

Hub location with the backup approach by considering capacity constraint in critical situations

H. ziarati, hassanziaratti@gmail.com

M.Sc. degree, Department of Industrial & Systems Engineering, Isfahan University of Tech., Isfahan, Iran

A. Shahandeh Nookabadi*, ali-nook@iut.ac.ir

Professor, Department of Industrial & Systems Engineering, Isfahan University of Tech., Isfahan, Iran

M. Reisi-Nafchi, reisi.m@iut.ac.ir

Assistant Professor, Department of Industrial & Systems Engineering, Isfahan University of Tech., Isfahan, Iran

Abstract

The efficient transportation of goods and passengers from origin to destination is a crucial aspect of supply chain management. The design of transportation systems plays a key role in determining system costs and customer satisfaction. In cases where direct communication between all points is not feasible, the hub and spoke system can be utilized. The design of the hub network is a strategic decision that faces uncertainties such as demand, costs, and system reliability. Natural and unnatural events can impact the efficiency of hub facilities, leading to additional costs for the system. Capacity limitations in hub facilities may necessitate crisis management strategies, such as transferring flows to backup hubs during emergencies. This study explores the use of single backup and multiple backup approaches to address hub unavailability and meet demand requirements. A mathematical model is presented to investigate and solve the single and multiple backup strategies. Due to the complexity of the problem, a genetic algorithm approach is employed for optimization. The performance of the algorithms is evaluated using the CAB dataset, demonstrating the effectiveness of the proposed solutions. Comparing the results of single backup and multiple backup strategies reveals that the latter is more advantageous in terms of system costs and congestion in hub nodes. This study highlights the importance of strategic planning in transportation systems and the benefits of implementing backup solutions to ensure efficient operations. This research underscores the critical role that transportation systems play in the overall success of supply chains and the significant impact that effective logistics management can have on customer satisfaction and operational costs. The strategic decisions made in designing transportation networks can have far-reaching implications on the overall efficiency and reliability of the system. By exploring different backup strategies and utilizing mathematical model organizations can better prepare for disruptions and ensure continuity of operations. The use of genetic algorithms and data analysis tools can provide valuable insights into the performance of transportation systems and help identify opportunities for improvement. Overall, this study emphasizes the importance of proactive planning and the adoption of innovative solutions in the field of logistics and transportation management.

Key Words: hub location; backup hub; capacity constraint; direct link; genetic algorithm

* corresponding author

مکان‌یابی هاب با رویکرد پشتیبان‌گیری و لحاظ محدودیت ظرفیت تحت شرایط وقوع بحران

حسن زیارتی (کارشناسی ارشد)

hassanziaratti@gmail.com

علی شاهنده* (استاد)

ali-nook@iut.ac.ir

محمد رئیسی نافچی (دانشیار)

reisi.m@iut.ac.ir

چکیده

طراحی شبکه هاب با عدم قطعیت‌هایی در تقاضا، هزینه‌ها و قابلیت اطمینان مواجه است. بروز حوادث، کارایی تسهیلات هاب را متاثر ساخته، موجب تحمیل هزینه‌های اضافی می‌گردد. در این مطالعه احتمال از دسترس خارج شدن هاب وجود دارد. به منظور تأمین تقاضای شبکه هاب، دو رویکرد پشتیبان‌گیری یگانه و چندگانه با امکان برقراری ارتباط مستقیم بین گره‌ها پیشنهاد گردید. برای حل استراتژی‌های مذکور مدل برنامه‌ریزی ریاضی ارائه و از آنجا که مسئله NP-hard بود برای حل آن از رویکرد مبتنی بر الگوریتم ژنتیک استفاده گردید. جهت بررسی عملکرد الگوریتم‌ها نمودارهایی از مجموعه داده CAB حل گردید که خطای پایین روش‌های پیشنهادی حاکی از عملکرد مطلوب آنها است. حسب نتایج بدست آمده، افزایش جریان ورودی به هاب پشتیبان در رویکرد پشتیبان‌گیری چندگانه 18 الی 36 درصد کمتر از رویکرد یگانه، در شرایط وقوع بحران بوده است. این روند مدیریت و تداوم عملیات در مواقع اضطراری را بیشتر تضمین می‌نماید.

واژگان کلیدی: مکان‌یابی هاب، شرایط بحران، هاب پشتیبان، محدودیت ظرفیت، ارتباط مستقیم، الگوریتم ژنتیک.

1-مقدمه

ارسال کالا و مسافر از نقاط مبدأ به مقصد از مهم‌ترین مباحث در سیستم‌های حمل و نقل و لجستیک است. چگونگی طراحی سیستم‌های حمل و نقل نقش عمده‌ای در زنجیره تأمین دارد و تأثیر مستقیم بر هزینه‌های سیستم و رضایت مشتریان می‌گذارد. در شرایطی که امکان استفاده از ارتباط مستقیم بین تمامی نقاط مبدأ و مقصد وجود نداشته و یا بسیار پرهزینه باشد، می‌توان از سیستم هاب و اسپوک استفاده کرد. امروزه مکان‌یابی هاب در انواع سیستم‌های جابجایی کالا و مسافر و انتقال اطلاعات مانند شبکه‌های حمل و نقل ریلی و هوایی، سیستم‌های پستی، سیستم‌های مخابراتی کاربرد دارد. در شبکه‌های هاب، جریان‌ها از مبدأهای متفاوت در هاب‌ها جمع‌آوری و پس از مرتب‌سازی، به مقاصد مختلف ارسال می‌شوند.

در دنیای واقعی عوامل متعددی از جمله بدی آب و هوا، بلایای طبیعی از قبیل سیل و زلزله و غیره، شیوع بیماری‌ها، اعتصاب کارگری و ... منجر به اختلال در شبکه هاب می‌شود. اتحادیه بین‌المللی حمل و نقل هوایی¹ (IATA) زیان‌های ناشی از بروز حوادث طبیعی را برای یک روز در سراسر دنیا برابر 148 میلیون دلار برآورد کرده است [1]. به عنوان مثال در سه روز آخر هفته کریسمس² سال 2021 بدلیل گسترش نوع امیکرون ویروس کرونا و بدی آب و هوا نزدیک به 8000 پرواز در سراسر جهان لغو گردید که باعث ایجاد اختلال بزرگ در بازگشت از سفر کریسمس این سال شد [2].

انجام پژوهش در خصوص مساله مکان‌یابی هاب سابقه در علوم مکان‌یابی و تجزیه و تحلیل شبکه دارد. مدل‌های ارائه شده برای مسئله مکان‌یابی هاب دارای انواع مختلفی می‌باشند که به طور کلی در چهار بخش اصلی مسئله مکان‌یابی p-هاب میانه، مکان‌یابی هاب با هزینه ثابت، مکان‌یابی p-هاب مرکز و مکان‌یابی پوشش هاب تقسیم‌بندی می‌شوند [3].

اکلی [4] اولین مدل ریاضی مربوط به مسئله مکان-یابی هاب با تخصیص تکی برای مطالعه‌ی شبکه حمل و نقل هوایی شرکت‌های هواپیمایی را ارائه کرد. کمپبل [5]

² Three-day Christmas weekend

¹ International Air Transport Association

* نویسنده مسئول

در سال 1992 اولین مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط را برای $MApHMP^1$ ارائه داد. ارنست و کریشنامورتی برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط متفاوتی برای مسئله $SApHMP^2$ ارائه کردند که به متغیرها و محدودیت‌های کمتری نیاز داشت [5].

کمپبل [6] اولین مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط را برای مسئله مکان‌یابی هاب با ظرفیت محدود ارائه داد، مدل وی دارای چهار اندیس بود. ابری و همکاران [5] با بهره‌گیری از مدل ارائه شده توسط ارنست و کریشنامورتی [7] یک مدل عدد صحیح مختلط جدید برای مسئله مکان‌یابی هاب با تخصیص چندگانه و ظرفیت محدود ارائه دادند. مراکلی و یامان [8] یک مدل مکان‌یابی هاب با تخصیص چندگانه و ظرفیت محدود در شرایط وجود عدم قطعیت در تقاضای گره‌ها ارائه دادند. در مدل آنها محدودیت ظرفیت فقط بر جریان‌هایی که مستقیماً از گره‌های غیر هاب به گره هاب وارد می‌شوند اعمال می‌شود.

سیستم‌های لجستیکی و از جمله سیستم‌های هاب با بسیاری از عدم قطعیت‌ها مانند تقاضا، هزینه‌ها و قابلیت اطمینان سیستم مواجه هستند. کارایی و توانایی تسهیلات در نظر گرفته شده در هاب‌ها و مسیرهای ارتباطی بین نقاط، وابسته به شرایط محیطی آنها می‌باشد. به عنوان مثال در سیستم حمل و نقل هوایی، شرایط آب و هوایی ناپایدار به راحتی می‌تواند دسترسی به فرودگاه‌های هاب را تحت تأثیر قرار دهد و با به تأخیر افتادن و یا لغو پروازهای از پیش برنامه‌ریزی شده، باعث تحمیل هزینه‌های بسیار سنگین شود [9]. از جمله عواملی که باعث کاهش کارایی و یا از کارافتادگی کامل سیستم‌های هاب می‌شوند، می‌توان به بدی آب و هوا، بلایای طبیعی از قبیل سیل و زلزله و غیره، شیوع بیماری‌ها، اعتصاب کاری و دیگر حوادث غیرمترقبه اشاره کرد.

در این مقاله به بررسی مسئله مکان‌یابی هاب تک تخصیصه با احتمال اختلال در گره‌های هاب پرداخته شده و دو استراتژی پشتیبان‌گیری یگانه و پشتیبان‌گیری چندگانه با امکان برقراری ارتباط مستقیم با هدف کمینه‌سازی هزینه‌ها با وجود محدودیت ظرفیت هاب‌ها معرفی می‌گردد. با توجه به ابعاد بزرگ مساله و سختی

ذاتی مسائل مکان‌یابی برای حل هر یک از مسائل یک الگوریتم فراابتکاری ژنتیک توسعه داده می‌شود. ساختار نگارش مقاله حاضر بدین صورت است که در بخش بعدی مروری بر ادبیات مساله مکان‌یابی هاب با تأکید بر اختلال در گره‌های هاب صورت می‌گیرد. مدل‌سازی مساله در بخش 3 و روش حل در بخش 4 تشریح می‌گردد. نتایج عددی حاصل از حل مساله در بخش 5 ارائه شده و در نهایت در بخش 6 جمع‌بندی مقاله و پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی ارائه می‌شود.

2-مروری بر پژوهش‌های پیشین

در بیشتر مطالعات انجام شده در ارتباط با مکان‌یابی تسهیلات هاب فرض بر این است که مراکز انتخاب شده به عنوان هاب، در طول دوره برنامه‌ریزی وظایف عملکردی خود را به طور کامل انجام می‌دهند. اما در عمل هاب‌ها به دلایل مختلفی می‌توانند با اختلال مواجه شوند. اسنایدر و داسکین [10] با این فرض که هر گره دارای احتمال شکست به صورت از پیش تعیین شده‌ای می‌باشد، یک مدل عدد صحیح برای مسئله p -میان‌ه با هزینه ثابت تصادفی ارائه دادند. آنها از استراتژی تخصیص چندسطحی جهت مواجهه با شکست استفاده کردند به این صورت که هر گره در هر سطح می‌تواند به یک هاب اختصاص یابد؛ در نتیجه با از دسترس خارج شدن هاب‌های سطوح بالاتر، جایجایی کالاها از طریق هاب‌های سطوح بعدی مسیریابی خواهد شد.

