

تعیین ترکیب تولید در محیط‌های دارای چند محدودیت با در نظر گرفتن اولویت گلوگاه‌ها

فهیمة تنهایی* (استادیار)

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه کوثر بجنورد، بجنورد، ایران.

یکی از مسائلی که در خطوط تولیدی بررسی می‌شود، تعیین ترکیب تولید با توجه به منابع و محدودیت‌های تقاضاست. تئوری محدودیت‌ها، فلسفه‌ی است که در تعیین ترکیب تولید با توجه به محدودیت سیستم، تعیین‌کننده است. تئوری محدودیت‌ها در محیط‌هایی که یک محدودیت دارند، جواب بهینه می‌دهد؛ اما در سیستم‌های با محدودیت‌های بیشتر، احتمال نشدنی شدن جواب وجود دارد. در پژوهش حاضر، مسئله‌ی تعیین ترکیب تولید در محیط‌های با بیش از یک محدودیت با توجه به نظرهای تصمیم‌گیرنده بررسی شده است. برای اثبات کارایی مدل پیشنهادی، مثال‌های متنوعی با کمک برنامه‌ریزی آرمانی و نرم‌افزار winQSB حل شده است، که نتایج به دست آمده، کارایی مدل پیشنهادی را نشان می‌دهد؛ به طوری که حتی در محیط‌های با چند محدودیت نیز با لحاظ کردن هم‌زمان نظرهای تصمیم‌گیرنده در مورد اولویت گلوگاه به جواب بهینه می‌رسد.

fahimeh.tanhaie@kub.ac.ir

واژگان کلیدی: تئوری محدودیت‌ها، ترکیب تولید، گلوگاه‌ها، نظرهای تصمیم‌گیرنده.

۱. مقدمه

تعیین ترکیب تولید به این مفهوم که از چه محصولی و به چه میزان تولید شود، یکی از مهم‌ترین مسائل شرکت‌های تولیدی با هدف بیشینه‌سازی سود است. تئوری محدودیت‌ها در تعیین ترکیب تولید نقش اساسی دارد، به طوری که با شناسایی گلوگاه سیستم و تلاش در جهت رفع آن، عملکرد سیستم را افزایش می‌دهد. در سال ۱۹۹۰، گلدرا^۱ رویکرد تئوری محدودیت‌ها را در تعیین ترکیب تولید مطرح کرد؛^۱ که در ابتدا مورد استقبال بسیاری از پژوهشگران قرار گرفت و به عنوان روشی که امکان دست‌یابی به پاسخ بهینه را دارد، وارد نوشتارها شد. تئوری محدودیت‌ها بیان می‌کند که دست‌کم یک محدودیت در هر سیستم وجود دارد. بعد از حذف محدودیت اول، می‌توان محدودیت بعدی سیستم را مشاهده و درصد رفع آن تلاش کرد. چرخه‌ی اخیر به صورت مستمر ادامه می‌یابد و با افزایش کارایی سیستم، محدودیت‌های به وجود آمده را از بین می‌برد. گام‌های این روش به این صورت است:

گام اول: شناسایی محدودیت سیستم،

گام دوم: بهره‌وری ۱۰۰٪ از محدودیت شناسایی شده،
گام سوم: حمایت بیشینه‌ی کل سیستم از محدودیت موجود،
گام چهارم: ارتقاء محدودیت فعلی،
گام پنجم: تلاش در جهت شناسایی محدودیت جدید.

تئوری محدودیت‌ها، روشی آسان و با سرعت در تعیین ترکیب تولید است، اما مطالعات مختلف نشان داده‌اند که در شرایط خاص، مثلاً وجود بیش از یک گلوگاه در سیستم، توانایی لازم را در به دست آوردن پاسخ بهینه ندارد و حتی امکان تولید جواب نشدنی وجود دارد. جواب بهینه در مسئله‌ی تعیین ترکیب تولید همواره توسط برنامه‌ریزی خطی به دست می‌آید، اما از آنجا که با زیاد شدن منابع و محصولات، فرموله کردن مسئله‌ی اخیر کاری مشکل و زمان‌گیر است، نوشتارهای مختلفی سعی کرده‌اند تا با روش‌های پیشنهادی به جواب بهینه برسند و یا دست‌کم به آن نزدیک شوند و خروجی خود را بیشینه سازند.^۲ با توجه به اینکه در محیط‌های مد نظر، تعداد گلوگاه‌ها بیش از یکی است، باید به نظرهای تصمیم‌گیرنده در مورد اولویت و اهمیت گلوگاه‌ها توجه کرد. اما با بررسی

*نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۱۴، تاریخ اصلاحیه: ۱۴۰۳/۰۳/۱۹، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۴/۰۴.

استناد به این مقاله:

تنهایی، فهیمة، ۱۴۰۳. تعیین ترکیب تولید در محیط‌های دارای چند محدودیت با در نظر گرفتن اولویت گلوگاه‌ها، مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (۲)۴۰.

صص. ۹۹-۱۱۰. DOI: 10.24200/j65.2024.63366.2377

بیش از یک گلوگاه دارد، مقایسه کرده‌اند.^[۱۱] تئوری محدودیت‌ها در حالتی که زمان کار بر روی محصولات مختلف و همچنین سود حاصل از فروش محصولات نیز به صورت فازی است، توسط قاضی‌نوری^۵ و همکاران (۲۰۱۰)، در تعیین مقدار تولید محصولات بررسی شده است.^[۱۲] با بررسی نوشتارهای مختلف،^[۱۳-۲۱] در مورد تعیین ترکیب تولید توسط تئوری محدودیت‌ها، این نتایج به دست آمده است:

❖ تئوری محدودیت‌ها در محیط‌هایی که یک محدودیت دارند، جواب بهینه می‌دهد.

❖ در سیستم‌های تولیدی که محدودیت‌های بیشتری دارند، احتمال زیادی وجود دارد که جواب ناشدنی تولید شود؛ زیرا تئوری محدودیت‌ها، تولید را فقط با توجه به گلوگاه اول تعیین می‌کند، که این ترکیب تولید ممکن است در گلوگاه‌های بعدی از ظرفیت منابع بیشتر شود.

❖ اگر در محیطی که بیش از یک محدودیت دارد، توسط روش تئوری محدودیت‌ها ترکیب بهینه‌ی تولید و خروجی تعیین شود، در صورتی جواب مذکور با جواب بهینه برابر است که با بررسی ترکیب اخیر در گلوگاه‌های دیگر، کمبود و کاستی مشاهده نشود.

❖ جواب بهینه در مسئله‌ی تعیین ترکیب تولید توسط برنامه‌ریزی خطی به دست می‌آید، اما از آنجا که با زیاد شدن منابع و محصولات، فرموله کردن مسئله‌ی مذکور، کاری مشکل و زمان‌گیر است، نوشتارهای مختلفی سعی کرده‌اند تا با روش‌های هیوریستیک^۶ پیشنهادی به جواب بهینه برسند و یا دست‌کم به آن نزدیک شوند.

