j,1}^i, g_{j,2}^i \ . \ . \ . \ , g_{j,M_j^i}^i \right\}$$

G_j^i: سطح عملکرد تصادفی قطعه‌ی jام در زیرسیستم iام؛

$c_{y,i,i+1}$: مجموعه سطوح ظرفیت خط انتقال بین زیر سیستم iام و $i+1$ام؛

Y: تعداد سطوح ظرفیت خطوط انتقال؛

$C_{y,i,i+1}$: ظرفیت تصادفی خط انتقال بین زیر سیستم iام و $i+1$ام در سطح y؛

$$c_{y,i,i+1} = \left\{ c_{1,i,i+1}, c_{2,i,i+1}, \ . \ . \ . \ , c_{Y,i,i+1} \right\}$$

Z_i: اختلاف بین عملکرد تصادفی و تقاضای تصادفی زیرسیستم iام؛

$$Z_i = \sum_{j=1}^{n_i} G_j^i - W_i = G_i - W_i$$

g_i: مجموعه سطوح عملکرد زیرسیستم iام؛

V_i: تعداد سطوح عملکرد زیرسیستم iام؛

$g_{i,v}$: سطح عملکرد vام زیرسیستم iام؛

$$g_i = \left\{ g_{i,1}, g_{i,2}, \ . \ . \ . \ , g_{i,V_i} \right\}$$

G_i: کل عملکرد زیرسیستم iام؛

$$G_i = \sum_{j=1}^{n_i} G_j^i$$

w_i: مجموعه سطوح تقاضای زیرسیستم iام؛

X_i: تعداد سطوح تقاضای زیرسیستم iام؛

$w_{i,x}$: سطح تقاضای xام زیرسیستم iام؛

$$w_i = \left\{ w_{i,1}, w_{i,2}, \ . \ . \ . \ , w_{i,X_i} \right\}$$

W_i: کل تقاضای زیرسیستم iام؛

B_k: واحد تشکیل شده از زیرسیستم‌های $k \ldots 1$؛

S_k: عملکرد مازاد تجمعی B_k؛

Y_k: مقدار قابل انتقال B_k بدون در نظرگرفتن هدررفت انتقال؛

$L_{k.k+1}$: طول خط انتقال بین زیرسیستم k و $k+1$ (فاصله انتقال)؛

f: یک تابع دو متغیره؛

$U_{G_j^i}$: تابع مولد فراگیر G_j^i؛

U_{G_i}: تابع مولد فراگیر G_i؛

U_{W_i}: تابع مولد فراگیر W_i؛

U_{Z_i}: تابع مولد فراگیر Z_i؛

U_{S_k}: تابع مولد فراگیر S_k؛

$U_{C_{y,k,k+1}}$: تابع مولد فراگیر $C_{y,k,k+1}$؛

U_{Y_k}: تابع مولد فراگیر Y_k؛

R: قابلیت اطمینان سیستم؛

$\varphi(0,0)$: یک تابع دو متغیره؛

$$Y_k = \varphi\left(S_k, C_{y,k,k+1}\right)$$

$\Delta_{k,k+1}$: ضریب هدررفت انتقال بین زیرسیستم k و $k+1$؛

$$\Delta_{k,k+1} = f\left(L_{k,k+1}, Y_k\right)$$

Y_k^{Δ}: مقدار قابل انتقال B_k با در نظرگرفتن هدررفت انتقال؛

$$Y_k^{\Delta} = Y_k \times \Delta_{k,k+1}$$

$U_{Y_k^{\Delta}}$: تابع مولد فراگیر Y_k^{Δ}؛

$\alpha_{j,m}^i$: احتمال اینکه سطح عملکرد قطعه G_j^i مقدار $g_{j,m}^i$ را اختیارکند؛

$\gamma_{i,v}$: احتمال اینکه سطح عملکرد زیرسیستم G_i برابر مقدار شود $g_{i,v}$؛

$\lambda_{i,x}$: احتمال اینکه سطح تقاضای زیرسیستم W_i مقدار $w_{i,x}$ را اختیارکند؛

$\theta_{i,e}$: احتمال اینکه Z_i مقدار $z_{i,e}$ را اختیارکند؛

$\eta_{k,t}$: احتمال اینکه S_k مقدار $s_{k,t}$ را اختیارکند؛

$\omega_{y,k,k+1}$: احتمال اینکه $C_{y,k,k+1}$ مقدار $c_{y,k,k+1}$ را اختیارکند؛

$\psi_{k,o}$: احتمال اینکه Y_k مقدار $y_{k,o}$ را اختیارکند؛

$\psi_{k,o}^{\Delta}$: احتمال اینکه Y_k^{Δ} مقدار $y_{k,o}^{\Delta}$ را اختیارکند؛

$$y_{k,o}^{\Delta} = y_{k,o} \times \Delta_{k,k+1}$$

Ω_f: عملگر مولد فراگیر.

۳. شرح مدل پیشنهادی

یک سیستم سری ـ موازی که از N زیرسیستم متفاوت تشکیل شده و قطعات داخل هر زیرسیستم یکسان و هم توزیع هستند، در نظر گرفته می‌شود. قطعه‌ی jام در زیرسیستم iام، سطوح عملکرد مختلفی دارد که با g_j^i نشان داده می‌شود $g_j^i = \left\{ g_{j,1}^i, g_{j,2}^i \ldots, g_{j,M_j^i}^i \right\}$ که $g_{j,a}^i > g_{j,b}^i$ برای $a > b$. سطح عملکرد G_j^i برای قطعه‌ی مذکور، یک متغیر تصادفی است که مقدار خود را از مجموعه‌ی g_j^i می‌گیرد. بنابراین، G_j^i نشان دهنده‌ی سطح عملکرد تصادفی قطعه‌ی jام در زیرسیستم iام است.

عملکرد زیرسیستم iام با جمع عملکرد قطعات آن زیرسیستم به‌دست می‌آید. از اختلاف بین عملکرد تصادفی و تقاضای تصادفی زیرسیستم iام، متغیر Z_i حاصل می‌شود. که اگر:

۱. $\sum_{j=1}^{n_i} G_j^i > W_i$ باشد، مقدار آن مثبت و زیرسیستم عملکرد مازاد دارد؛

۲. $W_i > \sum_{j=1}^{n_i} G_j^i$ باشد، مقدار آن منفی و زیرسیستم کمبود عملکرد دارد.

