



Research Note

Hub Location with the Backup Approach by Considering the Capacity Constraint in Critical Situations

Hasan Ziarati, Ali Shahandeh Nookabadi* and Mohammad Reisi-Nafchi

Department of Industrial & Systems Engineering, Isfahan University of Tech, Isfahan, Iran

* corresponding author: (ali-nook@iut.ac.ir)

Article Info

Article history:

Received: 29 October 2023

Revised: 25 May 2024

Accepted: 23 July 2024

Keywords:

Hub location,
backup hub,
capacity constraint,
direct link,
genetic algorithm.

Abstract

The efficient transportation of goods and passengers from origin to destination is a crucial aspect of supply chain management. The design of transportation systems plays a key role in determining system costs and customer satisfaction. In cases where direct communication between all points is not feasible, the hub and spoke system can be utilized. The design of the hub network is a strategic decision that faces uncertainties such as demand, costs, and system reliability. Natural and unnatural events can impact the efficiency of hub facilities, leading to additional costs for the system. Capacity limitations in hub facilities may necessitate crisis management strategies, such as transferring flows to backup hubs during emergencies. This study explores the use of single backup and multiple backup approaches to address hub unavailability and meet demand requirements. A mathematical model is presented to investigate and solve the single and multiple backup strategies. Due to the complexity of the problem, a genetic algorithm approach is employed for optimization. The performance of the algorithms is evaluated using the CAB dataset, demonstrating the effectiveness of the proposed solutions. Comparing the results of single backup and multiple backup strategies reveals that the latter is more advantageous in terms of system costs and congestion in hub nodes. This study highlights the importance of strategic planning in transportation systems and the benefits of implementing backup solutions to ensure efficient operations. This research underscores the critical role that transportation systems play in the overall success of supply chains and the significant impact that effective logistics management can have on customer satisfaction and operational costs. The strategic decisions made in designing transportation networks can have far-reaching implications on the overall efficiency and reliability of the system. By exploring different backup strategies and utilizing a mathematical model, organizations can better prepare for disruptions and ensure continuity of operations. The use of genetic algorithms and data analysis tools can provide valuable insights into the performance of transportation systems and help identify opportunities for improvement. Overall, this study emphasizes the importance of proactive planning and the adoption of innovative solutions in the field of logistics and transportation management.

Funding

This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

To Cite this article:

Ziarati, H., Shahandeh Nookabadi, A. and Reisi-Nafchi, M. 2025. Hub location with the backup approach by considering the capacity constraint in critical situations, Sharif Industrial Engineering and Management Journal, 41(1), 122-137. <https://doi.org/10.24200/ij65.2024.62721.2365>



مکان‌یابی هاب با رویکرد پشتیبان‌گیری و لحاظ محدودیت ظرفیت تحت شرایط وقوع بحران

حسن زیارتی، علی شاهنده* و محمد رئیسی نافچی

گروه مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

*نویسنده مسئول (ali-nook@iut.ac.ir)

چکیده

طراحی شبکه‌ی هاب با عدم قطعیت‌هایی در تقاضا، هزینه‌ها، و قابلیت اطمینان مواجه است. بروز حوادث، کارایی تسهیلات هاب را متأثر می‌سازد و موجب تحمیل هزینه‌های اضافی می‌شود. در مطالعه‌ی حاضر، احتمال از دسترس خارج شدن هاب وجود دارد. به منظور تأمین تقاضای شبکه‌ی هاب، دو رویکرد پشتیبان‌گیری یگانه و چندگانه با امکان برقراری ارتباط مستقیم بین گره‌ها پیشنهاد شده است. برای حل راهبردهای مذکور، مدل برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شده و از آنجا که مسئله از نوع NP-hard بوده است، برای حل آن از رویکرد مبتنی بر الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. جهت بررسی عملکرد الگوریتم‌ها، نمونه‌هایی از مجموعه‌ی داده‌ی CAB حل شده است، که خطای پایین روش‌های پیشنهادی حاکی از عملکرد مطلوب آن‌هاست. حسب نتایج به‌دست‌آمده، افزایش جریان ورودی به هاب پشتیبان در رویکرد پشتیبان‌گیری چندگانه، ۱۸ الی ۳۶ درصد کمتر از رویکرد یگانه در شرایط وقوع بحران بوده است. این روند مدیریت و تداوم عملیات در مواقع اضطراری را بیشتر تضمین می‌کند.

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۸/۰۷
تاریخ اصلاحیه: ۱۴۰۳/۰۳/۰۵
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۵/۰۲

واژگان کلیدی:

مکان‌یابی هاب،
شرایط بحران،
هاب پشتیبان،
محدودیت ظرفیت،
ارتباط مستقیم،
الگوریتم ژنتیک.

۱. مقدمه

ارسال کالا و مسافر از نقاط مبدأ به مقصد از مهم‌ترین مباحث در سیستم‌های حمل‌ونقل و لجستیک است. چگونگی طراحی سیستم‌های حمل‌ونقل نقش عمده‌ای در زنجیره‌ی تأمین دارد و تأثیر مستقیم در هزینه‌های سیستم و رضایت مشتریان می‌گذارد. در شرایطی که امکان استفاده از ارتباط مستقیم بین تمامی نقاط مبدأ و مقصد وجود ندارد و یا بسیار پرهزینه باشد، می‌توان از سیستم هاب و اسپوک استفاده کرد. امروزه مکان‌یابی هاب در انواع سیستم‌های جابجایی کالا و مسافر و انتقال اطلاعات مانند شبکه‌های حمل‌ونقل ریلی و هوایی، سیستم‌های پستی، سیستم‌های مخابراتی کاربرد دارد. در شبکه‌های هاب، جریان‌ها از مبدأهای متفاوت در هاب‌ها جمع‌آوری و پس از مرتب‌سازی به مقاصد مختلف ارسال می‌شوند.

در دنیای واقعی، عوامل متعددی، از جمله: بدی آب و هوا، بلایای طبیعی از قبیل سیل، و زلزله، و غیره، شیوع بیماری‌ها، اعتصاب کارگری، و ... منجر به اختلال در شبکه‌ی هاب می‌شود. اتحادیه‌ی بین‌المللی حمل‌ونقل هوایی (IATA)^۱ زیان‌های ناشی از بروز حوادث طبیعی را برای یک روز در سراسر دنیا برابر ۱۴۸ میلیون دلار برآورد کرده است.^[۱] به‌عنوان مثال، در سه روز آخر هفته‌ی کریسمس^۲ (۲۰۲۱) به‌دلیل گسترش نوع آمیکرون ویروس کرونا و بدی آب و هوا نزدیک به ۸۰۰۰ پرواز در سراسر جهان لغو شده است، که باعث ایجاد اختلال بزرگ در بازگشت از سفر کریسمس آن سال شد.^[۲]

انجام پژوهش درخصوص مسئله‌ی مکان‌یابی هاب، سابقه در علوم مکان‌یابی و تجزیه‌وتحلیل شبکه دارد. مدل‌های ارائه‌شده برای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب، انواع مختلفی هستند، که به‌طور کلی در چهار بخش اصلی مسئله‌ی مکان‌یابی p-هاب میانه، مکان‌یابی هاب با هزینه‌ی ثابت، مکان‌یابی p-هاب مرکز، و مکان‌یابی پوشش هاب تقسیم‌بندی می‌شوند.^[۳]

اکلی^۳ (۱۹۸۷)،^[۴] مدل ریاضی مربوط به مسئله‌ی مکان‌یابی هاب با تخصیص تکی را برای مطالعه‌ی شبکه‌ی حمل‌ونقل هوایی شرکت‌های هواپیمایی ارائه کرده است. ارنست و کریشنامورتی^۴ (۱۹۹۶)،^[۵] برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط

در دنیای واقعی، عوامل متعددی، از جمله: بدی آب و هوا، بلایای طبیعی از قبیل سیل، و زلزله، و غیره، شیوع بیماری‌ها، اعتصاب کارگری، و ... منجر به اختلال در شبکه‌ی هاب می‌شود. اتحادیه‌ی بین‌المللی حمل‌ونقل هوایی

³ O'Kelly

⁴ Ernst & Krishnamoorthy

¹ International Air Transport Association

² Three-day Christmas weekend

این صورت که هر گره در هر سطح می‌تواند به یک هاب اختصاص یابد؛ در نتیجه، با از دسترس خارج شدن هاب‌های سطوح بالاتر، جابجایی کالاها از طریق هاب‌های سطوح بعدی مسیریابی خواهد شد. کیو^{۱۱} و همکاران (۲۰۱۰)،^[۱۱] مدل اسنایدر و داسکین را با در نظر گرفتن احتمال خرابی وابسته به مکان تسهیل بهبود داده و مدل‌های گسسته و پیوسته‌ی آن را ارائه داده‌اند. کیم و اکی^{۱۲} (۲۰۰۹)، مسئله‌ی مکان‌یابی p- میان به تخصیص یگانه و چندگانه با هدف بیشینه‌سازی قابلیت اطمینان را مطالعه کرده‌اند. در این مسئله برای هاب‌ها و مسیرهای ارتباطی، احتمال از کارافتادگی در نظر گرفته شده است. معصوم زاده (۲۰۱۶)،^[۱۳] با در نظر گرفتن امکان اختلال در گره‌های هاب، یک مدل دوهدفه ارائه کرده‌اند؛ که هدف اول آن بیشینه‌سازی کمترین مقدار پتانسیل جریان در بین کلیه‌ی جفت گره‌های مبدأ مقصد و هدف دوم آن، کمینه‌سازی هزینه‌ی استقرار تسهیلات هاب‌ها بوده است. در مدل اخیر، تعداد گره‌های هاب اصلی و پشتیبان از پیش تعیین شده است و یک گره نمی‌تواند به‌طور همزمان به عنوان هاب اصلی و هاب پشتیبان انتخاب شود.

آن^{۱۳} و همکاران (۲۰۱۵)،^[۹] مدل ارائه‌شده‌ی توسط کیم و اکی (۲۰۰۹)،^[۱۲] را گسترش داده و با در نظر گرفتن احتمال خرابی هاب‌ها، برای هر دو راهبرد تخصیص یگانه و چندگانه مدل‌سازی کرده و پس از اختلال در یک هاب، برای هر جفت مبدأ- مقصد، که از طریق هاب مذکور مسیریابی شده‌اند، به واسطه‌ی دیگر هاب‌های موجود، یک مسیر پشتیبان در نظر گرفته‌اند. تابع هدف مدل پیشنهادی، کمینه‌سازی هزینه‌های حمل‌ونقل در شرایط عادی، هزینه‌های حمل‌ونقل در زمان بروز اختلال، و هزینه‌ی جریان از دست‌رفته بوده و هزینه‌ی انتقال در زمان بروز اختلال توسط مسیرهای پشتیبان، دو برابر هزینه‌ی انتقال در شرایط عادی فرض شده است و ضمناً در هر مقطع زمانی، فقط یک هاب می‌تواند از دسترس خارج شود. علاوه بر این، ایشان از رویکردهای حل آزادسازی لاگرانژ و شاخه و کران برای یافتن جواب نزدیک به بهینه و بهینه استفاده کرده‌اند. پسندیده و همکاران (۲۰۱۵)،^[۱۴] یک مدل چندهدفه برای مسئله‌ی بیشینه‌سازی پوشش p- هاب ارائه کرده‌اند، که در آن هر هاب و مسیر ارتباطی، احتمال از دسترس خارج شدن از پیش تعیین‌شده‌ی داشته است. ایشان به دنبال استقرار هاب‌ها و تعیین تخصیص‌ها به نحوی بوده‌اند که جریان پوشش داده‌شده در کنار قابلیت اطمینان سیستم بیشینه شود.