کیو و همکاران [11] مدل اسنایدر و داسکین [10] را با در نظر گرفتن احتمال خرابی وابسته به مکان تسهیل بهبود دادند و مدل‌های گسسته و پیوسته آن را ارائه دادند. کیم و اکل [12] مسئله مکان‌یابی p -میان‌ه با تخصیص یگانه و چندگانه با هدف بیشینه‌سازی قابلیت اطمینان را مورد مطالعه قرار دادند. در این مسئله برای هاب‌ها و مسیرهای ارتباطی احتمال از کارافتادگی در نظر گرفته شده است. معصوم زاده در سال 2013 [13]، با در نظر گرفتن امکان اختلال در گره‌های هاب یک مدل دو هدفه ارائه کردند، که هدف اول آن بیشینه‌سازی کمترین مقدار پتانسیل جریان در بین کلیه جفت گره‌های مبدأ مقصد و هدف دوم آن کمینه‌سازی هزینه استقرار تسهیلات هاب‌ها

² Single allocation p-hub median problem

¹ Multiple allocation p-hub median problem

می‌باشد. در این مدل تعداد گره‌های هاب اصلی و پشتیبان از پیش تعیین شده و یک گره نمی‌تواند به طور همزمان به عنوان هاب اصلی و هاب پشتیبان انتخاب شود.

آن و همکاران [9] مدل ارائه شده توسط کیم و اکل [12] را گسترش داده و با در نظر گرفتن احتمال خرابی هاب‌ها، برای هر دو استراتژی تخصیص یگانه و چندگانه مدل‌سازی کرده‌اند. در مطالعه آنها پس از اختلال در یک هاب برای هر جفت مبدأ - مقصد که از طریق این هاب مسیریابی شده‌اند، به واسطه‌ی دیگر هاب‌های موجود یک مسیر پشتیبان در نظر گرفته می‌شود. تابع هدف مدل پیشنهادی کمینه کردن هزینه‌های حمل و نقل در شرایط عادی، هزینه‌های حمل و نقل در زمان بروز اختلال و هزینه جریان از دست رفته است و هزینه انتقال در زمان بروز اختلال توسط مسیرهای پشتیبان دو برابر هزینه انتقال در شرایط عادی فرض شده و ضمناً در هر مقطع زمانی، تنها یک هاب می‌تواند از دسترس خارج شود. علاوه بر این، آنها از رویکردهای حل آزادسازی لاگرانژ و شاخه و کران برای یافتن جواب نزدیک به بهینه و بهینه استفاده کرده‌اند. پسندیده و همکاران [14] یک مدل چندهدفه برای مسئله بیشینه‌سازی پوشش p -هاب ارائه نمودند که در آن هر هاب و مسیر ارتباطی دارای احتمال از دسترس خارج شدن از پیش تعیین شده‌ای بود، آنها به دنبال استقرار هاب‌ها و تعیین تخصیص‌ها به نحوی بودند که جریان پوشش داده شده در کنار قابلیت اطمینان سیستم بیشینه گردد.

مدنی و همکاران [15] یک مدل دو هدفه عدد صحیح با در نظر گرفتن احتمال خرابی مسیرهای ارتباطی و هاب‌ها ارائه کردند که تابع هدف اول جریان تحت پوشش را بیشینه می‌کرد و تابع هدف دوم میزان جریان عبوری از هاب‌ها را متعادل می‌نمود و برای مواجهه با شرایط بحران دو رویکرد پشتیبان‌گیری یگانه و پشتیبان‌گیری چندگانه پیشنهاد دادند. محمدی و همکاران [16] به بررسی مسئله مکان‌یابی p -hub با هدف کمینه‌سازی هزینه‌ها و کمینه کردن حداکثر زمان حمل و نقل با تخصیص یگانه و وجود عدم قطعیت در کمان‌ها پرداختند. آنها برای حل مدل

پیشنهادی یک کران پایین برای مرز پارتو پیشنهاد داده و بوسیله یک الگوریتم فراابتکاری ترکیبی به حل مدل پرداخته‌اند. یحیایی و همکاران [17] با در نظر گرفتن امکان خرابی بیش از یک هاب در یک مسیر، یک مدل دو هدفه درجه دو ارائه کردند. آنها برای هر مسیر مبدأ به مقصد در شرایط عادی و پس از وقوع بحران، حالات ممکن را به شش دسته تقسیم کرده‌اند که در چهار حالت جریان از طریق مسیرهای عادی و یا پشتیبان برقرار و در دو حالت جریان از دست رفته می‌باشد. در این مسئله تابع هدف اول حداکثر کردن تقاضای پوشش داده شده و تابع هدف دوم کمینه کردن هزینه‌ها می‌باشد.

کرانی و عیدی [18] به بررسی مسئله دو سطحی برای کمینه‌سازی هزینه‌های شبکه هاب در سطح اول تصمیم‌گیری و کاهش خدمات از دست رفته به دلیل اختلال و شکست در فرآیندهای خدمات، در سطح دوم تصمیم‌گیری پرداختند و یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح در شرایط بحران ارائه کردند. برای حل این مسئله از روش کاروش-کون-تاکر (KKT^1) استفاده شده و از داده‌های 37 شهر بزرگ از سازمان هواپیمایی جمهوری اسلامی ایران برای اعتبارسنجی مدل پیشنهادی استفاده شده است.

در این مطالعه به منظور نزدیک کردن مدل‌های موجود به دنیای واقعی، امکان از دسترس خارج شدن هاب در نظر گرفته می‌شود. در صورت از دسترس خارج شدن یک هاب، کلیه جریان عبوری از آن هاب از دست رفته تلقی می‌گردد که موجب وارد شدن هزینه‌های سنگینی به سیستم خواهد شد. به منظور کاهش هزینه‌های مذکور، در این مطالعه برای هر هابی که از دسترس خارج می‌گردد هاب/هاب‌های پشتیبان در نظر گرفته می‌شود و طراحی سیستم به نوعی خواهد بود که در صورت وقوع شرایط بحرانی، حداقل زیان به سیستم تحمیل گردد. در این راستا، دو رویکرد در مواجهه با هاب از دسترس خارج شده

¹ Karush-Kuhn-Tucker

در نظر گرفته شده است: 1) پشتیبان‌گیری یگانه 2) پشتیبان‌گیری چندگانه با امکان برقراری ارتباط مستقیم.

همچنین در مطالعات انجام شده پیشین در خصوص مسائل مکان‌یابی هاب تحت شرایط بحران فرض بر نامحدود بودن ظرفیت تسهیلات هاب بوده، در صورتی که در دنیای واقعی تسهیلات هاب دارای ظرفیت محدود بوده. بیشتر پژوهش‌ها در زمینه پشتیبان‌گیری یگانه و چندگانه بصورت جداگانه انجام گرفته و مقایسه‌ای بین این دو انجام نگرفته است. زیارتی و همکاران [19] با در نظر گرفتن ظرفیت محدود برای گره‌های هاب به بررسی مساله مکان‌یابی هاب تحت شرایط بحران با استراتژی‌های پشتیبان‌گیری یگانه و چندگانه با امکان برقراری ارتباط مستقیم پرداختند.

3-تعریف و مدل‌سازی مساله

در این بخش مسئله مکان‌یابی هاب با تخصیص تکی با احتمال اختلال در گره‌های هاب بررسی می‌شود. در این راستا دو استراتژی پشتیبان‌گیری یگانه و پشتیبان‌گیری چندگانه با امکان برقراری ارتباط مستقیم با هدف کمینه‌سازی هزینه‌ها با وجود محدودیت ظرفیت هاب‌ها معرفی می‌گردد.

مفروضات در نظر گرفته شده عبارتند از:

- شبکه (گراف) بین هاب‌ها کامل است.
- تعداد هاب‌ها از قبل مشخص شده و مدل از نوع برون‌زاد است.
- گره‌های غیر هاب تنها به یک هاب تخصیص داده می‌شوند (تخصیص یگانه).
- در هر لحظه امکان از دسترس خارج شدن تنها یک هاب وجود دارد.
- احتمال از دسترس خارج شدن هر هاب مشخص می‌باشد.
- در هنگام اختلال، از بین هاب‌های موجود برای هاب از دسترس خارج شده پشتیبان انتخاب می‌شود.

• در صورت بروز اختلال در یک گره هاب، تمام ظرفیت هاب از دست خواهد رفت (اختلال کامل).

• به هنگام از دسترس خارج شدن هاب (و تبدیل به یک گره معمولی)، ممکن است بخشی از تقاضای این گره برآورده شود که در این حالت بخش دیگر جریان از دست رفته در نظر گرفته می‌شود.

• در رویکرد پشتیبان‌گیری یگانه هر هاب دارای یک هاب پشتیبان خواهد بود و با از دسترس خارج شدن هاب، تمامی جریان‌های عبوری از آن به هاب پشتیبان منتقل خواهد شد.

• در رویکرد پشتیبان‌گیری چندگانه، امکان برقراری ارتباط مستقیم بین دو گره مبدأ و مقصد نیز وجود دارد. در این حالت، با از دسترس خارج شدن هر هاب، هر یک از جریان‌های مبدأ-مقصد عبوری از آن هاب می‌تواند به یکی از هاب‌های پشتیبان منتقل شود و یا ارتباط مستقیم بین مبدأ-مقصد برقرار شود.

• هاب‌ها دارای ظرفیت محدود می‌باشند.

در ادامه با در نظر گرفتن فرضیات پیش گفته، مدل‌های پیشنهادی برای مساله مکان‌یابی هاب با پشتیبان‌گیری یگانه و ظرفیت محدود گره‌های هاب ($CSApHMLP$ -) و مساله مکان‌یابی هاب با پشتیبان‌گیری چندگانه و امکان ارتباط مستقیم و ظرفیت محدود گره‌های هاب ($CSApHMLP-MB&DL$ ²) ارائه خواهد شد.

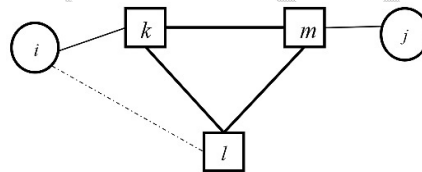
اگر احتمال خرابی گره‌ها صفر باشد و ظرفیت هر یک از گره‌های شبکه به اندازه مجموع جریان‌های کل شبکه در نظر گرفته شود، مساله $CSApHMLP-SB$ و مساله $CSApHMLP-MB&DL$ را می‌توان به مسائل کلاسیک هاب کاهش داد. در مساله $CSApHMLP-MB&DL$ با صفر در نظر گرفتن احتمال خرابی گره‌ها، امکان برقراری

² Capacitated single allocation p-hub median location problem with multiple backup hubs and direct links

¹ Capacitated single allocation p-hub median location problem with single backup

ارتباط مستقیم که برای شرایط بحران در نظر گرفته شده است نیز وجود ندارد [20, 21].

به جهت نزدیکتر شدن مساله به شرایط دنیای واقعی، جریمه استفاده از مسیر جایگزین فقط برای بخش‌هایی از مسیر که نسبت به شرایط عادی تغییر کرده است، در نظر گرفته می‌شود. در شکل 1، در شرایط عادی (پیش از بحران) برای جابجایی جریان‌ها از مبدأ i به مقصد j از دو هاب k و m استفاده می‌شود، در صورت از دسترس خارج شدن هاب k ، هاب l پشتیبان هاب اول مسیر i به j خواهد شد.