بررسی نوشتارها نشان داده است که نظر تصمیم‌گیرندگان در سیستم‌های دارای چند محدودیت در مورد اهمیت گلوگاه‌ها نادیده گرفته شده است. به صورت کلی سه حالت برای روش تئوری محدودیت‌ها با توجه به تعداد و نوع گلوگاه‌ها متصور است:

(۱) حالتی که سیستم فقط یک گلوگاه دارد و جواب تئوری محدودیت‌ها با روش بهینه‌ی برنامه‌ریزی خطی یکسان می‌شود. (۲) حالتی که سیستم بیش از یک گلوگاه دارد و باز هم تئوری محدودیت‌ها کارایی خود را حفظ و جواب بهینه تولید می‌کند. (۳) حالتی است که سیستم بیش از یک گلوگاه دارد و تئوری محدودیت‌ها جواب ناشدنی تولید می‌کند.

این تذکر لازم است که در تمام سه حالت متصور برای تئوری محدودیت‌ها، نظرهای تصمیم‌گیرنده نادیده گرفته شده است، که در روش پیشنهادی این مسئله هنگام حل در نظر گرفته شده و با مثال‌های مختلف نشان داده شده است.

۳. روش پژوهش

بررسی مطالعات پژوهشی اخیر نشان داد که نظر تصمیم‌گیرندگان در سیستم‌های با چندین محدودیت در مورد اهمیت گلوگاه‌ها نادیده گرفته شده است. در پژوهش حاضر، این موضوع وارد مدل ریاضی شده و چون تصمیم‌های

نوشتارها در این زمینه نتیجه گرفته شد که در محیط‌های با چند گلوگاه کمتر به نظرهای تصمیم‌گیرنده در مورد اولویت و اهمیت گلوگاه‌ها توجه شده و یا به عبارت دیگر، تصمیم‌های اخیر در مدل وارد نشده است، بنابراین در نوشتار پیشنهادی حاضر، مسئله‌ی ذکر شده وارد مدل شده است و چون روش مذکور، تصمیم‌های مدیریت را مدنظر قرار می‌دهد، لزوماً با جواب برنامه‌ریزی خطی یکسان نمی‌شود، زیرا برنامه‌ریزی خطی در محیط‌های با چند گلوگاه به تمام گلوگاه‌ها یکسان نگاه می‌کند و اولویتی برای آنان قائل نیست.

مرور ادبیات پژوهش در بخش دوم انجام شده است. بعد از آن، روش پژوهش صورت پذیرفته به همراه مثال‌های مختلف برای نشان دادن کارایی الگوریتم پیشنهادی ارائه شده است. در انتها، نیز نتایج حاصل از پژوهش و پیشنهادها آتی شرح داده شده‌اند.

۲. مرور ادبیات

با توجه به اینکه تعیین ترکیب بهینه‌ی تولید توسط برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح صورت می‌پذیرد، مقایسه‌ی بین روش مذکور با روش تئوری محدودیت‌ها صورت پذیرفت. نتایج نشان داد که تئوری محدودیت‌ها در سیستم‌هایی که بیش از یک گلوگاه دارند، کارایی خود را از دست می‌دهد.^[۳] که برای رفع آن، اصلاحی در روش تئوری محدودیت‌ها و گام‌های آن صورت پذیرفت، که نویسندگان ادعا داشتند که الگوریتم پیشنهادی اصلاحی ایشان می‌تواند مشکل اولیه را برای رسیدن به جواب بهینه حل کند.^[۴] سپس با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مسئله‌ی تعیین ترکیب بهینه‌ی تولید بررسی و نتایج آن با تئوری محدودیت‌ها مقایسه شد. خروجی به دست آمده نشانگر کارایی الگوریتم ژنتیک در رسیدن به جواب قابل قبول و در زمان مناسب نسبت به تئوری محدودیت‌ها بوده است.^[۵]

الگوریتم جستجوی ممنوعه^۱ یکی دیگر از روش‌های پیشنهادی برای حل مسئله‌ی برنامه‌ریزی تولید بوده است، که با توجه به گلوگاه موجود در خط و مقایسه با روش تئوری محدودیت‌ها به تعیین ترکیب تولید پرداخته است. هر چند روش اخیر، پاسخ‌های بهینه مانند برنامه‌ریزی خطی را پیدا نمی‌کرد، اما می‌توانست در زمان محاسباتی مناسبی، جواب نزدیک به بهینه را پیدا کند.^[۶] می‌شرا^۲ و همکاران (۲۰۰۵)، خط تولیدی را با چند گلوگاه برای تعیین ترکیب تولید بررسی و برای حل آن از ترکیب روش‌های آنیل^۳ شبیه‌سازی شده و جستجوی ممنوعه استفاده کرده‌اند، که بیانگر کارایی الگوریتم پیشنهادی بوده است.^[۷] کمیجان و سجادی (۲۰۰۵)، نیز روش تاپسیس با ایجاد ماتریس‌های تصمیم‌گیری را در اولویت‌دهی به محصولات استفاده کردند.^[۸] همچنین در مسئله‌ی دیگری، تصمیم‌گیرندگان وارد مدل شدند و مقدار رضایت آن‌ها با استفاده از تابع عضویت S شکل؛ تعیین و در مسئله‌ی ترکیب تولید بررسی شد.^[۹] بی‌هاتاچاریا و ویسانت^۴ (۲۰۰۷)، الگوریتمی بر مبنای پرواز پرندگان در مسئله‌ی ترکیب تولید به کار بردند و با روش تئوری محدودیت‌ها و برنامه‌ریزی عدد صحیح مقایسه کردند.^[۱۰]

همچنین زارع و همکاران (۲۰۲۱)، تئوری محدودیت‌ها را در حالت فازی با برنامه‌ریزی خطی فازی در حالتی که سیستم یک گلوگاه و نیز در زمانی که

^۴ Bhattacharya & Vasant

^۵ Ghazinoory

^۶ Heuristic

^۱ Tabu search-based algorithm

^۲ Mishra

^۳ anneal

ضریب متغیر مربوط به خروجی نیز برابر با بالاترین ضریب گلوگاهها قرار داده شود؛

گام نهم: جمع متغیرهای تعریف شده برای محدودیتها با ضرائب مرتبطشان، کمینه سازی شوند. این عمل موجب بیشینه سازی خروجی و بهره وری گلوگاهها، به ترتیبی که تصمیم گیرنده مشخص کرده است، می شود.

گام دهم: خروجی مدل محاسبه شود. برای این کار مقدار به دست آمده برای متغیر تعریف شده برای گلوگاه از بیشینه ی خروجی، که در گام سوم محاسبه شده است، کسر شود.

در بخش کنونی، مدل سازی ریاضی اصلی و مدل سازی با روش پیشنهادی تعریف شده است. همچنین در ادامه، مثال های مختلفی برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی ذکر و حل شده است.

