

# تعیین ترکیب تولید در محیط‌های دارای چند محدودیت با در نظر گرفتن اولویت گلوگاه‌ها

## فهمیه تنهایی<sup>۱</sup>

استادیار، مهندسی صنایع، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه کوثر بجنورد، بجنورد، ایران [fahimeh.tanhaie@kub.ac.ir](mailto:fahimeh.tanhaie@kub.ac.ir)

### چکیده

یکی از مسائلی که در خطوط تولیدی مورد بررسی قرار می‌گیرد تعیین ترکیب تولید با توجه به منابع و محدودیت‌های تقاضا است. تئوری محدودیت‌ها فلسفه‌ای است که در تعیین ترکیب تولید با توجه به محدودیت سیستم تعیین کننده می‌باشد. این تئوری در محیط‌هایی که دارای یک محدودیت است جواب بهینه می‌دهد اما در سیستم‌های دارای محدودیت‌های بیشتری احتمال نشدنی شدن جواب وجود دارد. در تحقیق حاضر مسئله تعیین ترکیب تولید در محیط‌های دارای بیش از یک محدودیت با توجه به نظرات تصمیم گیرنده مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای اثبات کارایی مدل پیشنهادی مثال‌های متنوعی با کمک برنامه ریزی آرمانی و نرم افزار winQSB حل شده است که نتایج کارایی مدل پیشنهادی را نشان می‌دهد به طوری که حتی در محیط‌های دارای چند محدودیت نیز با لحاظ نمودن همزمان نظرات تصمیم گیرنده در مورد اولویت گلوگاه به جواب بهینه می‌رسد.

**کلمات کلیدی:** تئوری محدودیت‌ها، ترکیب تولید، گلوگاه‌ها، نظرات تصمیم گیرنده.

---

<sup>1</sup> نویسنده مسئول

# Determining the product mix in environments with multiple constraints, considering the priority of constraints

F. Tanhaie, (corresponding author), [fahimeh.tanhaie@kub.ac.ir](mailto:fahimeh.tanhaie@kub.ac.ir)

Industrial Engineering Department, Kosar university of Bojnord, Bojnord,

## Abstract

One of the problems in the production line is determining the product mix with attention to resources and customer demands. The theory of constraints is a philosophy that is decisive in determining the product mix according to the constraints of the system and productivity of them. This theory gives an optimal solution in environments that have one constraint, but in systems with more constraints, there is a possibility of the solution becoming impossible. In the present research, the problem of determining the product mix in environments with more than one constraint is examined. It is necessary to pay attention to the opinions of the decision maker regarding the priority of the bottlenecks in the environments with more constraints.

Three states for the theory of constraints method are envisioned according to the number and type of bottlenecks: the first is the state where the system has only one bottleneck and the solution of the theory of constraints is identical to the optimal method of linear programming. The second is the case where the system has more than one bottleneck and the theory of constraints maintains its efficiency and produces an optimal solution. The third is the case where the system has more than one bottleneck and the theory of constraints produces an impossible solution. It is worth noting that in all the three cases considered for the theory of constraints, the opinions of the decision makers have been ignored, which is considered in the proposed method. To prove the efficiency of the proposed model, various examples have been solved with the help of goal programming and winQSB software. The computation results and the processing time show the efficiency of the proposed model to reach to the optimal solution in the environments with multiple constraints, by considering the opinions of the decision maker.

**Keywords:** Theory of constraints, product mix, constraints, decision maker ideas

محدودیت‌ها بیان می‌کند که حداقل یک محدودیت در هر سیستم وجود دارد. بعد از حذف محدودیت اول، می‌توان محدودیت بعدی سیستم را مشاهده و درصد رفع آن تلاش نمود. این چرخه به صورت مستمر ادامه می‌یابد و با افزایش کارایی سیستم محدودیت‌هایی به وجود آمده را از بین می‌برد. گام‌های این روش به صورت زیر است:

گام اول: شناسایی محدودیت سیستم

گام دوم: بهره‌وری صد در صد از محدودیت شناسایی شده

گام سوم: حمایت حداکثری کل سیستم از محدودیت موجود

گام چهارم: ارتقاء محدودیت فعلی

## 1- مقدمه

تعیین ترکیب تولید به این مفهوم که از چه محصولی و به چه میزان تولید کنیم یکی از مهم‌ترین مسائل شرکت‌های تولیدی با هدف بیشینه کردن سود است. تئوری محدودیت‌ها در تعیین ترکیب تولید نقش اساسی دارد به طوری که با شناسایی گلوگاه سیستم و تلاش در جهت رفع آن، عملکرد سیستم را افزایش می‌دهد. در سال ۱۹۹۰ گلدرت رویکرد تئوری محدودیت‌ها را در تعیین ترکیب تولید مطرح نمود [1]. این تئوری در ابتدا مورد استقبال بسیاری از محققان قرار گرفت و به عنوان روشی که امکان دستیابی به پاسخ بهینه را دارد وارد مقالات شد. تئوری

گام پنجم: تلاش در جهت شناسایی محدودیت جدید این تئوری روشی آسان و با سرعت در تعیین ترکیب تولید می‌باشد، اما تحقیقات مختلف نشان داده است که در شرایط خاص مثلاً وجود بیش از یک گلوگاه در سیستم، توانایی لازم را در به دست آوردن پاسخ بهینه ندارد و حتی امکان تولید جواب نشدنی وجود دارد. جواب بهینه در مساله تعیین ترکیب تولید همواره توسط برنامه‌ریزی خطی به دست می‌آید اما از آنجا که با زیاد شدن منابع و محصولات فرموله کردن این مساله کاری مشکل و زمانگیر است مقالات مختلفی سعی کرده‌اند تا با روش‌های پیشنهادی به جواب بهینه برسند و یا حداقل به آن نزدیک گردند و خروجی خود را بیشینه نمایند [2]. با توجه به اینکه در محیط‌های مد نظر تعداد گلوگاه‌ها بیش از یکی می‌باشد باید به نظرات تصمیم‌گیرنده در مورد اولویت و اهمیت گلوگاه‌ها توجه کرد. اما با بررسی مقالات در این زمینه نتیجه گرفته شد که در محیط‌های دارای چند گلوگاه کمتر به نظرات تصمیم‌گیرنده در مورد اولویت و اهمیت گلوگاه‌ها توجه شده است و یا به عبارت دیگر این تصمیمات در مدل وارد نشده است، بنابراین در مقاله پیشنهادی این مساله وارد مدل می‌شود و چون این روش تصمیمات مدیریت را مدنظر قرار می‌دهد لزوماً با جواب برنامه‌ریزی خطی یکسان نمی‌گردد، زیرا برنامه‌ریزی خطی در محیط‌های دارای چند گلوگاه به تمام گلوگاه‌ها یکسان نگاه می‌کند و اولیبتی برای آنان قائل نیست.