شکل 1 مسیر مبدأ به مقصد قبل و پس از بحران در یک شبکه هاب و کمان

اگر c_{ik} هزینه جابجایی یک واحد جریان از گره i به گره k باشد، در شرایط عادی هزینه جابجایی هر واحد جریان از مبدأ i به مقصد j برابر است با:

$$C_{ikmj} = c_{ik} + \alpha c_{km} + c_{mj} \quad (1)$$

که در آن α نرخ تخفیف مسافت بین هاب‌ها می‌باشد. در این مطالعه دو ضریب جریمه متفاوت برای بخش‌هایی از مسیر مبدأ به مقصد که نسبت به شرایط عادی تغییر کرده در نظر گرفته شده است:

$$C_{ilmj} = \tau_1 c_{il} + \tau_2 (\alpha c_{lm}) + c_{mj} \quad (2)$$

ضریب جریمه اول (τ_1) برای یال مبدأ به هاب اول می‌باشد که از این یال قبل از بحران استفاده نمی‌گردید، اما یال مربوط به هاب پشتیبان (l) به هاب دوم (m) پیش از بحران مورد استفاده قرار می‌گرفته و پس از بحران، ترافیک بیشتری از آن عبور می‌کند؛ به همین دلیل از دو ضریب جریمه متفاوت استفاده گردید که همواره $\tau_1 \geq \tau_2$ می‌باشد.

در این مطالعه $G(N, E)$ یک شبکه کاملاً متصل در نظر گرفته شده که N مجموعه گره‌ها و E مجموعه مسیرهای ارتباطی بین گره‌های شبکه می‌باشند. پارامترها و

متغیرهای تصمیم مورد استفاده برای ارائه این دو مدل به صورت زیر هستند. N تعداد گره‌ها در شبکه می‌باشد و تمامی اندیس‌ها زیر مجموعه N می‌باشند.

پارامترها

c_{ij}	هزینه/فاصله بین گره i و گره j
d_{ij}	هزینه/فاصله بین گره i و گره j
w_{ij}	میزان جریان از گره i به گره j
p	تعداد هاب‌ها
Q_k	ظرفیت هاب k
f_k	احتمال از دسترس خارج شدن هاب k
f_m^k	احتمال اختلال در هاب m که اگر $k=m$ باشد مقدار صفر می‌گیرد در غیر این صورت برابر با f_k می‌باشد.
β_k	درصدی از جریان‌های هاب k که پس از خرابی برآورده خواهد شد.
δ	ضریب جریمه تقاضای از دست رفته
γ	ضریب جریمه استفاده از مسیر مستقیم
τ_1	ضریب جریمه مربوط به مسیر پشتیبان از گره مبدأ به هاب پشتیبان و یا هاب پشتیبان به مقصد
τ_2	ضریب جریمه مربوط به مسیر پشتیبان از هاب پشتیبان به هاب دوم و یا هاب اول به هاب پشتیبان

متغیرها

x_{ik}	اگر گره i به هاب k تخصیص یابد، مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.
x_{kk}	اگر در گره k هاب استقرار یابد مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.
y_{ij}^{km}	در صورتی که جهت انتقال جریان از گره i به j از هاب‌های k و m استفاده گردد مقدار یک اختیار کرده و در غیر این صورت برابر صفر خواهد بود.
u_{kl}	اگر هاب l به عنوان پشتیبان هاب k انتخاب شود مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

$$\sum_k \sum_m y_{ij}^{km} = 1 \quad \forall i, j \quad (7)$$

$$2y_{ij}^{km} \leq x_{ik} + x_{jm} \quad \forall i, j, k, m \quad (8)$$

$$\sum_{l \neq k} u_{kl} = x_{kk} \quad \forall k \quad (9)$$

$$u_{kl} \leq x_{ll} \quad \forall k, l \neq k \quad (10)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_{m \neq l} (w_{ij} + w_{ji}) y_{ij}^{lm} + \sum_i \sum_j w_{ij} y_{ij}^{ll} \leq Q_l x_{ll} \quad \forall l \quad (11)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_{m \neq l} (w_{ij} + w_{ji}) y_{ij}^{lm} + \sum_i \sum_j w_{ij} y_{ij}^{ll} - \sum_i \sum_j (w_{ij} + w_{ji}) y_{ij}^{ii} + \sum_{i \neq k} \sum_{j \neq k} \sum_{m \neq k} (w_{ij} + w_{ji}) u_{kl} y_{ij}^{km} + \sum_{i \neq k} \sum_{j \neq k} w_{ij} u_{ll} y_{ij}^{kk} \quad \forall k, l \quad (12)$$

$$\sum_{i \neq k} \sum_{j \neq k} \sum_{m \neq l} (w_{ij} + w_{ji}) u_{km} y_{ij}^{kl} + \beta_k \left(\sum_j \sum_m (w_{ij} + w_{jk}) u_{kl} y_{ij}^{km} \right) + \sum_j \sum_{m \neq l} (w_{ij} + w_{jk}) u_{lm} y_{ij}^{lu} \leq Q_k x_k$$

$$x_{ik}, y_{ij}^{km}, u_{km} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k, m$$

تابع هدف (3) میانگین هزینه‌های جابجایی جریان‌ها و هزینه تقاضای از دست رفته را کمینه می‌کند. بخش A تابع هدف، هزینه انتقال جریان پیش از وقوع بحران و در حالتی که هر دو گره مبدأ و مقصد غیر هاب می‌باشند را محاسبه می‌کند. اگر برای انتقال جریان از مبدأ i به مقصد j از دو هاب k و m استفاده شود و احتمال اختلال در این دو گره هاب به ترتیب q_k و q_m باشد، در این صورت احتمال در دسترس بودن این مسیر از طریق رابطه (14) محاسبه می‌شود:

$$\text{احتمال در دسترس بودن مسیر} = (1 - f_k)(1 - f_m) = 1 - f_k - f_m + f_k f_m \quad (14)$$

از آنجا که در هر مقطع زمانی فقط یک هاب می‌تواند از دسترس خارج شود مقدار عبارت $f_k f_m$ صفر می‌باشد.

3-1- مدل ریاضی (CSApHMLP-SB)

مدل مکان‌یابی p -هاب میانه با پشتیبان‌گیری یگانه و در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت برای گره‌های هاب به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\min \sum_i \sum_{k \neq i} \sum_m \sum_{j \neq m} c_{ij}^{km} w_{ij} (1 - f_k - f_m) y_{ij}^{km} \quad (A)$$

$$+ \sum_i \sum_j \left(\sum_{m \neq j} \delta (1 - \beta_i) c_{ij}^{im} w_{ij} f_i y_{ij}^{im} + c_{ij}^{im} w_{ij} (1 - f_i - f_m) y_{ij}^{im} + \sum_{k \neq i} \delta (1 - \beta_j) c_{ij}^{kj} w_{ij} f_i y_{ij}^{kj} + c_{ij}^{kj} w_{ij} (1 - f_j - f_k) y_{ij}^{kj} + c_{ij}^{ij} w_{ij} (1 - f_i - f_j) y_{ij}^{ij} + \delta (1 - \beta_i) c_{ij}^{ij} w_{ij} f_i y_{ij}^{ij} + \delta (1 - \beta_j) c_{ij}^{ij} w_{ij} f_j y_{ij}^{ij} \right) \quad (B)$$

$$+ \sum_{i \neq k} \sum_k \sum_{m \neq k} \sum_{j \neq k} \sum_{l \neq k} (\tau_1 d_{il} + \tau_2 \pi (ad_{lm}) + d_{mj}) (w_{ij} + w_{ji}) f_k u_{kl} y_{ij}^{km} + \sum_{i \neq k} \sum_k \sum_{j \neq k} \sum_{l \neq k} \tau_1 (d_{il} + d_{lj}) (w_{ij}) f_k u_{kl} y_{ij}^{kk} \quad (C-1)$$

$$+ \sum_k \beta_k \left(\sum_j \sum_{m \neq k} \sum_l (\tau_1 d_{kl} + \tau_2 (ad_{lm}) + d_{mj}) (w_{kj} + w_{jk}) f_k u_{kl} y_{kj}^{km} + \sum_{j \neq k} \sum_{l \neq k} \tau_1 (d_{kl} + d_{lj}) (w_{kj} + w_{jk}) f_k u_{kl} y_{kj}^{kk} \right) \quad (C-2)$$

$$\sum_k x_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (4)$$

$$\sum_k x_{kk} = p \quad (5)$$

$$x_{ik} \leq x_{kk} \quad \forall i, k \quad (6)$$

می‌شده و با اختلال در گره k از طریق هاب m (به عنوان پشتیبان هاب k) و هاب l مسیریابی خواهد شد را محاسبه می‌کند. عبارت هفتم و هشتم به ترتیب میزان جریان‌هایی که مبدأ/مقصد هاب k (هایی که از دسترس خارج شده) باشد را در حالتی که هاب پشتیبان، هاب l باشد و یا هاب پشتیبان هابی به غیر از هاب l باشد اما مقصد/مبدأ گره l باشد را محاسبه می‌کند.

2-3- مدل ریاضی (CSApHMLP-MB&DL)

متغیرهایی که در مدل قبلی تعریف شدند در این مدل نیز استفاده می‌گردند. همچنین در این مدل از متغیرهای زیر نیز بهره گرفته می‌شود:

g_{ij}^{kl} اگر هاب l به عنوان پشتیبان هاب اول (k) مسیر i به j انتخاب شود مقدار یک گرفته در غیر این صورت صفر خواهد بود.

S_{ijk} اگر پس از اختلال، بین دو گره i و j زمانی که k هاب اول در این مسیر بوده است، ارتباط مستقیم برقرار گردد مقدار یک اختیار کرده و در غیر این صورت صفر خواهد بود.

فرمول‌بندی مدل مکان‌یابی p -هاب میانه با پشتیبان‌گیری چندگانه و امکان برقراری ارتباط مستقیم با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت برای گره‌های هاب به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\begin{aligned} \min \sum_i \sum_{k \neq i} \sum_m \sum_{j \neq m} c_{ij}^{km} w_{ij} & \\ (1 - f_k - f_m) y_{ij}^{km} & \\ + \sum_i \sum_j \left(\sum_{m \neq j} \delta (1 - \beta_i) c_{ij}^{im} w_{ij} f_i y_{ij}^{im} \right. & \\ \left. + c_{ij}^{im} w_{ij} (1 - f_i - f_m) y_{ij}^{im} \right) & \end{aligned} \quad (16)$$

بخش B تابع هدف، هزینه انتقال جریان پیش از وقوع بحران و هزینه تقاضای از دست رفته پس از وقوع بحران، هنگامی که مبدأ یا مقصد و یا هر دو هاب باشند را نشان می‌دهد؛ عبارت‌های مربوط به هزینه تقاضای از دست رفته در ضریب جریمه δ ضرب شده‌اند.

بخش C تابع هدف، هزینه انتقال جریان با استفاده از مسیرهای پشتیبان را نشان می‌دهد. عبارت‌های بخش-C-1، هزینه انتقال جریان مربوط تمام گره‌ها به جز گره هاب از دسترس خارج شده را نشان محاسبه می‌کند و عبارت‌های بخش C-2، هزینه انتقال جریان مربوط به گره هاب از دسترس خارج شده را نشان می‌دهد.