تعریف پارامترها و متغیرهای مسئله به این صورت است:

نماد	توضیحات
x_i	کل تولید محصول i
$j \in \{1, 2, \dots, m\}$	اندیس منبع
$k \in \{1, 2, \dots, r\}$	اندیس گلوگاه
r	تعداد گلوگاهها
R_i	قیمت مواد خام برای محصول i
D_i	تقاضا محصول i
P_i	قیمت فروش محصول i
$P_i - R_i$	سود محصول i
t_{ij}	مدت زمان استفاده ی محصول i از منبع j
CP_j	ظرفیت زمانی منبع j
$C_s, s \in \{1, 2, \dots, r\}$	بیشینه سازی بهره برداری از گلوگاه s
G_{r+1}	بیشینه سازی خروجی (سود)
C_s	عدد غیر منفی
$d_s, s \in \{1, 2, \dots, r+1\}$	مقدار انحراف مثبت از هدف آرمانی s

مدل اصلی مسئله، که در آن نظرهای تصمیم گیرنده در مورد اولویت بندی گلوگاهها مشاهده نمی شود، به صورت روابط ۱ الی ۳ تعریف می شود:

$$Z = \max(\sum_{i=1}^n x_i \times (P_i - R_i)) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \times t_{ij} \leq CP_j, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$0 \leq x_i \leq D_i \quad (3)$$

مدل سازی پیشنهادی با در نظر گرفتن دو تابع هدف بیشینه سازی خروجی سیستم و بهره وری از گلوگاههای سیستم به صورت روابط ۴ الی ۷ است:

مدیریتی را مدنظر قرار داده است، احتمال دارد در بعضی از موارد با جواب بهینه ی حاصل از برنامه ریزی خطی یکسان نشود، زیرا برنامه ریزی خطی به تمام گلوگاهها یکسان نگاه می کند و اولویتی برای آنان و اهمیتی برای نظرهای مدیر قائل نیست.

برای راستی آزمایی روش پیشنهادی، محیط های تولیدی با چندین محدودیت به صورت مسائل مختلف مطرح و با روش تنوری محدودیتها، روش برنامه ریزی خطی و در نهایت نیز با روش پیشنهادی حل و با هم مقایسه شده اند. در تمام حالت های متصور برای تنوری محدودیتها، نظرهای تصمیم گیرنده نادیده گرفته شده است؛ که در روش پیشنهادی مسئله ی اخیر مرتفع و با مثال های مختلفی نشان داده شده است. ابتدا گام های روش پیشنهادی ذکر شده و بعد از آن در سه حالت مختلف ممکن با مثال های تولید شده بررسی صورت گرفته است.

۱.۳. روش پیشنهادی

در روش پیشنهادی که با کمک برنامه ریزی آرمانی، روش وزنی، و برنامه ریزی خطی به وجود آمده است، هدف این بوده است که چند تابع هدف به طور هم زمان بیشینه سازی شوند:

۱. بیشینه سازی خروجی سیستم؛
۲. بیشینه سازی بهره وری گلوگاههای سیستم.

نکته ی کلیدی در نظر گرفته شده در مدل مذکور این است که نظرهای تصمیم گیرنده در تعیین اولویت گلوگاهها برای رسیدن به بیشینه ی بهره وری وارد مدل شده است. در روش پیشنهادی، این گام مطرح شده است:

گام اول: مشخص کردن گلوگاههای سیستم؛

گام دوم: تعیین کردن ظرفیت هر یک از منابعی که گلوگاه شده اند.

گام سوم: بیشینه ی خروجی سیستم با این فرض که هیچ گلوگاهی وجود ندارد، به دست آید. برای این کار تعداد تقاضای هر محصول در سود آن ضرب و در نهایت با هم جمع شوند؛

گام چهارم: نظر تصمیم گیرنده در مورد اولویت گلوگاهها تعیین شود؛

گام پنجم: برای هر یک از اهداف تعریف شده (بیشینه سازی خروجی و بهره وری هر یک از گلوگاهها) یک متغیر تعریف شود؛

گام ششم: هر یک از توابع هدف تبدیل به محدودیت شوند. سپس با افزودن متغیرهای تعریف شده به سمت چپ توابع تعریف شده به مدل وارد شوند. این کار با افزودن متغیرهای تعریف شده به سمت چپ توابع تعریف شده صورت گیرد و سمت راست محدودیتها برای محدودیت خروجی با بیشینه ی خروجی محاسبه شده در گام سوم، و سمت راست محدودیت های مربوط به گلوگاه با ظرفیت تعیین شده ی هر گلوگاه در گام دوم، مساوی قرار داده شوند؛

گام هفتم: محدودیت های دیگر سیستم به مدل وارد شوند؛

گام هشتم: ضریب هر یک از متغیرهای تعریف شده برای توابع هدف با استفاده از گام چهارم تعیین شود؛ به این معنا که هر یک از گلوگاهها که از نظر تصمیم گیرنده اولویت بالاتری برای رسیدن به بیشینه ی بهره وری دارند، ضریب بالاتری بگیرند. بعد از قراردادن ضرائب متغیرهای مربوط به گلوگاهها،

$$A=2525; B=1800; C=2050; D=2675; E=2375$$

همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، ایستگاه D به‌عنوان گلوگاه اصلی شناخته می‌شود. برای پیدا کردن ترکیب بهینه‌ی تولید، سود خالص ناشی از هر کدام از محصولات بر زمان مصرفی از گلوگاه تقسیم شده است.

در این مرحله، تئوری محدودیت‌ها، ترکیب تولید را تعیین کرد. در مثال حاضر، چون دو گلوگاه وجود دارد، با بررسی‌های انجام‌شده مشخص شد که ترکیب اخیر در گلوگاه دوم مشکل کمبود ظرفیت را ایجاد نمی‌کند. پس طبق نتایجی که در ابتدا ذکر شده است، این پاسخ با سود ۳۰۵۹۰، به میزان بهینه است؛ که در ادامه، این ادعا توسط حل برنامه‌ریزی خطی اثبات شده است.

- برنامه‌ریزی خطی

در این حالت، محدودیت‌ها، فرموله شده و در نرم‌افزار winQSB مطابق شکل ۲ وارد شده است. توجه شود که نام محصولات به ترتیب با حرف X نشان داده شده‌اند. بعد از حل مسئله توسط نرم‌افزار winQSB، نتایج مطابق شکل ۳ به‌دست آمده است: همان‌طور که مشاهده می‌شود، جواب مسئله، ۳۰۵۹۰ است، که در تئوری محدودیت‌ها نیز همین جواب به‌دست آمده است.

- روش پیشنهادی

در روش پیشنهادی، که با کمک برنامه‌ریزی آرمانی، روش وزنی، و برنامه‌ریزی خطی به‌وجود آمده است، هدف این بوده است که چند تابع هدف به‌طور هم‌زمان بیشینه‌سازی شوند.

❖ بیشینه‌سازی خروجی سیستم؛

❖ بیشینه‌سازی بهره‌وری گلوگاه‌های سیستم.

جدول ۱. نتایج حاصل از روش تئوری محدودیت‌ها (حالت اول).