زیرسیستم i و $i+1$ ابتدا عملکرد مازاد خود را از طریق خطوط انتقال که دارای هدررفت عملکرد است، با یکدیگر به اشتراک گذاشته و سپس به‌صورت یک واحد عملکرد خود را با زیرسیستم مجاور خود با اشتراک می‌گذارند.

ظرفیت خط انتقال بین زیرسیستم i و $i+1$ یک متغیر تصادفی چند حالته است که مقدار خود را از مجموعه‌ی $c_{y,i,i+1} = \left\{ c_{1,i,i+1}, c_{2,i,i+1}, \ . \ . \ . \ , c_{Y,i,i+1} \right\}$ می‌گیرد. $C_{y,i,i+1}$ نشان دهنده‌ی ظرفیت خط انتقال بین زیرسیستم i و $i+1$ وقتی در حالت ام قرار دارد، است. همچنین، این خطوط در حین انتقال عملکرد، مقداری از عملکرد خود را از دست می‌دهند. این هدررفت تابعی از فاصله و مقدار قابل انتقال است و با نماد $\Delta_{k,k+1} = f\left(L_{k,k+1}, Y_k\right)$ نشان داده می‌شود. مقدار قابل انتقال با ضریب $\Delta_{k,k+1}$ کاهش می‌یابد.

تا زمانی که تقاضای همه‌ی زیرسیستم‌ها برآورده می‌شود، سیستم می‌تواند به کار خود ادامه دهد. احتمال کارکردن سیستم قابلیت اطمینان آن را تعیین می‌کند.

۴. تحلیل مدل پیشنهادی و ارزیابی قابلیت اطمینان آن

در این بخش، ابتدا برای بررسی مدل پیشنهادی، میزان عملکرد مازاد تجمعی و یا نقص عملکرد تجمعی هر مرحله از تشکیل سیستم مورد نظر، در آخرین زیرسیستم آن محاسبه می‌شود. سپس، مقدار عملکرد قابل انتقال بین زیرسیستم‌های تشکیل شده و آخرین زیرسیستم آن مرحله، با توجه به مقادیر ظرفیت خط انتقال و میزان عملکرد مازاد تجمعی ویا نقص عملکرد تجمعی تعیین می‌شود و در نهایت با اعمال ضریب هدررفت انتقال خطوط، به مقدارکمتری کاهش می‌یابد. در پایان، برای تعیین قابلیت اطمینان کل سیستم، وضعیت عملکرد مازاد تجمعی یا نقص عملکرد تجمعی در زیرسیستم اخر مورد بررسی قرار می‌گیرد. جهت ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم، از روش تابع مولد فراگیر استفاده می‌شود.

۱.۴. تحلیل مدل پیشنهادی

گام ۱. در سیستم، فقط زیرسیستم اول وجود دارد و به‌عنوان واحد B_1 در نظر

گرفته می‌شود و اگر تقاضای این زیرسیستم با عملکرد خود برآورده شود، سیستم کار می‌کند.

$$S_1 = Z_1 + Y_0^{\Delta} \quad (1)$$

$$Y_0^{\Delta} = 0 \quad (2)$$

گام ۲. سپس، زیرسیستم دوم به سیستم متصل می‌شود و عملکرد مازاد زیرسیستم اول از طریق خط انتقال با ظرفیت $C_{y,1,2}$ و با ضریب هدررفت انتقال $\Delta_{1,2}$ به زیرسیستم دوم منتقل می‌شود و زیرسیستم اول و دوم به‌عنوان واحد B_2 در نظرگرفته می‌شود.

$$S_2 = Y_1^{\Delta} + Z_2 \quad (3)$$

$$Y_1^{\Delta} = Y_1 \times \Delta_{1,2} \quad (4)$$

گام ۳. پس از آن زیرسیستم سوم به زیرسیستم دوم وصل می‌شود و عملکرد مازاد واحد B_2 که در زیرسیستم دوم جمع شده است، از طریق خط انتقال با ظرفیت $C_{y,2,3}$ و با ضریب هدررفت انتقال $\Delta_{2,3}$ به زیرسیستم سوم منتقل می‌شود و در ادامه B_2 و B_3 زیرسیستم سوم را تشکیل می‌دهند.

به طور مشابه، بعد از اینکه زیرسیستم به‌عنوان واحد k ، $1, 2, \ldots$ تشکیل شد، زیرسیستم به این واحد B_k متصل می‌شود. واحد B_k و زیرسیستم $k+1$ از طریق $C_{y,k,k+1}$ با ضریب هدررفت انتقال $\Delta_{k,k+1}$، عملکرد مازاد را مبادله می‌کنند. از آنجا که زیرسیستم $k+1$ از طریق زیرسیستم kام به واحد B_k متصل می‌شود، بنابراین، عملکرد مازاد یا کمبود عملکرد واحد B_k در زیرسیستم k محاسبه می‌شود. در نهایت، B_N کل سیستم را تشکیل می‌دهد.

$$Y_k = \varphi\left(S_k, C_{y,k,k+1}\right) \quad (5)$$

$$\Delta_{k,k+1} = f\left(L_{k,k+1}, Y_k\right) \quad (6)$$

$$Y_k^{\Delta} = Y_k \times \Delta_{k,k+1} \quad (7)$$

$$Z_{k+1} = G_{k+1} - W_{k+1} \quad (8)$$

$$S_{k+1} = Y_k^{\Delta} + Z_{k+1} \quad (9)$$

S_k: این متغیر نشان دهنده‌ی عملکرد مازاد تجمعی و یا نقص عملکرد تجمعی واحد B_k در زیرسیستم kام است؛

۱. اگر مثبت باشد، واحد B_k عملکرد مازاد به اندازه S_k در زیرسیستم kام دارد؛

۲. اگر منفی باشد، واحد B_k کمبود عملکرد به اندازه $(-S_k)$ در زیرسیستم k ام دارد.