محدودیت‌های (4) تا (8) محدودیت‌های کلاسیک مسئله p -هاب میانه با تخصیص تکی می‌باشد. محدودیت (9) تضمین می‌کند گره‌ای که از دسترس خارج شده یک گره هاب است و برای آن یک پشتیبان انتخاب شود. محدودیت (10) بیان می‌کند هاب پشتیبان بایستی از بین هاب‌های موجود باشد. رابطه (11) تضمین می‌کند پیش از وقوع بحران و در دسترس بودن تمام هاب‌ها، میزان جریان عبوری از هر یک از هاب‌ها بیشتر از ظرفیت آنها نشود. معادله (12) تضمین می‌کند میزان جریان عبوری از هاب l زمانی که هاب k از دسترس خارج شده است، بیش از ظرفیت آن نباشد. عبارت اول و دوم میزان جریان عبوری از هاب l پیش از وقوع بحران و اختلال در گره k را محاسبه می‌کند. عبارت سوم تمام جریان‌هایی که از طریق هاب‌های k و l مسیریابی می‌شده و به هنگام وقوع بحران استفاده از این مسیرها امکان‌پذیر نمی‌باشد را از ظرفیت هاب مد نظر (l) کم می‌کند. سه عبارت توضیح داده شده را می‌توان به صورت رابطه (15) نیز نمایش داد.

$$\sum_i \sum_j \sum_{m \neq l, k} (w_{ij} + w_{ji}) y_{ij}^{lm} + \sum_i \sum_j w_{ij} y_{ij}^{ll} \quad (15)$$

عبارت چهارم و پنجم در رابطه (12) نشان‌دهنده میزان جریان‌هایی است که از طریق هاب k منتقل می‌شده و پس از اختلال در این هاب، از طریق هاب l به عنوان هاب پشتیبان منتقل خواهد شد به جز جریان‌هایی که هاب k مبدأ یا مقصد بوده باشد. عبارت ششم میزان جریان‌هایی که پیش از اختلال توسط هاب‌های k و l مسیریابی

$$\sum_i \sum_j \sum_{m \neq l} (w_{ij} + w_{ji}) y_{ij}^{lm} + \sum_i \sum_j w_{ij} y_{ij}^{ll} \leq Q_l x_{ll} \quad \forall l \quad (23)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_{m \neq l} (w_{ij} + w_{ji}) y_{ij}^{lm} + \sum_i \sum_j w_{ij} y_{ij}^{ll} - \sum_i \sum_j (w_{ij} + w_{ji}) y_{ij}^{lk} + \sum_{l \neq k} \sum_{j \neq m} \sum_{m \neq k} (w_{ij} + w_{ji}) g_{ij}^{kl} y_{ij}^{km} + \sum_{l \neq k} \sum_{j \neq m} w_{ij} g_{ij}^{kl} y_{ij}^{km} + \sum_{l \neq k} \sum_j \sum_{m \neq l} (w_{ij} + w_{ji}) g_{ij}^{kl} y_{ij}^{km} + \beta_k \left(\sum_j \sum_m (w_{kj} + w_{jk}) g_{kj}^{kl} y_{kj}^{kl} + \sum_j \sum_{m \neq l} (w_{kj} + w_{jk}) g_{kj}^{kl} y_{kj}^{km} \right) \leq Q_l x_{ll} \quad \forall k, l \quad (24)$$

$$x_{ik}, y_{ij}^{km}, g_{ij}^{kl}, s_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k, m \quad (25)$$

همانند مدل *CSApHMLP-SB*، تابع هدف (16) امید ریاضی هزینه‌ها را کمینه می‌کند.

معادله (17) الزام می‌کند که اگر گره k هاب اول در مسیر i به z باشد، برای شرایط بحران یا گره‌ای غیر از k ($l \neq k$) به عنوان هاب پشتیبان این مسیر در نظر گرفته می‌شود و یا مسیر مستقیم بین گره i و گره z برقرار می‌شود. معادله (18) تضمین می‌کند که در صورتی گره l می‌تواند به عنوان پشتیبان هاب اول (k) در مسیر گره i به گره z انتخاب شود که گره l هاب باشد و همچنین برای انتقال جریان از گره i به گره z ، هاب k به عنوان هاب اول انتخاب شده باشد.

$$\begin{aligned} & + \sum_{k \neq i} \delta (1 - \beta_j) c_{ij}^{kj} w_{ij} f_j y_{ij}^{kj} \\ & + c_{ij}^{kj} w_{ij} (1 - f_j - f_k^j) y_{ij}^{kj} \\ & + y_{ij}^{ij} w_{ij} (1 - f_i - f_j^i) y_{ij}^{ij} \\ & + \delta (1 - \beta_i) c_{ij}^{ij} w_{ij} f_j y_{ij}^{ij} \\ & + \delta (1 - \beta_j) c_{ij}^{ij} w_{ij} f_j y_{ij}^{ij} \\ & + \gamma \left[\sum_{l \neq k} \sum_l \sum_{m \neq k} \sum_{j \neq m} d_{ij} (w_{ij} + w_{ji}) \right. \\ & \left. f_k s_{ijk} y_{ij}^{km} + \sum_{i \neq k} \sum_{j \neq k} \sum_k d_{ij} \right. \\ & \left. w_{ij} f_k s_{ijk} y_{ij}^{kk} \right] \\ & + \sum_{i \neq k} \sum_k \sum_{m \neq k} \sum_{j \neq k} \sum_{l \neq k} (\tau_1 d_{il} + \tau_1 (\alpha d_{lm}) + d_{mj}) \\ & (w_{ij} + w_{ji}) f_k g_{ij}^{kl} y_{ij}^{km} \\ & + \sum_{i \neq k} \sum_k \sum_{j \neq k} \sum_{l \neq k} \tau_1 (d_{il} + d_{lj}) \\ & w_{ij} f_k g_{ij}^{kl} y_{ij}^{kk} \\ & + \sum_k \beta_k \left(\sum_j \sum_m \sum_l (\tau_1 d_{kl} + \tau_2 (\alpha d_{lm}) + d_{mj}) \right. \\ & \left. (w_{kj} + w_{jk}) f_k g_{kj}^{kl} y_{kj}^{km} \right) \end{aligned} \quad (8) \text{ تا } (4)$$

$$s_{ijk} + \sum_{l \neq k} g_{ij}^{ll} = \sum_m y_{ij}^{lm} \quad \forall i, j, \neq k, k \quad (17)$$

$$2g_{ij}^{kl} \leq x_{ll} + \sum_m y_{ij}^{km} \quad \forall i, j, k, l \quad (18)$$

$$s_{ijk} + x_{ii} \leq 1 \quad \forall i, j, k \quad (19)$$

$$s_{ijk} + x_{jj} \leq 1 \quad \forall i, j, k \quad (20)$$

$$s_{ijk} y_{ij}^{kk} = s_{ijk} y_{ji}^{kk} \quad \forall i, j, k \quad (21)$$

$$g_{ij}^{kl} y_{ij}^{kk} = g_{ji}^{kl} y_{ji}^{kk} \quad \forall i, j, k, l \quad (22)$$

$$y_{ij}^{km} + s_{ijk} \leq r_{ij}^{km} + 1 \quad \forall i, j, k, m \quad (29)$$

$$2r_{ij}^{km} \leq y_{ij}^{km} + s_{ijk} \quad \forall i, j, k, m \quad (30)$$

4- روش حل فراابتکاری

مسئله مکان‌یابی p-هاب با تخصیص یگانه به عنوان یک مسئله NP-hard شناخته می‌شود. در حقیقت حتی با مشخص بودن مکان هاب‌ها، مسئله تخصیص بهینه گره‌های غیر هاب به گره‌های هاب یک مسئله NP-hard است [22]. مسائل CSApHMLP-SB و CSApHMLP-MB&DL را می‌توان به مسائل پایه هاب کاهش داد، اگر احتمال خرابی گره‌ها صفر باشد و ظرفیت هر یک از گره‌های شبکه به اندازه مجموع جریان‌های کل شبکه در نظر گرفته شود. در مسئله CSApHMLP-MB&DL با صفر در نظر گرفتن احتمال خرابی گره‌ها، امکان برقراری ارتباط مستقیم که برای شرایط بحران در نظر گرفته شده است نیز وجود ندارد. بنابراین دو مدل ارائه شده NP-hard می‌باشند و حل دقیق آنها برای مسائل در اندازه‌های بزرگ بسیار زمان‌بر و در خیلی مواقع غیر ممکن است. لذا در اینجا برای حل مدل‌های ارائه شده با استفاده از الگوریتم ژنتیک روش حل ارائه می‌شود [19]. از مهم‌ترین عوامل در طراحی الگوریتم‌های فراابتکاری، شیوه نمایش جواب می‌باشد که بتواند به شکلی مؤثر فضای جواب را جستجو نماید. هر جواب در فضای حل مسئله معمولاً در یک رشته از علامت‌های محدود نمایش داده می‌شود که هر رشته، کروموزوم نامیده می‌شود و یک جواب برای مسئله است که این جواب می‌تواند امکان‌پذیر (شدنی) یا غیر امکان‌پذیر (نشدنی) باشد.

کروموزوم‌های ارائه شده برای این دو مسئله، علاوه بر تعیین گره‌های هاب و تخصیص گره‌های باقی مانده به تسهیلات هاب، مسیرهای پشتیبان در شرایط وقوع بحران را نیز مشخص می‌کنند. جواب‌های تولید شده در هر یک از گام‌های الگوریتم، ممکن است به دلیل نقض محدودیت ظرفیت تسهیلات هاب، نشدنی باشند؛ بنابراین شدنی بودن جواب‌های تولید شده در هر مرحله بررسی می‌گردد. همه جواب‌های تولید شده در فرآیند الگوریتم حفظ می‌گردند. در صورت نقض محدودیت (ظرفیت)، تابع

روابط (19) و (20) نشان می‌دهند که در صورتی می‌توان بین گره i و گره j ارتباط مستقیم برقرار کرد که هیچ یک از این دو گره هاب نباشند، می‌توان این دو معادله را به صورت زیر نوشت:

$$2s_{ijk} + x_{ii} + x_{jj} \leq 2 \quad \forall i, j, k \quad (26)$$

رابطه (21) بیان می‌کند هنگامی که هر دو گره i و j به یک هاب تخصیص یافته‌اند و این هاب از دسترس خارج شده است، اگر برای مسیر رفت از ارتباط مستقیم استفاده شد، برای مسیر برگشت نیز بایستی از ارتباط مستقیم استفاده گردد. رابطه (22) تضمین می‌کند هنگامی که دو گره i و j به یک هاب تخصیص یافته‌اند و این هاب از دسترس خارج شود فقط از یک هاب پشتیبان برای انتقال جریان این دو گره استفاده گردد.

معادله (23) تضمین می‌کند پیش از وقوع بحران میزان جریان عبوری از هر هاب بیش از ظرفیت آن نشود. معادله (24) اطمینان می‌دهد میزان جریان عبوری از هاب l زمانی که هاب k از دسترس خارج شده بیش از ظرفیت آن نباشد. در معادله (24) دو عبارت نخست مجموع جریان عبوری از هاب l پیش از خرابی هاب k را محاسبه می‌کند. عبارت سوم تمام جریان‌هایی که از هاب k (هاب از دسترس خارج شده) و هاب l را کم می‌کند و در نهایت عبارات دیگر جریان‌هایی که به هنگام وقوع بحران، بازسازی شده و از طریق هاب l خدمت‌دهی می‌شوند، اضافه می‌گردد.

مدل بدست آمده یک مدل غیرخطی عدد صحیح، با تعداد $2n^4 + n^3 + n^2$ متغیر و $2n^4 + 3n^3 + 3n^2 + 2n + 1$ محدودیت می‌باشد.

مدل ارائه شده با ضرب دو متغیر صفر و یک g_{ij}^{kl} و y_{ij}^{km} در تابع هدف و محدودیت‌های (22) و (24) و متغیرهای صفر و یک s_{ijk} و y_{ij}^{km} در تابع هدف و محدودیت (21) غیرخطی شده است. به منظور برطرف شدن عامل غیر خطی، از دو متغیر b_{ij}^{kml} و r_{ij}^{km} محدودیت‌های (27) تا (30) استفاده می‌شود.

$$y_{ij}^{km} + g_{ij}^{kl} \leq b_{ij}^{kml} + 1 \quad \forall i, j, k, m, l \quad (27)$$

$$2b_{ij}^{kml} \leq y_{ij}^{km} + g_{ij}^{kl} \quad \forall i, j, k, m, l \quad (28)$$

برازندگی برابر است با تابع هدف مسئله به علاوه جریمه نقض که این جریمه خود ضریبی از تابع هدف می باشد (همواره ضریب جریمه بزرگتر از یک می باشد).