محصول تولیدی	سود تولیدی	زمان مصرف گلوگاه	نتیجه‌ی تقسیم	اولویت تولید	ترکیب تولید
X	۵۵	۱۵	۳/۶۶	۳	۳۱
Y	۸۵	۱۵	۵/۶۶	۲	۷۵
Z	۵۰	۰	∞		۱۰۰
W	۵۰	۰	∞		۷۵
V	۸۵	۱	۸/۵	۱۰	۸۰

$$G_s = \max\left(\sum_{i=1}^n x_i \times t_{is}\right) \quad s = 1, 2, \dots, r \quad (4)$$

$$G_{r+1} = \max\left(\sum_{i=1}^n x_i \times (P_i - R_i)\right) \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \times t_{ij} \leq CP_j, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

$$0 \leq x_i \leq D_i \quad (7)$$

مدل ریاضی که نظریات تصمیم‌گیرنده را در نظر می‌گیرد، با کمک برنامه‌ریزی آرمانی و با توجه به گام‌های روش پیشنهادی به صورت روابط ۸ الی ۱۲ تعریف می‌شود:

$$\min\left(\sum_{s=1}^{r+1} C_s \times d_s\right) \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \times (P_i - R_i) + d_{r+1} = \sum_{i=1}^n D_i \times (P_i - R_i) \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \times t_{ij} + d_s = CP_s, \quad j, s = 1, 2, \dots, r \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \times t_{ij} \leq CP_j \quad \text{if } r < j \leq m \quad (11)$$

$$0 \leq x_i \leq D_i \quad (12)$$

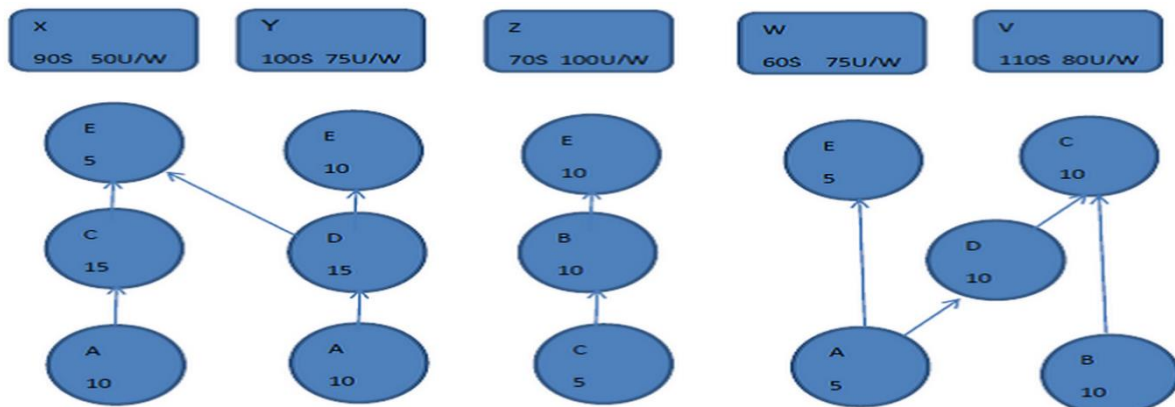
۲.۳. حالت اول

پنج محصول X, Y, Z, W, V توسط ایستگاه‌های مختلف تولید شده‌اند (شکل ۱)؛ و برای تعیین ترکیب بهینه‌ی تولید، جواب تئوری محدودیت‌ها، برنامه‌ریزی خطی، و روش پیشنهادی با یکدیگر برابر قرار داده شده‌اند.

تقاضای محصولات به صورت هفتگی است. سیستم تولیدی در هفته ۵ روز و هر روز ۸ ساعت کار می‌کند؛ بنابراین، زمان در دسترس هفتگی ۲۴۰۰ دقیقه است. زمان موردنیاز هر محصول بر روی هر ایستگاه و همچنین مواد موردنیاز و سود ناشی از فروش در مثال ارائه‌شده مشاهده می‌شود.

- روش تئوری محدودیت‌ها

در مثال کنونی، ابتدا به پیدا کردن ایستگاه گلوگاه با محاسبه‌ی بار کاری پرداخته شده است.



شکل ۱. مراحل تولید ۵ محصول.

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	Direction	R. H. S.
Maximize	90	100	70	60	110		
C1	1					<=	50
C2		1				<=	75
C3			1			<=	100
C4				1		<=	75
C5					1	<=	80
C6	20	10		5	5	<=	2400
C7			10		10	<=	2400
C8	15		5		10	<=	2400
C9	15	15			10	<=	2400
C10	5	10	10	5		<=	2400
LowerBound	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M		
VariableType	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		

شکل ۲. مدل ریاضی در نرم افزار winQSB.

	23:48:03	Thursday	March	01	108	
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	31.0000	90.0000	2,790.0000	0	basic
2	X2	75.0000	100.0000	7,500.0000	0	basic
3	X3	100.0000	70.0000	7,000.0000	0	basic
4	X4	75.0000	60.0000	4,500.0000	0	basic
5	X5	80.0000	110.0000	8,800.0000	0	basic
	Objective Function	(Max.) =	30,590.0000			
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	31.0000	<=	50.0000	19.0000	0
2	C2	75.0000	<=	75.0000	0	100.0000
3	C3	100.0000	<=	100.0000	0	70.0000
4	C4	75.0000	<=	75.0000	0	60.0000
5	C5	80.0000	<=	80.0000	0	110.0000
6	C6	2,145.0000	<=	2,400.0000	255.0000	0
7	C7	1,800.0000	<=	2,400.0000	600.0000	0
8	C8	1,765.0000	<=	2,400.0000	635.0000	0
9	C9	2,390.0000	<=	2,400.0000	10.0000	0
10	C10	2,280.0000	<=	2,400.0000	120.0000	0

شکل ۳. خروجی نرم افزار winQSB.

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X10	Direction	R. H. S.
Minimize						2		2	1		
C1	1									<=	50
C2		1								<=	75
C3			1							<=	100
C4				1						<=	75
C5					1					<=	80
C6	20	10		5	5				1	=	2400
C7			10		10					<=	2400
C8	15		5		10					<=	2400
C9	15	15			10					<=	2400
C10	15	15	0	0	10			1		=	2400
C11	90	100	70	60	110	1	-1			=	32300
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

شکل ۴. مدل ریاضی در نرم افزار.

۳.۳. حالت دوم

در مثال دیگری، هفت محصول t, u, x, y, z, w, v توسط ایستگاه‌های مختلف تولید شده‌اند (شکل ۶)؛ که در آن، تئوری محدودیت‌ها جوابی ناشدنی می‌دهد، زیرا در گلوگاه‌های غیر از گلوگاه اصلی، مشکل کمبود ظرفیت مشاهده می‌شود.