مرور ادبیات تحقیق در بخش بعدی آورده می‌شود. بعد از آن روش تحقیق صورت پذیرفته به همراه مثال‌های مختلف برای نشان دادن کارایی الگوریتم پیشنهادی ارائه می‌شود. در انتها نیز نتایج حاصل از تحقیق و پیشنهادات آتی ذکر می‌گردند.

## 2- مرور ادبیات

با توجه به اینکه تعیین ترکیب بهینه تولید توسط برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح صورت می‌پذیرد، مقایسه بین این روش با روش تئوری محدودیت‌ها صورت پذیرفت. نتایج نشان داد که تئوری محدودیت‌ها در سیستم‌هایی که بیش از یک گلوگاه وجود دارند کارایی خود را از دست می‌دهد [3]. برای رفع این مشکل اصلاحی در روش تئوری محدودیت‌ها و گام‌های آن صورت پذیرفت که نویسندگان ادعا داشتند که الگوریتم پیشنهادی اصلاحی آنها می‌تواند مشکل اولیه را برای رسیدن به جواب بهینه حل نماید [4]. بعد از آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مساله تعیین ترکیب بهینه تولید مورد بررسی قرار گرفت و نتایج آن با تئوری محدودیت‌ها مقایسه شد. خروجی نشان دهنده کارایی الگوریتم ژنتیک در

رسیدن به جواب قابل قبول و در زمان مناسب نسبت به تئوری محدودیت‌ها بود [5].

الگوریتم جستجوی ممنوعه یکی دیگر از روش‌های پیشنهادی برای حل مسئله برنامه‌ریزی تولید بود که با توجه به گلوگاه موجود در خط و مقایسه با روش تئوری محدودیت‌ها به تعیین ترکیب تولید پرداخت. هرچند این روش پاسخ‌های بهینه مانند برنامه‌ریزی خطی را پیدا نمی‌کرد اما می‌توانست در زمان محاسباتی مناسبی، جواب نزدیک به بهینه را پیدا نماید [6]. در تحقیقی در سال ۲۰۰۵ خط تولیدی با چند گلوگاه برای تعیین ترکیب تولید مورد بررسی قرار گرفت. برای حل این مسئله از ترکیب روش‌های آنیل شبیه‌سازی شده و جستجوی ممنوعه استفاده شد که نتایج نشان دهنده کارایی الگوریتم پیشنهادی بود [7]. در تحقیقی که توسط کمیجان و سجادی صورت پذیرفت روش تاپسیس با ایجاد ماتریس‌های تصمیم‌گیری در اولویت‌دهی به محصولات مورد استفاده قرار گرفت [8]. همچنین در مسئله دیگر تصمیم‌گیرندگان وارد مدل شدند و مقدار رضایت آنها با استفاده از تابع عضویت اس شکل تعیین و در مسئله ترکیب تولید مورد بررسی قرار گرفت [9]. در کاری دیگر الگوریتمی بر مبنای پرواز پرندگان در مسئله ترکیب تولید به کار گرفته شد و با روش تئوری محدودیت‌ها و برنامه‌ریزی عدد صحیح مقایسه شد [10].

در مقاله زارع و همکاران، تئوری محدودیت‌ها در حالت فازی با برنامه‌ریزی خطی فازی در حالتی که سیستم یک گلوگاه دارد و همچنین زمانی که دارای بیش از یک گلوگاه است مورد مقایسه قرار گرفته است [11]. تئوری محدودیت‌ها در حالتی که زمان کار بر روی محصولات مختلف و همچنین سود حاصل از فروش محصولات نیز به صورت فازی است در تعیین مقدار تولید محصولات مورد بررسی قرار گرفته است [12]. با بررسی مقالات مختلف [13-21]. در مورد تعیین ترکیب تولید توسط تئوری محدودیت‌ها، نتایج زیر حاصل گردید:

- ❖ تئوری محدودیت‌ها در محیط‌هایی که دارای یک محدودیت است جواب بهینه می‌دهد.
- ❖ در سیستم‌های تولیدی که دارای محدودیت‌های بیشتری هستند احتمال زیادی وجود دارد که جواب ناشدنی تولید کند زیرا این تئوری تولید را فقط با توجه به گلوگاه اول تعیین می‌کند که این ترکیب تولید ممکن است در گلوگاه‌های بعدی از ظرفیت منابع بیشتر شود.
- ❖ اگر در محیطی که دارای بیش از یک محدودیت است توسط روش تئوری محدودیت‌ها ترکیب بهینه تولید و خروجی را تعیین کنیم در صورتی این جواب با جواب

بهینه برابر است که با بررسی این ترکیب در گلوگاه‌های دیگر به کمبود نخوریم .

❖ جواب بهینه در مساله تعیین ترکیب تولید توسط برنامه‌ریزی خطی به دست می‌آید اما از آنجا که با زیاد شدن منابع و محصولات فرموله کردن این مساله کاری مشکل و زمانگیر است مقالات مختلفی سعی کرده‌اند تا با روش‌های هیوریستیک پیشنهادی به جواب بهینه برسند و یا حداقل به آن نزدیک گردند.

بررسی مقالات نشان داد که نظر تصمیم‌گیرندگان در سیستم‌های دارای چند محدودیت در مورد اهمیت گلوگاه‌ها نادیده گرفته شده است. به صورت کلی سه حالت برای روش تئوری محدودیت‌ها با توجه به تعداد و نوع گلوگاه‌ها متصور است: حالت اول حالتی که سیستم تنها یک گلوگاه دارد و جواب تئوری محدودیت‌ها با روش بهینه برنامه‌ریزی خطی یکسان می‌گردد. حالت دوم حالتی است که سیستم دارای بیش از یک گلوگاه است و باز هم تئوری محدودیت‌ها کارایی خود را حفظ و جواب بهینه تولید می‌کند. حالت سوم حالتی است که سیستم دارای بیش از یک گلوگاه است و تئوری محدودیت‌ها جواب نشدنی تولید می‌کند قابل ذکر است که در تمام سه حالت متصور برای تئوری محدودیت‌ها نظرات تصمیم‌گیرنده نادیده گرفته شده است که در روش پیشنهادی این مسئله هنگام حل در نظر گرفته شده و با مثال‌های مختلف نشان داده می‌شود.

### 3- روش تحقیق

بررسی مقالات نشان داد که نظر تصمیم‌گیرندگان در سیستم‌های دارای چند محدودیت در مورد اهمیت گلوگاه‌ها نادیده گرفته شده است. در تحقیق حاضر این موضوع وارد مدل ریاضی می‌شود و چون تصمیمات مدیریتی را مدنظر قرار می‌دهد احتمال دارد در بعضی از موارد با جواب بهینه حاصل از برنامه‌ریزی خطی یکسان نگردد، زیرا برنامه‌ریزی خطی به تمام گلوگاه‌ها یکسان نگاه می‌کند و اولویتی برای آنان و اهمیتی برای نظرات مدیر قائل نیست.