ساختار جواب

ساختار جواب به کار گرفته شده برای حل مسئله $CSApHMLP-SB$ توسط الگوریتم یک ماتریس $2 \times N$ مطابق شکل 2 بوده که N تعداد گرهها است. سطر اول ماتریس برای انتخاب گرههای هاب و تخصیص گرههای غیرهاب به هاب و سطر دوم آن برای انتخاب هاب پشتیبان می باشد.

شماره گره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
انتخاب هاب و تخصیص	۰.۷۹	۰.۶۶	۰.۸۵	۰.۶۸	۰.۷۴	۰.۶۶	۰.۷۱	۰.۲۸	۰.۱۰	۰.۶۹
انتخاب هاب پشتیبان	۰.۹۶	۰.۰۴	۰.۹۳	۰.۷۶	۰.۳۹	۰.۱۷	۰.۰۲	۰.۰۵	۰.۸۲	۰.۳۲

شکل 2 ساختار جواب تصادفی برای مسئله $CSApHMLP-SB$ با 10 گره

این ماتریس با اعداد تصادفی در بازه $[0,1]$ تولید می شود که با مرتب کردن اعداد سطر نخست به صورت غیرصعودی، p گره اول با بالاترین مقدار، به عنوان هاب انتخاب می گردد. اگر p را 3 در نظر بگیریم، مطابق شکل 3-الف به ترتیب گرههای 3، 1 و 5 به عنوان هاب انتخاب می شوند. سپس اعداد مربوط به گرههای غیر هاب در سطر نخست را در عدد p ضرب کرده و عدد به دست آمده به سمت بالا گرد می شود، این عدد به عنوان شماره هاب انتخاب شده برای گره غیر هاب در نظر گرفته می شود. در شکل 3-ب تخصیص گرههای غیر هاب به هابها برای مثال بالا آورده شده است.

شماره گره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعیین هاب و تخصیص	۱	۱	۳	۵	۵	۱	۵	۳	۳	۵

شکل 3- الف) تعیین گرههای هاب (ب) تخصیص گرههای غیر هاب به هابها
به منظور تخصیص هاب پشتیبان به هر هاب، ابتدا برای هر یک از هابها مجموعه A تشکیل می گردد که شامل هابهایی است که می توانند بعنوان پشتیبان هاب

مدنظر انتخاب شوند. تعداد اعضای این مجموعه برای هر هاب $p-1$ می باشد. سپس اعداد مربوط به گرههای هاب در سطر دوم در عدد $p-1$ ضرب شده و اگر b را برابر عدد حاصل از گرد کردن به سمت بالای آن عدد در نظر گرفته شود، b نشان دهنده شماره هاب پشتیبان هاب مذکور در مجموعه A می باشد. هابهای پشتیبان مثال بالا در شکل 4 نشان داده شده است.

ترتیب هابها	سوم	دوم	اول
هاب	۵	۱	۳
هاب پشتیبان	۳	۵	۵

شکل 4 تعیین هاب پشتیبان

ساختار جواب به کار گرفته شده برای حل مسئله $CSApHMLP-MB \& DL$ یک ماتریس $N \times N$ مطابق شکل 5 می باشد، که N تعداد گرهها است. این ماتریس با اعداد تصادفی در بازه $[0,1]$ تولید می شود. در این ماتریس، اعداد مربوط به قطر اصلی به منظور انتخاب هابها و تخصیص گرههای غیر هاب به هابها (این عمل مشابه سطر اول نمایش جواب مسئله $CSApHMLP-SB$ صورت می گیرد) و مابقی اعداد به منظور تعیین مسیر پشتیبان در هنگام وقوع بحران استفاده می گردد.

۰.۳۳	۰.۸۶	۰.۶۲	۰.۲۱	۰.۵۴	۰.۰۵	۰.۱۲	۰.۶۳
۰.۴۷	۰.۷۹	۰.۵۷	۰.۵۷	۰.۷۰	۰.۴۹	۰.۸۶	۰.۶۶
۰.۶۵	۰.۵۱	۰.۰۵	۰.۶۴	۰.۵۰	۰.۱۹	۰.۴۸	۰.۷۳
۰.۰۳	۰.۱۸	۰.۹۲	۰.۴۲	۰.۵۴	۰.۱۲	۰.۸۴	۰.۸۹
۰.۸۴	۰.۴۰	۰.۷۳	۰.۲۱	۰.۴۵	۰.۲۱	۰.۲۱	۰.۹۸
۰.۵۶	۰.۱۳	۰.۷۴	۰.۹۵	۰.۱۲	۰.۱۵	۰.۵۵	۰.۷۷
۰.۸۵	۰.۰۳	۰.۰۶	۰.۰۸	۰.۴۹	۰.۱۹	۰.۶۳	۰.۵۸
۰.۳۵	۰.۹۴	۰.۸۶	۰.۱۱	۰.۸۵	۰.۰۴	۰.۰۳	۰.۹۳

شکل 5: ساختار جواب تصادفی برای مسئله $CSApHMLP-MB \& DL$ با ده گره

به منظور انتخاب مسیر پشتیبان، ابتدا برای هر مسیر، مجموعه A تشکیل می گردد؛ مجموعه A شامل $p-1$ هاب است که می توانند به عنوان هاب پشتیبان برای هاب اول در مسیر در نظر گرفته شوند و اگر امکان برقراری ارتباط مستقیم برای مسیر مد نظر وجود داشته باشد عضو p م

1-4- عملگرهای مسئله CSaPHMLP-SB

عملگرهای تقاطع

در مسئله CSaPHMLP-SB از دو عملگر تقاطع تک نقطه‌ای و دو نقطه‌ای استفاده شده است که در شکل 7 و شکل 8 نشان داده شده است. کروموزوم‌های والد در هر دو عملگر تک نقطه‌ای و دو نقطه‌ای، به صورت تصادفی از جمعیت انتخاب می‌شوند.

↓

والد 1	۰.۹۶	۰.۴۰	۰.۱۳	۰.۷۲	۰.۸۴	۰.۶۴	۰.۰۱	۰.۴۸	۰.۰۶	۰.۷۹
والد 2	۰.۰۹	۰.۲۱	۰.۲۶	۰.۳۱	۰.۱۶	۰.۳۸	۰.۰۶	۰.۹۰	۰.۸۶	۰.۸۰
فرزند 1	۰.۰۷	۰.۵۵	۰.۰۵	۰.۲۲	۰.۹۶	۰.۶۳	۰.۰۸	۰.۳۱	۰.۵۱	۰.۵۱
فرزند 2	۰.۳۰	۰.۶۶	۰.۸۵	۰.۶۰	۰.۱۶	۰.۲۷	۰.۴۰	۰.۵۴	۰.۵۸	۰.۳۷

شکل 7 عملگر تقاطع تک نقطه‌ای

↓ ↓

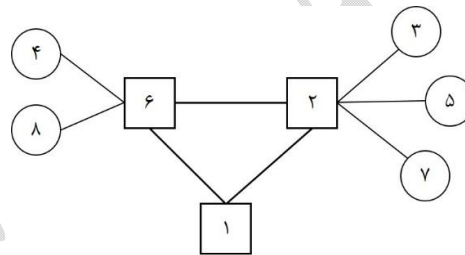
والد 1	۰.۹۶	۰.۴۰	۰.۱۳	۰.۷۲	۰.۸۴	۰.۶۴	۰.۰۱	۰.۴۸	۰.۰۶	۰.۷۹
والد 2	۰.۰۹	۰.۲۱	۰.۲۶	۰.۳۱	۰.۱۶	۰.۳۸	۰.۰۶	۰.۹۰	۰.۸۶	۰.۸۰
فرزند 1	۰.۹۶	۰.۴۰	۰.۰۵	۰.۲۲	۰.۹۶	۰.۶۳	۰.۰۸	۰.۴۸	۰.۰۶	۰.۷۹
فرزند 2	۰.۰۹	۰.۲۱	۰.۸۵	۰.۶۰	۰.۱۶	۰.۲۷	۰.۴۰	۰.۹۰	۰.۸۶	۰.۸۰

شکل 8 عملگر تقاطع دو نقطه‌ای

عملگرهای جهش

در این الگوریتم از عملگرهای جهش تک نقطه‌ای و دو نقطه‌ای و دو عملگر جهش جدید استفاده شده است که کروموزوم والد در آن‌ها تصادفی از جمعیت انتخاب می‌گردد. در جهش تک نقطه‌ای ابتدا یک نقطه در طول رشته جواب به صورت تصادفی انتخاب می‌شود، سپس مطابق شکل 9 از آن ستون به بعد مقادیر تمام ستون‌ها برعکس می‌شود. در جهش دو نقطه‌ای نیز دو عدد به صورت تصادفی در طول رشته جواب انتخاب می‌شود و ستون‌های مربوط به این دو عدد مطابق شکل 10 جابجا می‌شوند.

این مجموعه، برقراری مسیر مستقیم بین مبدأ و مقصد (DR) خواهد بود. در صورتی که مبدأ یا مقصد هاب باشند، امکان برقراری ارتباط مستقیم وجود نخواهد داشت و مجموعه A دارای $p-1$ عضو خواهد بود. بدین صورت برای تعیین مسیر پشتیبان، عدد مربوط به هر مسیر را در تعداد اعضای مجموعه A ضرب کرده و عدد حاصل از گرد کردن آن به سمت بالا، مسیر پشتیبان را مشخص می‌سازد. برای درک بهتر این موضوع، بخشی از شبکه مثال بالا در شکل 6 ترسیم شده است.



شکل 6 شبکه هاب و کمان

با فرض از دسترس خارج شدن هاب شماره 2، مجموعه A برای بخشی از مسیرها که هاب شماره 2، هاب اول در مسیر مبدأ و مقصد می‌باشد در جدول 1 مشخص شده است.

جدول 1 تعیین مجموعه A جهت انتخاب مسیر

پشتیبان

مسیر مبدأ مقصد	اعضای مجموعه A
2 به 3	{1,6}
2 به 5	{1,6}
1 به 3	{1,6}
6 به 3	{1,6}
4 به 3	{1,6,DR}
8 به 3	{1,6,DR}

منظور از DR، امکان برقراری ارتباط مستقیم می‌باشد. در هر مرحله (نسل) از الگوریتم ژنتیک، تعداد pop size کروموزوم وجود دارد؛ که در مرحله اول با اعداد تصادفی در بازه $[0,1]$ تولید می‌شوند.

والد	۰.۹۶	۰.۴۰	۰.۱۳	۰.۷۲	۰.۸۴	۰.۶۴	۰.۰۱	۰.۴۸	۰.۰۶
	۰.۰۹	۰.۲۱	۰.۲۶	۰.۳۱	۰.۱۶	۰.۳۸	۰.۰۶	۰.۹۰	۰.۸۶
فرزند	۰.۹۶	۰.۴۰	۰.۱۳	۰.۷۲	۰.۰۶	۰.۴۸	۰.۰۱	۰.۶۴	۰.۸۴
	۰.۰۹	۰.۲۱	۰.۲۶	۰.۸۰	۰.۸۶	۰.۹۰	۰.۰۶	۰.۲۸	۰.۱۶

شکل 9: عملگر جهش تک نقطه‌ای

والد	۰.۹۶	۰.۴۰	۰.۱۳	۰.۷۲	۰.۸۴	۰.۶۴	۰.۰۱	۰.۴۸	۰.۰۶
	۰.۰۹	۰.۲۱	۰.۲۶	۰.۳۱	۰.۱۶	۰.۳۸	۰.۰۶	۰.۹۰	۰.۸۶
فرزند	۰.۶۴	۰.۴۰	۰.۱۳	۰.۷۲	۰.۸۴	۰.۹۶	۰.۰۱	۰.۳۸	۰.۰۶
	۰.۳۸	۰.۲۱	۰.۲۶	۰.۳۱	۰.۱۶	۰.۰۹	۰.۰۶	۰.۹۰	۰.۸۶

شکل 10: عملگر جهش دو نقطه‌ای

کروموزوم والد استفاده شده است؛ بدین صورت که با انتخاب تصادفی تعداد مشخصی از ژن‌های کروموزوم والد، به هر یک از آنها به صورت جداگانه یک عدد تصادفی در بازه $[0,1]$ تعلق می‌گیرد. این عملگر از ابتدای الگوریتم به کار گرفته نمی‌شود و با عدم بهبودهای متوالی از این عملگر استفاده خواهد شد. تعداد عدم بهبودهای متوالی برای شروع عملگر جهش جدید از پارامترهای الگوریتم می‌باشد.