مدنی و همکاران (۲۰۱۸)،^[۱۵] یک مدل دوهدفه‌ی عدد صحیح با در نظر گرفتن احتمال خرابی مسیرهای ارتباطی و هاب‌ها ارائه کرده‌اند، که تابع هدف اول، جریان تحت پوشش را بیشینه می‌ساخت و تابع هدف دوم، میزان جریان عبوری از هاب‌ها را متعادل می‌کرد و برای مواجهه با شرایط بحران، دو رویکرد پشتیبان‌گیری‌های یگانه و چندگانه پیشنهاد داده‌اند. محمدی و همکاران (۲۰۱۹)،^[۱۶] به بررسی مسئله‌ی مکان‌یابی p-Hub با هدف کاهش هزینه‌ها و کمینه‌ساختن بیشینه‌ی زمان حمل‌ونقل با تخصیص یگانه و وجود عدم قطعیت در کمان‌ها پرداخته‌اند. ایشان برای حل مدل پیشنهادی، یک کران پایین برای مرز پارتو پیشنهاد کرده و توسط یک الگوریتم فراابتکاری ترکیبی به حل مدل پرداخته‌اند. یحیایی و همکاران (۲۰۱۹)،^[۱۷] با در نظر گرفتن امکان خرابی بیش از یک هاب در یک مسیر، یک مدل دو هدفه‌ی درجه دو ارائه کرده‌اند. ایشان

متفاوتی برای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب با تخصیص چندگانه و ظرفیت محدود (SapHMP)^۵ ارائه کرده‌اند، که به متغیرها و محدودیت‌های کمتری نیاز داشته است. کمپل^۶ (۱۹۹۲)،^[۶] اولین مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط را برای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب با ظرفیت محدود (MapHMP)^۷ ارائه داده است، که ۴ اندیس داشته است. ابری^۸ و همکاران (۲۰۰۰)،^[۷] با بهره‌گیری از مدل ارائه‌شده‌ی ارنست و کریشنامورتی (۱۹۹۶)،^[۵] یک مدل عدد صحیح مختلط جدید برای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب با تخصیص چندگانه و ظرفیت محدود ارائه کرده‌اند. مراکلی و یامان^۹ (۲۰۱۷)،^[۸] یک مدل مکان‌یابی هاب با تخصیص چندگانه و ظرفیت محدود در شرایط وجود عدم قطعیت در تقاضای گره‌ها ارائه داده‌اند؛ که در آن، محدودیت ظرفیت فقط بر جریان‌هایی که مستقیماً از گره‌های غیرهاب به گره‌ی هاب وارد می‌شوند، اعمال می‌شود.

سیستم‌های لجستیکی و از جمله سیستم‌های هاب با بسیاری از عدم قطعیت‌ها، مانند تقاضا، هزینه‌ها، و قابلیت اطمینان سیستم مواجه هستند. کارایی و توانایی تسهیلات در نظر گرفته‌شده در هاب‌ها و مسیرهای ارتباطی بین نقاط، وابسته به شرایط محیطی آن‌هاست. به‌عنوان مثال، در سیستم حمل‌ونقل هوایی، شرایط آب و هوایی ناپایدار به‌راحتی می‌تواند دسترسی به فرودگاه‌های هاب را تحت تأثیر قرار دهد و با به تأخیر افتادن و یا لغو پروازهای از پیش برنامه‌ریزی‌شده، باعث تحمیل هزینه‌های بسیار سنگین شود.^[۹] از جمله عواملی که باعث کاهش کارایی و یا از کارافتادگی کامل سیستم‌های هاب می‌شوند، می‌توان به بدی آب و هوا، بلایای طبیعی از قبیل سیل و زلزله و غیره، شیوع بیماری‌ها، اعتصاب کارگری، و دیگر حوادث غیرمترقبه اشاره کرد.

در نوشتار حاضر، به بررسی مسئله‌ی مکان‌یابی هاب تک‌تخصیصه با احتمال اختلال در گره‌های هاب پرداخته شده است. همچنین، دو راهبرد پشتیبان‌گیری‌های یگانه و چندگانه با امکان برقراری ارتباط مستقیم با هدف کمینه‌سازی هزینه‌ها با وجود محدودیت ظرفیت هاب‌ها معرفی شده است. با توجه به ابعاد بزرگ مسئله و سختی ذاتی مسائل مکان‌یابی برای حل هر یک از مسائل، یک الگوریتم فراابتکاری ژنتیک توسعه داده شده است.

ساختار نگارش نوشتار حاضر بدین صورت است که در بخش بعد، مروری بر ادبیات مسئله‌ی مکان‌یابی هاب با تأکید بر اختلال در گره‌های هاب صورت گرفته است. مدل‌سازی مسئله در بخش ۳ و روش حل در بخش ۴ تشریح شده است. نتایج عددی حاصل از حل مسئله در بخش ۵ و درنهایت، در بخش ۶ جمع‌بندی نوشتار و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی ارائه شده است.

۲. مروری بر پژوهش‌های پیشین

در بیشتر مطالعات انجام‌شده در ارتباط با مکان‌یابی تسهیلات هاب فرض بر این است که مراکز انتخاب‌شده به‌عنوان هاب، در طول دوره‌ی برنامه‌ریزی، وظایف عملکردی خود را کاملاً انجام می‌دهند. اما عملاً، هاب‌ها به دلایل مختلفی می‌توانند با اختلال مواجه شوند. اسنایدر و داسکین^{۱۰} (۲۰۰۵)،^[۱۰] با این فرض که هر گره، احتمال شکست به صورت از پیش تعیین‌شده‌ای دارد، یک مدل عدد صحیح برای مسئله‌ی p- میان به هزینه‌ی ثابت تصادفی ارائه داده‌اند. ایشان از راهبرد تخصیص چندسطحی جهت مواجهه با شکست استفاده کرده‌اند، به

¹⁰ Snyder & Daskin

¹¹ Cui

¹² Kim & O'Kelly

¹³ An

⁵ Single Allocation p-Hub Median Problem

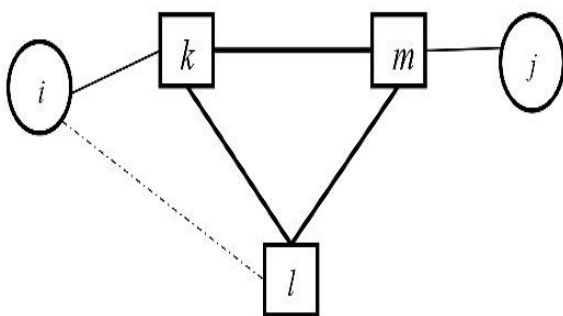
⁶ Campbell

⁷ Multiple Allocation p-Hub Median Problem

⁸ Ebery

⁹ Meraklı & Yaman

- در هنگام اختلال، از بین هاب‌های موجود برای هاب از دسترس خارج شده پشتیبان انتخاب می‌شود.
 - در صورت بروز اختلال در یک گره‌ی هاب، تمام ظرفیت هاب از دست خواهد رفت (اختلال کامل).
 - به هنگام از دسترس خارج شدن هاب (و تبدیل به یک گره‌ی معمولی)، ممکن است بخشی از تقاضای گره‌ی مذکور برآورده شود، که در این حالت بخش دیگر جریان، از دست‌رفته در نظر گرفته می‌شود.
 - در رویکرد پشتیبان‌گیری یگانه، هر هاب یک هاب پشتیبان خواهد داشت و با از دسترس خارج شدن هاب، تمامی جریان‌های عبوری از آن به هاب پشتیبان منتقل خواهند شد.
 - در رویکرد پشتیبان‌گیری چندگانه، امکان برقراری ارتباط مستقیم بین دو گره‌ی مبدأ و مقصد نیز وجود دارد. در این حالت، با از دسترس خارج شدن هر هاب، هر یک از جریان‌های مبدأ- مقصد عبوری از آن هاب می‌تواند به یکی از هاب‌های پشتیبان منتقل و یا ارتباط مستقیم بین مبدأ- مقصد برقرار شود.
 - هاب‌ها ظرفیت محدود دارند.
- در ادامه، با در نظر گرفتن فرضیات ذکر شده، مدل‌های پیشنهادی برای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب با پشتیبان‌گیری یگانه و ظرفیت محدود گره‌های هاب (CSApHMLP-SB)¹⁵ و مسئله‌ی مکان‌یابی هاب با پشتیبان‌گیری چندگانه و امکان ارتباط مستقیم و ظرفیت محدود گره‌های هاب (CSApHMLP-MB&DL)¹⁶ ارائه شده است.
- اگر احتمال خرابی گره‌ها صفر باشد و ظرفیت هر یک از گره‌های شبکه به اندازه‌ی مجموع جریان‌های کل شبکه در نظر گرفته شود، مسئله‌های CSApHMLP-SB و CSApHMLP-MB&DL را می‌توان به مسائل کلاسیک هاب کاهش داد. در مسئله‌ی CSApHMLP-MB&DL با صفر در نظر گرفتن احتمال خرابی گره‌ها، امکان برقراری ارتباط مستقیم، که برای شرایط بحران در نظر گرفته شده است، نیز وجود ندارد.
- به جهت نزدیک‌تر شدن مسئله به شرایط دنیای واقعی، جریمه‌ی استفاده از مسیر جایگزین فقط برای بخش‌هایی از مسیر که نسبت به شرایط عادی تغییر کرده است، در نظر گرفته شده است. در شکل ۱، در شرایط عادی (پیش از بحران) برای جابجایی جریان‌ها از مبدأ i به مقصد j از دو هاب k و m استفاده می‌شود، در صورت از دسترس خارج شدن هاب k ، هاب l پشتیبان هاب اول مسیر i به j خواهد شد.



شکل ۱. مسیر مبدأ به مقصد قبل و پس از بحران در یک شبکه‌ی هاب و کمان.

برای هر مسیر مبدأ به مقصد در شرایط عادی و پس از وقوع بحران، حالت‌های ممکن را به ۶ دسته تقسیم کرده‌اند، که در ۴ حالت جریان از طریق مسیرهای عادی و یا پشتیبان برقرار و در دو حالت جریان از دست‌رفته است. در مسئله‌ی اخیر، تابع هدف اول، بیشینه‌سازی تقاضا و تابع هدف دوم، کمینه‌سازی هزینه‌ها را پوشش داده‌اند.

گرانی و عیدی (۲۰۲۱)^[۱۸] به بررسی مسئله‌ی دوسطحی برای کمینه‌سازی هزینه‌های شبکه‌ی هاب در سطح اول تصمیم‌گیری و کاهش خدمات از دست‌رفته به دلیل اختلال و شکست در فرآیندهای خدمات، در سطح دوم تصمیم‌گیری پرداخته و یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح در شرایط بحران ارائه کرده‌اند. برای حل مسئله‌ی ذکر شده از روش کاروش-کون-تاکر (KKT)¹⁴ و از داده‌های ۳۷ شهر بزرگ از سازمان هواپیمایی جمهوری اسلامی ایران برای اعتبارسنجی مدل پیشنهادی استفاده شده است.

در مطالعه‌ی حاضر، به منظور نزدیک کردن مدل‌های موجود به دنیای واقعی، امکان از دسترس خارج شدن هاب در نظر گرفته شده است. در صورت از دسترس خارج شدن یک هاب، کلیه‌ی جریان عبوری از آن هاب از دست‌رفته تلقی می‌شود، که موجب وارد شدن هزینه‌های سنگینی به سیستم خواهد شد. به منظور کاهش هزینه‌های اخیر، در مطالعه‌ی حاضر برای هر هابی که از دسترس خارج می‌شود، هاب/هاب‌های پشتیبان در نظر گرفته شده و طراحی سیستم به نوعی بوده است؛ که در صورت وقوع شرایط بحرانی، کمینه‌ی زیان به سیستم تحمیل خواهد شد. در این راستا، دو رویکرد در مواجهه با هاب از دسترس خارج شده در نظر گرفته شده است: (۱) پشتیبان‌گیری یگانه (۲) پشتیبان‌گیری چندگانه با امکان برقراری ارتباط مستقیم.

همچنین در مطالعات انجام‌شده‌ی پیشین درخصوص مسائل مکان‌یابی هاب تحت شرایط بحران فرض بر نامحدود بودن ظرفیت تسهیلات هاب بوده است؛ در صورتی که در دنیای واقعی، تسهیلات هاب، ظرفیت محدودی داشته است. بیشتر پژوهش‌ها در زمینه‌ی پشتیبان‌گیری‌های یگانه و چندگانه به صورت جداگانه انجام گرفته و مقایسه‌ای بین دو مورد اخیر انجام نشده است. زیارتی و همکاران (۲۰۲۰)^[۱۹] با در نظر گرفتن ظرفیت محدود برای گره‌های هاب به بررسی مسئله‌ی مکان‌یابی هاب تحت شرایط بحران با راهبردهای پشتیبان‌گیری یگانه و چندگانه با امکان برقراری ارتباط مستقیم پرداخته‌اند.