Z_{k+1}: این متغیر نشان دهنده‌ی عملکرد مازاد زیرسیستم $k+1$ام است؛

Y_k: این متغیر مقدار عملکرد مازاد واحد B_k که می‌تواند به زیرسیستم $k+1$ بدهد و یا مقدار کمبود عملکرد واحد B_k که دریافت کند است (مقدار قابل انتقال). این متغیر تابعی از S_k و $C_{y,k,k+1}$ است.

$$Y_k = \varphi\left(S_k, C_{y,k,k+1}\right) = (-\infty)\, I\left(-S_k > C_{y,k,k+1}\right) + C_{y,k,k+1} I\left(S_k > C_{y,k,k+1}\right) + S_k I\left(|S_k| \le C_{y,k,k+1}\right) \quad (10)$$

نماد $I\{0\}$ تابع نشانگر هست. چهار حالت ممکن برای سیستم عبارتند از:

۱. اگر $-S_k > C_{y,k,k+1}$ باشد، یعنی نقص عملکرد واحد B_k از ظرفیت خط انتقال بین زیرسیستم kام و $k+1$ام در حالت yام، $(C_{y,k,k+1})$ تجاوز کرده. بنابراین، نقص عملکرد هرگز از طریق دیگر زیرسیستم‌ها جبران نمی‌شود و سیستم از کار می‌افتد در این حالت $Y_k = (-\infty)$ است؛

۲. اگر $S_k > C_{y,k,k+1}$ باشد، یعنی عملکرد مازاد واحد B_k از ظرفیت خط انتقال بین زیرسیستم kام و $k+1$ام در حالت yام، $(C_{y,k,k+1})$ بیشتر است. بنابراین، عملکرد محدود به ظرفیت خط انتقال $(C_{y,k,k+1})$ می‌شود. تحت این حالت، بیشترین مقدار عملکرد مازادی که می‌تواند به زیرسیستم $k+1$ منتقل شود، برابر ظرفیت خط انتقال خواهد بود $Y_k = C_{y,k,k+1}$؛

۳. اگر $0 \le -S_k \le C_{y,k,k+1}$ باشد، یعنی عملکرد مازاد واحد B_k می‌تواند به زیرسیستم $k+1$ام منتقل شود. در این حالت $Y_k = S_k$ است؛

۴. اگر $0 \le S_k \le C_{y,k,k+1}$ باشد، یعنی نقص عملکرد واحد B_k از زیرسیستم $k+1$ می‌تواند تأمین شود. در این حالت نیز، $Y_k = S_k$ است.

با توجه به اینکه خطوط انتقال دارای هدررفت انتقال می‌باشند، بنابراین، مقدار قابل انتقال Y_k با ضریب $\Delta_{k,k+1}$ کاهش می‌یابد و به مقدار Y_k^{Δ} تبدیل می‌شود.

زیرا B_N کل سیستم را در بر می‌گیرد. بنابراین، برای اینکه مشخص شود سیستم به کار خود ادامه می‌دهد یا نه، عملکرد مازاد تجمعی (S_N) بررسی می‌شود. دو حالت ممکن عبارت است از:

۱. اگر $S_N \ge 0$ باشد، سیستم در زیرسیستم Nام عملکرد مازاد دارد و به کار خود ادامه می‌دهد؛

۲. اگر $S_N < 0$ باشد، سیستم کمبود عملکرد دارد و از کار می‌افتد. قابلیت اطمینان سیستم به‌صورت جمع احتمالات حالت‌هایی که S_N مقادیر غیرمنفی می‌گیرد، تعریف می‌شود.

$$R = P\left(S_N \ge 0\right) = \sum_{K=0}^{\infty} P\left(S_N = K\right) \quad (11)$$

اگر $C = 0$ باشد، سیستم به یک ساختار سری ـ موازی ساده، بدون مکانیزم اشتراک عملکرد تبدیل می‌شود و قابلیت اطمینان از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$R = P\left\{\sum_{i=1}^{N} \max\left(W_i - G_i, 0\right) = 0\right\} = P\left\{\prod_{i=1}^{N} \left(W_i \le G_i\right)\right\} \quad (12)$$

اگر $C = \infty$ باشد، سیستم به یک ساختار موازی که همه‌ی قطعات چند حالته آن به‌صورت موازی به یکدیگر متصل شده‌اند، تبدیل می‌شود و قابلیت اطمینان از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$R = P\left\{\max\left\{0, \sum_{i=1}^{N} W_i - \sum_{i=1}^{N} G_i\right\} = 0\right\} = P\left\{\sum_{i=1}^{N} W_i \le \sum_{i=1}^{N} G_i\right\} \quad (13)$$

۲.۴. ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم

همانطورکه پیش‌تر اشاره شد، تابع مولد فراگیر، روشی است که برای تعیین توزیع عملکرد کل سیستم چند حالته براساس توزیع‌های عملکرد عناصر آن، استفاده می‌شود. در ادامه، قابلیت اطمینان سیستم پیشنهادی با استفاده از تکنیک تابع مولد فراگیر محاسبه می‌شود.

تابع مولد فراگیر سطح عملکرد قطعه‌ی jام در زیرسیستم iام از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$U_{G_j^i}(Z)=\sum_{m=1}^{M_j^i}\alpha_{j,m}^i Z^{g_{j,m}^i} \quad (۱۴)$$

که در آن $\alpha_{j,m}^i$ تابع چگالی احتمال متغیر G_j^i است که برابر است با $P\{G_j^i=g_{j,m}^i\}=\alpha_{j,m}^i$ تابع مولد فراگیر سطح عملکرد زیرسیستم iام به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$U_{G_i}(Z)=\Omega_{sum}\left(U_{G_1^i},U_{G_2^i},\ .\ .\ .,U_{G_{n_i}^i}\right)=\sum_{v=1}^{V_i}\gamma_{i,v}Z^{g_{i,v}} \quad (۱۵)$$

که در آن $\gamma_{i,v}=P\{G_i=g_{i,v}\}$ است تابع مولد فراگیر سطح تقاضای زیرسیستم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$U_{W_i}(Z)=\sum_{x=1}^{X_i}\lambda_{i,x}Z^{w_{i,x}} \quad (۱۶)$$

که در آن $\lambda_{i,x}=P\{W_i=w_{i,x}\}$ است.

$$U_{Z_i}(Z)=\Omega_{sub}(U_{G_i},U_{W_i})=\sum_{e=1}^{E_i}\theta_{i,e}Z^{z_{i,e}} \quad (۱۷)$$