مکانیزم جایگزینی یا انتخاب بازمانده، پس از تولید فرزندان توسط عملگرهای تقاطع و جهش اجرا می‌شود. در این الگوریتم اندازه جمعیت ثابت می‌باشد، بنابراین باید مشخص شود که کدام افراد در نسل بعد حضور دارند. برخلاف انتخاب والد که تصادفی است، انتخاب بازمانده معمولاً قطعی می‌باشد. در اینجا برای انتخاب نسل بعد بر اساس تابع برازندگی عمل می‌شود. به این گونه که پس از مرتب‌سازی غیر نزولی کروموزوم‌های والد و فرزند بر اساس تابع برازندگی، به تعداد اعضای جمعیت با کمترین مقدار تابع برازندگی، نسل جدید را تشکیل می‌دهند.

در مسئله *CSApHMLP-SB* از عدم بهبود متوالی جواب‌های به‌دست آمده در تعداد تکرار مشخصی، برای توقف الگوریتم استفاده شده است. مسئله *CSApHMLP-MB&DL* علاوه بر این شرط از حداکثر تعداد تکرار نیز به عنوان شرط دوم توقف الگوریتم استفاده شده است.

5- نتایج محاسباتی

پارامترهای الگوریتم‌های فراابتکاری در کارایی الگوریتم بسیار مؤثر هستند، به گونه‌ای که تعیین مقدار نامناسب برای این پارامترها می‌تواند منتج به نتایج ضعیف‌تری نسبت به توانایی بالقوه الگوریتم شود. برای تنظیم پارامترهای الگوریتم و به منظور تعیین کمترین تعداد آزمایش با شرایط نزدیک به بهینه، از روش تاگوچی استفاده شده است.

دو عملگر جدید با هدف ایجاد تغییرات تصادفی کوچک در سطر اول کروموزوم به منظور تغییرات در هاب‌ها و تخصیص گره‌های غیر هاب به هاب‌ها و سطر دوم کروموزوم به منظور تغییر در هاب‌های پشتیبان استفاده می‌گردد. برای ایجاد تغییرات ابتدا به صورت تصادفی عددی در بازه $[1, p]$ انتخاب می‌شود و این عدد را r نام‌گذاری می‌کنیم که نشان‌دهنده تعداد ژن‌های انتخاب شده می‌باشد. سپس برای عملگر جهش جدید سطر اول، r ژن از سطر اول به صورت تصادفی انتخاب شده و در بازه $[0,1]$ دوباره مقداردهی می‌شوند. عملگر جهش جدید سطر دوم نیز به همین صورت خواهد بود با این تفاوت که ژن‌های انتخاب شده از سطر دوم است و فقط شامل گره‌های هاب می‌باشد.

4-2- عملگرهای مسئله CSApHMLP-MB&DL

در این مسئله علاوه بر عملگرهای استفاده شده برای مسئله *CSApHMLP-SB* که در آنها ستون‌های ساختار جواب برش داده می‌شد، عملگرهایی مشابه همان عملگرها (به غیر از دو عملگر جهش جدید معرفی شده) اما با اعمال بر روی سطرها استفاده شده است؛ به عبارتی، به ازای هر عملگر در الگوریتم ژنیک برای مسئله *CSApHMLP-SB*، در الگوریتم ژنتیک برای مسئله *CSApHMLP-MB&DL* دو عملگر وجود دارد. به عنوان مثال برای جهش تک نقطه‌ای با اعمال بر روی سطرها، در اینجا یکی از سطرها به تصادف انتخاب می‌شود و از آن سطر به بعد، مقادیر تمام ستون‌ها برعکس می‌شود. در این الگوریتم نیز با توجه پیچیدگی ساختار جواب از یک عملگر جهش جدید برای ایجاد تغییرات کوچک در

مشخصات RAM: 32GB و CPU: Core i7, 4GHz استفاده شده است.

داده‌های مربوط به ظرفیت هاب‌ها، در ابعاد هفت و هشت گره از بازه [0/7,0/9] (ضرب در مجموع جریان‌های شبکه) و ابعاد بالاتر بازه [0/5,0/7] (ضرب در مجموع جریان‌های شبکه) استفاده شده است. برخی دیگر از پارامترها به صورت زیر تولید و ارائه شده‌اند:

- پارامترهای τ_1 و τ_2 مربوط به جریمه استفاده از مسیره‌های پشتیبان به ترتیب 2 و 1,5 در نظر گرفته شده‌اند.
- برای پارامترهای δ (ضریب جریمه تقاضای از دست رفته) و γ (ضریب جریمه استفاده از ارتباط مستقیم) هر دو مقدار سه در نظر گرفته شده است.
- f : احتمال از دسترس خارج شدن هر هاب یک عدد تصادفی در بازه [0/05,0/1] در نظر گرفته شده است.

مسائل طراحی شده برای هر دو مسئله یکسان می‌باشد و در هر سطح، از داده‌های یکسان به منظور حل آنها استفاده شده است.

حل‌کننده *Gurobi* در محدودیت زمانی سه ساعت (800, 10 ثانیه)، تنها قادر است نمودهای با حداکثر یازده و هشت گره را به ترتیب برای مسائل *CSApHMLP-SB* و *CSApHMLP-MB&DL* حل نماید. به همین دلیل نتایج عددی این دو مسئله برای نمودهای با هفت و هشت گره در جدول 4 آورده شده است. همچنین نتایج عددی مسئله *CSApHMLP-SB* برای نمودهای نه تا 11 گره در جدول 5 نمایش داده شده است. برای هر گره، سه سطح [0/5,0/7] برای پارامتر β و دو سطح [0/5,0/7] برای ضریب تخفیف α در نظر گرفته و حل شده‌اند.

نتایج مشاهده شده در جداول 4 و 5، درصد خطای محاسبه شده برای هر نمونه، بیانگر عملکرد مناسب الگوریتم‌های پیشنهادی در ابعاد پایین می‌باشد. درصد خطا از رابطه (2-5) محاسبه می‌شود که در آن $f(\text{method})$ نشان‌دهنده مقدار تابع هدف الگوریتم و $f(\text{best})$ نشان‌دهنده تابع هدف بهینه می‌باشد.

جدول 2 پارامترهای الگوریتم ژنتیک برای مسئله CSApHMLP-SB و سطوح آنها

نماد	پارامتر	سطح 1	سطح 2	سطح 3	سطح بهینه
A	اندازه جمعیت	6 N	8 N	10 N	سطح 2
B	تعداد تکرار بدون بهبود ¹ (NIC)	20 N	30 N	40 N	سطح 3
C	نرخ تقاطع	0.5	0.7	0.9	سطح 2
D	تعداد تکرار بدون بهبود برای افزایش نرخ جهش	0.3 NIC	0.5 NIC	0.7 NIC	سطح 2
E	نرخ جهش ثانویه	0.4	0.6	0.8	سطح 2

جدول 3 پارامترهای الگوریتم ژنتیک برای مسئله CSApHMLP-MB&DL و سطوح آنها

نماد	پارامتر	سطح 1	سطح 2	سطح 3	سطح بهینه
A	اندازه جمعیت	6 N	8 N	10 N	سطح 3
B	تعداد تکرار	10 N	20 N	30 N	سطح 3
C	تعداد تکرار بدون بهبود(NIC)	2 N	3 N	4 N	سطح 2
D	نرخ تقاطع	0.5	0.7	0.9	سطح 3
E	تعداد تکرار بدون بهبود برای افزایش نرخ جهش	0.3 NIC	0.5 NIC	0.7 NIC	سطح 1
F	نرخ جهش ثانویه	0.4	0.6	0.8	سطح 1
G	تعداد اغتشاش توسط عملگر جهش ثانویه	\sqrt{N}	$2\sqrt{N}$	$3\sqrt{N}$	سطح 2

جداول 2 و 3 به ترتیب سطوح مختلف پارامترهای الگوریتم ژنتیک برای مسئله *CSApHMLP-SB* و *CSApHMLP-MB&DL* و سطح بهینه هر یک را نشان می‌دهد. سطح بهینه هر پارامتر با توجه به نمودارهای میانگین تنظیم پارامترها و سیگنال به نویز تعیین شده است.

جهت بررسی کارایی الگوریتم‌های ارائه شده، از مجموعه داده CAB با ابعاد 7 تا 25 گره استفاده شده است. به منظور حل مدل‌های پیشنهادی از نرم‌افزار *GAMS* 27.3.0 با حل‌کننده *Gurobi* و برای الگوریتم ژنتیک پیشنهادی از نرم‌افزار *Matlab 2019a* روی سیستمی با

¹ Non improve counter

$$\text{درصد خطا} = \frac{f(\text{method}) - f(\text{best})}{f(\text{best})} * 100$$

جدول 4 نتایج عددی مدل ریاضی و الگوریتم‌های پیشنهادی مسئله CSApHMLP-SB و مسئله CSApHMLP-MB&DL

N	β	α	مسئله CSApHMLP-SB					مسئله CSApHMLP-MB&DL					درصد اختلاف تابع هدف دو مدل
			جواب روش حل دقیق	جواب الگوریتم ژنتیک	درصد خطا	زمان روش حل دقیق (ثانیه)	زمان الگوریتم (ثانیه)	جواب روش حل دقیق	جواب الگوریتم ژنتیک	درصد خطا	زمان روش حل دقیق (ثانیه)	زمان الگوریتم (ثانیه)	
7	0	0,5	344894917,58	344894917,58	0	29,4	3,6	341451666,88	341451666,88	0	1116,0	3,4	1
		0,7	380528049,70	380528049,70	0	33,8	2,7	376324769,28	376324769,28	0	903,4	2,9	1,1
	0,5	0,5	345003166,03	345003166,03	0	32,9	2,6	339889758,32	340134817,03	0,07	409,9	2,5	1,5
		0,7	374248542,53	374248542,53	0	31,0	2,3	368199904,26	368918496,79	0,19	343,4	3,7	1,6
	1	0,5	387207025,29	387207025,29	0	47,0	2,3	340268066,05	340268066,05	0	663,9	4,7	13,7
		0,7	417175855,60	417175855,60	0	49,4	4,6	358532515,76	358532515,76	0	906,4	3,0	16,3
8	0	0,5	490478128,12	491551366,07	0,21	98,3	3,4	484934204,55	484934204,55	0	6181,9	4,8	1,1
		0,7	535926561,54	535926561,54	0	71,1	3,5	527989060,69	527989060,69	0	3952,3	5,2	1,5
	0,5	0,5	503744979,97	503744979,97	0	103,4	4,01	479519946,90	479519946,90	0	6569,5	5,0	5
		0,7	528775499,81	528775499,81	0	102,82	3,5	518988864,54	518988864,54	0	3794,5	6,8	1,8
	1	0,5	544017331,13	544017331,13	0	156,9	3,6	474593040,41	474614084,82	0,00	4004,8	6,6	14,6
		0,7	582804865,63	582804865,63	0	129,5	4,2	509988668,40	510011298,36	0,00	3064,6	7,1	14