برای بررسی صحت روش پیشنهادی، محیط‌های تولیدی دارای چند محدودیت به صورت مسائل مختلف مطرح می‌گردد و با روش تئوری محدودیت‌ها، روش برنامه‌ریزی خطی و در نهایت نیز با روش پیشنهادی حل و با هم مقایسه می‌شوند. در تمام حالت‌های متصور برای تئوری محدودیت‌ها نظرات تصمیم‌گیرنده نادیده گرفته شده است که در روش پیشنهادی این مسئله مرتفع شده است و با مثال‌های مختلف نشان داده می‌شود. ابتدا گام‌های روش پیشنهادی ذکر می‌گردد و بعد از آن در سه حالت مختلف

ممکن با مثال‌های تولید شده مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### 3.1- روش پیشنهادی

در این روش که با کمک برنامه‌ریزی آرمانی، روش وزنی و برنامه‌ریزی خطی به وجود آمده است هدف این است که چند تابع هدف را همزمان ماکزیمم کنیم:

1. ماکزیمم کردن خروجی سیستم

2. ماکزیمم کردن بهره‌وری گلوگاه‌های سیستم

نکته کلیدی که در این مدل در نظر گرفته شده است این است که نظرات تصمیم‌گیرنده در تعیین اولویت گلوگاه‌ها برای رسیدن به ماکزیمم بهره‌وری وارد مدل گردیده است. در این روش گام‌های زیر مطرح می‌گردد:

گام اول : مشخص کردن گلوگاه‌های سیستم

گام دوم : تعیین کردن ظرفیت هر یک از منابعی که گلوگاه شده‌اند.

گام سوم : ماکزیمم خروجی سیستم را با این فرض که هیچ گلوگاهی وجود ندارد به دست آورید. برای این کار تعداد تقاضای هر محصول را در سود آن ضرب کنید و در نهایت با هم جمع کنید.

گام چهارم : نظر تصمیم‌گیرنده در مورد اولویت گلوگاه‌ها را تعیین کنید.

گام پنجم : برای هر یک از اهداف تعریف شده (ماکزیمم کردن خروجی و ماکزیمم کردن بهره‌وری هر یک از گلوگاه‌ها) یک متغیر تعریف کنید.

گام ششم : هر یک از توابع هدف را تبدیل به محدودیت کنید و به مدل وارد کنید. این کار را با افزودن متغیرهای تعریف شده به سمت چپ توابع تعریف شده انجام دهید و سمت راست محدودیت‌ها را برای محدودیت خروجی با ماکزیمم خروجی محاسبه شده در گام سوم، و سمت راست محدودیت‌های مربوط به گلوگاه را با ظرفیت تعیین شده هر گلوگاه در گام دوم، مساوی قرار دهید.

گام هفتم : محدودیت‌های دیگر سیستم را به مدل وارد کنید.

گام هشتم : ضریب هر یک از متغیرهای تعریف شده برای توابع هدف را تعیین کنید. برای این کار از گام چهارم استفاده کنید به این معنا که هر از یک گلوگاه‌ها که از نظر تصمیم‌گیرنده اولویت بالاتری برای رسیدن به ماکزیمم بهره‌وری داشت را ضریب بالاتری دهید. بعد از قرار دادن ضرایب متغیرهای مربوط به گلوگاه‌ها ضریب متغیر مربوط به خروجی را نیز برابر با بالاترین ضریب گلوگاه‌ها قرار دهید.

$$\sum_{i=1}^n x_i \times t_{ij} \leq CP_j, \quad j=1,2,\dots,m \quad (2)$$

$$0 \leq x_i \leq D_i \quad (3)$$

مدل سازی پیشنهادی با در نظر گرفتن دو تابع هدف ماکزیمم کردن خروجی سیستم و ماکزیمم کردن بهره وری از گلوگاه‌های سیستم به صورت زیر است.

$$G_s = \max\left(\sum_{i=1}^n x_i \times t_{is}\right) \quad s=1,2,\dots,r \quad (1)$$

$$G_{r+1} = \max\left(\sum_{i=1}^n x_i \times (P_i - R_i)\right) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \times t_{ij} \leq CP_j, \quad j=1,2,\dots,m \quad (3)$$

$$0 \leq x_i \leq D_i \quad (4)$$

مدل ریاضی که نظرات تصمیم گیرنده را در نظر می گیرد با کمک برنامه‌ریزی آرمانی و با توجه به گام های روش پیشنهادی به صورت زیر تعریف می گردد.

$$\min\left(\sum_{s=1}^{r+1} C_s \times d_s\right) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \times (P_i - R_i) + d_{r+1} = \sum_{i=1}^n D_i \times (P_i - R_i) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \times t_{ij} + d_s = CP_s, \quad j,s=1,2,\dots,r \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \times t_{ij} \leq CP_j \quad \text{if } r < j \leq m \quad (4)$$

$$0 \leq x_i \leq D_i \quad (5)$$

گام نهم : جمع متغیرهای تعریف شده برای محدودیت‌ها را با ضرائب مربوطه‌شان مینیمم کنید. این عمل موجب ماکزیمم شدن خروجی و ماکزیمم شدن بهره‌وری گلوگاه‌ها به ترتیبی که تصمیم گیرنده مشخص کرده است می‌گردد.

گام دهم : خروجی مدل را محاسبه کنید. برای این کار مقدار به دست آمده برای متغیر تعریف شده برای گلوگاه را از ماکزیمم خروجی که در گام سوم محاسبه کردید کم کنید.

در این قسمت مدل سازی ریاضی اصلی و مدل سازی با روش پیشنهادی تعریف می‌گردد و در ادامه مثال‌های مختلفی برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی ذکر و حل می‌گردد.

تعریف پارامترها و متغیرهای مساله به صورت زیر می‌باشد.