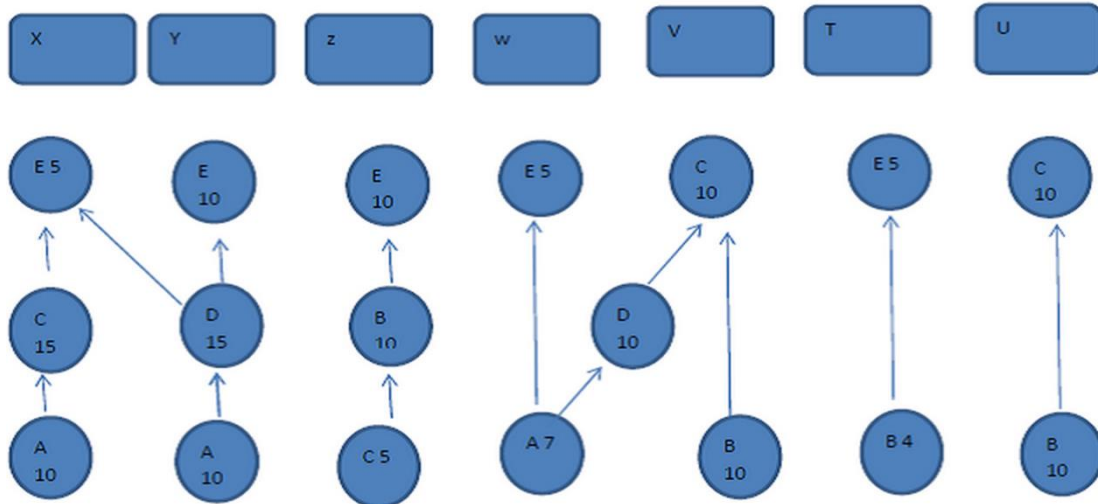
تقاضای محصول‌ها به صورت هفتگی است، و در هفته سیستم تولیدی ۵ روز و روزی ۸ ساعت کار می‌کند. بنابراین زمان در دسترس هفتگی ۲۴۰۰ دقیقه است. زمان موردنیاز هر محصول بر روی هر ایستگاه و همچنین مواد موردنیاز و سود ناشی از فروش در مثال مشاهده می‌شود.

نکته‌ی کلیدی در نظر گرفته‌شده در مدل مذکور این است که نظرهای تصمیم‌گیرنده در تعیین اولویت گلوگاه‌ها برای رسیدن به بیشینه‌ی بهره‌وری وارد مدل شده است. مدل با روش پیشنهادی در نرم افزار مانند شکل ۴ وارد شده است.

بعد از حل مسئله توسط نرم افزار، نتایج مطابق شکل ۵ به دست آمده‌اند: محاسبه‌ی خروجی به صورت $30590 = 1710 - 32300$ بوده است؛ که مطابق آن مشاهده می‌شود که در مثال اخیر، نتیجه‌ی روش پیشنهادی با جواب بهینه یکی شده است.

	23:54:09	Thursday	March	01	108	
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	31.0000	0	0	0	basic
2	X2	75.0000	0	0	0	basic
3	X3	100.0000	0	0	0	basic
4	X4	75.0000	0	0	0	basic
5	X5	80.0000	0	0	0	basic
6	X6	1,710.0000	2.0000	3,420.0000	0	basic
7	X7	0	0	0	2.0000	at bound
8	X8	10.0000	2.0000	20.0000	0	basic
9	X10	255.0000	1.0000	255.0000	0	basic
	Objective	Function	(Min.) =	3,695.0000		
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	31.0000	<=	50.0000	19.0000	0
2	C2	75.0000	<=	75.0000	0	-240.0000
3	C3	100.0000	<=	100.0000	0	-140.0000
4	C4	75.0000	<=	75.0000	0	-125.0000
5	C5	80.0000	<=	80.0000	0	-245.0000
6	C6	2,400.0000	=	2,400.0000	0	1.0000
7	C7	1,800.0000	<=	2,400.0000	600.0000	0
8	C8	1,765.0000	<=	2,400.0000	635.0000	0
9	C9	2,390.0000	<=	2,400.0000	10.0000	0
10	C10	2,400.0000	=	2,400.0000	0	2.0000
11	C11	32,300.0000	=	32,300.0000	0	2.0000

شکل ۵. خروجی نرم‌افزار.



شکل ۶. مراحل تولید ۷ محصول.

جدول ۲. نتایج حاصل از روش تئوری محدودیت‌ها

(حالت دوم).

تعداد تولید	اولویت تولید	نتیجه‌ی تقسیم	زمان مصرف گلوگاه	سود تولیدی	محصول تولیدی
۳۵	۴	۲/۷۵	۲۰	۵۵	X
۷۵	۳	۸/۵	۱۰	۸۵	Y
۱۰۰		∞	۰	۵۰	Z
۷۵	۲	۱۰	۵	۵۰	W
۹۰	۱	۱۲/۱۴	۷	۸۵	V
۳۰		∞	۰	۷۰	T
۴۰		∞	۰	۷۵	U

روش تئوری محدودیت‌ها

در مثال حاضر، ابتدا به پیدا کردن ایستگاه گلوگاه با محاسبه‌ی بار کاری پرداخته شده است.

$$A=2675; B=2320; C=2450; D=227; E=2525$$

همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، ایستگاه A به‌عنوان گلوگاه اصلی شناخته می‌شود، برای پیدا کردن ترکیب بهینه‌ی تولید سود خالص ناشی از هر کدام از محصولات بر زمان مصرفی از گلوگاه تقسیم می‌شود.

تئوری محدودیت‌ها در این مرحله متوقف می‌شود، حال اگر همین ترکیب در گلوگاه‌های بعدی بررسی شود، مشخص می‌شود که این جواب ناشدنی است. در ادامه، مسئله با برنامه‌ریزی خطی حل شده است.

برنامه‌ریزی خطی

مانند شکل ۷، مدل ریاضی وارد نرم‌افزار می‌شود.

بعد از حل مسئله توسط نرم‌افزار نتایج مطابق شکل ۸ به‌دست آمده است:

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	Direction	R. H. S.
Maximize	90	100	75	65	110	80	90		
C1	1							<=	50
C2		1						<=	75
C3			1					<=	100
C4				1				<=	75
C5					1			<=	80
C6						1		<=	30
C7							1	<=	40
C8	20	10		7	7	0		<=	2400
C9			10			4	10	<=	2400
C10	15		5		10		10	<=	2400
C11	15	15			10			<=	2400
C12	5	10	10	5		5		<=	2400
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		

شکل ۷. مدل ریاضی در نرم افزار.

	23:46:45	Friday	March	02	108	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	
1	X1	29.0000	90.0000	2,610.0000	0	basic
2	X2	73.0000	100.0000	7,300.0000	0	basic
3	X3	100.0000	75.0000	7,500.0000	0	basic
4	X4	75.0000	65.0000	4,875.0000	0	basic
5	X5	80.0000	110.0000	8,800.0000	0	basic
6	X6	30.0000	80.0000	2,400.0000	0	basic
7	X7	40.0000	90.0000	3,600.0000	0	basic
Objective	Function	(Max.) =	37,085.0000			
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	
1	C1	29.0000	<=	50.0000	21.0000	0
2	C2	73.0000	<=	75.0000	2.0000	0
3	C3	100.0000	<=	100.0000	0	75.0000
4	C4	75.0000	<=	75.0000	0	65.0000
5	C5	80.0000	<=	80.0000	0	110.0000
6	C6	30.0000	<=	30.0000	0	80.0000
7	C7	40.0000	<=	40.0000	0	90.0000
8	C8	2,395.0000	<=	2,400.0000	5.0000	0
9	C9	1,520.0000	<=	2,400.0000	880.0000	0
10	C10	2,135.0000	<=	2,400.0000	265.0000	0
11	C11	2,330.0000	<=	2,400.0000	70.0000	0
12	C12	2,400.0000	<=	2,400.0000	0	0

شکل ۸. خروجی نرم افزار.

ظرفیت مشاهده شده است و همچنین روش پیشنهادی نیز با جواب برنامه ریزی خطی یکسان نشده است، به دلیل اینکه اولویت های تعیین شده توسط مدیریت با جواب های به دست آمده از برنامه ریزی خطی متفاوت است.

