توسعه و ارزیابی مدل‌های جدید برای مسئله گشت آزاد وسایل نقلیه

حامد منشادیان

دکتری تخصصی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تهران، تهران، ایران hamed.manshadian@ut.ac.ir

محسن صادق عمل نیک[1]

استاد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تهران، تهران، ایران amalnick@ut.ac.ir

سید علی ترابی

استاد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تهران، تهران، ایران satorabi@ut.ac.ir

چکیده

در این مقاله، مسئله حرکت آزادانه ناوگان کمکی نظیر ناوگان سرویس‌دهنده به پهپاد به عنوان یک مسئله گشت آزاد بررسی شده‌است که می‌تواند به عنوان یک زیرمسئله در مدل‌سازی و حل بسیاری از مسائل مسیریابی مورد استفاده قرار گیرد. بدین‌منظور، مسئله به صورت برنامه‌ریزی خطی عددصحیح مختلط در حالت زمان‌گسسته و زمان‌پیوسته مدل‌سازی شده است. معمولاً انتظار می‌رود مدل در فضای زمان‌پیوسته پیچیدگی کمتری از خود نشان‌دهد، اما از آنجایی که مدل‌سازی در این حالت نیازمند تغییراتی در گراف است که منجر به افزایش تعداد رئوس و یال‌های آن می‌گردد، رفتار آن باید به صورت دقیق‌تری مورد بررسی قرارگیرد. درنتیجه برای پوشش ابعاد وسیع‌تری از مدل، پنج تابع هدف برای هر مدل معرفی گردیده و سپس هریک از ده مدل بدست‌آمده برای ده گراف تصادفی به صورت دقیق حل شده و در نهایت، رفتار مدل‌ها از جوانب گوناگون مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفته است. نتایج حل نشان می‌دهد که مدل زمان‌پیوسته عملکرد بهتری را از خود نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: مسیریابی وسیله نقلیه، گشت آزاد، برنامه‌ریزی خطی عددصحیح مختلط، مدل‌سازی ریاضی در فضای گسسته، مدل‌سازی ریاضی در فضای پیوسته.

---

[1] نویسنده مسئول

Developing and Assessing new models for the Free Patrol Vehicle Routing Problem

H. Manshadian, hamed.manshadian@ut.ac.ir

PhD, School of Industrial Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

M. Sadegh Amalnick, (corresponding author**), amalnick@ut.ac.ir**

Professor, School of Industrial Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

S. Ali Torabi, satorabi@ut.ac.ir

Professor, School of Industrial Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

Abstract

Vehicle routing problems are a category of complex mathematical problems in the field of transportation and supply chain management, and a wide variety of these problems have been introduced. One category within this field involves the collaboration of two different types of fleets in a network, where in many cases, one of the fleets must patrol the graph as a support fleet and is not subject to the same constraints as the other fleet, such as only visiting a vertex or an edge once. Examples include refueling fleets or trucks providing services to drones, where these fleets patrol the network so that the other fleet can use their services as needed.

In this paper, the problem of the free movement of such fleets on a graph is examined as a free patrol problem, which can be used as a sub-problem in the modeling and solving of many routing problems. To this end, the problem is modeled as a mixed-integer linear programming (MILP) problem in both discrete and continuous time spaces. Generally, it is expected that the model in continuous time space will exhibit lower computational complexity, but since modeling in continuous time requires changes to the graph, leading to an increase in the number of vertices and edges, its behavior needs to be more thoroughly investigated. On the other hand, another challenge in analyzing this problem is that the objective of the free patrol sub-problem depends on the main problem, as without the main problem, the free patrol problem may lose its objective, with a fleet patrolling the graph within a designated time. Therefore, to decouple and make the free patrol independent of the main problem, five different objective functions have been introduced for each model, covering a wider range of comparisons, leading to ten models in total. Subsequently, all ten models were solved exactly using randomly generated data for ten different graphs. Finally, the behavior of the models was evaluated and compared from various perspectives. The numerical results demonstrate the superior performance of continuous time model over the discrete time model.

Keywords: Vehicle Routing Problem, Free Patrolling, Mixed Integer Linear Programming, Continues-time mathematical models, Discrete-time mathematical models.