نماد	توضیحات
$x_i$	کل تولید محصول i
$j \in \{1,2,\dots,m\}$	اندیس منبع
$k \in \{1,2,\dots,r\}$	اندیس گلوگاه
$r$	تعداد گلوگاه‌ها
$R_i$	قیمت مواد خام برای محصول i
$D_i$	تقاضا محصول i
$P_i$	قیمت فروش محصول i
$P_i - R_i$	سود محصول i
$t_{ij}$	مدت زمان استفاده محصول i از منبع j
$CP_i$	ظرفیت زمانی منبع j
$C_s, s \in \{1,2,\dots,r\}$	بیشینه سازی بهره برداری از گلوگاه s
$G_{r+1}$	بیشینه سازی خروجی (سود)
$C_s$	عدد غیر منفی
$d_s, s \in \{1,2,\dots,r+1\}$	مقدار انحراف مثبت از هدف آرمانی s

مدل اصلی مساله که در آن نظرات تصمیم گیرنده در مورد اولویت بندی گلوگاه‌ها دیده نمی‌شود به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$Z = \max\left(\sum_{i=1}^n x_i \times (P_i - R_i)\right) \quad (1)$$

### 3.2- حالت اول

75		$\infty$	0	50	W
80	1	8.5	10	85	V

در این مرحله تئوری محدودیت‌ها ترکیب تولید را تعیین کرد در این مثال چون دو گلوگاه وجود دارد با بررسی متوجه می شویم که این ترکیب در گلوگاه دوم مشکل کمبود ظرفیت را ایجاد نمی کند پس طبق نتایجی که در ابتدا ذکر کردیم این پاسخ با سود 30590 بهینه است که در ادامه این ادعا توسط حل برنامه ریزی خطی اثبات می گردد.

برنامه ریزی خطی:

در این حالت محدودیتها را مانند شکل 2 فرموله کرده و در نرم افزار winQSB به صورت زیر وارد کردیم، توجه شود که نام محصولات به ترتیب با حرف X نشان داده شده است.

Variable ->	X1	X2	X3	X4	X5	Direction	R. H. S.
Resource	100	100	70	50	110	<=	50
C1	1					<=	75
C2		1				<=	100
C3			1			<=	75
C4				1		<=	80
C5					1	<=	2400
C6	20	10		5	5	<=	2400
C7			10		10	<=	2400
C8	15		5		10	<=	2400
C9	15	15			10	<=	2400
C10	5	10	10	5		<=	2400
Lower Bound	0	0	0	0	0		
Upper Bound	M	M	M	M	M		
Variable Type	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		

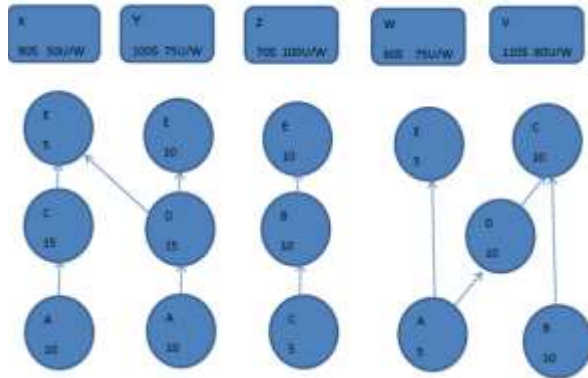
شکل 2. مدل ریاضی در نرم افزار

بعد از حل مساله توسط نرم افزار نتایج شکل 3 حاصل گردیده است:

	23:48:03	Thursday	March	01	108	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	
1	X1	31.0000	90.0000	2,790.0000	0	basic
2	X2	75.0000	100.0000	7,500.0000	0	basic
3	X3	100.0000	70.0000	7,000.0000	0	basic
4	X4	75.0000	60.0000	4,500.0000	0	basic
5	X5	80.0000	110.0000	8,800.0000	0	basic
Objective	Function	(Max.) =	30,590.0000			
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	
1	C1	31.0000	<=	50.0000	19.0000	0
2	C2	75.0000	<=	75.0000	0	100.0000
3	C3	100.0000	<=	100.0000	0	70.0000
4	C4	75.0000	<=	75.0000	0	60.0000
5	C5	80.0000	<=	80.0000	0	110.0000
6	C6	2,145.0000	<=	2,400.0000	255.0000	0
7	C7	1,800.0000	<=	2,400.0000	600.0000	0
8	C8	1,765.0000	<=	2,400.0000	635.0000	0
9	C9	2,390.0000	<=	2,400.0000	10.0000	0
10	C10	2,280.0000	<=	2,400.0000	120.0000	0

شکل 3. خروجی نرم افزار

شکل 1 را در نظر بگیرید. در مثال ارائه شده پنج محصول  $X, Y, Z, W, V$  توسط ایستگاه های مختلف تولید می شوند. در این مساله برای تعیین ترکیب بهینه تولید، جواب تئوری محدودیتها، برنامه ریزی خطی و روش پیشنهادی با یکدیگر برابر است.



شکل 1. مراحل تولید 5 محصول

تقاضای محصولات به صورت هفتگی است، در هفته سیستم تولیدی پنج روز کار می کند که در هر روز هشت ساعت کاری دارد، بنابر این زمان در دسترس هفتگی 2400 دقیقه است. زمان مورد نیاز هر محصول بر روی هر ایستگاه و همچنین مواد مورد نیاز و سود ناشی از فروش در مثال مشاهده می شود.

روش تئوری محدودیتها:

در این مثال ابتدا به پیدا کردن ایستگاه گلوگاه با محاسبه بار کاری می پردازیم.

$$A=2525 \quad B=1800 \quad C=2050 \quad D=2675 \quad E=2375$$

همان طور که در جدول 1 مشاهده می شود، ایستگاه D به عنوان گلوگاه اصلی شناخته می شود، برای پیدا کردن ترکیب بهینه تولید سود خالص ناشی از هر کدام از محصولات را بر زمان مصرفی از گلوگاه تقسیم می کنیم.

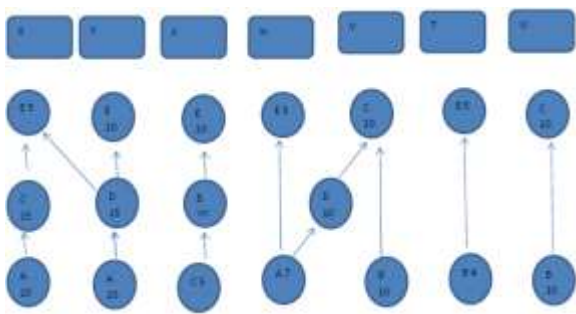
جدول 1. نتایج حاصل از روش تئوری محدودیتها (حالت اول)

محصول تولیدی	سود تولیدی	زمان مصرف گلوگاه	نتیجه تقسیم	اولویت تولید	ترکیب تولید
X	55	15	3.66	3	31
Y	85	15	5.66	2	75
Z	50	0	$\infty$		100

برای محاسبه خروجی داریم:  
 $32300-1710=30590$   
 همانطور که مشاهده می‌کنید در این مثال نتیجه روش پیشنهادی با جواب بهینه یکی گردید.