۳. تعریف و مدل‌سازی مسئله

در بخش حاضر، مسئله‌ی مکان‌یابی هاب با تخصیص تکی با احتمال اختلال در گره‌های هاب بررسی شده است. در این راستا، دو راهبرد پشتیبان‌گیری‌های یگانه و چندگانه با امکان برقراری ارتباط مستقیم با هدف کمینه‌سازی هزینه‌ها با وجود محدودیت ظرفیت هاب‌ها معرفی شده است.

مفروضات در نظر گرفته شده عبارت‌اند از:

- شبکه (گراف) بین هاب‌ها کامل است.
- تعداد هاب‌ها از قبل مشخص شده و مدل از نوع برون‌زاد بوده است.
- گره‌های غیرهاب فقط به یک هاب تخصیص داده می‌شوند (تخصیص یگانه).
- در هر لحظه امکان از دسترس خارج شدن فقط یک هاب وجود دارد.
- احتمال از دسترس خارج شدن هر هاب مشخص است.

¹⁶ Capacitated Single Allocation p-Hub Median Location Problem with Multiple Backup Hubs and Direct Links

¹⁴ Karush-Kuhn-Tucker

¹⁵ Capacitated Single Allocation p-Hub Median Location Problem with Single Backup

y_{ij}^{km} در صورتی که جهت انتقال جریان از گرهی i به گرهی j از هاب‌های k و m استفاده شود، مقدار 1 اختیار می‌کند و در غیر این صورت برابر 0 خواهد بود. u_{kl} اگر هاب l به‌عنوان پشتیبان هاب k انتخاب شود، مقدار 1 و در غیر این صورت مقدار 0 می‌گیرد.

۱.۳. مدل ریاضی (CSApHMLP-SB)

مدل مکان‌یابی p - هاب میانه با پشتیبان‌گیری یگانه و در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت برای گره‌های هاب به صورت روابط ۳ الی ۱۳ ارائه شده است:

$$\min \sum_i \sum_{k \neq i} \sum_m \sum_{j \neq m} c_{ij}^{km} w_{ij} - 1 \quad (A) \quad (3)$$

$$f_k - f_m^k \Big] y_{ij}^{km} + \sum_i \sum_j \left[\sum_{m \neq j} \delta \quad 1 - \beta_i \quad c_{ij}^{im} w_{ij} f_i y_{ij}^{im} \right] \quad (B)$$

$$+ c_{ij}^{im} w_{ij} \left[1 - f_i - f_m^i \right] y_{ij}^{im} + \sum_{k \neq i} \delta \quad 1 - \beta_j \quad c_{ij}^{kj} w_{ij} f_i y_{ij}^{kj} + c_{ij}^{kj} w_{ij} \left[1 - f_j - f_k^j \right] y_{ij}^{kj} + c_{ij}^{ij} w_{ij} \left[1 - f_i - f_j^i \right] y_{ij}^{ij} + \delta \left[1 - \beta_i \right] c_{ij}^{ij} w_{ij} f_i y_{ij}^{ij} + \delta \left[1 - \beta_i \right] c_{ij}^{ij} w_{ij} f_j y_{ij}^{ij}$$

$$+ \sum_{i \neq k} \sum_k \sum_{m \neq k} \sum_{j \neq k} \sum_{l \neq k} \left[\tau_1 d_{il} \right] \quad (C-1)$$

$$+ \tau_2 \pi \left[\alpha d_{lm} \right] + d_{mj} \Big] \left[w_{ij} + w_{ji} \right] f_k u_{kl} y_{ij}^{km} + \sum_{i \neq k} \sum_k \sum_{j \neq k} \sum_{l \neq k} \tau_1 \left[d_{il} + d_{lj} \right] w_{ij} f_k u_{kl} y_{ij}^{kk}$$

$$+ \sum_k \beta_k \left[\sum_j \sum_{m \neq k} \sum_l \left[\tau_1 d_{kl} \right] \right] \quad (C-2)$$

$$+ \tau_2 \left[\alpha d_{lm} \right] + d_{mj} \Big] \left[w_{kj} + w_{jk} \right]$$

$$f_k u_{kl} y_{kj}^{km} + \sum_{j \neq k} \sum_{l \neq k} \tau_1 \left[d_{kl} + d_{lj} \right] \left[w_{kj} + w_{jk} \right] f_k u_{kl} y_{kj}^{kk}$$

$$\sum_k x_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (4)$$

$$\sum_k x_{kk} = p \quad (5)$$

$$x_{ik} \leq x_{kk} \quad \forall i, k \quad (6)$$

$$\sum_k \sum_m y_{ij}^{km} = 1 \quad \forall i, j \quad (7)$$

اگر c_{ik} هزینه‌ی جابجایی یک واحد جریان از گرهی i به گره k باشد، در شرایط عادی هزینه‌ی جابجایی هر واحد جریان از مبدأ i به مقصد j مطابق رابطه‌ی ۱ خواهد بود:

$$C_{ikmj} = c_{ik} + \alpha c_{km} + c_{mj} \quad (1)$$

که در آن، α نرخ تخفیف مسافرت بین هاب‌هاست.

در مطالعه‌ی حاضر، دو ضریب جریمه‌ی متفاوت برای بخش‌هایی از مسیر مبدأ به مقصد، که نسبت به شرایط عادی تغییر کرده است، مطابق رابطه‌ی ۲ در نظر گرفته شده است:

$$C_{ilmj} = \tau_1 c_{il} + \tau_2 \alpha c_{lm} + c_{mj} \quad (2)$$

ضریب جریمه‌ی اول (τ_1) برای یال مبدأ به هاب اول است، که از آن قبل از بحران استفاده نمی‌شده است، اما یال مربوط به هاب پشتیبان (l) به هاب دوم (m) پیش از بحران استفاده می‌شده و پس از بحران، ترافیک بیشتری از آن عبور می‌کند؛ به همین دلیل از دو ضریب جریمه‌ی متفاوت استفاده شده است، که همواره $\tau_1 \geq \tau_2$ است.

در مطالعه‌ی حاضر، $G(N, E)$ یک شبکه‌ی کاملاً متصل در نظر گرفته شده است، که N مجموعه‌ی گره‌ها و E مجموعه‌ی مسیرهای ارتباطی بین گره‌های شبکه هستند. پارامترها و متغیرهای تصمیم استفاده‌شده برای ارائه‌ی دو مدل ذکرشده، به این صورت هستند (N تعداد گره‌ها در شبکه است و تمامی اندیس‌ها زیرمجموعه‌ی N هستند).

- پارامترها

c_{ij} هزینه/فاصله بین گره‌های i و j

d_{ij} هزینه/فاصله بین گره‌های i و j

w_{ij} میزان جریان از گرهی i به گرهی j

P تعداد هاب‌ها

Q_k ظرفیت هاب k

f_k احتمال از دسترس خارج شدن هاب k

f_m^k احتمال اختلال در هاب m ، که اگر $k=m$ باشد، مقدار صفر می‌گیرد؛ در غیر این صورت برابر با f_k است.

β_k درصدی از جریان‌های هاب k ، که پس از خرابی برآورده خواهد شد.

δ ضریب جریمه‌ی تقاضای از دست‌رفته

γ ضریب جریمه‌ی استفاده از مسیر مستقیم

τ_1 ضریب جریمه‌ی مربوط به مسیر پشتیبان از گرهی مبدأ به هاب پشتیبان و یا هاب پشتیبان به مقصد

τ_2 ضریب جریمه‌ی مربوط به مسیر پشتیبان از هاب پشتیبان به هاب دوم و یا هاب اول به هاب پشتیبان

- متغیرها

x_{ik} اگر گرهی i به هاب k تخصیص یابد، مقدار 1 و در غیر این صورت مقدار 0 می‌گیرد.

x_{kk} اگر در گرهی k ، هاب استقرار یابد، مقدار 1 و در غیر این صورت مقدار 0 می‌گیرد.

محدودیت‌های ۴ الی ۸، محدودیت‌های کلاسیک مسئله‌ی p-هاب میانه با تخصیص تکی هستند. محدودیت ۹ تضمین می‌کند گره‌ای که از دسترس خارج شده است، یک گره‌ی هاب است و برای آن یک پشتیبان انتخاب شود. محدودیت ۱۰ بیان می‌کند هاب پشتیبان باید از بین هاب‌های موجود باشد. رابطه‌ی ۱۱ تضمین می‌کند پیش از وقوع بحران و در دسترس بودن تمام هاب‌ها، میزان جریان عبوری از هر یک از هاب‌ها بیشتر از ظرفیت آن‌ها نشود. معادله‌ی ۱۲ تضمین می‌کند میزان جریان عبوری از هاب l زمانی که هاب k از دسترس خارج شده است، بیش از ظرفیت آن نباشد. عبارت‌های اول و دوم، میزان جریان عبوری از هاب l پیش از وقوع بحران و اختلال در گره‌ی k را محاسبه می‌کند. عبارت سوم، تمام جریان‌هایی که از طریق هاب‌های k و l مسیریابی می‌شوند و به هنگام وقوع بحران استفاده از مسیرهای مذکور امکان‌پذیر نبوده است، را از ظرفیت هاب مدنظر (l) کم می‌کند. سه عبارت توضیح داده‌شده را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۱۵ نیز نمایش داد.

$$\sum_i \sum_j \sum_{m \neq l, k} w_{ij} + w_{ji} y_{ij}^{lm} + \sum_i \sum_j w_{ij} y_{ij}^{ll} \quad (15)$$

عبارت‌های چهارم و پنجم در رابطه‌ی ۱۲، نشان‌دهنده‌ی میزان جریان‌هایی هستند که از طریق هاب k منتقل می‌شده و پس از اختلال در هاب k، از طریق هاب l به عنوان هاب پشتیبان منتقل خواهد شد، به جز جریان‌هایی که هاب k مبدأ یا مقصد بوده باشد. عبارت ششم، میزان جریان‌هایی که پیش از اختلال توسط هاب‌های k و l مسیریابی می‌شده و با اختلال در گره‌ی k از طریق هاب m (به‌عنوان پشتیبان هاب k) و هاب l مسیریابی خواهد شد، را محاسبه می‌کند. عبارت‌های هفتم و هشتم به ترتیب میزان جریان‌هایی که مبدأ/مقصد هاب k (هایی که از دسترس خارج شده است) باشد، را در حالتی که هاب پشتیبان، هاب l باشد و یا هاب پشتیبان‌هایی به غیر از هاب l باشد، اما مقصد/مبدأ گره‌ی l باشد، را محاسبه می‌کند.

۲.۳. مدل ریاضی (CSApHMLP-MB&DL)

متغیرهایی که در مدل قبلی تعریف شده‌اند، در این مدل نیز استفاده می‌شوند. همچنین در مدل ذکرشده از این متغیرها استفاده می‌شود:

اگر هاب l به عنوان پشتیبان هاب اول (k) مسیر i به j انتخاب شود، مقدار ۱ در غیر این صورت ۰ خواهد بود.

اگر پس از اختلال، بین دو گره‌ی i و j، زمانی که hاب اول در این مسیر بوده است، ارتباط مستقیم برقرار شود، مقدار ۱ و در

غیر این‌صورت ۰ خواهد بود.