1. مقدمه

مسئله مسیریابی وسایل نقلیه، معمولاً جزو مسائل پیچیده برای حل در شاخه تحقیق در عملیات شناخته می‌شود. پژوهشگران تا کنون شاخه‌های متنوعی از این دسته مسائل را معرفی کرده و با الگوریتم‌های گوناگونی سعی در ارائه روش‌های حل متفاوتی را برای این گونه مسائل داشته‌اند. یکی از این مسائل که به تازگی توسط منشادیان و همکاران[1] معرفی شده، مسئله مسیریابی وسیله نقلیه گشت آزاد است که به منظور همکاری پهپادها و وسایل نقلیه برای ضدعفونی کردن مناطق شهری در شرایط بحران تعریف شده است. مسئله گشت آزاد در مواردی که دو ناوگان با کاربری متفاوت در مسئله وجود داشته باشد مانند ناوگان هایی که به منظور پشتیبانی ناوگان دیگر در شبکه حرکت می کنند، مسئله ای کاربردی محسوب می شود. در صورتی که یک ناوگان به عنوان خدمت دهنده عمل کند، مدل سازی مسئله معمولاً با محدودیت هایی مانند تعداد دفعات عبور آن ناوگان حداکثر یک بار از یک رأس یا یال مواجه است، اما ناوگان دیگر که با هدف خدمت رسانی به ناوگان اولی فعالیت می کند، می تواند در گراف به صورت آزادانه گشت بزند. در نتیجه، نویسندگان فرض کرده اند که یک وسیله نقلیه می‌تواند آزادانه در منطقه شهری حرکت کند و محدودیت برای تعداد دفعات ملاقات یک یال و یا یک رأس وجود ندارد. در نتیجه یک وسیله نقلیه می‌تواند به تعداد دلخواه یک رأس را ملاقات کرده و همچنین به مقدار دلخواه در آن رأس توقف کند. این فرض این امکان را به مسئله می‌دهد که یک وسیله نقلیه گشت آزاد را در یک گراف تجربه کند و باعث می شود بسیاری از محدودیت‌های سایر مسائل حمل‌ونقل مانند محدودیت در ملاقات یک رأس، محدودیت در توقف یک رأس و یا محدودیت در ملاقات یک یال در نظر گرفته نشود. این مسئله می‌تواند یک زیرمسئله کمکی برای بسیاری از مسائل مسیریابی مخصوصاً مسائل مسیریابی با درنظرگیری هماهنگی بین وسایل نقلیه باشد. این زیرمسئله، می تواند به صورت مجزا مدل سازی ریاضی گردد و در مسائل مشابه استفاده شود. اما بسته به نحوه مدل سازی مسئله اصلی که ممکن است به صورت زمان گسسته و یا زمان پیوسته باشد، مدل گشت آزاد می تواند رفتارهای متفاوتی از خود نشان دهد. به همین دلیل در این مقاله سعی می شود برای هر دو حالت مدل ریاضی مجزا ارائه گردد. در مدل ریاضی زمان گسسته، نیازی به تغییر گراف اولیه نیست و زمان پایان عملیات در تعداد محدودیت ها و متغیرهای مسئله به صورت مستقیم تأثیر گذار است، اما در مدل زمان پیوسته، در گراف اولیه باید تغییراتی روی دهد و تعدادی یال و رأس به آن گراف اضافه گردد و زمان پایان عملیات در تعداد متغیرها و محدودیت های مسئله به صورت غیرمستقیم و با افزایش تعداد یال و رأس گراف تأثیرگذار است. علاوه بر تعداد محدودیت ها و متغیرها، عوامل دیگری نظیر تابع هدف مسئله و زیرمسئله های دیگر موجود در مسئله اصلی نیز در زمان و سرعت حل تأثیرگذار باشند. به همین دلیل مدل های ارائه شده، با توابع هدف و نمونه های مختلفی باید تست گردند که بتوانند از لحاظ عملکردی مورد مقایسه قرار گیرند.

از موارد استفاده مسئله موردمطالعه در این مقاله می‌توان مسائلی همچون همکاری پهپادها و کامیون‌ها، همکاری کامیون و تریلر، ایستگاه‌های متحرک تعویض باتری در مسائل مسیریابی و یا زنجیره تأمین سبز، ایستگاه‌های متحرک سوخت‌رسانی، گشت پلیس امنیت، گشت آمبولانس، نقشه‌برداری از معابر شهری برای کشف تغییرات ایجاد شده و کنترل ترافیک شهری را نام برد.

تا کنون مدل‌های گوناگونی برای مسائل مسیریابی با مفروضات متنوعی معرفی شده است که این مدل‌ها با توجه به شرایط مسئله خطی و یا غیرخطی و با متغیرهایی در فضای گسسته، پیوسته و یا ترکیبی از آن‌ها هستند. در مسائل هماهنگی بین پهپادها و وسایل نقلیه، فرض آزاد بودن وسیله نقلیه زمینی در گراف می‌تواند فرض سودمندی باشد و در عمل مورد استفاده قرار گیرد. به همین دلیل در این مقاله سعی شده است تا این مسئله به صورت موشکافانه‌تر مورد بحث و بررسی قرار گیرد و برای این مسئله توابع هدف گوناگون، و همچنین مدل‌های ریاضی گوناگون در فضای گسسته و پیوسته معرفی گردد.

2. مرور بر ادبیات

مسئله مسیریابی وسیله نقلیه یک مسئله بهینه‌سازی ترکیبی و معمولاً شاخه‌ای از حوزه‌های مطالعاتی حمل‌ونقل، و زنجیره تأمین را در بر می‌گیرد. تمرکز مسئله مسیریابی وسیله نقلیه بر روی بهینه‌سازی مجموعه‌ای از مسیرها برای ناوگانی از وسایل نقلیه‌ای است که قصد خدمت‌رسانی به مجموعه‌ای

مشتریان را دارند. معمولاً هدف از مسئله مسیریابی وسیله نقلیه کمینه کردن هزینه مسیرهای پیمایش شده می‌باشد. ادبیات بسیار وسیعی در حوزه مسیریابی وجود دارد و محققان بسیار زیادی در بخش‌های گوناگون این حوزه تحقیقاتی انجام داده‌اند. جمع‌آوری تمام ادبیات انجام شده در حوزه مسیریابی در این مختصر ممکن نیست، لیکن سعی می‌گردد ابعاد اصلی مرتبط با مسئله این پژوهش پوشش داده شود.

مسائل مسیریابی را می‌توان به‌صورت کلی به دو دسته مسائل مسیریابی رأس و مسائل مسیریابی یال یا کمان تقسیم‌بندی کرد. در صورتی که در مسئله مسیریابی، هدف اصلی رساندن خدمت یا ملاقات تمامی رئوس یا زیرمجموعه‌ای از رئوس یک گراف باشد یک مسئله مسیریابی رأس نامیده می‌شود. کاربردهای گوناگونی از این دسته مسائل مسیریابی می‌توان نام برد. مانند بازرسی از مناطق خاص، تحویل کالا به سوپرمارکت‌ها، پخش روزنامه، جمع‌آوری مواد فاسد شده از فروشگاه‌ها و ... . اما بیشترین کاربرد مشاهده شده در ادبیات مسیریابی رأس، مربوط به حوزه ارسال و تحویل کالا می‌باشد. پایه اصلی مسائل مسیریابی رأس را مسئله فروشنده دوره‌گرد تشکیل می‌دهد. در این مسئله، یک فروشنده از شهر مبدأ شروع به حرکت و مجموعه‌ای شامل چند شهر را ملاقات می‌کند. برای لیستی از شهرها، کوتاه‌ترین مسیر ممکن را که یک بار در هر شهر می‌گذرد و به شهر مبدأ بازمی‌گردد، تعیین می‌کند. چالش مسئله این است که فروشنده دوره‌گرد می‌خواهد مسافت کل طی شده را به حداقل برساند. می‌توان مواردی نظیر سرویس‌های حمل‌ونقل، توزیع و تحویل کالا، برنامه‌ریزی و لجستیک را به عنوان کاربردهای مسئله فروشنده دوره‌گرد نام برد. تعداد جواب‌هایی که برای حل مسئله فروشنده دوره‌گرد وجود دارد برابر با تعداد دورهای هامیلتونی است که در یک گراف کامل وجود دارد[2]. مسئله فروشنده دوره‌گرد با روش‌های گوناگون مانند شبکه عصبی[3]، الگوریتم تبرید شبیه سازی شده[4]، الگوریتم ژنتیک[5]، بهینه‌سازی ازدحام ذرات[6]، الگوریتم کلونی مورچگان[7]. البته بسیاری روش‌های فراابتکاری دیگر و نیز ترکیبی از این روش ها حل شده است.