جدول 5 نتایج عددی مدل ریاضی و الگوریتم پیشنهادی
مسئله CSApHMLP-SB برای 9 تا 11 گره

N	β	α	جواب روش حل دقیق	جواب الگوریتم ژنتیک	درصد خطا	زمان روش حل دقیق (ثانیه)	زمان الگوریتم ژنتیک (ثانیه)	
9	0	0,5	604452699,7	608127341,6	0,6	244,9	5,7	
		0,7	658946986,1	658946986,1	0	251,9	5,4	
	0,5	0,5	609097319,5	609097319,5	0	261,0	5,3	
		0,7	651716489,8	651716489,8	0	257,8	8,6	
	1	0,5	613520708,5	613520708,5	0	260,9	5,5	
		0,7	645540583,6	645540583,6	0	263,4	5,2	
10	0	0,5	718664173,0	718664173,0	0	463,8	10,1	
		0,7	803584995,4	804976825,8	0,1	582,5	11,4	
	0,5	0,5	770589710,5	770589710,5	0	666,1	9,3	
		0,7	853374023,0	853374023,0	0	828,47	10,8	
	1	0,5	889723733,6	889723733,6	0	6923,5	11,2	
		0,7	980861092,0	988504006,2	0,7	5765,7	10,1	
	11	0	0,5	844900021,9	844900021,9	0	1235,5	13,4
			0,7	934466522,6	934466522,6	0	1351,2	13,4
		0,5	0,5	860597271,8	860597271,8	0	1242,4	12,0
			0,7	942040689,9	942040689,9	0	1423,2	13,1
1		0,5	939229463,0	939229463,0	0	2003,5	12,9	
		0,7	1023269325,2	1023269325,2	0	8545,9	11,4	

جدول 6 نتایج الگوریتم‌های پیشنهادی برای مسائل با ابعاد بالا

N	p	α	مسئله CSApHMLP-SB		مسئله CSApHMLP-MB&DL		اختلاف	
			زمان الگوریتم	جواب الگوریتم	زمان الگوریتم	جواب الگوریتم		
15	3	0,3	*		2376258945,2	155,5		
		0,5	*		2640662795,1	212,5		
		0,7	*		2899801136,7	220,0		
	4	0,3	2432132435,9	97,7	2128921764,6	220,5	0,14	
		0,5	2629242662,5	166,1	2445633432	218,1	0,07	
		0,7	2862695041,8	114,3	2757351073	225,5	0,03	
	5	0,3	1891225585,9	120,8	1821829328,8	240,6	0,03	
		0,5	2265579278,7	134,9	2190716018,0	233,7	0,03	
		0,7	2639559384,1	228,4	2597356424,6	286,9	0,01	
	20	3	0,3	*		6414613436,0	371,1	
			0,5	*		6685037156,5	268,6	
			0,7	*		7141627797,5	335,3	
4		0,3	5601064674,4	110,2	5265272287,8	508,5	0,06	
		0,5	6768489735,9	85,9	6017563666,4	442,7	0,12	
		0,7	6855967405,6	105,0	6610346774,8	497,5	0,03	
5		0,3	4642986393,1	125,1	4570886916,3	555,5	0,01	
		0,5	5662695423,3	112,4	5500665669,4	555,1	0,03	
		0,7	6294517267,0	142,8	6179716043,4	645,2	0,18	
25	3	0,3	*		8534227028,5	617,4		
		0,5	*		10773156256,4	605,5		
		0,7	*		11371977068,4	734,2		
	4	0,3	7921740589,1	312,6	7643130162,8	1216,7	0,03	
		0,5	9469152660,7	430,6	8939523115,4	1189,8	0,05	
		0,7	11226235624,2	683,8	10937292781,3	1107,1	0,02	
	5	0,3	7006781269,1	334,2	6935067608,8	1424,3	0,01	
		0,5	8556715488,2	306,1	8449400435,7	1412,3	0,01	
		0,7	10737465417,4	311,8	9818706330,2	1472,0	0,09	

در جدول 6 نتایج الگوریتم‌های پیشنهادی برای مسئله CSApHMLP-SB و CSApHMLP-MB&DL در ابعاد بالا آورده شده است. در مسائل بررسی شده $\beta = 0.5$ در نظر گرفته شده است. بخش‌هایی که با علامت * مشخص شده‌اند نشان‌دهنده عدم توانایی الگوریتم برای یافتن جواب شدنی برای این مسائل با ظرفیت ذکر شده و $p=3$ می‌باشد.

تحلیل حساسیت

1-5- فاکتور تخفیف

فاکتور تخفیف بیانگر میزان تخفیف در هزینه جابجایی جریان بین دو گره هاب می‌باشد [11]. با در نظر گرفتن سه سطح (0/3, 0/5, 0/7) برای فاکتور تخفیف α و تعداد چهار و پنج هاب برای 25 گره مسئله CAB، به بررسی اثر تغییرات فاکتور تخفیف بر تابع هدف مسئله CSApHMLP-SB و

نظر گرفت [9]. در مدل‌های پایه‌ای مسئله مکان‌یابی هاب کلیه هزینه‌ها با فرض پایدار بودن شرایط عادی در نظر گرفته می‌شود اما در مدل‌سازی و طراحی شبکه‌های پویا هزینه‌های مربوط به شرایط بروز اختلال نیز در نظر گرفته می‌شود. به منظور نشان دادن اهمیت طراحی شبکه‌های پویا در شرایط بروز اختلال، 12 مثال برای مسئله *CSApHMLP-SB* با 5 هاب و $\alpha = 0.7$ بررسی و نتایج آن در جدول 7 ارائه شده‌است. مشاهده می‌شود که در صورت در نظر گرفتن هاب پشتیبان و مسیرهای جایگزین برای زمان‌هایی که اختلالی در عملکرد شبکه ایجاد می‌شود می‌توان جریان تحت پوشش را افزایش داد.

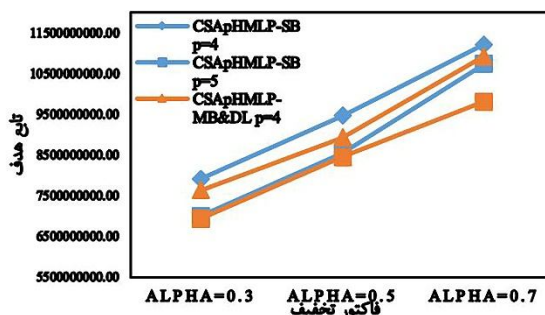
جدول 7 مقایسه میزان جریان تحت پوشش با/ بدون هاب پشتیبان

N	β	جریان تحت پوشش بدون وجود هاب پشتیبان	جریان تحت پوشش با وجود هاب پشتیبان	حداکثر جریان شبکه	بهبود در میزان جریان تحت پوشش (%)
9	0	715284,2	770987,16	833470	7,8
	0,5	715284,2	802228,58	833470	12,2
	1	715284,2	833470	833470	16,5
15	0	2031757,9	2181988,9	2364942	7,4
	0,5	2036980,92	2278777,72	2364942	11,9
	1	2063626,6	2364942	2364942	14,6
20	0	4984580,76	5353261,034	5754594	7,4
	0,5	4981767,23	5548998,34	5754594	11,4
	1	5008903,18	5754594	5754594	14,9
25	0	7531481,9	7980571,48	8540006	6
	0,5	7554750,64	8326826,57	8540006	10,2
	1	7598147,92	8540006	8540006	12,4

5-4- ظرفیت هاب‌ها

در این بخش به بررسی تأثیر استفاده از استراتژی‌های پشتیبان‌گیری یگانه و چندگانه بر میزان جریان‌های ورودی به هاب‌ها و لزوم در نظر گرفتن ظرفیت طراحی شده هاب‌ها در مسائل مکان‌یابی هاب با وجود اختلال پرداخته شده‌است. همان‌طور که در جدول 6 مشاهده شد، در مسئله *CSApHMLP-SB* الگوریتم ژنتیک ارائه شده برای تمام نمودهای طراحی شده با p برابر سه، قادر به یافتن جواب شدنی نبوده و در همه نمودها محدودیت ظرفیت نقض شده‌است؛ با توجه به این نکته، نیاز به بررسی بیشتر جریان‌های ورودی به هاب‌ها پیش و پس از وقوع بحران می‌باشد. در ادامه

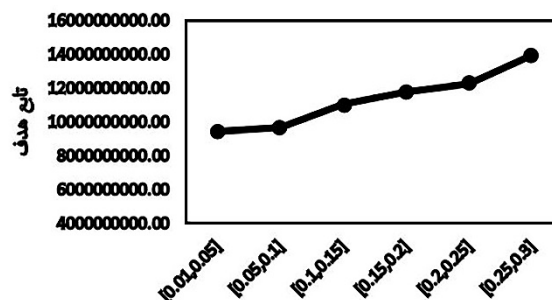
CSApHMLP-MB&DL پرداخته شده‌است. شکل 11 اثر تغییرات فاکتور تخفیف بر تابع هدف مسائل طراحی شده را نشان می‌دهد.



شکل 11 تأثیر افزایش ضریب تخفیف هزینه بر سود مورد انتظار

5-2- احتمال از دسترس خارج شدن هاب

تأثیر افزایش احتمال از دسترس خارج شدن هاب‌ها بر هزینه‌ها در شکل 12 نشان داده شده‌است. به منظور بررسی احتمال از دسترس خارج شدن هاب‌ها بر روی تابع هدف برای مسئله *CSApHMLP-MB&DL* شش مثال با مقادیر مختلف پارامتر مذکور و تعداد 25 گره، چهار هاب، $\alpha = 0.7$ و $\beta = 0.5$ حل شده‌است. همان‌طور که در شکل 12 مشاهده می‌شود با افزایش این احتمالات هزینه‌های سیستم افزایش خواهد یافت.



شکل 12 تأثیر افزایش احتمال از دسترس خارج شدن هاب‌ها

5-3- میزان جریان تحت پوشش با/ بدون هاب پشتیبان

متوسط جریان تحت پوشش را می‌توان به عنوان معیار مناسبی برای سنجش کیفیت عملکرد شبکه‌های مختلف در

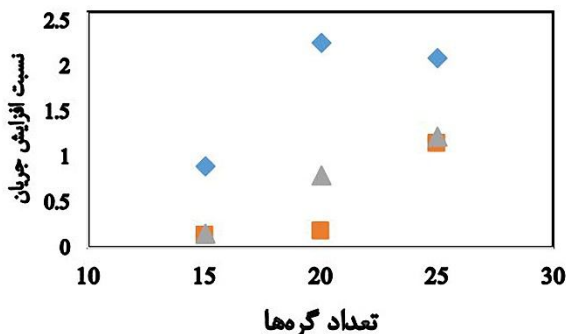
با معرفی چند شاخص به بررسی این موضوع پرداخته خواهد شد.

میانگین افزایش جریان ورودی به هاب‌ها نسبت به پیش از وقوع اختلال، معیار مناسبی برای مقایسه استراتژی‌های پشتیبان‌گیری یگانه و چندگانه (به دلیل تأثیر مستقیم میزان ترافیک ورودی بر عملکرد و سرویس‌دهی مناسب این مراکز) می‌باشد. به منظور انجام بهتر این مقایسه حالت ساده‌تری با حذف فرض امکان برقراری ارتباط مستقیم از مسئله *CSApHMLP-MB&DL* و تعریف مسئله مکانیابی هاب میانه با پشتیبان‌گیری چندگانه و ظرفیت محدود گره‌های هاب¹⁰ (*CSApHMLP-MB*) نیز در نظر گرفته شده است. تنها تفاوت مسئله *CSApHMLP-MB* با مسئله *CSApHMLP-MB&DL* عدم امکان برقراری ارتباط مستقیم در مسئله *CSApHMLP-MB* می‌باشد.