فرمول‌بندی مدل مکان‌یابی p-هاب میانه با پشتیبان‌گیری چندگانه و امکان برقراری ارتباط مستقیم با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت برای گره‌های هاب به صورت روابط ۱۶ الی ۲۵ ارائه شده است:

$$\begin{aligned} \min \sum_i \sum_{k \neq i} \sum_m \sum_{j \neq m} c_{ij}^{km} w_{ij} \\ [1 - f_k - f_m^k] y_{ij}^{km} \\ + \sum_i \sum_j \left[\sum_{m \neq j} \delta \left[1 - \beta_i \right] c_{ij}^{im} w_{ij} f_i y_{ij}^{im} \right. \\ \left. + c_{ij}^{im} w_{ij} [1 - f_i - f_m^i] y_{ij}^{im} \right. \\ \left. + \sum_{k \neq i} \delta [1 - \beta_j] c_{ij}^{kj} w_{ij} f_j y_{ij}^{kj} \right] \end{aligned}$$

$$2y_{ij}^{km} \leq x_{ik} + x_{jm} \quad \forall i, j, k, m \quad (8)$$

$$\sum_{l \neq k} u_{kl} = x_{kk} \quad \forall k \quad (9)$$

$$u_{kl} \leq x_{ll} \quad \forall k, l \neq k \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sum_i \sum_j \sum_{m \neq l} w_{ij} + w_{ji} y_{ij}^{lm} \\ + \sum_i \sum_j w_{ij} y_{ij}^{ll} \leq Q_l x_{ll} \quad \forall l \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \sum_i \sum_j \sum_{m \neq l} w_{ij} + w_{ji} y_{ij}^{lm} \\ + \sum_i \sum_j w_{ij} y_{ij}^{ll} - \sum_i \sum_j w_{ij} + w_{ji} y_{ij}^{lk} \\ + \sum_{i \neq k} \sum_{j \neq k} \sum_{m \neq k} w_{ij} + w_{ji} u_{kl} y_{ij}^{km} \\ + \sum_{i \neq k} \sum_{j \neq k} w_{ij} u_{kl} y_{ij}^{kk} \\ + \sum_{i \neq k} \sum_{j \neq k} \sum_{m \neq l} w_{ij} + w_{ji} u_{km} y_{ij}^{kl} \\ + \beta_k \left(\sum_j \sum_m w_{kj} + w_{jk} u_{kl} y_{kj}^{km} \right. \\ \left. + \sum_j \sum_{m \neq l} w_{kj} + w_{jk} u_{km} y_{kj}^{kl} \right) \leq Q_l x_{ll} \quad \forall k, l \end{aligned} \quad (12)$$

$$x_{ik}, y_{ij}^{km}, u_{km} \in 0, 1 \quad \forall i, j, k, m \quad (13)$$

تابع هدف ۳، میانگین هزینه‌های جابجایی جریان‌ها و هزینه‌ی تقاضای از دست‌رفته را کمینه می‌سازد. بخش A تابع هدف، هزینه‌ی انتقال جریان پیش از وقوع بحران و در حالتی که هر دو گره‌ی مبدأ و مقصد غیرهاب هستند، را محاسبه می‌کند. اگر برای انتقال جریان از مبدأ i به مقصد j از دو هاب k و m استفاده شود و احتمال اختلال در دو گره‌ی مذکور هاب به ترتیب q_m و q_k باشد، در این صورت احتمال در دسترس بودن این مسیر از طریق رابطه‌ی ۱۴ محاسبه می‌شود:

= احتمال در دسترس بودن مسیر

$$1 - f_k - 1 - f_m = 1 - f_k - f_m + f_k f_m \quad (14)$$

از آنجا که در هر مقطع زمانی فقط یک هاب می‌تواند از دسترس خارج شود، مقدار عبارت $f_k f_m$ صفر خواهد بود.

بخش B تابع هدف، هزینه‌ی انتقال جریان پیش از وقوع بحران و هزینه‌ی تقاضای از دست‌رفته پس از وقوع بحران، هنگامی که مبدأ یا مقصد و یا هر دو هاب باشند، را نشان می‌دهد؛ عبارت‌های مربوط به هزینه‌ی تقاضای از دست‌رفته در ضریب جریمه‌ی δ ضرب شده‌اند.

بخش C تابع هدف، هزینه‌ی انتقال جریان با استفاده از مسیرهای پشتیبان را نشان می‌دهد. عبارت‌های بخش C-۱، هزینه‌ی انتقال جریان مربوط به تمام گره‌ها به جز گره‌ی هاب از دسترس خارج‌شده و عبارت‌های بخش C-۲، هزینه‌ی انتقال جریان مربوط به گره‌ی هاب از دسترس خارج‌شده را نشان می‌دهند.

$$\begin{aligned}
 & \sum_i \sum_j \sum_{m \neq l} w_{ij} + w_{ji} y_{ij}^{lm} \\
 & + \sum_i \sum_j w_{ij} y_{ij}^{ll} - \sum_i \sum_j w_{ij} + w_{ji} y_{ij}^{lk} \\
 & + \sum_{i \neq k} \sum_{j \neq k} \sum_{m \neq k} w_{ij} + w_{ji} g_{ij}^{kl} y_{ij}^{km} \\
 & + \sum_{i \neq k} \sum_{j \neq k} w_{ij} g_{ji}^{kl} y_{ij}^{kk} \\
 & + \sum_{i \neq k} \sum_j \sum_{m \neq l} w_{ij} + w_{ji} g_{ji}^{kl} y_{ij}^{kl} \\
 & + \beta_k \sum_j \sum_m w_{kj} + w_{jk} \\
 & g_{kj}^{kl} y_{kj}^{kl} + \sum_j \sum_{m \neq l} w_{kj} \\
 & + w_{jk} g_{kj}^{kl} y_{kj}^{km} \leq Q_l x_{ll} \quad \forall k, l
 \end{aligned} \quad (24)$$

$$x_{ik}, y_{ij}^{km}, g_{ij}^{kl}, s_{ijk} \in 0, 1 \quad \forall i, j, k, m \quad (25)$$

همانند مدل CSApHMLP-SB، تابع هدف ۱۶ امید ریاضی هزینه‌ها را کمینه می‌سازد.

معادله‌ی ۱۷ الزام می‌کند که اگر گره‌ی k هاب اول در مسیر i به j باشد، برای شرایط بحران یا گره‌ای غیر از k ($l \neq k$) به‌عنوان هاب پشتیبان این مسیر در نظر گرفته می‌شود و یا مسیر مستقیم بین گره‌های i و j برقرار می‌شود. معادله‌ی ۱۸ تضمین می‌کند در صورتی گره‌ی l می‌تواند به‌عنوان پشتیبان هاب اول (k) در مسیر گره‌ی i به گره‌ی j انتخاب شود که گره‌ی l هاب باشد و همچنین برای انتقال جریان از گره‌ی i به گره‌ی j ، هاب k به‌عنوان هاب اول انتخاب شده باشد.

معادله‌های ۱۹ و ۲۰ نشان می‌دهند در صورتی می‌توان بین گره‌های i و j ارتباط مستقیم برقرار کرد که هیچ‌یک از دو گره‌ی مذکور هاب نباشند، می‌توان دو معادله‌ی اخیر را به صورت رابطه‌ی ۲۶ نوشت:

$$2s_{ijk} + x_{ii} + x_{jj} \leq 2 \quad \forall i, j, k \quad (26)$$

رابطه‌ی ۲۱ بیان می‌کند هنگامی که هر دو گره‌ی i و j به یک هاب تخصیص یافته‌اند و این هاب از دسترس خارج شده است، اگر برای مسیر رفت از ارتباط مستقیم استفاده شود، برای مسیر برگشت نیز باید از ارتباط مستقیم استفاده شود. رابطه‌ی ۲۲، تضمین می‌کند هنگامی که دو گره‌ی i و j به یک هاب تخصیص یافته‌اند و این هاب از دسترس خارج شود، فقط از یک هاب پشتیبان برای انتقال جریان دو گره‌ی i و j استفاده شود.

معادله‌ی ۲۳ تضمین می‌کند پیش از وقوع بحران، میزان جریان عبوری از هر هاب بیش از ظرفیت آن نشود. معادله‌ی ۲۴ اطمینان می‌دهد میزان جریان عبوری از هاب l زمانی که هاب k از دسترس خارج شده باشد، بیش از ظرفیت آن نباشد. در معادله‌ی ۲۴، دو عبارت نخست، مجموع جریان عبوری از هاب l پیش از خرابی هاب k را محاسبه می‌کند. عبارت سوم، تمام جریان‌های هاب k (هاب از دسترس خارج شده) و هاب l را کم می‌کند و در نهایت، عبارت‌های دیگر، جریان‌هایی که به هنگام وقوع بحران، بازسازی و از طریق هاب l خدمت‌دهی می‌شوند، اضافه می‌کنند.

$$\begin{aligned}
 & + c_{ij}^{kj} w_{ij} [1 - f_j - f_k^j] y_{ij}^{kj} \\
 & + c_{ij}^{ij} w_{ij} [1 - f_i - f_j^i] y_{ij}^{ij} \\
 & + \delta [1 - \beta_i] c_{ij}^{ij} w_{ij} f_j y_{ij}^{ij} \\
 & + \delta [1 - \beta_j] c_{ij}^{ij} w_{ij} f_j y_{ij}^{ij} \\
 & + \gamma \left[\sum_{i \neq k} \sum_k \sum_{m \neq k} \sum_{j \neq k} d_{ij} [w_{ij} + w_{ji}] \right. \\
 & \left. f_k s_{ijk} y_{ij}^{km} + \sum_{i \neq k} \sum_{j \neq k} \sum_k d_{ij} \right. \\
 & \left. w_{ij} f_k s_{ijk} y_{ij}^{kk} \right]
 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{i \neq k} \sum_k \sum_{m \neq k} \sum_{j \neq k} \sum_{l \neq k} \left[\tau_1 d_{il} + \right. \\
 & \left. \tau_1 [\alpha d_{lm}] + d_{mj} \right] \\
 & [w_{ij} + w_{ji}] f_k g_{ij}^{kl} y_{ij}^{km} \\
 & + \sum_{i \neq k} \sum_k \sum_{j \neq k} \sum_{l \neq k} \tau_1 [d_{il} + d_{lj}] \\
 & w_{ij} f_k g_{ij}^{kl} y_{ij}^{kk} \\
 & + \sum_k \beta_k \left[\sum_j \sum_m \sum_l [\tau_1 d_{kl} + \right. \\
 & \left. \tau_2 [\alpha d_{lm}] + d_{mj}] \right] \\
 & [w_{kj} + w_{jk}] f_k g_{kj}^{kl} y_{kj}^{km}
 \end{aligned}$$

$$s_{ijk} + \sum_{l \neq k} g_{ij}^{kl} = \sum_m y_{ij}^{km} \quad \forall i, j \neq k, k \quad (17)$$

$$2g_{ij}^{kl} \leq x_{ll} + \sum_m y_{ij}^{km} \quad \forall i, j, k, l \quad (18)$$

$$s_{ijk} + x_{ii} \leq 1 \quad \forall i, j, k \quad (19)$$

$$s_{ijk} + x_{jj} \leq 1 \quad \forall i, j, k \quad (20)$$

$$s_{ijk} y_{ij}^{kk} = s_{ijk} y_{ji}^{kk} \quad \forall i, j, k \quad (21)$$

$$g_{ij}^{kl} y_{ij}^{kk} = g_{ji}^{kl} y_{ji}^{kk} \quad \forall i, j, k, l \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_i \sum_j \sum_{m \neq l} w_{ij} + w_{ji} y_{ij}^{lm} + \\
 & \sum_i \sum_j w_{ij} y_{ij}^{ll} \leq Q_l x_{ll} \quad \forall l
 \end{aligned} \quad (23)$$

Nodes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Hub selection	0.79	0.66	0.85	0.68	0.74	0.66	0.71	0.28	0.10	0.69
Backup & allocation	0.96	0.04	0.93	0.76	0.39	0.17	0.03	0.05	0.82	0.32

شکل ۲. ساختار جواب تصادفی برای مسئله CSaPHMLP-SB با ۱۰ گره.

Hubs	1 st	2 st	3 st
Node	3	1	5
الف			

node	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Allocated hub	1	1	3	5	5	1	5	3	3	5

ب

شکل ۳. (الف) تعیین گره‌های هاب، (ب) تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب‌ها.

Hubs	1 st	2 st	3 st
Node	3	1	5
Backup hub	5	5	3

شکل ۴. تعیین هاب پشتیبان.

گروه‌هاست. سطر اول ماتریس برای انتخاب گره‌های هاب و تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب و سطر دوم آن برای انتخاب هاب پشتیبان است.

ماتریس ذکرشده با اعداد تصادفی در بازه $[0, 1]$ تولید می‌شود، که با مرتب کردن اعداد سطر نخست به صورت غیرصعودی، p گرهی اول با بالاترین مقدار، به عنوان هاب انتخاب می‌شوند. اگر p مساوی ۳ در نظر گرفته شود، مطابق شکل ۳- الف به ترتیب گره‌های ۳، ۱، و ۵ به عنوان هاب انتخاب می‌شوند. سپس اعداد مربوط به گره‌های غیرهاب در سطر نخست در عدد p ضرب و عدد به‌دست آمده به سمت بالا گرد می‌شود. عدد مذکور به عنوان شماره‌ی هاب منتخب برای گره‌ی غیرهاب در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۳- ب، تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب‌ها برای مثال اخیر مشاهده می‌شود.