مسائل مسیریابی یال مربوط به تعیین مسیرهایی با حداقل هزینه پیمایش یال‌هایی از یک گراف با در نظرگیری محدودیت‌هایی می‌باشد. این مسائل در عمل کاربردهای فراوانی نظیر تعمیرات و نگهداری جاده‌ها، جمع آوری زباله، آبیاری درختان کنار خیابان‌ها، تحویل مرسولات پستی، مسیریابی اتوبوس مدارس، خواند و اندازه‌گیری متراژ، سم‌پاشی و ضدعفونی‌کردن مسیرها، بازرسی مرزها، بازرسی کابل‌های برق، بازرسی لوله‌ها، گشت پلیس، تمیز کردن مسیرها، کنترل ترافیک، مسیریابی گشت پلیس، ماسه نمک‌پاشی بر روی مسیرهای یخ‌زده و برف‌روبی جاده‌ها و ... دارد. برای مشاهده جزئیات مربوط به کاربردهای مسائل مسیریابی می‌توان به مقالات درور[8]، ایسلت[9]، اسد و گلدن[10] و یو و همکاران[11] مراجعه کرد. پایه مسائل مسیریابی یال را مسائل پستچی چینی و پستچی روستایی تشکیل می‌دهد. در این مسئله یک پستچی می‌خواهد تمامی نامه‌ها را به مقصد آنها برساند. درحالی‌که مسافت طی شده کمینه باشد و بعد از پایان کار به نقطه آغاز برگردد. در این کار، باید هر خیابان را حداقل یک بار طی کند و اگر مجبور شود که از مسیری دو بار عبور کند، باید مسیری با کوتاه‌ترین مسافت را انتخاب کند. مسئله پستچی چینی به مسائل، پستچی چینی غیر جهت‌دار[12]، پستچی چینی جهت‌دار ، پستچی چینی مختلط [13]، پستچی چینی بادی [14] و پستچی چینی سلسله‌مراتبی[15] دسته بندی می شود.

مسئله پستچی روستایی که برای اولین‌بار توسط اورلوف[16] مطرح شد و NP-Hard بودن آن بعداً توسط لنسترا و رینوی کان[17] اثبات گردید نیز شباهت زیادی به مسئله پستچی چینی دارد، با این تفاوت که پیمایش باید بر زیرمجموعه‌ای از یال ها و کمان های گراف انجام پذیرد. این مسئله در یک تقسیم‌بندی کلی به مسائل پستچی روستایی غیر جهت‌دار[18]، پستچی روستایی جهت‌دار[19]، پستچی روستایی مختلط[20]، پستچی روستایی ظرفیت دار[21] دسته بندی می گردد.

علاوه بر دسته بندی مسائل مسیریابی وسیله به دو دسته مسیریابی رأس و مسیریابی یال، دسته بندی های دیگری نیز در ادبیات یافت می شود. پژوهش گران علاقه مند می توانند به مقالات مروری این گروه مانند الشائر و آواد[22]، کنستانتاکوپولوس و همکاران[23]، و مقدانی و همکاران[24] رجوع نمایند. همچنین برای درک بهتر کاربردهای مدل مطرح شده برای مسئله گشت آزاد، خوانندگان علاقه‌مند می توانند به مسائل همکاری وسایل نقلیه مانند مقاله رئیسی و همکاران[25]،

وانگ و شیو[26]، چونگ و همکاران[27] و درکسل[28] رجوع کنند.

با بررسی ادبیات موجود در حوزه مسیریابی وسایل نقلیه و همچنین حوزه هماهنگی در مسیریابی وسایل نقلیه، متوجه می شویم که روش‌های گوناگونی برای مدل‌سازی و حل آن ها بکار برده شده است و از طرفی می دانیم روش مدل سازی یک مسئله در زمان و روش حل آن می تواند بسیار موثر باشد. علاوه بر آن در بسیاری از مواقع شکستن یک مسئله به مسائل کوچکتر نیز می تواند در استفاده از روش های دقیق، ابتکاری و فراابتکاری کمک شایانی کند. روش هایی مانند تجزیه بندرز، الگوریتم های ابتکاری و فراابتکاری ترکیبی می تواند سرعت حل را افزایش دهد. در نتیجه در بسیاری از مواقع تفکیک یا تجزیه مسائل به مسائل کوچکتر، گزینه های بیشتری را برای حل و احتمالاً بالاتربردن سرعت و دقت آن پیش روی یک محقق خواهد گذاشت. به عنوان مثال تفکیک و تجزیه مسئله به چند مسئله کوچکتر، می تواند این امکان را به پژوهشگر بدهد که یکی از مسائل را با یک الگوریتم فراابتکاری و مسئله دیگر را با الگوریتم دیگر حل کند و در هر گام نتایج آن ها را به صورت همزمان مقایسه و تست نماید. برای مسائل هماهنگی در مسیریابی وسائل نقلیه، مسئله گشت آزاد برای نخستین بار توسط منشادیان و همکاران[1] معرفی گردید که در حل مسئله همکاری پهپاد و کامیون و به منظور مدل سازی بخشی از مسئله یعنی گشت آزاد کامیون در گراف از آن استفاده شده و عملکرد خوبی را در مدل سازی و حل آن به جا گذاشته است. اما بررسی عمیق مدل گشت آزاد و روش های گوناگون مدل سازی آن یعنی مدلسازی پیوسته و گسسته، تا کنون در ادبیات مورد بحث و بررسی قرار نگرفته است. همچنین کارایی مدل های گوناگون به صورت مجزا در مورد توابع هدف محتمل تا کنون مورد تحلیل قرار نگرفته است. پژوهش جاری سعی شده است که این شکاف تحقیقاتی مورد بررسی قرار گیرد و مسئله گشت آزاد به صورت عمیق تر از لحاظ نحوه مدلسازی و همچنین با توابع هدف گوناگون مقایسه و تحلیل گردد.