تقاضای محصول ها به صورت هفتگی بوده است؛ در هر هفته، سیستم تولیدی ۵ روز کار می کند که در هر روز ۸ ساعت کاری دارد؛ بنابراین زمان در دسترس هفتگی ۲۴۰۰ دقیقه بوده است. زمان مورد نیاز هر محصول بر روی هر ایستگاه و همچنین مواد مورد نیاز آنان و سود ناشی از فروش در مثال اخیر مشاهده می شود. در مثال حاضر، ابتدا به پیدا کردن ایستگاه گلوگاه با محاسبه بار کاری پرداخته شده است.

$$A=2675 \quad ; B=2600 \quad ; C=2450 \quad ; D=2675 \quad ; E=2525$$

همان طور که در جدول ۳ مشاهده می شود، ایستگاه های D و A به عنوان گلوگاه اصلی شناخته می شوند، برای پیدا کردن ترکیب بهینه، تولید سود خالص ناشی از هر کدام از محصول ها بر زمان مصرفی از گلوگاه تقسیم شده است.

همان طور که مشاهده می شود، جواب بهینه، ۳۷۰۸۵ بوده است، که در تئوری محدودیت ها نیز همین جواب به دست آمده است.

مدل پیشنهادی

مانند شکل ۹، مدل ریاضی وارد نرم افزار شده است:

بعد از حل مسئله توسط نرم افزار، نتایج مطابق شکل ۱۰ به دست آمده است:

برای محاسبه ی خروجی این جواب به دست آمده است:

$$39175 - 2090 = 37085$$

همان طور که مشاهده می شود، در مثال اخیر، نتیجه ی روش پیشنهادی با جواب بهینه یکی شده است.

۴.۳. حالت سوم

در مثال ارائه شده ی دیگری، ۷ محصول t, u, x, y, z, w, v توسط ایستگاه های مختلف مطابق شکل ۱۱ تولید شده اند؛ که در آن، تئوری محدودیت ها جوابی ناشدنی داده است، زیرا در گلوگاه های غیر از گلوگاه اصلی، مشکل کمبود

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	Direction	R. H. S.
Minimize								3		3	1	2		
C1	1												<=	50
C2		1											<=	75
C3			1										<=	100
C4				1									<=	75
C5					1								<=	80
C6						1							<=	30
C7							1						<=	40
C8	20	10		7	7	0				1			=	2400
C9			10		10	4	10				0		<=	2400
C10	15		5		10		10				1	0	=	2400
C11	15	15			10								<=	2400
C12	5	10	10	5		5						1	=	2400
C13	90	100	75	65	110	80	90	1	-1				=	39175
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

شکل ۹. مدل ریاضی پیشنهادی در نرم‌افزار.

23:51:14		Friday	March	02	108
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	29.0000	0	0	basic
2	X2	73.0000	0	0	basic
3	X3	100.0000	0	0	basic
4	X4	75.0000	0	0	basic
5	X5	80.0000	0	0	basic
6	X6	30.0000	0	0	basic
7	X7	40.0000	0	0	basic
8	X8	2,090.0000	3.0000	6,270.0000	basic
9	X9	0	0	3.0000	at bound
10	X10	5.0000	3.0000	15.0000	basic
11	X11	265.0000	1.0000	265.0000	basic
12	X12	0	2.0000	0	at bound
Objective	Function	(Min.) =	6,550.0000		
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	<=	50.0000	21.0000	0
2	C2	<=	75.0000	2.0000	0
3	C3	<=	100.0000	0	0
4	C4	<=	75.0000	0	-101.0000
5	C5	<=	80.0000	0	-361.0000
6	C6	<=	30.0000	0	-125.0000
7	C7	<=	40.0000	0	-280.0000
8	C8	=	2,400.0000	0	3.0000
9	C9	<=	2,400.0000	80.0000	0
10	C10	=	2,400.0000	0	1.0000
11	C11	<=	2,400.0000	70.0000	0
12	C12	=	2,400.0000	0	-23.0000
13	C13	=	39,175.0000	0	3.0000

23:51:14		Friday	March	02	108
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	29.0000	0	0	basic
2	X2	73.0000	0	0	basic
3	X3	100.0000	0	0	basic
4	X4	75.0000	0	0	basic
5	X5	80.0000	0	0	basic
6	X6	30.0000	0	0	basic
7	X7	40.0000	0	0	basic
8	X8	2,090.0000	3.0000	6,270.0000	basic
9	X9	0	0	3.0000	at bound
10	X10	5.0000	3.0000	15.0000	basic
11	X11	265.0000	1.0000	265.0000	basic
12	X12	0	2.0000	0	at bound
Objective	Function	(Min.) =	6,550.0000		
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	<=	50.0000	21.0000	0
2	C2	<=	75.0000	2.0000	0
3	C3	<=	100.0000	0	0
4	C4	<=	75.0000	0	-101.0000
5	C5	<=	80.0000	0	-361.0000
6	C6	<=	30.0000	0	-125.0000
7	C7	<=	40.0000	0	-280.0000
8	C8	=	2,400.0000	0	3.0000
9	C9	<=	2,400.0000	80.0000	0
10	C10	=	2,400.0000	0	1.0000
11	C11	<=	2,400.0000	70.0000	0
12	C12	=	2,400.0000	0	-23.0000
13	C13	=	39,175.0000	0	3.0000

شکل ۱۰. خروجی مدل پیشنهادی نرم‌افزار.

شکل ۱۱. مراحل تولید ۷ محصول در حالت سوم.

جدول ۳. نتایج حاصل از روش تئوری محدودیت‌ها (حالت سوم).

X	Y	Z	W	V	T	U	محصولات
55	۸۵	۵۰	۵۰	۸۵	۷۰	۷۵	سود
۲۰	۱۰	۰	۵	۵	۵	۰	A: زمان مصرفی از گلوگاه
۲.۷۵	۸.۵	∞	۱۰	۱۷	۱۴	∞	نتیجه‌ی تقسیم
۳۶	۷۵	-	۷۵	۸۰	۳۰	-	ترکیب تولید
۱۵	۱۵	۰	۰	۱۰	۰	۰	D: زمان مصرفی از گلوگاه
۳.۶۶	۵.۶۶	∞	∞	۸.۵	∞	∞	نتیجه‌ی تقسیم
۳۱	۷۵	-	-	۸۰	-	-	ترکیب تولید

Variable ->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	Direction	R. H. S.
Maximize	90	100	75	65	110	80	90		
C1	1							<=	50
C2		1						<=	75
C3			1					<=	100
C4				1				<=	75
C5					1			<=	80
C6						1		<=	30
C7							1	<=	40
C8	20	10		5	5	5		<=	2400
C9			10		10		20	<=	2400
C10	15		5		10		10	<=	2400
C11	15	15			10			<=	2400
C12	5	10	10	5		5		<=	2400
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		

شکل ۱۲. مدل ریاضی در نرم افزار.