به منظور بررسی میانگین افزایش جریان ورودی به هاب‌ها نسبت به پیش از وقوع اختلال، نمودارهایی با تعداد گره 10، 15 و 20، $\alpha = 0.7$ ، $\beta = 0$ و چهار هاب طراحی شده و برای هر سه مسئله حل شد. همانگونه که در شکل 13 مشاهده می‌گردد، در تمامی ابعاد بررسی شده میانگین افزایش جریان‌های ورودی به هاب‌ها در مسئله *CSApHMLP-SB* نسبت به دو مسئله دیگر بالاتر می‌باشد.

دیگر معیار بررسی شده در این مثال‌ها، بزرگترین نسبت افزایش جریان ورودی به هاب‌ها نسبت به پیش از وقوع اختلال می‌باشد که در شکل 14 نشان داده شده است. بزرگ بودن این نسبت نشان‌دهنده ورود ترافیک بالا به هاب نسبت به پیش از وقوع اختلال و در نتیجه ازدحام زیاد در هاب است.

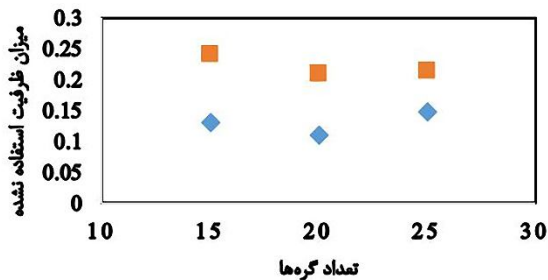
◆ *CSApHMLP-SB* ■ *CSApHMLP-MB&DL* ▲ *CSApHMLP-MB*



شکل 14 بزرگترین نسبت افزایش جریان ورودی به هاب‌ها نسبت به پیش از وقوع اختلال

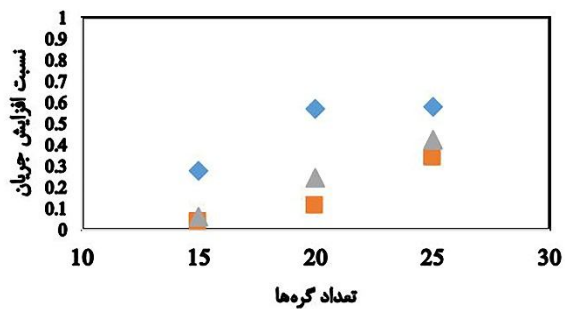
معیار سوم میانگین ظرفیت استفاده نشده هاب‌ها می‌باشد. ظرفیت استفاده نشده هر هاب از تفاضل ظرفیت هاب و بیشینه جریان ورودی هاب (پیش یا پس از وقوع اختلال) بدست می‌آید. در شکل 15 میانگین ظرفیت استفاده نشده برای مسئله *CSApHMLP-SB* و *CSApHMLP-MB&DL* نشان داده شده است.

◆ *CSApHMLP-SB* ■ *CSApHMLP-MB&DL*



شکل 15 میانگین ظرفیت استفاده نشده هاب‌ها

◆ *CSApHMLP-SB* ■ *CSApHMLP-MB&DL* ▲ *CSApHMLP-MB*



شکل 13 میانگین افزایش جریان ورودی به هاب‌ها نسبت به پیش از وقوع اختلال

6- بحث

¹⁰ Capacitated single allocation p-hub median location problem with multiple backup hubs

هزینه‌های سیستم و ازدحام درگره‌های هاب بهتر است. همانگونه که در بخش 4-5 نشان داده شد در شرایط بحران در رویکرد پشتیبان‌گیری یگانه بین 15 الی 45 درصد با ازدحام بیشتر نسبت به رویکرد پشتیبان چندگانه و برقراری ارتباط مستقیم، در گرهِهای هاب مواجه هستیم. در ادامه این تحقیق به عنوان پیشنهاد تحقیقات آتی موارد زیر توصیه می‌گردد: الف- به منظور جلوگیری از ازدحام در هاب‌ها لحاظ متعادل سازی جریان‌ها نسبت به ظرفیت هاب در نظر گرفته شود ب- امکان اختلال در بیش از یک هاب بصورت همزمان مد نظر قرار گیرد و ج- لحاظ تغییرات تقاضا پس از وقوع بحران در مدلسازی مورد توجه باشد.

References

1. Tan.P.Z. and Kara, B.Y., 2007, "A hub covering model for cargo delivery systems", *Networks: An International Journal*, 49, 28-39. <https://doi.org/10.1002/net.20139>
2. Zalubowski, D., 2021, Airlines cancel more flights after 8,000 were scrapped over Christmas weekend, <https://www.euronews.com/2021/12/25/thousands-of-flights-cancelled-worldwide-as-omicron-spread-affects-christmas-plans>, Euronews [Online].
3. Naderali, M. and Nookabadi, A.S. 2015, "A multi-objective maximal covering hub location problem which minimizes the total distance, number of vehicles and servers used by each hub", *Isfahan University of Technology (In persian)*.
4. O'Kelly, M.E. 1987, "A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities", *European journal of operational research*, 32, 393-404. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(87\)80007-3](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(87)80007-3)

همانگونه که در بخش‌های پیشین اشاره شد، به دلیل هزینه بالا و یا عدم امکان استفاده از ارتباط مستقیم بین تمامی نقاط مبدأ و مقصد، از شبکه‌های هاب و اسپوک استفاده می‌گردد. از مهمترین کاربردهای مسئله مکان‌یابی هاب می‌توان به صنعت هوایی اشاره کرد که عوامل متعددی از جمله بدی آب و هوا، بلایای طبیعی، شیوع بیماری‌ها، اعتصاب کارگری و خرابکاری می‌تواند منجر به توقف پروازها در هاب گردد. راه‌حل ما برای مواجهه با این شرایط استفاده از هاب پشتیبان و یا بهره‌گیری از ارتباط مستقیم می‌باشد. با توجه به مثال‌های حل شده (جدول 7)، به میزان 6 الی 16,5 درصد از کل جریان شبکه با استفاده از رویکرد پشتیبان‌گیری یگانه نسبت به حالت عدم استفاده از هاب پشتیبان، بهبود داشته است که این میزان بهبود در صنعت هوایی چشمگیر می‌باشد. جنبه مهم دیگری که در این مطالعه بررسی گردید مربوط به ظرفیت هاب‌ها می‌باشد که از سه شاخص میانگین افزایش جریان‌های ورودی به هاب‌ها، بزرگترین نسبت افزایش جریان ورودی به هاب‌ها و میانگین ظرفیت استفاده نشده هاب‌ها بهره گرفته شد. با توجه به نتایج بدست آمده در هر سه شاخص، مدل *CSApHMLP-MB* عملکرد بهتری نسبت به مدل *CSApHMLP-SB* دارا می‌باشد.

7- نتیجه گیری

در این مقاله مساله مکان‌یابی هاب با لحاظ محدودیت ظرفیت بررسی شد. در این تحقیق فرض شد که در شرایط بحران و احتمال اختلال در گرهِهای هاب، دو رویکرد پشتیبان‌گیری یگانه و چندگانه با امکان برقراری ارتباط مستقیم وجود دارد. دو مدل ریاضی عدد صحیح با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های حمل و نقل ارائه و برای حل مسائل مطرح شده دو روش حل بر پایه الگوریتم ژنتیک ارائه گردید. خطای پایین الگوریتم‌های حل پیشنهادی نسبت به جواب‌های بهینه بدست آمده حاکی از عملکرد مطلوب این روش‌ها است. جواب‌های حاصل از اتخاذ پشتیبان‌گیری یگانه و پشتیبان‌گیری چندگانه و مقایسه آنها با هم بیانگر آن است که پشتیبان‌گیری چندگانه از نظر

12. Kim, H. and O'Kelly, M.E., 2009, "Reliable p-hub location problems in telecommunication networks", *Geographical Analysis*, 41 283-306. <https://doi.org/10.1111/j.1538-4632.2009.00755.x>
13. Masoumzadeh, S., Solimanpur, M. and Kamran M., 2016, "A multi-objective fuzzy goal programming P-hub location and protection model with back-up hubs considering hubs establishment fixed costs", *Scientia Iranica*, 23 1941-1951 (In persian).
14. Pasandideh, S.H.R., Niaki,S.T.A.and Sheikhi, M., 2016, "A bi-objective hub maximal covering location problem considering time-dependent reliability and the second type of coverage", *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 11 195-202. <https://doi.org/10.1080/17509653.2015.1056265>
15. Madani,S.R. Nookabadi,A.S. and Hejazi, S.R., 2018, "A bi-objective, reliable single allocation p-hub maximal covering location problem: Mathematical formulation and solution approach", *Journal of Air Transport Management*, 68 118-136. <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2017.09.001>
16. Mohammadi,M. Jula,P. and Tavakkoli-Moghaddam, R., 2019, "Reliable single-allocation hub location problem with disruptions", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 123 90-120. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2019.01.008>
17. Yahyaei,M., Bashiri,M. and Randall,M., 2019, "A model for a reliable single allocation hub network design under massive disruption", *Applied Soft*
5. Ebery,J., Krishnamoorthy, M., Ernst, A. and Boland, N., 2000, "The capacitated multiple allocation hub location problem: Formulations and algorithms", *European journal of operational research*, 120 614-631. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(98\)00395-6](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00395-6)
6. Campbell, J.F. 1994, "Integer programming formulations of discrete hub location problems", *European Journal of Operational Research*, 72 387-405. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)90318-2](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)90318-2)
7. Ernst,. A.T. and Krishnamoorthy,M., 1996, "Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem", *Location science*, 4 139-154. [https://doi.org/10.1016/S0966-8349\(96\)00011-3](https://doi.org/10.1016/S0966-8349(96)00011-3)
8. Meraklı, M. and Yaman,H., 2017, "A capacitated hub location problem under hose demand uncertainty", *Computers & Operations Research*, 88 58-70. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.06.011>
9. An,. Y. Zhang,Y. and Zeng,B., 2015, "The reliable hub-and-spoke design problem: Models and algorithms", *Transportation Research Part B: Methodological*, 77 103-122. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2015.02.006>
10. Snyder, L.V. and Daskin, M.S., 2005, "Reliability models for facility location: the expected failure cost case", *Transportation science*, 39 400-416. <https://doi.org/10.1287/trsc.1040.0107>
9. Cui,T. Ouyang Y., and Shen,Z.J.M., 2010, "Reliable facility location design under the risk of disruptions", *Operations research*, 58 998-1011. <https://doi.org/10.1287/opre.1090.0801>

Computing, 82 105561.
<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.105561>

18. Korani,E. and Eydi,A., 2021, "Bi-level programming model and KKT penalty function solution approach for reliable hub", location problem, Expert systems with applications, 184 115505.
<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.115505>
19. Ziarati,H. Nookabadi A. S. and Nafchi, M.R., 2020, Hub location with the backup approach by considering capacity constraint in critical situations, Isfahan University of Technology (In persian).
20. Sohn,J. and Park,S., 2000, The single allocation problem in the interacting three-hub network, Networks: An International Journal, 35 17-25.
[https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0037\(200001\)35:1<17::AID-NET2>3.0.CO;2-N](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0037(200001)35:1<17::AID-NET2>3.0.CO;2-N)
21. Kara, B.Y. and Tansel,B.C., 2000, On the single-assignment p-hub center problem, European Journal of Operational Research, 125 648-655.
[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00274-X](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00274-X)
22. Kara,B. and Tansel,B., 1998, On the allocation phase of the p-hub location problem, Department of Industrial Engineering, Bilkent University, Tech. Rep.