به‌منظور تخصیص هاب پشتیبان به هر هاب، ابتدا برای هر یک از هاب‌ها مجموعه‌ی A تشکیل می‌شود، که شامل هاب‌هایی است که می‌توانند به‌عنوان پشتیبان هاب مدنظر انتخاب شوند. تعداد اعضاء مجموعه‌ی A برای هر هاب $p-1$ است. سپس اعداد مربوط به گره‌های هاب در سطر دوم در عدد $p-1$ ضرب می‌شوند و اگر b برابر عدد حاصل از گردکردن به سمت بالای آن عدد در نظر گرفته شود، b نشان‌دهنده‌ی شماره‌ی هاب پشتیبان هاب مذکور در مجموعه‌ی A است. هاب‌های پشتیبان مثال اخیر در شکل ۴ مشاهده می‌شوند.

ساختار جواب استفاده‌شده برای حل مسئله CSaPHMLP-MB&DL. یک ماتریس $N \times N$ مطابق شکل ۵ است، که N تعداد گره‌هاست. ماتریس اخیر با اعداد تصادفی در بازه $[0, 1]$ تولید می‌شود و در آن، اعداد مربوط به قطر اصلی به‌منظور انتخاب هاب‌ها و تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب‌ها (این عمل

مدل به‌دست آمده، یک مدل غیرخطی عدد صحیح، با تعداد $2n^4 + n^3 + n^2$ متغیر و $2n^4 + 3n^3 + 3n^2 + 2n + 1$ محدودیت است.

مدل ارائه‌شده با ضرب دو متغیر صفر و یک y_{ij}^{km} و g_{ij}^{kl} در تابع هدف و محدودیت‌های ۲۲ و ۲۴ و متغیرهای صفر و یک S_{ijk} و y_{ij}^{km} در تابع هدف و محدودیت ۲۱ غیرخطی شده است. به‌منظور برطرف‌شدن عامل غیرخطی، از دو متغیر b_{ij}^{kml} و r_{ij}^{km} محدودیت‌های ۲۷ الی ۳۰ استفاده می‌شود.

$$y_{ij}^{km} + g_{ij}^{kl} \leq b_{ij}^{kml} + 1 \quad \forall i, j, k, m, l \quad (27)$$

$$2b_{ij}^{kml} \leq y_{ij}^{km} + g_{ij}^{kl} \quad \forall i, j, k, m, l \quad (28)$$

$$y_{ij}^{km} + S_{ijk} \leq r_{ij}^{km} + 1 \quad \forall i, j, k, m \quad (29)$$

$$2r_{ij}^{km} \leq y_{ij}^{km} + S_{ijk} \quad \forall i, j, k, m \quad (30)$$

۴. روش حل فراابتکاری

مسئله مکان‌یابی p -هاب با تخصیص یگانه به‌عنوان یک مسئله NP-hard شناخته می‌شود. در حقیقت حتی با مشخص‌بودن مکان هاب‌ها، مسئله تخصیص بهینه‌ی گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب، یک مسئله NP-hard است. مسائل CSaPHMLP-SB و CSaPHMLP-MB&DL را می‌توان به مسائل پایه‌ی هاب کاهش داد، اگر احتمال خرابی گره‌ها صفر باشد و ظرفیت هر یک از گره‌های شبکه به اندازه‌ی مجموع جریان‌های کل شبکه در نظر گرفته شود. در مسئله CSaPHMLP-MB&DL با صفر در نظر گرفتن احتمال خرابی گره‌ها، امکان برقراری ارتباط مستقیم که برای شرایط بحران در نظر گرفته شده است، نیز وجود ندارد. بنابراین دو مدل ارائه‌شده، NP-hard هستند و حل دقیق آن‌ها برای مسائل در اندازه‌های بزرگ بسیار زمانبر و در خیلی مواقع غیرممکن است. لذا در پژوهش حاضر، برای حل مدل‌های ارائه‌شده با استفاده از الگوریتم ژنتیک، روش حل ارائه شده است.^[۱۹] از مهم‌ترین عوامل در طراحی الگوریتم‌های فراابتکاری، شیوه‌ی نمایش جواب است، که بتواند به شکلی مؤثر فضای جواب را جستجو کند. هر جواب در فضای حل مسئله معمولاً در یک رشته از علامت‌های محدود نمایش داده می‌شود، که هر رشته، کروموزوم نامیده می‌شود و یک جواب برای مسئله است، که این جواب می‌تواند امکان‌پذیر (شدنی) یا غیرممکن (نشدنی) باشد.

کروموزوم‌های ارائه‌شده برای مسئله اخیر، علاوه‌بر تعیین گره‌های هاب و تخصیص گره‌های باقی‌مانده به تسهیلات هاب، مسیرهای پشتیبان در شرایط وقوع بحران را نیز مشخص می‌کنند. جواب‌های تولیدشده در هر یک از گام‌های الگوریتم، ممکن است به‌دلیل نقض محدودیت ظرفیت تسهیلات هاب، نشدنی باشند؛ بنابراین شدنی‌بودن جواب‌های تولیدشده در هر مرحله بررسی می‌شود.

همه‌ی جواب‌های تولیدشده در فرآیند الگوریتم حفظ می‌شوند. در صورت نقض محدودیت (ظرفیت)، تابع برازندگی برابر با تابع هدف مسئله به‌علاوه‌ی جریمه نقض است، که این جریمه خود ضربی از تابع هدف است (همواره ضریب جریمه بزرگ‌تر از ۱ است).

- ساختار جواب

ساختار جواب استفاده‌شده برای حل مسئله CSaPHMLP-SB توسط الگوریتم یک ماتریس $2 \times N$ مطابق شکل ۲ است، که در آن، N تعداد

↓

Parent 1	0.96	0.40	0.13	0.72	0.84	0.64	0.01	0.48	0.06	0.79
	0.09	0.21	0.26	0.31	0.16	0.38	0.06	0.90	0.86	0.80
Parent 2	0.07	0.55	0.05	0.22	0.96	0.63	0.08	0.31	0.51	0.51
	0.30	0.66	0.85	0.60	0.16	0.27	0.40	0.54	0.58	0.37
Offspring 1	0.96	0.40	0.13	0.72	0.96	0.63	0.08	0.31	0.51	0.51
	0.09	0.21	0.26	0.31	0.16	0.27	0.40	0.54	0.58	0.37
Offspring 2	0.07	0.55	0.05	0.22	0.84	0.64	0.01	0.48	0.06	0.79
	0.30	0.66	0.85	0.60	0.16	0.38	0.06	0.90	0.86	0.80

شکل ۷ عملگر تقاطع تک‌نقطه‌ای.

↓ ↓

Parent 1	0.96	0.40	0.13	0.72	0.84	0.64	0.01	0.48	0.06	0.79
	0.09	0.21	0.26	0.31	0.16	0.38	0.06	0.90	0.86	0.80
Parent 2	0.07	0.55	0.05	0.22	0.96	0.63	0.08	0.31	0.51	0.51
	0.30	0.66	0.85	0.60	0.16	0.27	0.40	0.54	0.58	0.37
Offspring 1	0.96	0.40	0.05	0.22	0.96	0.63	0.08	0.48	0.06	0.79
	0.09	0.21	0.85	0.60	0.16	0.27	0.40	0.90	0.86	0.80
Offspring 2	0.07	0.55	0.13	0.72	0.84	0.64	0.01	0.31	0.51	0.51
	0.30	0.66	0.26	0.31	0.16	0.38	0.06	0.54	0.58	0.37

شکل ۸ عملگر تقاطع دونقطه‌ای.

منظور از DR، امکان برقراری ارتباط مستقیم است.

در هر مرحله (نسل) از الگوریتم ژنتیک، تعداد pop size کروموزوم وجود دارد؛ که در مرحله‌ی اول با اعداد تصادفی در بازه‌ی $[0, 1]$ تولید می‌شوند.

۱.۴ عملگرهای مسئله‌ی CSApHMLP-SB

- عملگرهای تقاطع

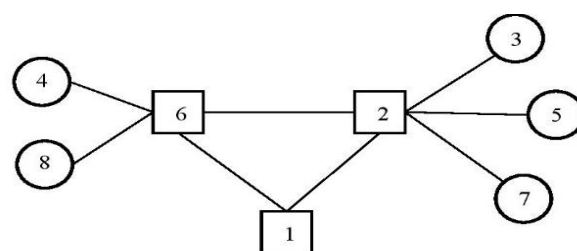
در مسئله‌ی CSApHMLP-SB از دو عملگر تقاطع تک‌نقطه‌ای و دونقطه‌ای استفاده شده است، که در شکل‌های ۷ و ۸ مشاهده می‌شوند. کروموزوم‌های والد در هر دو عملگر تک‌نقطه‌ای و دونقطه‌ای، به صورت تصادفی از جمعیت انتخاب می‌شوند.

- عملگرهای جهش

در این الگوریتم از عملگرهای جهش تک‌نقطه‌ای و دونقطه‌ای و دو عملگر جهش جدید استفاده شده است، که کروموزوم والد در آن‌ها به صورت تصادفی از جمعیت انتخاب می‌شود. در جهش تک‌نقطه‌ای، ابتدا یک نقطه در طول رشته‌ی جواب به صورت تصادفی انتخاب می‌شود، سپس مطابق شکل ۹ از آن ستون به بعد، مقادیر تمام ستون‌ها برعکس می‌شوند. در جهش دونقطه‌ای نیز دو عدد به صورت تصادفی در طول رشته‌ی جواب انتخاب و ستون‌های مربوط به دو عدد مذکور مطابق شکل ۱۰ جابجا می‌شوند.

0.63	0.12	0.05	0.54	0.21	0.62	0.86	0.33
0.66	0.86	0.49	0.70	0.57	0.57	0.79	0.47
0.73	0.48	0.19	0.50	0.64	0.05	0.51	0.65
0.89	0.84	0.12	0.54	0.42	0.93	0.18	0.03
0.98	0.21	0.21	0.45	0.21	0.73	0.40	0.84
0.77	0.55	0.15	0.12	0.95	0.74	0.13	0.56
0.58	0.63	0.19	0.49	0.08	0.06	0.03	0.85
0.93	0.03	0.04	0.85	0.11	0.86	0.94	0.35

شکل ۵. ساختار جواب تصادفی برای مسئله‌ی CSApHMLP- MB&DL با ۱۰ گره.



شکل ۶. شبکه‌ی هاب و کمان.

جدول ۱. تعیین مجموعه‌ی A جهت انتخاب مسیر پشتیبان.

Origin-Destination route	Members of set A
Rout 3 to 2	{1,6}
Rout 5 to 2	{1,6}
Rout 3 to 1	{1,6}
Rout 3 to 6	{1,6}
Rout 3 to 4	{1,6,DR}
Rout 3 to 8	{1,6,DR}

مشابه سطر اول نمایش جواب مسئله‌ی CSApHMLP-SB صورت می‌گیرد) و مابقی اعداد به منظور تعیین مسیر پشتیبان در هنگام وقوع بحران استفاده می‌شود.

به منظور انتخاب مسیر پشتیبان، ابتدا برای هر مسیر، مجموعه‌ی A تشکیل می‌شود. مجموعه‌ی A شامل $p-1$ هاب است که می‌توانند به عنوان هاب پشتیبان برای هاب اول در مسیر در نظر گرفته شوند و اگر امکان برقراری ارتباط مستقیم برای مسیر مد نظر وجود داشته باشد، عضو p ام این مجموعه، برقراری مسیر مستقیم بین مبدأ و مقصد (DR) خواهد بود. در صورتی که مبدأ یا مقصد، هاب باشند؛ امکان برقراری ارتباط مستقیم وجود نخواهد داشت و مجموعه‌ی A دارای $p-1$ عضو خواهد بود. بدین صورت برای تعیین مسیر پشتیبان، عدد مربوط به هر مسیر در تعداد اعضاء مجموعه‌ی A ضرب می‌شود و عدد حاصل از گرد کردن آن به سمت بالا، مسیر پشتیبان را مشخص می‌سازد. برای درک بهتر این موضوع، بخشی از شبکه‌ی مثال اخیر در شکل ۶ مشاهده می‌شود.

با فرض از دسترس خارج شدن هاب شماره‌ی ۲، مجموعه‌ی A برای بخشی از مسیرها، که هاب شماره‌ی ۲، هاب اول در مسیر مبدأ و مقصد است، در جدول ۱ ارائه شده است.

دارد. به عنوان مثال، برای جهش تک نقطه‌ای با اعمال بر روی سطرها، در پژوهش حاضر، یکی از سطرها به تصادف انتخاب و از آن سطر به بعد، مقادیر تمام ستون‌ها برعکس شده است.