که در آن $\theta_{i,e}=P\{Z_i=z_{i,e}\}$ و $z_i=\left\{z_{i,1},z_{i,2},\ .\ .\ .,z_{i,E_i}\right\}$ مجموعه سطوح این متغیر است.

$$U_{S_k}(Z)=\sum_{t=1}^{T_k}\eta_{k,t}Z^{s_{k,t}} \quad (۱۸)$$

که در آن $\eta_{k,t}=P\{S_k=s_{k,t}\}$ است.

$$U_{C_{y,k,k+1}}(Z)=\sum_{y=1}^{Y}\omega_{y,k,k+1}Z^{c_{y,k,k+1}} \quad (۱۹)$$

که در آن $\omega_{y,k,k+1}=P\{C_{y,k,k+1}=c_{y,k,k+1}\}$ است.

$$U_{Y_k(Z)=\Omega_\varphi}\left(U_{S_k},U_{C_{y,k,k+1}}\right)=\sum_{t=1}^{T_k}\sum_{y=1}^{Y}\eta_{k,t}\omega_{y,k,k+1}Z^{\varphi\left(s_{k,t},c_{y,k,k+1}\right)}=\sum_{o=1}^{O_k}\psi_{k,o}Z^{y_{k,o}} \quad (۲۰)$$

که در آن
$$\psi_{k,o}=\sum_{t=1}^{T_k}\sum_{y=1}^{Y}\eta_{k,t}\omega_{y,k,k+1}I\{\varphi(s_{k,t},c_{y,k,k+1})=y_{k,o}\}=P\{Y_k=y_{k,o}\}$$
است و نماد $I\{.\}$ تابع نشانگر است.

با توجه به هدررفت انتقال خط انتقال، مقدار Y_k با ضریب $\Delta_{k,k+1}$ کاهش می‌یابد و مقدار قابل انتقال به Y_k^Δ تبدیل می‌شود و تابع مولد آن از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$U_{Y_k}^\Delta(Z)=U_{Y_k}\times\Delta_{k,k+1}=\sum_{o=1}^{O_k}\psi_{k,o}^\Delta Z^{y_{k,o}\times\Delta_{k,k+1}} \quad (۲۱)$$

که در آن $\psi_{k,o}^\Delta=P\left\{Y_k^\Delta=y_{k,o}\times\Delta_{k,k+1}\right\}=\psi_{k,o}$ است.

$$U_{S_k}(Z)=\Omega_{sum}\left(U_{Y_{k-1}}^\Delta,U_{Z_k}\right)=\sum_{o=1}^{O_{k-1}}\sum_{e=1}^{E_k}\psi_{k-1,o}^\Delta\theta_{k,e}Z^{\left(y_{k-1,o}\times\Delta_{k-1,k}+z_{k,e}\right)}=\sum_{t=1}^{T_k}\eta_{k,t}Z^{s_{k,t}} \quad (۲۲)$$

که در آن
$$\eta_{k,t}=\sum_{o=1}^{O_{k-1}}\sum_{e=1}^{E_k}\psi_{k-1,o}^\Delta\theta_{k,e}I\{y_{k-1,o}\times\Delta_{k-1,k}+z_{k,e}=s_{k,t}\}=P\{S_k=s_{k,t}\}$$
است و نماد $I\{.\}$ تابع نشانگر است. در نهایت، قابلیت اطمینان سیستم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R=\sum_{t=1}^{T_N}\eta_{N,t}I\{S_{N,t}\geq 0\} \quad (۲۳)$$

مدل فوق دارای محدودیت زیر است:

$$MaxR_s=\sum_{t=1}^{T_N}\eta_{N,t}I\{S_{N,t}\geq 0\} \quad (۲۴)$$

$$\sum_{i=1}^{N}n_iC_{ia_i}\leq C \quad (۲۵)$$

این رابطه، هزینه‌ی کل سیستم را نشان می‌دهد که باید از حداکثر هزینه‌ی تخصیص داده شده برای شکل‌گیری ساختار این سیستم کمتر باشد.

۵. مثال عددی

یک سیستم، شامل چهار زیرسیستم مستقل و متفاوت که به‌صورت سری به یکدیگر متصل شده‌اند، در نظرگرفته شده است. قطعات داخل هر زیرسیستم یکسان و مستقل هستند و به‌صورت موازی به یکدیگر متصل شده‌اند. تعداد و نوع قطعات داخل هر زیرسیستم با توجه به تابع هدف و محدودیت مسئله با اجرای الگوریتم ژنتیک تعیین شده‌اند. داده‌های مربوط به مسئله جدول‌های ۲ الی ۱۱ آورده شده است. حداکثر هزینه‌ی تخصیص داده شده برای شکل‌گیری ساختار این سیستم، ۱۶۰ واحد ($C=160$). است. همچنین ضریب هدررفت انتقال بین زیرسیستم k و $k+1$ برابر ۰/۹ است ($\Delta_{k,k+1}=0/9$). در این مثال دو موضوع بررسی شده است: ۱. تأثیر مکانیزم اشتراک عملکرد بر قابلیت اطمینان سیستم ۲. تأثیر هدررفت انتقال بر قابلیت اطمینان سیستم.

۱. بررسی تأثیر مکانیزم اشتراک عملکرد بر قابلیت اطمینان سیستم

ابتدا قابلیت اطمینان سیستم در حالتی که عملکرد مازاد هر زیرسیستم با مکانیزم اشتراک عملکرد با ظرفیت خط انتقال چند حالته و دارای هدررفت انتقال به اشتراک گذاشته می‌شود، ارزیابی شده است. سپس، ظرفیت خط انتقال برابر

جدول ۲. مقادیر تابع جرم احتمال از عملکرد قطعات در زیرسیستم اول.