مسئله‌ای که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است می‌تواند در برخی از مسائل حمل‌ونقل مورد استفاده قرار گیرد. زیرا در آن فرض می شود که وسیله نقلیه می‌تواند آزادانه در گراف حرکت کند و در رئوس آن به مقدار دلخواه متوقف شود. در نتیجه در صورتی که شرایط دیگری مانند پنجره زمانی، اجبار در پوشش یال، اجبار در ملاقات رأس به تعداد دفعات معلوم و ... می‌تواند به عنوان شرایط کمکی در مدل تعریف گردد. از آنجایی که مسائل مسیریابی بسته به شرایط مسئله به دو صورت مسائل زمان گسسته و زمان پیوسته مدل‌سازی می شوند، مسئله گشت آزاد بررسی شده در این مقاله نیز به هر دو صورت زمان گسسته و زمان پیوسته مدل‌سازی و با هم مقایسه می گردد. در قسمت بعد تعریف مسئله به صورت جامع و با جزئیات مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت.

3. تعریف مسئله و مدل‌سازی

مسئله‌ای که بر طبق مفروضات مطرح شده در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرد، در شرایط عملی و مخصوصاً در مسائل همکاری وسایل نقلیه می‌تواند بسیار کاربردی باشد. محدودیتی که یک مسئله VRP و یا TSP برای حرکت وسیله نقلیه قائل است این است که وسیله نقلیه صرفاً می‌تواند هر مشتری را یک بار ویزیت کند. ولی در مسئله ما فرض بر آن است که وسیله نقلیه می‌تواند به‌صورت آزادانه در گراف حرکت کند. یعنی یک رأس را چندین بار پیمایش کند و در هر رأس به مقدار دلخواه متوقف شود.

یکی از نزدیک‌ترین مسائل از لحاظ مفروضات به مسئله این مقاله، مسئله Multi Trip VRP است که برای اولین بار توسط فلیشمن[29] مطرح شد. در مسئله VRP در یک پریود برنامه‌ریزی، فقط یک بار از یک ناوگان استفاده می‌شود. ولی در MT-VRP یک ناوگان می‌تواند در یک پریود برنامه‌ریزی، چند سفر را داشته باشد. به این ترتیب که ناوگان حرکت خود را از دپو شروع کرده و پس از پیمایش یک سفر، به دپو باز می‌گردد و می‌تواند سفر جدیدی را آغاز کند. در نظر گیری این شرط، مسئله را به دنیای واقعی نزدیک تر می‌کند و چالش های جدیدی را برای حل پیش روی محققان می گذارد. با توجه به فرضیات مسئله عنوان شده، نزدیک‌ترین تحقیقات موجود در ادبیات مربوط به MT-VRP است. در صورتی که این مسئله را برای مدل‌سازی مسئله همکاری کامیون و پهپاد استفاده نماییم، و فرض بر این باشد که نقش کامیون در مدل صرفاً سرویس‌رسانی به پهپاد باشد، مدل MT-VRP چند چالش اصلی خواهد داشت. یکی از این چالش‌ها تعریف

حداکثر تعداد زیردورهای ممکن برای کامیون خواهد بود. چالش دیگر این است که کامیون پس از هر دور (یا زیردور) سرویس‌دهی، باید مجدداً به دپو بازگردد که مسئله را از مفروضات واقعی آن دور می‌کند.

مسئله FPVRP می‌تواند یک مسئله بدون هدف باشد و برای هماهنگی بهتر چند ناوگان مورد استفاده قرار گیرد. به عنوان مثال در مسئله هماهنگی کامیون و پهپاد، کامیون‌ها بر روی خیابان‌های شهر آزادانه حرکت می‌کنند و در مواقع لزوم به پهپادها سرویس می‌دهند. بسته به مدلی که تعریف می‌شود می‌توان این مسئله را با اهداف خاصی و یا بدون هدف و با ترکیب مسائل دیگر مدل‌سازی کرد.

گراف غیر جهت‌دار متصل $G=\{V,E\}$ را با ماتریس مجاورت a در نظر بگیرید که یال‌های آن نشان دهنده خیابان ها و رئوس آن یعنی $V=\{v_i\,|\,1\le i\le n\}$ نماینده نقاط تقاطع خیابان ها می باشد. با داشتن یک رأس موهومی v_0 گراف تشکیل می شود. حال رأس شروع v_0 را به گراف اضافه کرده و گراف $\hat{G}=\left(\hat{V}=V\cup v_0,\hat{E}=E\cup e_{v_0,v_1}\right)$ را تشکیل می‌دهیم. لازم به ذکر است این رأس فقط دو بار و در شروع و پایان مأموریت توسط وسایل نقلیه ویزیت می‌شود. برای مدل‌سازی محدودیت‌های مسئله، ابتدا مجموعه‌ها، پارامترها، و متغیرها را تعریف می‌کنیم:

مجموعه‌ها

Adj_i	مجموعه رئوس مجاور رأس i
$\hat{T}$	مجموعه شامل اعداد صحیح مثبت از صفر تا زمان مجاز برای انجام عملیات پهپاد $\hat{T}=\{1,2,\ldots,\ T\}$
T^-	مجموعه شامل اعداد صحیح مثبت از صفر تا یک واحد قبل از زمان مجاز برای انجام عملیات پهپاد $T^-=\{0,\ldots,T-1\}$
T^+	مجموعه شامل اعداد صحیح مثبت از 1 تا زمان مجاز برای انجام عملیات پهپاد $T^+=\{1,\ldots,T\}$
F	مجموعه کل وسایل نقلیه

پارامترها

RT_r^f	زمان طی‌کردن رأس i تا j توسط ایستگاه متحرک f، $RT_r^f=\dfrac{Dis_r}{SPF^f},\forall r\in R, f\in F$
$SP_{(i,j)}$	کوتاه‌ترین مسیر بین دو رأس i و j
$Dis_{(i,j)}$	طول یال قرار گرفته بین دو رأس i و j
SPF^f	میانگین سرعت وسیله نقلیه f در واحد زمان
T	حداکثر زمان مجاز کل عملیات
M	عدد بزرگ

متغیرها

χ_r^{ft}	اگر وسیله نقلیه f در زمان t مسیر r را شروع به پیمایش کند یک و در غیر این صورت صفر
ω_i^{ft}	اگر وسیله نقلیه f در زمان t در رأس i مشغول استراحت باشد یک و در غیر این صورت صفر

1,3. محدودیت‌های مدل زمان گسسته

مجموعه محدودیت‌های (1) و (2) بیان می‌کنند که هر وسیله نقلیه در زمان شروع باید رأس موهومی را ترک کند فقط یک بار می‌تواند این کار را انجام دهد. مجموعه محدودیت (3) بیان می‌کند که هر وسیله نقلیه باید در زمان پایان عملیات در رأس موهومی باشد. مجموعه محدودیت (4) بیان می‌کند که تعداد ورودی‌های یک رأس باید برابر با تعداد خروجی‌های آن رأس باشد. مجموعه محدودیت (5) بیان می‌کند که در زمان یک وسیله نقلیه می‌تواند مشغول توقف باشد و یا حرکت خود را شروع کرده باشد.مجموعه محدودیت‌های (6) و (7) بیان می‌کنند که در صورتی که یک وسیله نقلیه حرکت خود را شروع کند، زمان رسیدن به مقصد باید توقف داشته باشد و یا حرکت بعدی خود را شروع نماید. همچنین مجموعه محدودیت بیان می‌کند که در صورتی که یک وسیله نقلیه، حرکت خود را شروع کند، در زمان قبل از رسیدن به رأس بعدی، باید در رأس قبلی متوقف باشد و یا حرکت خود را شروع کرده باشد. مجموعه محدودیت (8) بیان می‌کند که که در صورتی که یک وسیله نقلیه حرکت خود را شروع کرده باشد، تا زمان رسیدن به رأس بعد، نمی‌تواند در حالت توقف باشد و یا حرکت جدیدی را شروع کند. مجموعه محدودیت (9) تضمین می‌کند که در صورتی که یک وسیله نقلیه در یک زمان متوقف باشد، در زمان بعد باید یا متوقف باشد و یا حرکت خود را به سمت رأس بعدی شروع کند. مقدار مجاز برای متغیرها توسط مجموعه محدودیت (10) تعیین می‌شود.

$$\chi^{f0}_{(v_0,1)} = 1 \qquad \forall f \in F \tag{1}$$

$$\sum_{t\in\{1,\dots,T\}} \chi^{ft}_{(v_0,1)} = 0 \qquad \forall f \in F \tag{2}$$

$$\sum_{t\in T^+} \chi^{f\left(T-RT^{f}_{(1,v_0)}\right)}_{(1,v_0)} = 1 \qquad \forall f \in F \tag{3}$$

$$\sum_{t\in\hat{T}}\sum_{(i,j)\in R}\chi^{ft}_{(i,j)} = \sum_{t\in\hat{T}}\sum_{(j,k)\in R}\chi^{ft}_{(j,k)} \qquad \forall f \in F,\, j\in\hat{V} \tag{4}$$

$$\sum_{r\in R}\chi^{ft}_{r} + \sum_{i\in V}\omega^{ft}_{i} \le 1 \qquad \forall f \in F, t\in\hat{T} \tag{5}$$

$$\sum_{(j,k)\in R}\chi^{f\left(t+RT^{f}_{(i,j)}\right)}_{(j,k)} + \omega_j^{f\left(t+RT^{f}_{(i,j)}\right)} \ge \chi^{ft}_{(i,j)} \qquad \forall f \in F,(i,j)\in R,\ .\forall t\in\hat{T} \mid t+RT^{f}_{(i,j)} \le T \tag{6}$$

$$.\sum_{(i,j)\in R}\chi^{f\left(t-RT^{f}_{(i,j)}\right)}_{(i,j)} + \omega_j^{f\left(t-RT^{f}_{(j,k)}\right)} \ge \chi^{ft}_{(j,k)} \qquad \forall f \in F,(j,k)\in R,\ \forall t\in\hat{T} \mid t+RT^{f}_{(j,k)} > T \tag{7}$$

$$\sum_{\substack{t+1\le t'\le t+RT_r^f\\ t'\in\hat{T}}}\left(\sum_{i\in V}\omega_i^{ft'} + \sum_{r'\in R}\chi^{ft'}_{r'}\right) \le M\left(1-\chi^{ft}_{r}\right) \qquad \forall f \in F, r\in R, t\in\hat{T} \tag{8}$$

$$\omega_i^{f(t+1)} + \sum_{(i,j)\in R}\chi^{f(t+1)}_{(i,j)} \ge \omega_i^{ft} \qquad \forall f \in F, i\in R, t\in T^- \tag{9}$$

$$\chi_r^{ft},\omega_i^{ft} \in \{0,1\} \qquad \forall r\in R, \forall f \in F, \forall t\in\hat{T}, i\in\hat{V} \tag{10}$$