در الگوریتم ذکر شده نیز با توجه پیچیدگی ساختار جواب از یک عملگر جهش جدید برای ایجاد تغییرات کوچک در کروموزوم والد استفاده شده است؛ بدین صورت که با انتخاب تصادفی تعداد مشخصی از ژن‌های کروموزوم والد، به هر یک از آن‌ها به صورت جداگانه یک عدد تصادفی در بازه $[0, 1]$ تعلق می‌گیرد. این عملگر از ابتدای الگوریتم استفاده نمی‌شود و با عدم بهبودهای متوالی از آن استفاده خواهد شد. تعداد عدم بهبودهای متوالی برای شروع عملگر جهش جدید از پارامترهای الگوریتم است.

مکانیزم جایگزینی یا انتخاب بازمانده، پس از تولید فرزندان توسط عملگرهای تقاطع و جهش اجرا می‌شود. در این الگوریتم اندازه‌ی جمعیت ثابت است، بنابراین باید مشخص شود که کدام افراد در نسل بعد حضور دارند. برخلاف انتخاب والد که تصادفی است، انتخاب بازمانده معمولاً قطعی است. در اینجا برای انتخاب نسل بعد براساس تابع برازندگی عمل می‌شود. به این گونه که پس از مرتب‌سازی غیرنزولی کروموزوم‌های والد و فرزند براساس تابع برازندگی، به تعداد اعضاء جمعیت با کمترین مقدار تابع برازندگی، نسل جدید را تشکیل می‌دهند.

در مسئله‌ی CSApHMLP-SB از عدم بهبود متوالی جواب‌های به دست آمده در تعداد تکرار مشخصی، برای توقف الگوریتم استفاده شده است. در مسئله‌ی CSApHMLP-MB&DL علاوه بر شرط اخیر، از بیشینه‌ی تعداد تکرار نیز به عنوان شرط دوم توقف الگوریتم استفاده شده است.

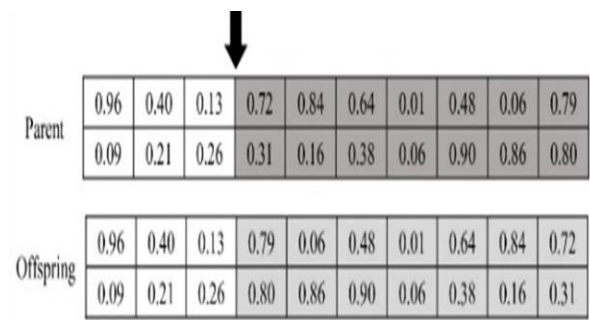
۵. نتایج محاسباتی

پارامترهای الگوریتم‌های فراابتکاری در کارایی الگوریتم بسیار مؤثر هستند، به گونه‌ای که تعیین مقدار نامناسب برای آن‌ها می‌تواند منتج به نتایج ضعیف‌تری نسبت به توانایی بالقوه‌ی الگوریتم شود. برای تنظیم پارامترهای الگوریتم و به منظور تعیین کمترین تعداد آزمایش با شرایط نزدیک به بهینه، از روش تاگوچی استفاده شده است.

در جدول‌های ۲ و ۳ به ترتیب سطوح مختلف پارامترهای الگوریتم ژنتیک برای مسئله‌های CSApHMLP-SB و CSApHMLP-MB&DL و سطح بهینه‌ی هر یک ارائه شده‌اند. سطح بهینه‌ی هر پارامتر با توجه به نمودارهای میانگین تنظیم پارامترها و سیگنال به نویز تعیین شده است.

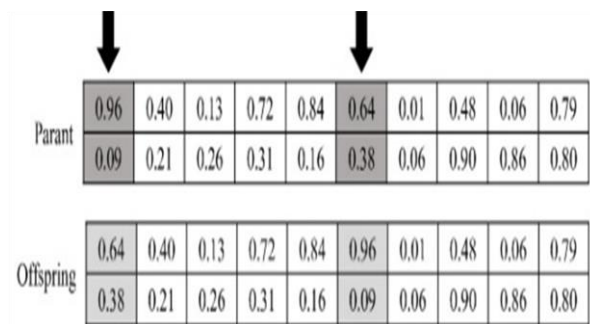
جدول ۲. پارامترهای الگوریتم ژنتیک برای مسئله‌ی CSApHMLP-SB و سطوح آن‌ها.

Optimal Level	L 3	L 2	L 1	Factor	Factor Symbol
L2	10N	8N	6N	Population Size	A
L3	40N	30N	20N	No-improvement Counter (NIC)	B
L2	0.9	0.7	0.5	Crossover Rate	C
L2	0.7 NIC	0.5 NIC	0.3 NIC	No-improvement threshold for mutation increase	D
L2	0.8	0.6	0.4	Secondary Mutation Rate	E



Parent	0.96	0.40	0.13	0.72	0.84	0.64	0.01	0.48	0.06	0.79
Offspring	0.96	0.40	0.13	0.28	0.06	0.48	0.01	0.64	0.84	0.72

شکل ۹. عملگر جهش تک نقطه‌ای.



Parent	0.96	0.40	0.13	0.72	0.84	0.64	0.01	0.48	0.06	0.79
Offspring	0.96	0.40	0.13	0.28	0.06	0.36	0.01	0.48	0.06	0.79

شکل ۱۰. عملگر جهش دو نقطه‌ای.

دو عملگر جدید با هدف ایجاد تغییرات تصادفی کوچک در سطر اول کروموزوم به منظور تغییرات در هاب‌ها و تخصیص گره‌های غیرهاب به هاب‌ها و سطر دوم کروموزوم به منظور تغییر در هاب‌های پشتیبان استفاده می‌شود. برای ایجاد تغییرات، ابتدا به صورت تصادفی، عددی در بازه $[1, p]$ انتخاب می‌شود، که r نام گذاری شده است، که نشانگر تعداد ژن‌های انتخاب شده است. سپس برای عملگر جهش جدید سطر اول، r ژن از سطر اول به صورت تصادفی انتخاب و در بازه $[0, 1]$ دوباره مقداردهی می‌شوند. عملگر جهش جدید سطر دوم نیز به همین صورت خواهد بود، با این تفاوت که ژن‌های انتخاب شده از سطر دوم و فقط شامل گره‌های هاب هستند.

۲.۴. عملگرهای مسئله‌ی CSApHMLP-MB&DL

در مسئله‌ی CSApHMLP-MB&DL، علاوه بر عملگرهای استفاده شده برای مسئله‌ی CSApHMLP-SB، که در آن‌ها ستون‌های ساختار جواب برش داده می‌شد، عملگرهایی مشابه همان عملگرها (به غیر از دو عملگر جهش جدید معرفی شده) اما با اعمال بر روی سطرها استفاده شده‌اند؛ به عبارتی، به ازاء هر عملگر در الگوریتم ژنتیک برای مسئله‌ی CSApHMLP-SB، در الگوریتم ژنتیک برای مسئله‌ی CSApHMLP-MB&DL دو عملگر وجود

جدول ۳. پارامترهای الگوریتم ژنتیک برای مسئله CSApHMLP-MB&DL و سطوح آن ها.

Optimal Level	L 3	L 2	L 1	Factor	Factor Symbol
L3	10N	8N	6N	Population Size	A
L3	30N	20N	10N	Number of Iterations	B
L2	4N	3N	2N	No-improvement Counter (NIC)	C
L3	0.9	0.7	0.5	Crossover Rate	D
L1	0.7 NIC	0.5 NIC	0.3 NIC	No-improvement threshold for mutation increase	E
L1	0.8	0.6	0.4	Secondary Mutation Rate	F
L2	$3\sqrt{N}$	$2\sqrt{N}$	$\sqrt{N}$	Number of perturbations by the secondary mutation	G

مشخص شده اند، نشانگر عدم توانایی الگوریتم برای یافتن جواب شدنی برای مسائل مذکور با ظرفیت ذکر شده و $p=3$ است.

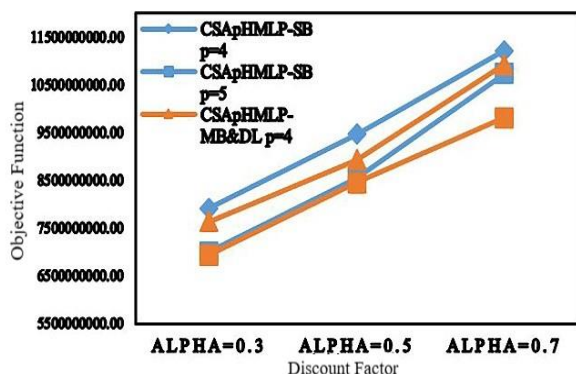
- تحلیل حساسیت

۱.۵. عامل تخفیف

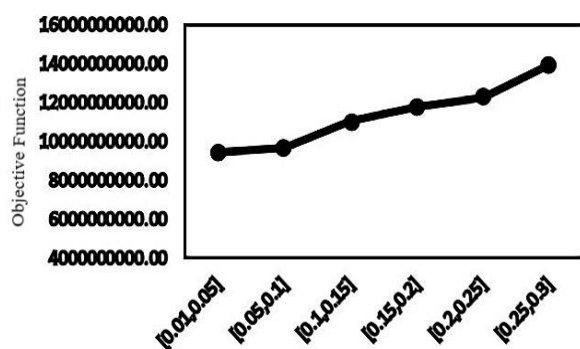
عامل تخفیف بیانگر میزان تخفیف در هزینه ی جابجایی جریان بین دو گره ی هاب است.^[۱۱] با در نظر گرفتن سه سطح (۰/۳، ۰/۵، ۰/۷) برای عامل تخفیف α و تعداد ۴ و ۵ هاب برای ۲۵ گره ی مسئله ی CAB، به بررسی اثر تغییرات عامل تخفیف در تابع هدف مسئله های CSApHMLP-SB و CSApHMLP-MB&DL پرداخته شده است. در شکل ۱۱، اثر تغییرات عامل تخفیف در تابع هدف مسائل طراحی شده مشاهده می شود.

۲.۵. احتمال از دسترس خارج شدن هاب

تأثیر افزایش احتمال از دسترس خارج شدن هاب ها در هزینه ها در شکل ۱۲ مشاهده می شود. به منظور بررسی احتمال از دسترس خارج شدن هاب ها بر روی تابع هدف برای مسئله ی CSApHMLP-MB&DL، شش مثال با مقادیر



شکل ۱۱. تأثیر افزایش ضریب تخفیف هزینه در سود مورد انتظار.



شکل ۱۲. تأثیر افزایش احتمال از دسترس خارج شدن هاب ها.

جهت بررسی کارایی الگوریتم های ارائه شده، از مجموعه ی داده ی CAB با ابعاد ۷ تا ۲۵ گره استفاده شده است. به منظور حل مدل های پیشنهادی از نرم افزار ۲۷.۳.۰ GAMS با حل کننده ی Gurobi و برای الگوریتم ژنتیک پیشنهادی از نرم افزار متلب (نسخه ی ۲۰۱۹ a) در سیستمی با مشخصات ۴GHz، CPU: Core i۷ و RAM: ۳۲GB استفاده شده است. داده های مربوط به ظرفیت هاب ها، در ابعاد ۷ و ۸ گره از بازه ی [۰/۷، ۰/۹] (ضربدر مجموع جریان های شبکه) و ابعاد بالاتر بازه ی [۰/۵، ۰/۷] (ضربدر مجموع جریان های شبکه) استفاده شده است. برخی دیگر از پارامترها به این صورت تولید و ارائه شده اند:

- پارامترهای τ_1 و τ_2 مربوط به جریمه ی استفاده از مسیرهای پشتیبان به ترتیب ۲ و ۱/۵ در نظر گرفته شده اند.
 - برای هر دو پارامتر δ (ضریب جریمه ی تقاضای از دست رفته) و γ (ضریب جریمه ی استفاده از ارتباط مستقیم)، مقدار ۳ در نظر گرفته شده است.
 - f : احتمال از دسترس خارج شدن هر هاب است، که برای آن یک عدد تصادفی در بازه ی [۰/۰۵، ۰/۱] در نظر گرفته شده است.
- مسائل طراحی شده برای هر دو مسئله یکسان بوده و در هر سطح، از داده های یکسان به منظور حل آن ها استفاده شده است.