j	$g^i_{j,۵}$	$\alpha^i_{j,۵}$	$g^i_{j,۴}$	$\alpha^i_{j,۴}$	$g^i_{j,۳}$	$\alpha^i_{j,۳}$	$g^i_{j,۲}$	$\alpha^i_{j,۲}$	$g^i_{j,۱}$	$\alpha^i_{j,۱}$
۱	۱۰	۰/۲	۸	۰/۶	۶	۰/۱	۴	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۲	۱۱	۰/۵	۹	۰/۳	۷	۰/۰۵	۵	۰/۱	۰	۰/۰۵
۳	۱۲	۰/۲	۱۰	۰/۴	۸	۰/۰۵	۶	۰/۳	۰	۰/۰۵
۴	۱۳	۰/۴	۱۰	۰/۴	۹	۰/۱	۷	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۵	۱۳	۰/۴	۱۱	۰/۲	۱۰	۰/۳	۸	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۶	۱۴	۰/۵	۱۲	۰/۰۵	۱۱	۰/۱	۹	۰/۳	۰	۰/۰۵

جدول ۳. مقادیر تابع جرم احتمال از عملکرد قطعات در زیرسیستم دوم.

j	$g^i_{j,۵}$	$\alpha^i_{j,۵}$	$g^i_{j,۴}$	$\alpha^i_{j,۴}$	$g^i_{j,۳}$	$\alpha^i_{j,۳}$	$g^i_{j,۲}$	$\alpha^i_{j,۲}$	$g^i_{j,۱}$	$\alpha^i_{j,۱}$
۱	۶	۰/۴	۵	۰/۴	۳	۰/۱	۲	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۲	۷	۰/۴	۶	۰/۳	۴	۰/۲	۲	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۳	۸	۰/۵	۷	۰/۱	۵	۰/۳	۳	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۴	۹	۰/۳	۸	۰/۳	۵	۰/۳	۴	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۵	۱۰	۰/۴	۹	۰/۴	۶	۰/۰۵	۵	۰/۱	۰	۰/۰۵
۶	۱۱	۰/۳	۱۰	۰/۲	۷	۰/۴	۶	۰/۰۵	۰	۰/۰۵

جدول ۴. مقادیر تابع جرم احتمال از عملکرد قطعات در زیرسیستم سوم.

j	$g^i_{j,۵}$	$\alpha^i_{j,۵}$	$g^i_{j,۴}$	$\alpha^i_{j,۴}$	$g^i_{j,۳}$	$\alpha^i_{j,۳}$	$g^i_{j,۲}$	$\alpha^i_{j,۲}$	$g^i_{j,۱}$	$\alpha^i_{j,۱}$
۱	۹	۰/۴	۶	۰/۳	۴	۰/۲	۱	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۲	۱۰	۰/۴	۷	۰/۴	۵	۰/۰۵	۲	۰/۱	۰	۰/۰۵
۳	۱۰	۰/۴	۸	۰/۳	۶	۰/۲	۳	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۴	۱۱	۰/۶	۹	۰/۲	۷	۰/۱	۴	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۵	۱۲	۰/۵	۹	۰/۲	۸	۰/۲	۵	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۶	۱۳	۰/۵	۱۰	۰/۳	۹	۰/۰۵	۶	۰/۱	۰	۰/۰۵

جدول ۵. مقادیر تابع جرم احتمال از عملکرد قطعات در زیرسیستم چهارم.

j	$g^i_{j,۵}$	$\alpha^i_{j,۵}$	$g^i_{j,۴}$	$\alpha^i_{j,۴}$	$g^i_{j,۳}$	$\alpha^i_{j,۳}$	$g^i_{j,۲}$	$\alpha^i_{j,۲}$	$g^i_{j,۱}$	$\alpha^i_{j,۱}$
۱	۱۲	۰/۳	۱۰	۰/۴	۸	۰/۲	۶	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۲	۱۳	۰/۳	۱۱	۰/۳	۹	۰/۳	۷	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۳	۱۳	۰/۳	۱۲	۰/۵	۱۰	۰/۱	۸	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۴	۱۴	۰/۵	۱۳	۰/۲	۱۱	۰/۲	۹	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۵	۱۵	۰/۳	۱۴	۰/۵	۱۲	۰/۱	۹	۰/۰۵	۰	۰/۰۵
۶	۱۶	۰/۱	۱۵	۰/۳	۱۳	۰/۵	۱۰	۰/۰۵	۰	۰/۰۵

جدول ۶. مقادیر تابع جرم احتمال از تقاضای زیرسیستم‌ها.

i	$w_{i,۵}$	$\lambda_{i,۵}$	$w_{i,۴}$	$\lambda_{i,۴}$	$w_{i,۳}$	$\lambda_{i,۳}$	$w_{i,۲}$	$\lambda_{i,۲}$	$W_{i,i}$	$\lambda_{i,۱}$
۱	۱۸	۰/۱	۱۶	۰/۴	۱۴	۰/۲	۹	۰/۲	۶	۰/۱
۲	۲۰	۰/۱	۱۵	۰/۲	۱۱	۰/۳	۸	۰/۳	۴	۰/۱
۳	۱۴	۰/۱	۱۰	۰/۱	۹	۰/۳	۶	۰/۴	۴	۰/۱
۴	۲۵	۰/۴	۲۰	۰/۲	۱۷	۰/۱	۱۳	۰/۲	۸	۰/۱

جدول ۷. مقادیر تابع جرم احتمال از ظرفیت خط انتقال.

$C_{y,k,k+۱}$	$c_{۳,k,k+۱}$	$\omega_{۳,k,k+۱}$	$c_{۲,k,k+۱}$	$\omega_{۲,k,k+۱}$	$c_{۱,k,k+۱}$	$\omega_{۱,k,k+۱}$
$C_{y,۱,۲}$	۲۰	۰/۶	۱۰	۰/۳	۰	۰/۱
$C_{y,۲,۳}$	۲۰	۰/۶	۱۰	۰/۳	۰	۰/۱
$C_{y,۳,۴}$	۲۰	۰/۶	۱۰	۰/۳	۰	۰/۱

جدول ۸. هزینه‌ی هر نوع قطعه در زیرسیستم اول.

هزینه قطعه نوع ۱	هزینه قطعه نوع ۲	هزینه قطعه نوع ۳	هزینه قطعه نوع ۴	هزینه قطعه نوع ۵	هزینه قطعه نوع ۶
۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸

جدول ۹. هزینه‌ی هر نوع قطعه در زیرسیستم دوم.

هزینه قطعه نوع ۱	هزینه قطعه نوع ۲	هزینه قطعه نوع ۳	هزینه قطعه نوع ۴	هزینه قطعه نوع ۵	هزینه قطعه نوع ۶
۵	۷	۹	۱۱	۱۳	۱۵

جدول ۱۰. هزینه‌ی هر نوع قطعه در زیرسیستم سوم.