2,3. محدودیت‌های مدل زمان‌پیوسته

به‌منظور مدل‌سازی مسئله گشت آزاد به صورت زمان پیوسته تغییراتی را در گراف اصلی انجام می‌دهیم. بدین شکل که هر رأس به اندازه p رأس با مشخصات موقعیتی همان رأس تکرار می‌کنیم. در نتیجه گراف $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{E})$ به‌صورت $G' = (V', E')$ تغییر خواهد کرد که در آن: (بدیهی است که $P_{v_0} = 1$)

$$|V'| = \sum_{i\in\hat{V}} P_i\ . \tag{11}$$

$$V' = \left\{ v_i^{p_i} \;\middle|\; \begin{array}{l} 1\le i \le n, \\ 1\le p_i \le MaxP_i \end{array} \right\} \tag{12}$$

$$E' = \left\{ e_{i^p j^q} \;\middle|\; \begin{array}{l} i, j \in V, a_{ij} = 1, \\ 1\le p_i \le MaxP_i, \\ 1\le q_j \le MaxP_j \end{array} \right\} \tag{13}$$

که در آن V_i^p برابر با تکرار p ام رأس i است. همچنین در صورتی که مقدار ماتریس مجاورت برابر یک باشد، مقدار ماتریس مجاورت تمامی نقاط تکرار آن دو رأس نیز یک می‌باشد، یعنی داریم:

$$a_{ij} = 1 \Rightarrow a'_{v_i^p v_j^q} = 1 \qquad \forall i, j\in\hat{V},\ \ \forall p\in P_i,\ \ \forall q\in P_j \tag{14}$$

موجود و ذکر شده برای این مسئله، توابع هدف را به دو دسته تقسیم‌بندی می‌کنیم:

1- توابع هدف محرک: این دسته توابع هدفی هستند که با توجه به محدودیت‌های موجود، وسایل نقلیه را به گشت در گراف تحریک می‌کنند.

2- توابع هدف بازدارنده: این دسته توابع هدفی را تشکیل می‌دهند که با توجه به محدودیت‌های موجود، وسایل نقلیه را به عدم تحرک و توقف بیشتر در رئوس گراف تشویق می‌کنند.

در مسائلی که توابع هدف بازدارنده وجود دارد، معمولاً محدودیت‌های دیگری نظیر حداقل تعداد دفعاتی که باید یک رأس یا یک یال ملاقات شود، تأمین تقاضای مشتریان، در نظر گرفتن پنجره زمانی و... مسبب وجود تعادل در مدل می‌گردد. به دلیل این که در این مقاله چنین شروطی در نظر گرفته نشده است، صرفاً توابع هدف محرک را مورد بررسی قرار می‌دهیم. به منظور مدل‌سازی موارد فوق در برخی از مسائل نیازمند تعریف متغیرهای موهومی جدید خواهیم بود که در ادامه مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

1,3,3. حداقل کردن زمان توقف

یکی از توابع هدفی که می‌توان برای مسئله گشت آزاد مطرح کرد حداقل کردن زمان توقف است. توابع هدف (25) و (26) به ترتیب توابع هدف برای حداقل کردن زمان توقف برای مسائل گسسته و پیوسته را نشان می دهند.

$$Obj_1^D = Min\sum_{t\in\hat{T}}\sum_{f\in F}\sum_{i\in\hat{V}}\omega_i^{ft} \qquad (25)$$

s.t.

(1) - (10)

$$Obj_1^C = Min\sum_{i\in V'}\sum_{f\in F}\theta_i^f \qquad (26)$$

s.t.

(16) - (24)

2,3,3. حداکثر پاداش رئوس ملاقات شده

در صورتی که WN_i پاداش هر بار ملاقات رأس $i\in V$ باشد، برای حداکثر کردن پاداش رئوس ملاقات شده در مدل زمان گسسته و مدل زمان پیوسته به ترتیب توابع هدف (27) و (28) را خواهیم داشت.

$$Obj_2^D = Max\sum_{t\in\hat{T}}\sum_{f\in F}\sum_{r\in R}\chi_r^{ft}WN_i \qquad (27)$$

s.t.

(1) - (10)

$$Obj_2^C = Max\sum_{(v_i,v_j)\in R'}\sum_{f\in F}\alpha_{(v_i,v_j)}^f WN_i \qquad (28)$$

s.t.

(16) - (24)

3,3,3. حداکثر پاداش مسافت طی شده

در صورتی که WR_r پاداش پیمایش هر واحد مسیر $r\in R$ باشد و متغیر موهومی σ_r^{ft} را تعریف کنیم که در صورتی که اگر ناوگان f پیمایش مسیر r را در زمان t شروع کند برابر یک و در غیر اینصورت برابر صفر باشد، معادله (29) تابع هدف را در مدل گسسته نشان می‌دهد و برابر با مجموعه پاداش کسب شده برای پوشش یال ها توسط وسیله نقلیه است. در مسئله زمان پیوسته، مجموع امتیازات کسب شده برای پوشش یال‌ها توسط تابع هدف (30) تعیین می‌شود.

$$Obj_3^D = Max\sum_{r\in R}\sum_{t\in T}\sum_{f\in F}\sigma_r^{ft}\ Dis_r\,WR_r \qquad (29)$$

s.t.

(1) - (10)

$$Obj_3^C = Max\sum_{r\in R'}\sum_{f\in F}\alpha_r^f\ Dis_r\,WR_r \qquad (30)$$

s.t.