حل کننده ی Gurobi در محدودیت زمانی ۳ ساعت (۸۰۰، ۱۰ ثانیه)، فقط قادر است نمونه های با بیشینه ی ۱۱ و ۸ گره را به ترتیب برای مسائل CSApHMLP-SB و CSApHMLP-MB&DL حل کند. لذا، نتایج عددی دو مسئله ی اخیر برای نمونه های با ۷ و ۸ گره در جدول ۴ و نتایج عددی مسئله ی CSApHMLP-SB برای نمونه های ۹ تا ۱۱ گره در جدول ۵ ارائه شده اند. برای هر گره، سه سطح (۰/۳، ۰/۵، ۰/۷) برای پارامتر β و دو سطح (۰/۵، ۰/۷) برای ضریب تخفیف α در نظر گرفته و حل شده اند.

نتایج مشاهده شده در جدول های ۴ و ۵، درصد خطای محاسبه شده برای هر نمونه، بیانگر عملکرد مناسب الگوریتم های پیشنهادی در ابعاد پایین است. درصد خطا مطابق رابطه ی ۳۱ محاسبه می شود، که در آن $f(method)$ نشان دهنده ی مقدار تابع هدف الگوریتم و $f(best)$ نشان دهنده ی تابع هدف بهینه است.

$$(31) \quad \text{درصد خطا} = \frac{f(method) - f(best)}{f(best)} * 100$$

در جدول ۶، نتایج الگوریتم های پیشنهادی برای مسئله های CSApHMLP-SB و CSApHMLP-MB&DL در ابعاد بالا ارائه شده است. در مسائل بررسی شده $\beta = 5/0$ در نظر گرفته شده است. بخش هایی که با علامت *

جدول ۴. نتایج عددی مدل ریاضی و الگوریتم‌های پیشنهادی مسئله‌های CSApHMLP-SB و CSApHMLP-MB&DL.

N	β	α	CSApHMLP-SB problem					CSApHMLP-MB&DL problem					Objective Function Difference (%)
			Exact Solution	Genetic Algorithm	Relative Error	Exact Solution Time (s)	GA Time (s)	Exact Solution	Genetic Algorithm	Relative Error	Exact Solution Time (s)	GA Time (s)	
7	0	0.5	3448949 17.6	3448949 17.6	0	29.4	3.6	341451666. 9	34145166 6.9	0	1116.0	3.4	1
		0.7	3805280 49.7	3805280 49.7	0	33.8	2.7	376324769. 3	37632476 9.3	0	903.4	2.9	1.1
	0.5	0.5	3450031 66.0	3450031 66.0	0	32.9	2.6	339889758. 3	34013481 7.0	0.07	409.9	2.5	1.5
		0.7	3742485 42.5	3742485 42.5	0	31. 0	2.3	368199904. 2	36891849 6.8	0.19	343.4	3.7	1.6
	1	0.5	3872070 25.3	3872070 25.3	0	47.0	2.3	340268066. 0	34026806 6.0	0	663.9	4.7	13.7
		0.7	4171758 55.6	4171758 55.6	0	49.4	4.6	358532515. 8	35853251 5.8	0	906.4	3.0	16.3
8	0	0.5	4904781 28.1	4915513 66.1	0.21	98.3	3.4	488934204. 5	48893420 4.5	0	6181.9	4.8	1.1
		0.7	5359265 61.5	5359265 61.5	0	71.1	3.5	527989060. 7	52798906 0.7	0	3952.2	5.2	1.5
	0.5	0.5	5037449 79.8	5037449 79.8	0	103. 4	4.0	479519946. 9	47951994 6.9	0	6569.5	5.0	5
		0.7	5287754 99.8	5287754 99.8	0	102. 8	3.5	518988864. 5	51898886 4.5	0	3794.5	6.8	1.8
	0	0.5	5440173 31.1	5440173 31.1	0	156. 9	3.6	474593040. 4	47461408 4.8	0.0	4004.8	6.6	14.6
		0.7	5828048 65.6	5828048 65.6	0	129. 5	4.2	509988668. 4	51001129 8.4	0.0	3064.6	7.1	14

۴.۵. ظرفیت هاب‌ها

در بخش حاضر، به بررسی تأثیر استفاده از راهبردهای پشتیبان‌گیری یگانه و چندگانه در میزان جریان‌های ورودی به هاب‌ها و لزوم در نظر گرفتن ظرفیت طراحی‌شده‌ی هاب‌ها در مسائل مکان‌یابی هاب با وجود اختلال پرداخته شده است. همان‌طور که در جدول ۶ مشاهده شد، در مسئله‌ی CSApHMLP-SB، الگوریتم ژنتیک ارائه‌شده برای تمام نمودهای طراحی‌شده با $p=3$ ، قادر به یافتن جواب شدنی نبوده و در همه‌ی نمودها محدودیت ظرفیت نقض شده است؛ با توجه به این نکته، نیاز به بررسی بیشتر جریان‌های ورودی به هاب‌ها پیش و پس از وقوع بحران است. در ادامه، با معرفی چند شاخص به بررسی این موضوع پرداخته شده است.

میانگین افزایش جریان ورودی به هاب‌ها نسبت به پیش از وقوع اختلال، معیار مناسبی برای مقایسه‌ی راهبردهای پشتیبان‌گیری یگانه و چندگانه (به‌دلیل تأثیر مستقیم میزان ترافیک ورودی در عملکرد و سرویس‌دهی مناسب این مراکز) است. به‌منظور انجام بهتر مقایسه‌ی مذکور، حالت ساده‌تری با حذف

مختلف پارامتر مذکور و تعداد ۲۵ گره، ۴ هاب، $\alpha = 7/0$ و $\beta = 5/0$ حل شده است. مطابق شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که با افزایش احتمالات ذکرشده، هزینه‌های سیستم افزایش یافته‌اند.

۳.۵. میزان جریان تحت پوشش با/ بدون هاب پشتیبان

متوسط جریان تحت پوشش را می‌توان به‌عنوان معیار مناسبی برای سنجش کیفیت عملکرد شبکه‌های مختلف در نظر گرفت. در مدل‌های پایه‌ای، مسئله‌ی مکان‌یابی هاب کلیه‌ی هزینه‌ها با فرض پایداری بودن شرایط عادی در نظر گرفته می‌شود؛ اما در مدل‌سازی و طراحی شبکه‌های پویا، هزینه‌های مربوط به شرایط بروز اختلال نیز در نظر گرفته می‌شود. به‌منظور نشان‌دادن اهمیت طراحی شبکه‌های پویا در شرایط بروز اختلال، ۱۲ مثال برای مسئله‌ی CSApHMLP-SB با ۵ هاب و $\alpha = 7/0$ بررسی و نتایج آن در جدول ۷ ارائه شده است؛ که مطابق آن، در صورت در نظر گرفتن هاب پشتیبان و مسیرهای جایگزین برای زمان‌هایی که اختلالی در عملکرد شبکه ایجاد می‌شود، می‌توان جریان تحت پوشش را افزایش داد.

جدول ۵. نتایج عددی مدل ریاضی و الگوریتم پیشنهادی مسئله $CSApHMLP-SB$ برای ۹ تا ۱۱ گره.

N	β	α	Exact Solution	Genetic Algorithm	Relative Error	Exact Solution Time (s)	GA Time (s)
9	0	0.5	604452699.7	608127341.6	0.6	244.9	5.7
		0.7	658946986.1	658946986.1	0	251.9	5.4
	0.5	0.5	609097319.5	609097319.5	0	261.0	5.3
		0.7	651716489.8	651716489.8	0	257.8	8.6
	1	0.5	613520708.5	613520708.5	0	560.9	5.5
		0.7	645540583.6	645540583.6	0	263.4	5.2
10	0	0.5	718664173.0	718664173.0	0	463.8	10.1
		0.7	803584995.4	804976825.8	0.17	582.5	11.4
	0.5	0.5	770589710.5	770589710.5	0	661.1	9.3
		0.7	853374023.0	853374023.0	0	828.4	10.8
	1	0.5	889723733.6	889723733.6	0	6923.4	11.2
		0.7	980861092.0	988504006.2	0.7	5765.5	10.1
11	0	0.5	844900021.9	844900021.9	0	1235.5	13.4
		0.7	934466522.6	934466522.6	0	1351.2	13.4
	0.5	0.5	860597271.8	860597271.8	0	1242.4	12.0
		0.7	942040689.9	942040689.9	0	1423.2	13.1
	1	0.5	939229463.0	939229463.0	0	2003.5	12.9
		0.7	1023269325.2	1023269325.2	0	8545.9	11.4

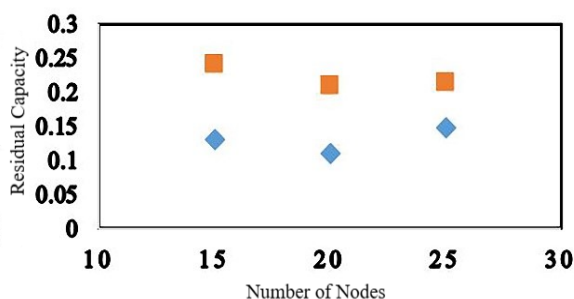
جدول ۶. نتایج الگوریتم‌های پیشنهادی برای مسائل با ابعاد بالا.

N	p	α	<u>$CSApHMLP-SB$ problem</u>		<u>$CSApHMLP-MB\&DL$ problem</u>		اختلاف
			GA	Time (s)	GA	Time (s)	
15	3	0.3	*		2376258945.2	155.5	
		0.5	*		2640662795.1	212.5	
		0.7	*		2899801136.7	220.0	
	4	0.3	2432132435.9	97.7	2128921764.6	220.5	0.14
		0.5	2629242662.5	166.1	2445633432	218.1	0.07
		0.7	2862695041.8	114.3	2757351073	225.5	0.03
	5	0.3	1891225585.9	120.8	1821829328.8	240.6	0.03
		0.5	2265579278.7	134.9	2190716018.0	233.7	0.03
		0.7	2639559384.1	228.4	2597356424.6	286.9	0.01
20	3	0.3	*		6414613436.0	371.1	
		0.5	*		6685037156.5	268.6	
		0.7	*		7141627797.5	335.3	
	4	0.3	5601064674.4	110.2	5265272287.8	508.5	0.06
		0.5	6768489735.9	85.9	6017563666.4	442.7	0.12
		0.7	6855967405.6	105.0	6610346774.8	497.5	0.03
	5	0.3	4642986393.1	125.1	4570886916.3	555.5	0.01
		0.5	5662695423.3	112.4	5500665669.4	555.1	0.03
		0.7	6294517267.0	142.8	6179716043.4	645.2	0.18
25	3	0.3	*		8534227028.5	617.4	
		0.5	*		10773156256.4	605.5	
		0.7	*		11371977068.4	734.2	
	4	0.3	7921740589.1	312.6	7643130162.8	1216.7	0.03
		0.5	9469152660.7	430.6	8939523115.4	1189.8	0.05
		0.7	11226235624.2	683.8	10937292781.3	1107.1	0.02
	5	0.3	7006781269.1	334.2	6935067608.8	1424.3	0.01
		0.5	8556715488.2	306.1	8449400435.7	1412.3	0.01
		0.7	10737465417.4	311.8	9818706330.2	1472.0	0.09

جدول ۷. مقایسه‌ی میزان جریان تحت پوشش با/ بدون هاب پشتیبان.

Improvement in Covered Flow (%)	Maximum Network Flow	Covered Flow with Backup Hubs	Covered Flow Without Backup Hubs	β	N
7.8	833470	770987.16	715284.2	0	9
12.2	833470	802228.58	715284.2	0.5	
16.5	833470	833470	715284.2	1	
7.4	2364942	2181988.9	2031757.9	0	15
11.9	2364942	2278777.7	2036980.9	0.5	
14.6	2364942	2364942	2063626.6	1	
7.4	5754594	5353261.0	4984580.7	0	20
11.4	5754594	5548998.3	4981767.2	0.5	
14.9	5754594	5754594	5008903.1	1	
6	8540006	7980571.4	7531481.9	0	25
10.2	8540006	8326826.5	7554750.6	0.5	
12.4	8540006	8540006	7598147.9	1	

◆ CSaPHMLP-SB ■ CSaPHMLP-MB&DL



شکل ۱۵. میانگین ظرفیت استفاده‌نشده‌ی هاب‌ها.

به‌منظور بررسی میانگین افزایش جریان ورودی به هاب‌ها نسبت به پیش از وقوع اختلال، نمودهایی با تعداد گره‌های ۱۰، ۱۵ و ۲۰، $\beta = 0$ ، $\alpha = 7/0$ و ۴ هاب طراحی و برای هر سه مسئله حل شده است. همان‌گونه که در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود، در تمامی ابعاد بررسی‌شده، میانگین افزایش جریان‌های ورودی به هاب‌ها در مسئله‌ی CSaPHMLP-SB نسبت به دو مسئله‌ی دیگر بالاتر است.