	23:59:31	Friday	March	02	108	
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	37.0000	90.0000	3,330.0000	90.0000	at bound
2	X2	71.0000	100.0000	7,100.0000	-27.5000	at bound
3	X3	98.0000	75.0000	7,350.0000	0	basic
4	X4	75.0000	65.0000	4,875.0000	0	basic
5	X5	78.0000	110.0000	8,580.0000	0	basic
6	X6	30.0000	80.0000	2,400.0000	0	basic
7	X7	32.0000	90.0000	2,880.0000	0	basic
	Objective Function	(Max.) =	36,515.0000			
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	37.0000	<=	50.0000	13.0000	0
2	C2	71.0000	<=	75.0000	4.0000	0
3	C3	98.0000	<=	100.0000	2.0000	0
4	C4	75.0000	<=	75.0000	0	50.0000
5	C5	78.0000	<=	80.0000	2.0000	0
6	C6	30.0000	<=	30.0000	0	65.0000
7	C7	32.0000	<=	40.0000	8.0000	0
8	C8	2,365.0000	<=	2,400.0000	35.0000	0
9	C9	2,400.0000	<=	2,400.0000	0	4.5000
10	C10	2,145.0000	<=	2,400.0000	255.0000	0
11	C11	2,400.0000	<=	2,400.0000	0	6.5000
12	C12	2,400.0000	<=	2,400.0000	0	3.0000

شکل ۱۳. خروجی نرم افزار.

- مدل پیشنهادی

مانند شکل ۱۴، مدل ریاضی وارد نرم افزار شده است:

بعد از حل مسئله توسط نرم افزار، نتایج مطابق شکل ۱۵ به دست آمده است: در محاسبه ی خروجی، نتیجه ی $36485 = 2690 - 39175$ به دست آمده است. همان طور که مشاهده می شود، در مثال مذکور، نتیجه ی روش پیشنهادی با جواب برنامه ریزی خطی یکی نشده است، زیرا اولویت های تعیین شده توسط مدیر با جواب برنامه ریزی خطی متفاوت بوده است. چون این روش تصمیم های مدیریت را مدنظر قرار می دهد، لزوماً با جواب برنامه ریزی خطی یکسان نشده است، زیرا برنامه ریزی خطی در محیط های با چند گلوگاه به تمام گلوگاه ها یکسان نگاه کرده و اولیتی برای آنان قائل نبوده است.

۴. نتیجه و جمع بندی

تئوری محدودیت ها در محیط هایی که یک محدودیت دارد، جواب بهینه می دهد. در سیستم های تولیدی که محدودیت های بیشتری دارند، احتمال زیادی وجود دارد که جواب ناشدنی تولید شود. زیرا تئوری مذکور، ترکیب تولید را فقط با توجه به گلوگاه اول تعیین می کند، که این ترکیب ممکن است

جدول ۴. ترکیب تولید.

X	Y	Z	W	V	T	U	محصول ها
۳۱	۷۵	۱۰۰	۷۵	۸۰	۳۰	۳۰	ترکیب تولید

برای ادامه ی مثال، با توجه به ترکیب تولید هر دو گلوگاه در جدول ۴، قسمت کوچک تری که در هر دو گلوگاه مشترک است، به عنوان ترکیب تولید در نظر گرفته شده است.

بنابراین، جواب اخیر نیز علاوه بر اینکه با جواب بهینه برابر نیست، ناشدنی نیز است، زیرا در گلوگاه های غیر از A و D، کمبود ظرفیت مشاهده می شود.

- برنامه ریزی خطی

مانند شکل ۱۲، مدل ریاضی وارد نرم افزار شده است:

بعد از حل مسئله توسط نرم افزار، نتایج مطابق شکل ۱۳ به دست آمده است: جواب بهینه، مقدار ۳۶۵۱۵ بوده است، که تئوری محدودیت ها به این جواب نرسیده است.

Variable ->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X12	X12	X13	X14	Direction
Minimize								4		4	3	1	4	2	
C1	1														<=
C2		1													<=
C3			1												<=
C4				1											<=
C5					1										<=
C6						1									<=
C7							1								<=
C8	20	10		5	5	5				1					=
C9			10		10		20				1				=
C10	15		5		10		10					1			=
C11	15	15			10					0	0		1		=
C12	5	10	10	5		5								1	=
C13	90	100	75	65	110	80	90	1	-1						=
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	
Variable Type	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	

شکل ۱۴. مدل ریاضی پیشنهادی در نرم‌افزار.

در گلوگاه‌های بعدی از ظرفیت منابع بیشتر شود. اگر در محیطی که بیش از یک محدودیت دارد، توسط روش تئوری محدودیت‌ها ترکیب تولید تعیین شود، در صورتی این جواب با جواب بهینه برابر خواهد بود که با بررسی ترکیب مذکور در گلوگاه‌های دیگر، کمبودی مشاهده نشود. جواب بهینه در مسئله‌ی تعیین ترکیب تولید همواره توسط برنامه‌ریزی خطی به دست می‌آید، اما از آنجا که با زیاد شدن منابع و محصول‌های فرموله کردن، مسئله‌ی مذکور کاری مشکل و زمان‌گیر است؛ نوشتارهای مختلفی سعی کرده‌اند تا با روش‌های پیشنهادی به جواب بهینه برسند و یا دست کم به آن نزدیک شوند؛ اما با بررسی نوشتارها در این زمینه نتیجه گرفته شده است که در محیط‌های با چند گلوگاه کمتر به نظرهای تصمیم‌گیرنده در مورد اولویت و اهمیت گلوگاه‌ها توجه شده است. بنابراین در نوشتار پیشنهادی، مسئله‌ی مذکور وارد مدل شده و چون روش اخیر، تصمیم‌های مدیریت را مدنظر قرار می‌دهد، لزوماً با جواب برنامه‌ریزی خطی یکسان نشده است، زیرا برنامه‌ریزی خطی در محیط‌های با چند گلوگاه به تمام گلوگاه‌ها یکسان نگاه می‌کند و اولویتی برای آنان قائل نیست. روش پیشنهادی در نوشتار حاضر، با استفاده از مثال‌های متنوع بررسی و مقایسه شده است، که خروجی آن، کارایی مدل پیشنهادی را نشان می‌دهد.

از روش تئوری محدودیت‌ها می‌توان در سازمان‌های مختلفی برای رفع اصلی‌ترین مشکل یا محدودیت استفاده کرد و با توجه به فلسفه‌ی وجودی روش مذکور، بعد از مرتفع ساختن محدودیت اصلی، سیستم به دنبال محدودیت‌های اصلی بعدی گشته است. موضوعی که در پژوهش حاضر بررسی شده است، نشدنی بودن جواب نهایی تئوری محدودیت‌ها در محیط‌های با بیش از یک محدودیت است. می‌توان در مطالعات آتی این روش را حتی در محیط‌های غیرتولیدی بررسی و کارایی آن را مشاهده کرد. همچنین در محیط‌های تولیدی می‌توان بر روی گام‌های پیشنهادی، که در پژوهش حاضر اشاره شده‌اند؛ تمرکز بیشتری کرد تا جواب‌هایی با کیفیت بهتر پیدا شود.