### 3.3- حالت دوم

شکل 6 را در نظر بگیرید. در مثال ارائه شده هفت محصول شکل 6 را در نظر بگیرید. در مثال ارائه شده هفت محصول  $t, u, x, y, z, w, v$  توسط ایستگاه‌های مختلف تولید می‌شوند. در این مساله تئوری محدودیت‌ها جوابی ناشدنی می‌دهد زیرا در گلوگاه‌های غیر از گلوگاه اصلی با مشکل کمبود ظرفیت مواجه می‌شویم.



شکل 6.. مراحل تولید 7 محصول

تقاضای محصولات به صورت هفتگی است، در هفته سیستم تولیدی پنج روز کار می‌کند که در هر روز هشت ساعت کاری دارد، بنابراین این زمان در دسترس هفتگی 2400 دقیقه است. زمان مورد نیاز هر محصول بر روی هر ایستگاه و همچنین مواد مورد نیاز و سود ناشی از فروش در مثال مشاهده می‌شود.

روش تئوری محدودیت‌ها:

در این مثال ابتدا به پیدا کردن ایستگاه گلوگاه با محاسبه بار کاری می‌پردازیم.

$$A=2675 \quad B=2320 \quad C=2450 \quad D=227 \quad E=2525$$

همان طور که در جدول 2 مشاهده می‌شود ایستگاه A به عنوان گلوگاه اصلی شناخته می‌شود، برای پیدا کردن ترکیب بهینه تولید سود خالص ناشی از هر کدام از محصولات را بر زمان مصرفی از گلوگاه تقسیم می‌کنیم.

جدول 2. نتایج حاصل از روش تئوری محدودیت‌ها (حالت دوم)

محصول تولیدی	سود تولیدی	زمان مصرف گلوگاه	نتیجه تقسیم	اولویت تولید	تعداد تولید
X	55	20	2.75	4	35

د همانطور که مشاهده می‌کنید جواب مساله 30590 است که تئوری محدودیت‌ها نیز به این جواب رسیده بود. روش پیشنهادی:

در این روش که با کمک برنامه‌ریزی آرمانی، روش وزنی و برنامه‌ریزی خطی به وجود آمده است هدف این است که چند تابع هدف را همزمان ماکزیم کنیم:

❖ ماکزیم کردن خروجی سیستم

❖ ماکزیم کردن بهره‌وری گلوگاه‌های سیستم

نکته کلیدی که در این مدل در نظر گرفته شده است این است که نظرات تصمیم‌گیرنده در تعیین اولویت گلوگاه‌ها برای رسیدن به ماکزیم بهره‌وری وارد مدل گردیده است. مدل با روش پیشنهادی در نرم افزار مانند شکل 4 وارد می‌گردد.

شکل 4.. مدل ریاضی در نرم افزار

بعد از حل مساله توسط نرم‌افزار نتایج شکل 5 حاصل گردیده است:

23:54:09		Thursday	March	01	108	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	
1	X1	31.0000	0	0	basic	
2	X2	75.0000	0	0	basic	
3	X3	100.0000	0	0	basic	
4	X4	75.0000	0	0	basic	
5	X5	80.0000	0	0	basic	
6	X6	1,710.0000	2.0000	3,420.0000	basic	
7	X7	0	0	2.0000	at bound	
8	X8	10.0000	2.0000	20.0000	basic	
9	X10	255.0000	1.0000	255.0000	basic	
Objective Function		(Min.) =	3,695.0000			
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	
1	C1	31.0000	<=	50.0000	19.0000	0
2	C2	75.0000	<=	75.0000	0	-240.0000
3	C3	100.0000	<=	100.0000	0	-140.0000
4	C4	75.0000	<=	75.0000	0	-125.0000
5	C5	80.0000	<=	80.0000	0	-245.0000
6	C6	2,400.0000	=	2,400.0000	0	1.0000
7	C7	1,800.0000	<=	2,400.0000	600.0000	0
8	C8	1,765.0000	<=	2,400.0000	635.0000	0
9	C9	2,390.0000	<=	2,400.0000	10.0000	0
10	C10	2,400.0000	=	2,400.0000	0	2.0000
11	C11	32,300.0000	=	32,300.0000	0	2.0000

شکل 5.. خروجی نرم افزار

75	3	8.5	10	85	Y
100		$\infty$	0	50	Z
75	2	10	5	50	W
90	1	12.14	7	85	V
30		$\infty$	0	70	T
40		$\infty$	0	75	U

مدل پیشنهادی :  
مانند شکل 9، مدل ریاضی را وارد نرم افزار می نمایم

شکل 9. مدل ریاضی پیشنهادی در نرم افزار

بعد از حل مساله توسط نرم افزار نتایج شکل 10 حاصل گردیده است:

23:51:14		Friday	March	02	100
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1 X1	29.0000	0	0	0	basic
2 X2	73.0000	0	0	0	basic
3 X3	100.0000	0	0	0	basic
4 X4	75.0000	0	0	0	basic
5 X5	80.0000	0	0	0	basic
6 X6	30.0000	0	0	0	basic
7 X7	40.0000	0	0	0	basic
8 X8	2,090.0000	3.0000	6,270.0000	0	basic
9 X9	0	0	0	3.0000	at bound
10 X10	5.0000	3.0000	15.0000	0	basic
11 X11	265.0000	1.0000	265.0000	0	basic
12 X12	0	2.0000	0	25.0000	at bound
Objective	Function	(Min.) =	6,550.0000		
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1 C1	29.0000	$\leq$	50.0000	21.0000	0
2 C2	73.0000	$\leq$	75.0000	2.0000	0
3 C3	100.0000	$\leq$	100.0000	0	0
4 C4	75.0000	$\leq$	75.0000	0	-101.0000
5 C5	80.0000	$\leq$	80.0000	0	-361.0000
6 C6	30.0000	$\leq$	30.0000	0	-125.0000
7 C7	40.0000	$\leq$	40.0000	0	-200.0000
8 C8	2,400.0000	$=$	2,400.0000	0	3.0000
9 C9	2,320.0000	$\leq$	2,400.0000	80.0000	0
10 C10	2,400.0000	$=$	2,400.0000	0	1.0000
11 C11	2,330.0000	$\leq$	2,400.0000	70.0000	0
12 C12	2,400.0000	$=$	2,400.0000	0	-23.0000
13 C13	39,175.0000	$=$	39,175.0000	0	3.0000

شکل 10. خروجی مدل پیشنهادی نرم افزار

برای محاسبه خروجی داریم:  
 $39175-2090=37085$

همانطور که مشاهده می کنید در این مثال نتیجه روش پیشنهادی با جواب بهینه یکی گردید

### 3.4- حالت سوم

شکل 11 را در نظر بگیرید. در مثال ارائه شده هفت محصول  $t, u, x, y, z, w, v$  توسط ایستگاه های مختلف تولید می شوند. در این مساله تئوری محدودیتها جوابی ناشدنی می دهد زیرا در

تئوری محدودیت ها در این مرحله متوقف می گردد حال اگر همین ترکیب را در گلوگاه های بعدی مورد بررسی قرار دهیم متوجه می گردیم که این جواب ناشدنی است. در ادامه مساله را با برنامه ریزی خطی حل خواهیم کرد.  
برنامه ریزی خطی:

مانند شکل 7، مدل ریاضی را وارد نرم افزار می نمایم.