هزینه قطعه نوع ۱	هزینه قطعه نوع ۲	هزینه قطعه نوع ۳	هزینه قطعه نوع ۴	هزینه قطعه نوع ۵	هزینه قطعه نوع ۶
۷	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷

جدول ۱۱. هزینه‌ی هر نوع قطعه در زیرسیستم چهارم.

هزینه قطعه نوع ۱	هزینه قطعه نوع ۲	هزینه قطعه نوع ۳	هزینه قطعه نوع ۴	هزینه قطعه نوع ۵	هزینه قطعه نوع ۶
۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰

جدول ۱۲. نتایج خروجی الگوریتم جهت بررسی تأثیر مکانیزم اشتراک عملکرد در مثال عددی.

زیرسیستم	۱	۲	۳	۴	ضریب هدررفت انتقال	تعداد قطعات
نوع قطعات	۱	۳	۱	۴	۰/۹	۴
تعدادقطعات	۴	۴	۴	۴		
قابلیت اطمینان زیرسیستم	۰/۹۹۶۸	۰/۹۸۷۴	۰/۹۹۶۳	۰/۹۹۸۴	حداکثر هزینه	هزینه‌ی سیستم
هزینه‌های زیرسیستم	۳۲	۳۶	۲۸	۶۴	۱۶۰	۱۶۰

جدول ۱۳. قابلیت اطمینان سیستم در حالت‌های متفاوت ظرفیت خط انتقال.

	قابلیت اطمینان				
B_k	B_1	B_2	B_3	B_4	سیستم
$C_{y,k,k+1} = [20, 10/0]$	۰/۹۹۶۸	۰/۹۹۸	۰/۹۹۹۱	۰/۹۹۹۲	۰/۹۹۹۲۲۵۳۴۱
ظرفیت خط انتقال برابر با صفر	۰/۹۹۶۸	۰/۹۸۴۳	۰/۹۸۰۶	۰/۹۷۹	۰/۹۷۹۰۲۸۹۳۴
ظرفیت خط انتقال برابر با بی‌نهایت	۰/۹۹۶۸	۰/۹۹۹۶	۰/۹۹۹۹	۰/۹۹۹۹	۰/۹۹۹۹۹۴۲۶

صفر در نظرگرفته شده است. در این حالت، سیستم به یک ساختار سری ـ موازی ساده و بدون مکانیزم اشتراک عملکرد تبدیل می‌شود. در آخر، ظرفیت خط انتقال حداکثر مقدار (بی‌نهایت) در نظرگرفته شده است. در این حالت، سیستم به یک ساختار موازی که همه‌ی قطعات چند حالته آن بصورت موازی به یکدیگر متصل شده‌اند تبدیل می شود. جدول ۱۲ و ۱۳ نتایج اجرای الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد.

تحلیل نتایج: سیستم در حالتی که با مکانیزم اشتراک عملکرد با ظرفیت خط انتقال چند حالته و دارای هدررفت انتقال کار می‌کند، نسبت به حالتی که بدون مکانیزم اشتراک عملکرد است، قابلیت اطمینان بالاتری دارد. همچنین، اگر ظرفیت خط انتقال بین زیرسیستم‌ها بزرگ باشد، عملکرد مازاد آزادانه منتقل می‌شود و سیستم می‌تواند با قابلیت اطمینان $R_\infty = 0/9999994426$ کار کند. بنابراین، با افزایش ظرفیت خط انتقال، قابلیت اطمینان بهبود می‌یابد.

جدول ۱۴. نتایج خروجی الگوریتم جهت بررسی تأثیر هدررفت انتقال در مثال عددی.

زیرسیستم	۱	۲	۳	۴	ضریب هدررفت انتقال	تعداد قطعات
نوع قطعات	۱	۳	۴	۴	-	۴
تعدادقطعات	۴	۴	۲	۴		
قابلیت اطمینان زیرسیستم	۰/۹۹۶۸	۰/۹۸۷۴	۰/۹۷۳۸	۰/۹۹۸۴	حداکثر هزینه	هزینه‌ی سیستم
هزینه‌های زیرسیستم	۳۲	۳۶	۲۶	۶۴	۱۶۰	۱۵۸

جدول ۱۵. قابلیت اطمینان سیستم در حالت‌های مختلف ضریب هدررفت انتقال.

ضریب هدررفت انتقال	۱	۰/۹	۰/۸	۰/۷	۰/۶	۰/۵
قابلیت اطمینان سیستم	۰/۹۹۸۹۵۵۹۱۳	۰/۹۹۸۹۰۴۶۱۶	۰/۹۹۸۸۵۰۳۶۶	۰/۹۹۸۸۰۷۵۲۸	۰/۹۹۸۶۵۶۵۹۴	۰/۹۹۸۴۷۴۰۰۱

جدول ۱۶. قابلیت اطمینان ساختار سری ـ موازی.

زیرسیستم	۱	۲	۳	۴	ضریب هدررفت انتقال						
نوع قطعات	۲	۵	۱	۲	۱				۰/۹		
تعدادقطعات	۴	۳	۴	۴	ظرفیت خط انتقال	صفر	چندحالته	بی‌نهایت	صفر	چندحالته	بی‌نهایت
قابلیت اطمینان زیرسیستم	۰/۹۹۸۶	۰/۹۷۹۱	۰/۹۹۶۳	۰/۹۹۴	قابلیت اطمینان سیستم	۰/۹۶	۰/۹۹۸۹	۰/۹۹۹۹۹۶۱۴	۰/۹۶	۰/۹۹۸۸	۰/۹۹۹۹۹۲۴۴

جدول ۱۷. قابلیت اطمینان ساختار سری.