(16) - (24)

4,3,3. حداکثر پاداش رئوس منحصربه‌فرد ملاقات شده

متغیر باینری τ_i را تعریف می کنیم که در صورتی برابر با یک خواهد بود که رأس i ملاقات شده باشد (در مسئله پیوسته حداقل یکی از تکرارهای این رأس ملاقات شده باشد) و در غیر این صورت صفر خواهد بود. مجموعه محدودیت‌های (32) و (33) مشخص می‌کنند که در صورتی که یک رأس توسط هریک از وسایل نقلیه در هر زمانی ملاقات شود، آن رأس ملاقات شده است. حدود مجاز برای متغیر τ_i توسط محدودیت (34) تعیین می گردد.

$$Obj_4^D = Max\sum_{i\in v}\tau_i WN_i \qquad (31)$$

s.t.

(1) - (10)

$$\sum_{f\in F}\sum_{t\in\hat{T}}\chi_i^{ft} \le M\tau_i, \forall i\in V \qquad (32)$$

$$\xi_r \in\{0,1\}, \forall r\in R$$

$$\tau_i \le \sum_{f\in F}\sum_{t\in\hat{T}}\chi_i^{ft}, \forall i\in V \qquad (33)$$

$$\tau_i \in\{0,1\} \qquad (34)$$

تابع (35) مجموع زمان‌های توقف تمامی وسایل نقلیه در تمامی رئوس را محاسبه و بیشینه می‌کند. مجموعه محدودیت‌های (36) و (37) مشخص می‌کنند که در صورتی که حداقل هر یک از تکرارهای یک رأس یک بار ملاقات شود، آن رأس ملاقات شده است.

$$.\,Obj_4^C = Max\sum_{i\in v}\tau_i WN_i\,. \qquad (35)$$

s.t.

(16) - (24)

$$\sum_{f\in F}\sum_{\forall j\in\{1\ldots MaxP_i\}}\beta_{v_i^j}^f \le M\tau_i, \forall i\in V \qquad (36)$$

$$\tau_i \le \sum_{f\in F}\sum_{\forall j\in\{1\ldots MaxP_i\}}\beta_{v_i^j}^f, \forall i\in V \qquad (37)$$

(34)

5,3,3. حداکثر پاداش یال منحصربه‌فرد طی شده

متغیر موهومی ξ_r را تعریف می کنیم که در صورتی که اگر مسیر r پیمایش شود برابر یک و در غیر اینصورت برابر صفر باشد. معادله (38) تابع هدف را در مدل گسسته نشان می‌دهد و برابر با مجموعه پاداش کسب شده برای پوشش یال ها توسط وسیله نقلیه است. مجموعه محدودیت‌های (39) و (40) مسیرهای پیمایش شده برای وسیله نقلیه را مشخص می‌کنند.

$$Obj_5^D = Max\sum_{r\in R}\xi_r\, Dis_r\, WR_r \qquad (38)$$

s.t.

(1) - (10)

$$.\sum_{f\in F}\sum_{t\in\hat{T}}\sigma_r^{ft} \le M\xi_r, \forall r\in R \qquad (39)$$

$$\xi_r \le \sum_{f\in F}\sum_{t\in\hat{T}}\sigma_r^{ft}, \forall r\in R \qquad (40)$$

(41)

در مسئله زمان پیوسته، مجموع امتیازات کسب شده برای پوشش یال ها توسط تابع هدف (42) تعیین می شود. محدودیت‌های (43) و (44) بیان می‌کنند که در صورتی که یک وسیله نقلیه هر یک از تکرارهای یک رأس به هر یک از تکرارهای یک رأس دیگر طی کرده باشد، مسیر اصلی بین آن دو رأس اصلی را ملاقات کرده است. حدود مجاز برای متغیر ξ_r توسط (45) تعیین می گردد.

$$Obj_5^C = Max\sum_{r\in R}\xi_r\, Dis_r\, WR_r \qquad (42)$$

s.t.

(16) - (24)

$$\sum_{f\in F}\sum_{1\le p_i\le MaxP_i}\sum_{1\le p_j\le MaxP_j}\alpha^f_{\left(v_i^{p_i}, v_j^{p_j}\right)} \le M\xi_r, \qquad (43)$$

$$\forall(i,j)\in R'$$

$$\xi_r \le \sum_{f\in F}\sum_{1\le p_i\le MaxP_i}\sum_{1\le p_j\le MaxP_j}\alpha_r^f, \qquad (44)$$

$$\forall(i,j)\in R'$$

$$\xi_r \in\{0,1\}, \forall r\in R' \qquad (45)$$

4. حل مسئله

در بخش قبل در ابتدا محدودیت‌های مربوط به مدل‌های زمان گسسته و زمان پیوسته مطرح شد و پس از آن چهار نوع تابع هدف برای هر مسئله معرفی گردید. در این بخش به مقایسه این دو مدل در مسائل مختلف و با مفروضات متفاوت خواهیم پرداخت. برای این که این مقایسه منصفانه باشد، واحدها، پارامترها و شرایط را در مسائل گوناگون به صورت مشابه در نظر خواهیم گرفت.

برای ساخت مثال‌های تصادفی، ده گراف همبند به صورت تصادفی در یک ناحیه مربع‌شکل به طول ضلع هزار متر با تعداد رئوس پنج تا چهارده رأس (با افزایش یک رأس در هر مرحله) ساخته شد. سپس رأس با مختصات (۰،۰) را به عنوان رأس موهومی به گراف اضافه می‌کنیم و یال (e_{v_0}, e_{v_1}) را به گراف G اضافه می کنیم و گراف G' را تشکیل می دهیم. همچنین برای اینکه مقادیر پارامتر ها در دو مسئله زمان گسسته و زمان پیوسته مشابه باشند. همچنین تعداد یک

وسیله نقلیه نامتناجس برای هر مسئله و با سرعت هشت متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است.

$$T=\frac{\sum_{e\in E}Dis_e}{\sum_{f\in F}SPF^f \Big/ n(F)} \qquad (46)$$

همچنین پارامترهای مربوط به پاداش یعنی WN و WR به صورت تصادفی در بازه [1,10] تنظیم شد. مسئله در دو حالت زمان گسسته و زمان پیوسته و پنج تابع هدف به صورت دقیق با استفاده از موتورCPLEX در نرم افزار IBM ILOG Cplex optimization studio 12.1 مدل‌سازی و با کمک کامپیوتر های پردازش سریع (HPC) دانشگاه صنعتی شریف با تنظیمات nodes=1:ppn=16:mem=16GB حل گردید. برای هر مسئله میزان 3600 ثانیه حد زمان حل در نظر گرفته شد. نتایج در جدول 2 مشخص شده است.