شکل 7.. مدل ریاضی در نرم افزار

بعد از حل مساله توسط نرم افزار نتایج شکل 8 حاصل گردیده است

23:46:45		Friday	March	02	108
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1 X1	29.0000	90.0000	2,610.0000	0	basic
2 X2	73.0000	100.0000	7,300.0000	0	basic
3 X3	100.0000	75.0000	7,500.0000	0	basic
4 X4	75.0000	65.0000	4,875.0000	0	basic
5 X5	80.0000	110.0000	8,800.0000	0	basic
6 X6	30.0000	80.0000	2,400.0000	0	basic
7 X7	40.0000	90.0000	3,600.0000	0	basic
Objective	Function	(Max.) =	37,085.0000		
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1 C1	29.0000	$\leq$	50.0000	21.0000	0
2 C2	73.0000	$\leq$	75.0000	2.0000	0
3 C3	100.0000	$\leq$	100.0000	0	75.0000
4 C4	75.0000	$\leq$	75.0000	0	65.0000
5 C5	80.0000	$\leq$	80.0000	0	110.0000
6 C6	30.0000	$\leq$	30.0000	0	80.0000
7 C7	40.0000	$\leq$	40.0000	0	90.0000
8 C8	2,395.0000	$\leq$	2,400.0000	5.0000	0
9 C9	1,520.0000	$\leq$	2,400.0000	880.0000	0
10 C10	2,135.0000	$\leq$	2,400.0000	265.0000	0
11 C11	2,330.0000	$\leq$	2,400.0000	70.0000	0
12 C12	2,400.0000	$\leq$	2,400.0000	0	0

شکل 8.. خروجی نرم افزار

جواب بهینه 37085 است که تئوری محدودیتها نتوانست این جواب را تولید کند.



20	10	0	5	5	5	0	زمان مصرفی از گلوگاه A
2.75	8.5	∞	10	17	14	∞	نتیجه تقسیم
36	75	—	75	80	30	—	ترکیب تولید
15	15	0	0	10	0	0	زمان مصرفی از گلوگاه D
3.66	5.66	∞	∞	8.5	∞	∞	نتیجه تقسیم
31	75	—	—	80	—	—	ترکیب تولید

برای ادامه مثال به ترکیب تولید هر دو گلوگاه در جدول نگاه می کنیم و قسمت کوچکتری را که در هر دو گلوگاه مشترک است به عنوان ترکیب تولید در نظر می گیریم، بنابراین در جدول 4 داریم:

جدول 4. ترکیب تولید

X	Y	Z	W	V	T	U	محصولات
31	75	100	75	80	30	30	ترکیب تولید

این جواب نیز علاوه بر این که با جواب بهینه برابر نیست، ناشدنی به کمبود ظرفیت A, D نیز می باشد زیرا در گلوگاه های غیر از مواجه می شویم.

برنامه ریزی خطی

مانند شکل 12، مدل ریاضی را وارد نرم افزار می نماییم.

شکل 12. مدل ریاضی در نرم افزار

بعد از حل مساله توسط نرم افزار نتایج شکل 13 حاصل گردیده است:

گلوگاه های غیر از گلوگاه اصلی با مشکل کمبود ظرفیت مواجه می شویم و همچنین روش پیشنهادی نیز با جواب برنامه ریزی خطی یکسان نمی گردد، به دلیل این که اولویت های تعیین شده توسط مدیریت با جواب های به دست آمده از برنامه ریزی خطی متفاوت است.

	23:51:14	Friday	March	02	100
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1 X1	29.0000	0	0	0	basic
2 X2	73.0000	0	0	0	basic
3 X3	100.0000	0	0	0	basic
4 X4	75.0000	0	0	0	basic
5 X5	80.0000	0	0	0	basic
6 X6	30.0000	0	0	0	basic
7 X7	40.0000	0	0	0	basic
8 X8	2,090.0000	3.0000	6,270.0000	0	basic
9 X9	0	0	0	3.0000	at bound
10 X10	5.0000	3.0000	15.0000	0	basic
11 X11	265.0000	1.0000	265.0000	0	basic
12 X12	0	2.0000	0	25.0000	at bound
Objective Function		(Min.) =	6,550.0000		
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1 C1	29.0000	<=	50.0000	21.0000	0
2 C2	73.0000	<=	75.0000	2.0000	0
3 C3	100.0000	<=	100.0000	0	0
4 C4	75.0000	<=	75.0000	0	-101.0000
5 C5	80.0000	<=	80.0000	0	-361.0000
6 C6	30.0000	<=	30.0000	0	-125.0000
7 C7	40.0000	<=	40.0000	0	-280.0000
8 C8	2,400.0000	=	2,400.0000	0	3.0000
9 C9	2,320.0000	<=	2,400.0000	80.0000	0
10 C10	2,400.0000	=	2,400.0000	0	1.0000
11 C11	2,330.0000	<=	2,400.0000	70.0000	0
12 C12	2,400.0000	=	2,400.0000	0	-23.0000
13 C13	39,175.0000	=	39,175.0000	0	3.0000

شکل 11. مراحل تولید 7 محصول در حالت سوم

تقاضای محصولات به صورت هفتگی است، در هفته سیستم تولیدی پنج روز کار می کند که در هر روز هشت ساعت کاری دارد، بنابراین این زمان در دسترس هفتگی 2400 دقیقه است. زمان مورد نیاز هر محصول بر روی هر ایستگاه و همچنین مواد مورد نیاز آنان و سود ناشی از فروش در مثال مشاهده می شود. در این مثال ابتدا به پیدا کردن ایستگاه گلوگاه با محاسبه بار کاری می پردازیم.

$$\begin{aligned}
 A &= 2675 & B &= 2600 \\
 C &= 2450 & D &= 2675 \\
 & & E &= 2525
 \end{aligned}$$

همان طور که در جدول 3 مشاهده می شود ایستگاه D و A به عنوان گلوگاه اصلی شناخته می شوند، برای پیدا کردن ترکیب بهینه تولید سود خالص ناشی از هر کدام از محصولات را بر زمان مصرفی از گلوگاه تقسیم می کنیم.