زیرسیستم	۱	۲	۳	۴	ضریب هدررفت انتقال						
نوع قطعات	۲	۵	۱	۲	۱				۰/۹		
تعدادقطعات	۱	۱	۱	۱	ظرفیت خط انتقال	صفر	چندحالته	بی‌نهایت	صفر	چندحالته	بی‌نهایت
قابلیت اطمینان زیرسیستم	۰/۲۴۵	۰/۲۳۵	۰/۴۹	۰/۱۵	قابلیت اطمینان سیستم	۰/۰۰۶	۰/۰۴	۰/۰۴۸	۰/۰۰۶	۰/۰۳۶	۰/۰۴۴

۲. **تأثیر هدررفت انتقال بر قابلیت اطمینان سیستم**

برای بررسی این حالت، ابتدا قابلیت اطمینان سیستم در حالتی که عملکرد مازاد هر زیرسیستم با مکانیزم اشتراک عملکرد با ظرفیت خط انتقال چند حالته و بدون هدررفت انتقال به اشتراک گذاشته می‌شود، ارزیابی شده است. سپس، قابلیت اطمینان سیستم به ازای ضریب هدررفت انتقال متفاوت بررسی شده است. جدول‌های ۱۴ و ۱۵ نتایج اجرای الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد.

تحلیل نتایج: سیستم در حالتی که خطوط مکانیزم اشتراک عملکرد بدون هدررفت انتقال است، بالاترین قابلیت اطمینان را دارد. هر چه ضریب هدررفت خطوط انتقال کاهش می‌یابد، مقدار عملکرد قابل انتقال هم کاهش یافته و سیستم با قابلیت اطمینان پایین‌تری کار می‌کند.

۶. ارزیابی و اعتبارسنجی مدل پیشنهادی

برای ارزیابی مدل پیشنهادی، ابتدا این مدل در ابعاد کوچکتر و با سه زیرسیستم در نظرگرفته شده است. نتایج به‌دست آمده از حل الگوریتم ژنتیک با نتایج به‌دست آمده از محاسبه‌ی مرحله به مرحله‌ی رویه‌ی ارزیابی قابلیت اطمینان همان سیستم بدون استفاده ازکامپیوتر، مطابقت دارد. سپس، ازآنجاکه ساختار سیستم در عملکرد زیرسیستم‌ها و ارتباط آن‌ها نقش اساسی دارد، دراین قسمت تأثیر ساختار بر قابلیت اطمینان سیستم بررسی شده است. با توجه به اینکه در ساختار سری ـ موازی، تعداد قطعات سیستم نسبت به ساختار سری افزایش می‌یابد و از طرفی تعریف قابلیت اطمینان در سیستم‌هایی که مکانیزم اشتراک عملکرد دارند، با توجه به نوع ساختار سیستم متغیر است، انتظار می‌رود سیستم سری-موازی قابلیت اطمینان بالاتری نسبت به سیستم سری داشته باشد. برای بررسی این موضوع، قابلیت اطمینان مدل پیشنهادی و مدل سری آن که توسط وانگ در سال ۲۰۱۸ ارائه شده است، ارزیابی شده است.

با مقایسه‌ی داده‌های جدول ۱۶ و ۱۷ می‌توان نتیجه گرفت که قابلیت اطمینان سیستم سری ـ موازی در همه‌ی حالت‌های سیستم و در همه‌ی حالت‌های خطوط انتقال نسبت به قابلیت اطمینان سیستم سری با شرایط یکسان، بسیار بالاتر است. بنابراین، در این پژوهش با تغییر ساختار بهبود زیادی در قابلیت اطمینان سیستم حاصل شده است.

با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان دریافت که سیستم‌ها وجود مکانیزم اشتراک عملکردی که رویه آن در این تحقیق توضیح داده شد، نسبت به حالتی که بدون مکانیزم اشتراک عملکرد است، قابلیت اطمینان بالاتری دارد و با این رویه‌ی اشتراک‌گذاری نیز قابلیت اطمینان سیستم افزایش یافته است. همچنین، می‌توان دریافت که هر چه ظرفیت خطوط انتقال چندحالته بزرگ‌تر باشد، قابلیت اطمینان سیستم بهبود می‌یابد. از طرفی، در این پژوهش، خطوط انتقال سیستم پیشنهادی با هدررفت در نظر گرفته شده تا قابلیت اطمینان بیش از حد برآورد نشود و به مسائل واقعی نزدیک‌تر شود. نتایج نشان می‌دهد که هرچه ضریب هدررفت انتقال بالاتر باشد، مقدار عملکرد بیشتری منتقل می‌شود و بالاترین قابلیت اطمینان حالتی است که این ضریب به یک برسد تا خطوط بدون هدررفت کار کنند. از آنجا که در ساختار سری ـ موازی تعداد قطعات بیشتری نسبت به ساختار سری وجود دارد، انتظار می‌رفت که سیستم در این ساختار قابلیت اطمینان بالاتری داشته باشد. برای بررسی این موضوع، سیستم پیشنهادی در ساختار سری ـ موازی بررسی شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که در شرایط یکسان، قابلیت اطمینان در ساختار سری ـ موازی نسبت به ساختار سری به‌طور چشمگیری افزایش یافته است. بنابراین، هدف پژوهش که افزایش قابلیت اطمینان سیستم با توجه به محدودیت‌های موجود برای قطعات و ... است، در سیستم پیشنهادی محقق شده است.

۷. نتیجه‌گیری

نتایج حاصل شده نشان می‌دهد که سیستم با مکانیزم اشتراک عملکرد قابلیت اطمینان بالاتری دارد و هرچه ظرفیت خط انتقال افزایش یابد، قابلیت اطمینان سیستم بهبود می‌یابد. همچنین، سیستم در حالتی که خطوط مکانیزم اشتراک عملکرد بدون هدررفت انتقال است، بالاترین قابلیت اطمینان را دارد و هرچه ضریب هدررفت انتقال کاهش می‌یابد، سیستم با قابلیت اطمینان کمتری کار می‌کند. بنابراین، با توجه به تمام نتایج به‌دست آمده، می‌توان گفت سیستم سری ـ موازی زمانی که با مکانیزم اشتراک عملکرد با ظرفیت خط انتقال بزرگ و بدون هدررفت انتقال کار می‌کند، بالاترین قابلیت اطمینان را دارد.