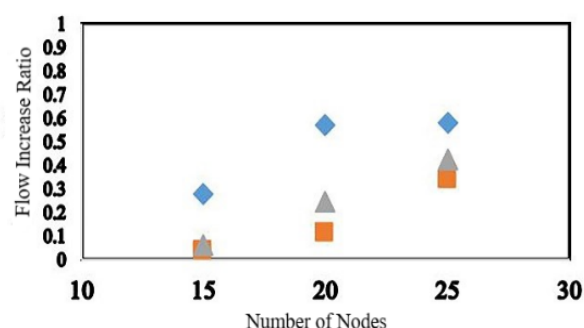
دیگر معیار بررسی‌شده در مثال‌های ذکرشده، بزرگ‌ترین نسبت افزایش جریان ورودی به هاب‌ها نسبت به پیش از وقوع اختلال است، که در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود. بزرگ‌بودن نسبت اخیر، نشان‌دهنده‌ی ورود ترافیک بالا به هاب نسبت به پیش از وقوع اختلال و در نتیجه ازدحام زیاد در هاب است.

معیار سوم، میانگین ظرفیت استفاده‌نشده‌ی هاب‌هاست. ظرفیت استفاده‌نشده‌ی هر هاب از تفاضل ظرفیت هاب و بیشینه‌ی جریان ورودی هاب (پیش یا پس از وقوع اختلال) به‌دست می‌آید. در شکل ۱۵، میانگین ظرفیت استفاده‌نشده برای مسئله‌های CSaPHMLP-SB و CSaPHMLP-MB&DL مشاهده می‌شود.

۶. بحث

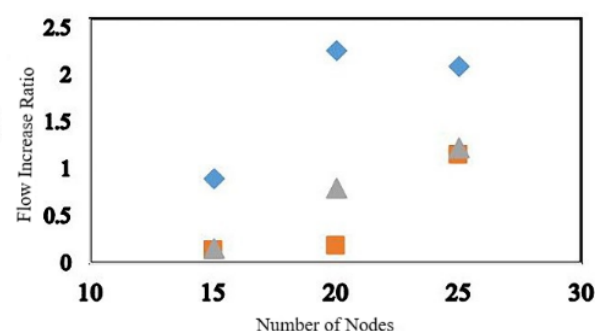
همان‌گونه که در بخش‌های پیشین اشاره شد، به‌دلیل هزینه‌ی بالا و یا عدم امکان استفاده از ارتباط مستقیم بین تمامی نقاط مبدأ و مقصد، از شبکه‌های هاب و اسپوک استفاده می‌شود. از مهم‌ترین کاربردهای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب

◆ CSaPHMLP-SB ■ CSaPHMLP-MB&DL ▲ CSaPHMLP-MB



شکل ۱۳. میانگین افزایش جریان ورودی به هاب‌ها نسبت به پیش از وقوع اختلال.

◆ CSaPHMLP-SB ■ CSaPHMLP-MB&DL ▲ CSaPHMLP-MB



شکل ۱۴. بزرگ‌ترین نسبت افزایش جریان ورودی به هاب‌ها نسبت به پیش از وقوع اختلال.

فرض امکان برقراری ارتباط مستقیم از مسئله‌ی CSaPHMLP-MB&DL و تعریف مسئله‌ی مکان‌یابی هاب میانه با پشتیبان‌گیری چندگانه و ظرفیت محدود گره‌های هاب (CSaPHMLP-MB)^{۱۷} نیز در نظر گرفته شده است. تفاوت مسئله‌های CSaPHMLP-SB و CSaPHMLP-MB فقط در عدم امکان برقراری ارتباط مستقیم در مسئله‌ی CSaPHMLP-MB است.

¹⁷ Capacitated single allocation p-hub median location problem with multiple backup hubs

برقراری ارتباط مستقیم وجود دارد. دو مدل ریاضی عدد صحیح با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های حمل‌ونقل ارائه و برای حل مسائل مطرح‌شده، دو روش حل بر پایه‌ی الگوریتم ژنتیک ارائه شده است. خطای پایین الگوریتم‌های حل پیشنهادی نسبت به جواب‌های بهینه‌ی به‌دست‌آمده حاکی از عملکرد مطلوب روش‌های مذکور است. جواب‌های حاصل از اتخاذ پشتیبان‌گیری‌های یگانه و چندگانه و مقایسه‌ی آن‌ها با هم بیانگر آن است که پشتیبان‌گیری چندگانه از نظر هزینه‌های سیستم و ازدحام در گره‌های هاب بهتر است. همان‌گونه که در بخش ۵.۴ نشان داده شده است، در شرایط بحران در رویکرد پشتیبان‌گیری یگانه، بین ۱۵ الی ۴۵ درصد با ازدحام بیشتر نسبت به رویکرد پشتیبان چندگانه و برقراری ارتباط مستقیم، در گره‌های هاب مشاهده می‌شود. در ادامه‌ی پژوهش حاضر به‌عنوان پیشنهاد مطالعات آتی، این موارد توصیه شده است:

الف) به‌منظور جلوگیری از ازدحام در هاب‌ها، لحاظ متعادل‌سازی جریان‌ها نسبت به ظرفیت هاب در نظر گرفته شود.

ب) امکان اختلال در بیش از یک هاب به‌صورت هم‌زمان مد نظر قرار گیرد.

ج) لحاظ تغییرات تقاضا پس از وقوع بحران در مدل‌سازی موردتوجه باشد.

می‌توان به صنعت هوایی اشاره کرد، که عوامل متعددی از جمله: بدی آب و هوا، بلایای طبیعی، شیوع بیماری‌ها، اعتصاب کارگری، و خرابکاری می‌تواند منجر به توقف پروازها در هاب شود. راه‌حل ارائه‌شده برای مواجهه با شرایط ذکرشده، استفاده از هاب پشتیبان و یا بهره‌گیری از ارتباط مستقیم است. با توجه به مثال‌های حل‌شده (جدول ۷)، به میزان ۶ الی ۱۶/۵ درصد از کل جریان شبکه با استفاده از رویکرد پشتیبان‌گیری یگانه نسبت به حالت عدم استفاده از هاب پشتیبان بهبود داشته است، که این میزان بهبود در صنعت هوایی چشمگیر است. جنبه‌ی مهم دیگری که در مطالعه‌ی حاضر بررسی شده است، مربوط به ظرفیت هاب‌هاست، که از سه شاخص: میانگین افزایش جریان‌های ورودی به هاب‌ها، بزرگ‌ترین نسبت افزایش جریان ورودی به هاب‌ها، و میانگین ظرفیت استفاده‌نشده‌ی هاب‌ها استفاده شده است. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده در هر سه شاخص، مدل CSApHMLP-MB عملکرد بهتری نسبت به مدل CSApHMLP-SB داشته است.

۷. نتیجه‌گیری

در نوشتار حاضر، مسئله‌ی مکان‌یابی هاب با لحاظ محدودیت ظرفیت بررسی شده است. در پژوهش حاضر، فرض شده است که در شرایط بحران و احتمال اختلال در گره‌های هاب، دو رویکرد پشتیبان‌گیری یگانه و چندگانه با امکان

References- منابع

1. Tan, P.Z. and Kara, B.Y., 2006. A hub covering model for cargo delivery systems. *Networks*, 49(1), pp.28–39. doi: <https://doi.org/10.1002/net.20139>
2. ZALUBOWSKI, D. 2021. Airlines cancel more flights after 8,000 were scrapped over Christmas weekend. <https://www.euronews.com/embed/1781164> [Online].
3. Naderali. and Nookabadi, A. S., 2015. A multi-objective maximal covering hub location problem which minimizes the total distance, number of vehicles and servers used by each hub. *Isfahan University of Technology* [In persian].
4. O'Kelly, M.E., 1987. A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities. *European Journal of Operational Research*, 32(3), pp.393–404. doi: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(87\)80007-3](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(87)80007-3)
5. Ernst, A.T. and Krishnamoorthy, M., 1996. Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem. *Location Science*, 4(3), pp.139–154. doi: [https://doi.org/10.1016/S0966-8349\(96\)00011-3](https://doi.org/10.1016/S0966-8349(96)00011-3)
6. Campbell, J.F. 1994., Integer programming formulations of discrete hub location problems. *European Journal of Operational Research*, 72(2), pp.387–405. doi: [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)90318-2](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)90318-2)
7. Ebery, J., Krishnamoorthy, M., Ernst, A. and Boland, N., 2000. The capacitated multiple allocation hub location problem: Formulations and algorithms. *European Journal of Operational Research*, [online] 120(3), pp.614–631. doi: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(98\)00395-6](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00395-6)
8. Merakli, M. and Yaman, H., 2017. A capacitated hub location problem under hose demand uncertainty. *Computers & Operations Research*, 88, pp.58–70. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.06.011>
9. An, Y., Zhang, Y. and Zeng, B., 2015. The reliable hub-and-spoke design problem: Models and algorithms. *Transportation Research Part B: Methodological*, [online] 77, pp.103–122. doi: <https://doi.org/10.1016/j.trb.2015.02.006>
10. Snyder, L.V. and Daskin, M.S., 2005. Reliability models for facility location: The expected failure cost case. *Transportation Science*, 39(3), pp.400–416. doi: <https://doi.org/10.1287/trsc.1040.0107>
11. Cui, T., Ouyang, Y. and Shen, Z.-J.M., 2010. Reliable facility location design under the risk of disruptions. *Operations Research*, 58(4-part-1), pp.998–1011. doi: <https://doi.org/10.1287/trsc.1040.0107>

12. Kim, H. and O'Kelly, M.E., 2009. Reliable p-Hub location problems in telecommunication networks. *Geographical Analysis*, 41(3), pp.283–306. doi: <https://doi.org/10.1111/j.1538-4632.2009.00755.x>
13. Masoumzadeh, S., solimanpur, M. and kamran, M., 2016. A multi-objective fuzzy goal programming P-hub location and protection model with back-up hubs considering hubs establishment fixed costs. *Scientia Iranica*, 23(4), pp.1941–1951. doi: [10.24200/sci.2016.3939](https://doi.org/10.24200/sci.2016.3939)
14. Pasandideh, S.H.R., Niaki, S.T.A. and Sheikhi, M., 2015. A bi-objective hub maximal covering location problem considering time-dependent reliability and the second type of coverage. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 11(4), pp.195–202. doi: <https://doi.org/10.1080/17509653.2015.1056265>
15. Madani, S. R., Nookabadi, A. S. and Hejazi, S. R., 2018. A bi-objective, reliable single allocation p-hub maximal covering location problem: Mathematical formulation and solution approach. *Journal of Air Transport Management*, 68, 118-136. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2017.09.001>
16. Mohammadi, M., Jula, P. and Tavakkoli-Moghaddam, R., 2019. Reliable single-allocation hub location problem with disruptions. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 123, pp.90–120. doi: <https://doi.org/10.1016/j.tre.2019.01.008>
17. Yahyaei, M., Bashiri, M. and Randall, M., 2019. A model for a reliable single allocation hub network design under massive disruption. *Applied Soft Computing*, 82, p.105561. doi: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.105561>
18. Korani, E. and Eydi, A., 2021. Bi-level programming model and KKT penalty function solution approach for reliable hub location problem. *Expert Systems with Applications*, 184, p.115505. doi: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.115505>
19. Ziarati, H., Nookabadi, A. S. and Nafchi, M. R., 2020. Hub location with the backup approach by considering capacity constraint in critical situations. *Isfahan University of Technology* [In persian].
20. Sohn, J. and Park, S., 2000. The single allocation problem in the interacting three-hub, network. *Networks*, 35(1), pp.17–25. doi: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0037\(200001\)35:1<17::AID-NET2>3.0.CO;2-N](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0037(200001)35:1<17::AID-NET2>3.0.CO;2-N)
21. Kara, B.Y. and Tansel, B.Ç., 2000. On the single-assignment p-hub center problem. *European Journal of Operational Research*, 125(3), pp.648–655. doi: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00274-X](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00274-X)
22. Kara, B. and Tansel, B., 1998. On the allocation phase of the p-hub location problem, *Department of Industrial Engineering, Bilkent University, Tech. Rep.*