جدول 3. نتایج حاصل از روش تئوری محدودیت ها (حالت سوم)

X	Y	Z	W	V	T	U	محصولات
55	85	50	50	85	70	75	سود

00:01:29	Saturday	March	03	108		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	
1	X1	40.0000	0	0	at bound	
2	X2	68.0000	0	0	at bound	
3	X3	98.0000	0	0	basic	
4	X4	75.0000	0	0	basic	
5	X5	78.0000	0	0	basic	
6	X6	30.0000	0	0	basic	
7	X7	32.0000	0	280.0000	at bound	
8	X8	2,690.0000	4.0000	10,760.0000	0	basic
9	X9	0	0	4.0000	at bound	
10	X10	5.0000	4.0000	20.0000	0	basic
11	X12	0	3.0000	0	35.5000	at bound
12	X12	210.0000	1.0000	210.0000	0	basic
13	X13	0	4.0000	0	18.5000	at bound
14	X14	15.0000	2.0000	30.0000	0	basic
Objective	Function	(Min.) =	11,020.0000			
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	
1	C1	40.0000	<=	50.0000	10.0000	0
2	C2	68.0000	<=	75.0000	7.0000	0
3	C3	98.0000	<=	100.0000	2.0000	0
4	C4	75.0000	<=	75.0000	0	-290.0000
5	C5	78.0000	<=	80.0000	2.0000	0
6	C6	30.0000	<=	30.0000	0	-350.0000
7	C7	32.0000	<=	40.0000	8.0000	0
8	C8	2,400.0000	=	2,400.0000	0	4.0000
9	C9	2,400.0000	=	2,400.0000	0	-32.5000
10	C10	2,400.0000	=	2,400.0000	0	1.0000
11	C11	2,400.0000	=	2,400.0000	0	-14.5000
12	C12	2,400.0000	=	2,400.0000	0	2.0000
13	C13	39,175.0000	=	39,175.0000	0	4.0000

شکل 15 خروجی مدل پیشنهادی نرم افزار

برای محاسبه خروجی داریم:

$$39175 - 2690 = 36485$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید در این مثال نتیجه روش پیشنهادی با جواب برنامه ریزی خطی یکی نگردید زیرا اولویتهای تعیین شده توسط مدیر با جواب برنامه ریزی خطی متفاوت بود. چون این روش تصمیمات مدیریت را مدنظر قرار می‌دهد لزوماً با جواب برنامه‌ریزی خطی یکسان نمی‌گردد، زیرا برنامه‌ریزی خطی در محیطهای دارای چند گلوگاه به تمام گلوگاه‌ها یکسان نگاه می‌کند و اولویتی برای آنان قائل نیست.

#### 4- نتیجه و جمع بندی

تئوری محدودیت‌ها در محیطهایی که دارای یک محدودیت است جواب بهینه می‌دهد. در سیستم‌های تولیدی که دارای محدودیت‌های بیشتری هستند احتمال زیادی وجود دارد که جواب ناشدنی تولید کند، زیرا این تئوری ترکیب تولید را فقط با توجه به گلوگاه اول تعیین می‌کند که این ترکیب ممکن است در گلوگاه‌های بعدی از ظرفیت منابع بیشتر شود. اگر در محیطی که دارای بیش از یک محدودیت است توسط روش تئوری محدودیت‌ها ترکیب تولید را تعیین کنیم در صورتی این جواب با

23:59:31	Friday	March	02	108		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	
1	X1	37.0000	90.0000	3,330.0000	90.0000	at bound
2	X2	71.0000	100.0000	7,100.0000	-27.5000	at bound
3	X3	98.0000	75.0000	7,350.0000	0	basic
4	X4	75.0000	65.0000	4,875.0000	0	basic
5	X5	78.0000	110.0000	8,580.0000	0	basic
6	X6	30.0000	80.0000	2,400.0000	0	basic
7	X7	32.0000	90.0000	2,880.0000	0	basic
Objective	Function	(Max.) =	36,515.0000			
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	
1	C1	37.0000	<=	50.0000	13.0000	0
2	C2	71.0000	<=	75.0000	4.0000	0
3	C3	98.0000	<=	100.0000	2.0000	0
4	C4	75.0000	<=	75.0000	0	50.0000
5	C5	78.0000	<=	80.0000	2.0000	0
6	C6	30.0000	<=	30.0000	0	65.0000
7	C7	32.0000	<=	40.0000	8.0000	0
8	C8	2,365.0000	<=	2,400.0000	35.0000	0
9	C9	2,400.0000	<=	2,400.0000	0	4.5000
10	C10	2,145.0000	<=	2,400.0000	255.0000	0
11	C11	2,400.0000	<=	2,400.0000	0	6.5000
12	C12	2,400.0000	<=	2,400.0000	0	3.0000

شکل 13. خروجی نرم افزار

جواب بهینه مقدار 36515 است که تئوری محدودیت‌ها به این جواب نرسید.

مدل پیشنهادی

مانند شکل 14، مدل ریاضی را وارد نرم افزار می‌نماییم.

شکل 14. مدل ریاضی پیشنهادی در نرم افزار

بعد از حل مساله توسط نرم‌افزار نتایج شکل 15 حاصل گردیده است:

- [2]. Machado, M.P., Abreu, J.L., Morandi, M.I.M., Piran, F.S. and Lacerda, D.P., 2023. Exploratory decision robustness analysis of the theory of constraints focusing process using system dynamics modeling. *International Journal of Production Economics*, 260, p.108856. DOI: 10.1016/j.ijpe.2023.108856
- [3]. Lee, T.N. and Plenert, G., 1993. Optimizing theory of constraints when new product alternatives exist. *Production and inventory management journal*, 34(3), p.51. <https://doi.org/10.1080/004565497195100>.
- [4]. Fredendall, L.D. and Lea, B.R., 1997. Improving the product mix heuristic in the theory of constraints. *International journal of production research*, 35(6), pp.1535-1544. <https://doi.org/10.1080/002075497195100>.
- [5]. Badri, S.A., Ghazanfari, M. and Shahanaghi, K., 2014. A multi-criteria decision-making approach to solve the product mix problem with interval parameters based on the theory of constraints. *The international journal of advanced manufacturing technology*, 70, pp.1073-1080. <https://doi.org/10.1080/00207540930005736>. <https://doi.org/10.1007/s00170-013-5360-8>.
- [6]. Onwubolu, G.C., 2001. Tabu search-based algorithm for the TOC product mix decision. *International Journal of Production Research*, 39(10), pp.2065-2076. <https://doi.org/10.1080/00207540010005736>.
- [7]. Mishra, N., Tiwari, M.K., Shankar, R. and Chan, F.T., 2005. Hybrid tabu-simulated annealing based approach to solve multi-constraint product mix decision problem. *Expert systems with applications*, 29(2), pp.446-454. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2005.04.044>.
- [8]. Komijan, A.R. and Sadjadi, S.J., 2005, May. Optimizing product mix in a multi-bottleneck environment using group decision-making approach. In *International Conference on Computational Science and Its Applications* (pp. 388-396). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/11424925\\_42](https://doi.org/10.1007/11424925_42).
- [9]. Bhattacharya, A. and Vasant, P., 2007. Soft-sensing of level of satisfaction in TOC product-mix decision heuristic using robust

جواب بهینه برابر است که با بررسی این ترکیب در گلوگاه‌های دیگر به کمبود نخوریم .