پانوشت‌ها

1. Performance Sharing System
2. Redundancy
3. Multi-State System (MSS)
4. Transmission Loss Universal Generating Function (TUGF)
5. Phased Mission System
6. Capacitated System
7. Universal Generating Function (UGF)

منابع (References)

1. Barlow, R.E. and Proschan, F., 1981. *Statistical Theory of Reliability and Life Testing Probabiliry Model*. Silver Spring.
2. Lisnianski, A. and Ding, Y., 2009. Redundancy analysis for repairable multi-state system by using combined stochastic processes methods and universal generating function technique. *Reliability Engineering and System Safety*, *94*(11), pp.1788-95. https://doi.org/10.1016/j.ress.2009.05.006.
3. Levitin, G., 2011. Reliability of muliti-state system with common bus performance sharing. *Institute of International Education Transactions*, *43*(7), pp.518-524. DOI:10.1080/0740817X.2010.523770.
4. Yu, H. and Yang, J. and Zhao, Y., 2018. Reliability of non-repairable phased-mission systems with common bus performance sharing. *Risk and Reliability*, *232*(6), pp.647-660. https://doi.org/10.1177/1748006X18757074.
5. Lisnianski, A., Frenkel, I. and Ding, Y., 2010. *Multi-State System Reliability Analysis and Optimization for Engineers and Industrial Managers*. Springer-Verlag.
6. Zhai, Q.Q., Ye, Z.S., Peng, R. and Wang W.B. 2017. Defense and attack of performance sharing common bus systems. *Operational Research*, *256*(3), pp.962-975. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.06.059.
7. Jia, H., Liu, D., Li, Y., Ding, Y., Liu, M. and Peng, R., 2020. Reliability evaluation of power systems with multi-state warm standby and multi-state performance sharing mechanism. *Reliability Engineering and System Safety*, *204*, pp.107-139. https://doi.org/10.1016/j.ress.2020.107139.
8. Papazoglou, T.M., 1994. Maximum efficiency of interconnected transmission lines. *International Jornal of Electrical Power & Energy Systems*, *141*, pp.353-356, DOI:10.1049/ip-gtd:19941119.
9. Qiu, S. and Ming, H., 2019. Reliability evaluation of multi-state series-parallel systems with common bus performance sharing considering transmission loss. *Reliability Engineering and System Safety*, *189*, pp.406-415. https://doi.org/10.1016/j.ress.2019.04.029.
10. Wang, G., Duan, F. and Zhou, Y., 2018. Reliability evaluation of multi-state series systems with performance sharing. *Reliability Engineering and System Safety*, *173*, pp.58-63. https://doi.org/10.1016/j.ress.2018.01.012.
11. Zhaoa, X., Wanga, S., Wangb, X. and Fan, Y., 2020. Multi-state balanced systems in shack environment. *Reliability Engineering and System Safety*, *193*, DOI:10.1016/j.ress.2019.106592.
12. Azhdari, A. and Ardakan Abouei, M., 2022. Reliability optimization of multi-state networks in a star configuration with bi-level performance sharing mechanism and transmission losses. *Reliability Engineering and System Safety*, *226*, https://doi.org/10.1016/j.ress.2022.108556.
13. Peng, R., 2018. Optimal component allocation in a multi-state system with hierarchical performance shar-

ing groups. *Operational Research Society*, *70*, pp.581-587. https://doi.org/10.1080/01605682.2018.1448697.

14. Sua, P., Wang, G. and Duan, F., 2020. Reliability evaluation of a k-out-of-n(G)- subsystem based multi-state system with common bus performance sharing. *Reliability Engineering and System Safety*, *198*, DOI:10.1016/j.ress.2020.106884.
15. Wu, C., Zhao, X., Wang, X. and Wang, S., 2021. Reliability analysis of performance-based balanced systems with common bus performance sharing. *Reliability Engineering and System Safety*, *215*, https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.107865.
16. Wu, C., Pan, R., Zhao, X. and Cao, S., 2021. Reliability evaluation of consecutive k-out-of-n:F systems with two performance sharing groups. *Computers & Industrial Engineering*, *153*, https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.107092.
17. Su, P., Wang, G. and Duan, F., 2021. Reliability analysis for k-out-of-(n+1):G star con figuration multi-state systems with performance sharing. *Computers & Industrial Engineering*, *152*, https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106991.
18. Li, L., Yang, J. and Cheng, C., 2020. Reliability assessment of multi-state phased mission systems with common bus performance sharing considering transmission loss and performance storage. *Reliability Engineering and System Safety*, *199*, https://doi.org/10.1016/j.ress.2020.106917.
19. Li, L., Yang, J. and Cheng, C., 2021. Reliability evaluation of a k-out-of-n(G)-subsystem based multi-state phased mission system with common bus performance sharing subject to common cause failures. *Reliability Engineering and System Safety*, *216*, https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.108003.
20. Mengyao, S., Rui, P., Yuanying, C. and Di, W., 2019. Reliability of capacitated systems with performance sharing mechanism. *Reliability Engineering and System Safety*, *189*, pp.335-344, 2019. https://doi.org/10.1016/j.ress.2019.05.007.
21. Yan, X., Qiu, H., Peng, R. and Wu, S., 2020. Optimal configuration of a power grid system with a dynamic performance sharing mechanism. *Reliability Engineering and System Safety*, *193*, https://doi.org/10.1016/j.ress.2019.106613.
22. Ming, X. and Qiu, S., 2021. A fuzzy universal generating function- based method for the reliability evaluation of series systems with performance sharing between adjacent units under parametric uncertainty. *Fuzzy Sets and Systems*, *424*, pp.155-169. https://doi.org/10.1016/j.fss.2020.08.013.
23. Sadovskaia, K., Bogdanov, D. and Honkapuro, S., 2019. Power transmission and distribution losses-A model based on available empirical data and future trends for all countries globally. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, *107*, pp.98-109. https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2018.11.012.
24. Yi, K., Xiao, H., Kou, G. and Peng, R., 2019. Trade-off between maintenance and protection for multi-state performance sharing systems with transmission loss. *Computers & Industrial Engineering*, *136*, pp.305-315. https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.07.030.
25. Xiao, H., Zhang, Y., Xiang, Y. and Peng, R. 2020. Optimal design of a linear sliding window system wlth consideration of performance sharing. *Reliability Engineering and System Safety*, *198*, https://doi.org/10.1016/j.ress.2020.106900.
26. Gao, G., Wang, J., Yue, W. and Ou, W., 2020. Structural-vulnerability assessment of reconfigurable manufacturing system based on universal generating function. *Reliability Engineering and System Safety*, *203*, https://doi.org/10.1016/j.ress.2020.107101.