	00:01:29	Saturday	March	03	108	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	
1	X1	40.0000	0	0	at bound	
2	X2	68.0000	0	0	at bound	
3	X3	98.0000	0	0	basic	
4	X4	75.0000	0	0	basic	
5	X5	78.0000	0	0	basic	
6	X6	30.0000	0	0	basic	
7	X7	32.0000	0	280.0000	at bound	
8	X8	2,690.0000	4.0000	10,760.0000	0	basic
9	X9	0	0	4.0000	at bound	
10	X10	5.0000	4.0000	20.0000	0	basic
11	X12	0	3.0000	0	35.5000	at bound
12	X12	210.0000	1.0000	210.0000	0	basic
13	X13	0	4.0000	0	18.5000	at bound
14	X14	15.0000	2.0000	30.0000	0	basic
Objective	Function	(Min.) =	11,020.0000			
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	
1	C1	40.0000	<=	50.0000	10.0000	0
2	C2	68.0000	<=	75.0000	7.0000	0
3	C3	98.0000	<=	100.0000	2.0000	0
4	C4	75.0000	<=	75.0000	0	-290.0000
5	C5	78.0000	<=	80.0000	2.0000	0
6	C6	30.0000	<=	30.0000	0	-350.0000
7	C7	32.0000	<=	40.0000	8.0000	0
8	C8	2,400.0000	=	2,400.0000	0	4.0000
9	C9	2,400.0000	=	2,400.0000	0	-32.5000
10	C10	2,400.0000	=	2,400.0000	0	1.0000
11	C11	2,400.0000	=	2,400.0000	0	-14.5000
12	C12	2,400.0000	=	2,400.0000	0	2.0000
13	C13	39,175.0000	=	39,175.0000	0	4.0000

شکل ۱۵. خروجی مدل پیشنهادی نرم‌افزار.

References- منابع

1. Dettmer, H.W., 1997. Goldratt's theory of constraints. Milwaukee: ASQ Quality Press.
2. Machado, M.P., Abreu, J.L., Morandi, M.I.M., Piran, F.S. and Lacerda, D.P., 2023. Exploratory

- decision robustness analysis of the theory of constraints focusing process using system dynamics modeling. *International Journal of Production Economics*, 260, pp.108856. DOI: 10.1016/j.ijpe.2023.108856
3. Lee, T.N. and Plenert, G., 1993. Optimizing theory of constraints when new product alternatives exist. *Production and Inventory Management Journal*, 34(3), p.51. <https://doi.org/10.1080/004565497195100>.
 4. Fredendall, L.D. and Lea, B.R., 1997. Improving the product mix heuristic in the theory of constraints. *International Journal of Production Research*, 35(6), pp.1535-1544. <https://doi.org/10.1080/002075497195100>.
 5. Badri, S.A., Ghazanfari, M. and Shahanaghi, K., 2014. A multi-criteria decision-making approach to solve the product mix problem with interval parameters based on the theory of constraints. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 70, pp.1073-1080. <https://doi.org/10.1080/00207540930005736>.
 6. Onwubolu, G.C., 2001. Tabu search-based algorithm for the TOC product mix decision. *International Journal of Production Research*, 39(10), pp.2065-2076. <https://doi.org/10.1080/00207540010005736>.
 7. Mishra, N., Tiwari, M.K., Shankar, R. and Chan, F.T., 2005. Hybrid tabu-simulated annealing based approach to solve multi-constraint product mix decision problem. *Expert Systems with Applications*, 29(2), pp.446-454. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2005.04.044>.
 8. Komijan, A.R. and Sadjadi, S.J., 2005, May. Optimizing product mix in a multi-bottleneck environment using group decision-making approach. In *International Conference on Computational Science and Its Applications*, pp. 388-396. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/11424925_42.
 9. Bhattacharya, A. and Vasant, P., 2007. Soft-sensing of level of satisfaction in TOC product-mix decision heuristic using robust fuzzy-LP. *European Journal of Operational Research*, 177(1), pp.55-70. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.11.017>.
 10. Rezaie, K., Nazari-Shirkouhi, S. and Manouchehrabadi, B., 2009, December. Particle swarm optimization algorithm based approach to solve Theory of constraint product mix problem. In *2009 Second International Conference on Developments in Systems Engineering*, pp. 439-442. <http://dx.doi.org/10.1109/DeSE.2009.18>.
 11. Zare, H., Kamali Saraji, M., Tavana, M., Streimikiene, D. and Cavallaro, F., 2021. An Integrated Fuzzy Goal Programming—Theory of Constraints Model for Production Planning and Optimization. *Sustainability*, 13(22), p.12728. <https://doi.org/10.3390/su132212728>.
 12. Ghazinoory, S., Sadeghian, R. and Samouei, P., 2010. Comparing of Utilizing “Theory of Constraints” Versus “Fuzzy Linear Programming” in Fuzzy Product-Mix Problems. *International Journal of Industrial Engineering & Production Management*, 21(2), pp.1-10. <https://doi.org/10.1019/j.ijpe.2020.16955>.
 13. de Jesus Pacheco, D.A., Junior, J.A.V.A. and de Matos, C.A., 2021. The constraints of theory: What is the impact of the Theory of Constraints on Operations Strategy? *International Journal of Production Economics*, 235, p.107955. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2020.107955>.
 14. Kuo, T.C., Hsu, N.Y., Li, T.Y. and Chao, C.J., 2021. Industry 4.0 enabling manufacturing competitiveness: Delivery performance improvement based on theory of constraints. *Journal of Manufacturing Systems*, 60, pp.152-161. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2021.05.009>.
 15. Okutmuş, E., Kahveci, A. and Kartašova, J., 2015. Using theory of constraints for reaching optimal product mix: An application in the furniture sector. *Intellectual Economics*, 9(2), pp.138-149. <https://doi.org/10.1016/j.intele.2016.02.005>.
 16. Tanhaie, F. and Nahavandi, N., 2017. Solving product mix problem in multiple constraints environment using goal programming. *Journal of Industrial Engineering and Management Studies*, 4(1), pp.1-12. DOI: 10.22116/JIEMS.2017.51960.
 17. Hooshmand, A., Mehrazeen, A.R., Davoody, A.R. and Shorvarzi, M.R., 2019. Using Theory of Constraints in Production Management and Scheduling (A Case Study). *Iranian Journal of Optimization*, 11(2), pp.217-227. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2020.107955>.
 18. Gulsen, A. and Saime, T., 2022. Determining the optimal product mix in multiple constraints manufacturing environment: an application in the textile industry. *Industria Textila*, 73(5), pp.564-573. doi: 10.35530/IT.073.05.202125.
 19. Machado, M.P., Abreu, J.L., Morandi, M.I.M., Piran, F.S. and Lacerda, D.P., 2023. Exploratory decision robustness analysis of the theory of constraints focusing process using system dynamics modeling. *International Journal of Production*

- Economics*, 260, p.108856.
<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2023.108856>.
20. Du, L., Jin, S., Yang, Z., Sun, S., Yang, A. and Shen, W., 2023. An efficient multi-criteria decision making for assessing the optimization of reactive extractive distillation in terms of economy, environment and safety. *Chemical Engineering Research and Design*, 197, pp.838-850.
<https://doi.org/10.1016/j.cherd.2023.08.033>.
21. Tsai, W.H., Lu, Y.H. and Hsieh, C.L., 2022. Comparison of production decision-making models under carbon tax and carbon rights trading. *Journal of Cleaner Production*, 379, p.134462.
<https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2022.134462>