جواب بهینه در مساله تعیین ترکیب تولید همواره توسط برنامه‌ریزی خطی به دست می‌آید اما از آنجا که با زیاد شدن منابع و محصولات فرموله کردن این مساله کاری مشکل و زمانگیر است مقالات مختلفی سعی کرده‌اند تا با روش‌های پیشنهادی به جواب بهینه برسند و یا حداقل به آن نزدیک گردند اما با بررسی مقالات در این زمینه نتیجه گرفته شد که در محیط‌های دارای چند گلوگاه کمتر به نظرات تصمیم‌گیرنده در مورد اولویت و اهمیت گلوگاه‌ها توجه شده است. بنابراین در مقاله پیشنهادی این مساله وارد مدل می‌شود و چون این روش تصمیمات مدیریت را مدنظر قرار می‌دهد لزوماً با جواب برنامه‌ریزی خطی یکسان نمی‌گردد، زیرا برنامه‌ریزی خطی در محیط‌های دارای چند گلوگاه به تمام گلوگاه‌ها یکسان نگاه می‌کند و اولییتی برای آنان قائل نیست. روش پیشنهادی در این مقاله با استفاده از مثال‌های متنوع مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است که خروجی آن کارایی مدل پیشنهادی را نشان می‌دهد.

از روش تئوری محدودیت‌ها می‌توان در سازمان‌های مختلفی برای رفع اصلی‌ترین مشکل یا محدودیت استفاده نمود و با توجه به فلسفه وجودی این روش، بعد از مرتفع نمودن محدودیت اصلی سیستم به دنبال محدودیت‌های اصلی بعدی گشت. موضوعی که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفت عدم شدنی بودن جواب نهایی تئوری محدودیت‌ها در محیط‌های دارای بیش از یک محدودیت است. می‌توان در تحقیقات آتی این روش را حتی در محیط‌های غیر تولیدی مورد بررسی قرار داد و کارایی آن را مشاهده نمود. همچنین در محیط‌های تولیدی نیز می‌توان بر روی گام‌های پیشنهادی که در این تحقیق اشاره شد تمرکز بیشتری کرد و جواب‌هایی با کیفیت بهتر پیدا نمود.

##### 5- تشکر و قدردانی

بدینوسیله از همه افرادی که نویسنده را در طی تحقیق حمایت کرده‌اند، کمال تشکر و قدردانی را دارم. این پژوهش از طرف دانشگاه کوثر بجنورد با شماره قرارداد 0201271901 حمایت شده است.

##### مراجع

- [1]. Dettmer, H.W., 1997. *Goldratt's theory of constraints*. Milwaukee: ASQ Quality Press.

- Engineering and Management Studies, 4(1), pp.1-12. DOI: 10.22116/JIEMS.2017.51960.
- [17]. Hooshmand, A., Mehrazeen, A.R., Davoody, A.R. and Shorvarzi, M.R., 2019. Using Theory of Constraints in Production Management and Scheduling (A Case Study). *Iranian Journal of Optimization*, 11(2), pp.217-227. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2020.107955>.
- [18]. Gulsen, A. and Saime, T., 2022. Determining the optimal product mix in multiple constraints manufacturing environment: an application in the textile industry. *Industria Textila*, 73(5), pp.564-573. doi: 10.35530/IT.073.05.202125.
- [19]. Machado, M.P., Abreu, J.L., Morandi, M.I.M., Piran, F.S. and Lacerda, D.P., 2023. Exploratory decision robustness analysis of the theory of constraints focusing process using system dynamics modeling. *International Journal of Production Economics*, 260, p.108856. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2023.108856>.
- [20]. Du, L., Jin, S., Yang, Z., Sun, S., Yang, A. and Shen, W., 2023. An efficient multi-criteria decision making for assessing the optimization of reactive extractive distillation in terms of economy, environment and safety. *Chemical Engineering Research and Design*, 197, pp.838-850. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2023.08.033>.
- [21]. Tsai, W.H., Lu, Y.H. and Hsieh, C.L., 2022. Comparison of production decision-making models under carbon tax and carbon rights trading. *Journal of Cleaner Production*, 379, p.134462. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2022.134462>.
- fuzzy-LP. *European Journal of Operational Research*, 177(1), pp.55-70. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.11.017>.
- [10]. Rezaie, K., Nazari-Shirkouhi, S. and Manouchehrabadi, B., 2009, December. Particle swarm optimization algorithm based approach to solve Theory of constraint product mix problem. In 2009 Second International Conference on Developments in eSystems engineering (pp. 439-442). IEEE. <http://dx.doi.org/10.1109/DeSE.2009.18>.
- [11]. Zare, H., Kamali Saraji, M., Tavana, M., Streimikiene, D. and Cavallaro, F., 2021. An Integrated Fuzzy Goal Programming—Theory of Constraints Model for Production Planning and Optimization. *Sustainability*, 13(22), p.12728. <https://doi.org/10.3390/su132212728>.
- [12]. Ghazinoory, S., Sadeghian, R. and Samouei, P., 2010. Comparing of Utilizing “Theory of Constraints” Versus “Fuzzy Linear Programming” in Fuzzy Product-Mix Problems. *International Journal of Industrial Engineering & Production Management*, 21(2), pp.1-10. <https://doi.org/10.1019/j.ijpe.2020.16955>.
- [13]. de Jesus Pacheco, D.A., Junior, J.A.V.A. and de Matos, C.A., 2021. The constraints of theory: What is the impact of the Theory of Constraints on Operations Strategy?. *International Journal of Production Economics*, 235, p.107955. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2020.107955>.
- [14]. Kuo, T.C., Hsu, N.Y., Li, T.Y. and Chao, C.J., 2021. Industry 4.0 enabling manufacturing competitiveness: Delivery performance improvement based on theory of constraints. *Journal of Manufacturing Systems*, 60, pp.152-161. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2021.05.009>.
- [15]. Okutmuş, E., Kahveci, A. and Kartašova, J., 2015. Using theory of constraints for reaching optimal product mix: An application in the furniture sector. *Intellectual Economics*, 9(2), pp.138-149. <https://doi.org/10.1016/j.intele.2016.02.005>.
- [16]. Tanhaie, F. and Nahavandi, N., 2017. Solving product mix problem in multiple constraints environment using goal programming. *Journal of Industrial*