جدول1 . نتایج حل دقیق نمونه های تصادفی

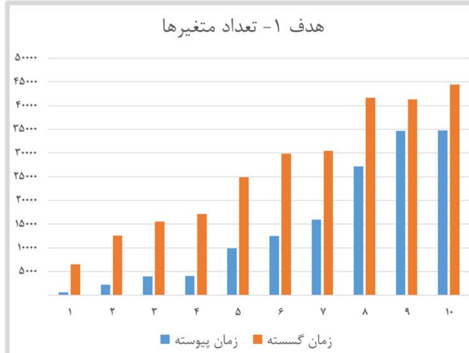
		زمان پیوسته				زمان گسسته			
		تعداد متغیر	تعداد محدودیت	زمان (ثانیه)	GAP%	تعداد متغیر	تعداد محدودیت	زمان (ثانیه)	GAP%
نمونه 1	هدف 1	663	67	14.24	0%	6540	11448	34.36	0%
	هدف 2	662	67	52.43	0%	6540	11448	371.32	0%
	هدف 3	662	67	44.99	0%	6540	11448	540.50	0%
	هدف 4	667	77	1.60	0%	6546	11460	35.18	0%
	هدف 5	676	95	111.58	0%	6554	11476	776.68	0%
نمونه 2	هدف 1	2259	115	46.70	0%	12609	22419	255.52	0%
	هدف 2	2258	115	3600.47	164%	12609	22419	3716.85	-
	هدف 3	2258	115	3600.83	295.48%	12609	22419	3617.76	-
	هدف 4	2264	127	0.46	0%	12616	22433	85.60	0%
	هدف 5	2278	155	3601.41	114.43%	12629	22459	3644.23	102.09
نمونه 3	هدف 1	3969	163	48.98	0%	15520	27648	38.08	0%
	هدف 2	3968	163	3600.62	213.73%	15520	27648	3617.23	-
	هدف 3	3968	163	3601.61	225.46%	15520	27648	3612.01	-
	هدف 4	3975	177	0.45	0%	15528	27664	105.02	0%
	هدف 5	3992	211	3601.16	71.55%	15544	27696	3617.44	134.47
نمونه 4	هدف 1	4098	184	3.49	0%	17115	30321	109.08	0%
	هدف 2	4097	184	3600.74	294.79%	17115	30321	3615.59	-
	هدف 3	4097	184	3600.44	283.29%	17115	30321	3611.66	-
	هدف 4	4105	200	0.53	0%	17124	30339	93.88	0%
	هدف 5	4123	236	3600.48	84.88%	17141	30373	3607.88	118.29
نمونه 5	هدف 1	9924	298	1.56	0%	24880	44165	203.76	0%
	هدف 2	9923	298	3600.51	334.01%	24880	44165	3673.42	-
	هدف 3	9923	298	3603.88	405.40%	24880	44165	3672.53	-
	هدف 4	9932	316	1.08	0.00%	24890	44185	3624.25	16.95%
	هدف 5	9953	358	3600.65	105.86%	24910	44225	3629.65	229.74
نمونه 6	هدف 1	12525	331	28.08	0%	29845	53343	617.26	0%
	هدف 2	12524	331	3605.89	364.67%	29845	53343	3685.13	-
	هدف 3	12524	331	3600.96	521.69%	29845	53343	3673.34	-
	هدف 4	12534	351	2.08	0%	29856	53365	3616.85	
	هدف 5	12560	403	3602.03	109.87%	29881	53415	3628.24	223.77
نمونه 7	هدف 1	15927	403	18.31	0%	30450	54204	482.38	
	هدف 2	15926	403	3600.96	455.88%	30450	54204	3632.67	-
	هدف 3	15926	403	3600.46	485.68%	30450	54204	3633.04	-
	هدف 4	15937	425	1.19	0%	30462	54228	1526.66	0%
	هدف 5	15964	479	3600.86	117.32%	30488	54280	3643.31	184.54

نمونه 8	هدف 1	15927	403	18.31	0%	30450	54204	482.38	
	هدف 2	27176	535	3600.90	458.05%	41610	74463	3647.24	-
	هدف 3	27176	535	3600.94	500.65%	41610	74463	3763.38	-
	هدف 4	27188	559	8.24	0%	41623	74489	3754.43	192.59
	هدف 5	27220	623	3601.21	105.16%	41654	74551	3667.80	-
نمونه 9	هدف 1	34665	643	93.82	0%	41296	73339	654.40	0%
	هدف 2	34664	643	3601.89	561.07%	41296	73339	3649.47	-
	هدف 3	34664	643	3604.45	683.70%	41296	73339	3699.68	-
	هدف 4	34677	669	2.56	0%	41310	73367	3625.86	2.94%
	هدف 5	34708	731	3601.97	131.54%	41340	73427	3672.57	258.34
نمونه 10	هدف 1	34776	646	40.71	0%	44395	79231	1291.05	0%
	هدف 2	34775	646	3601.67	613.24%	44395	79231	3697.17	-
	هدف 3	34775	646	3601.03	471.27%	44395	79231	3664.13	-
	هدف 4	34789	674	8.62	0%	44410	79261	3653.55	135.71
	هدف 5	34825	746	3601.08	106.61%	44445	79331	3639.09	168.39%

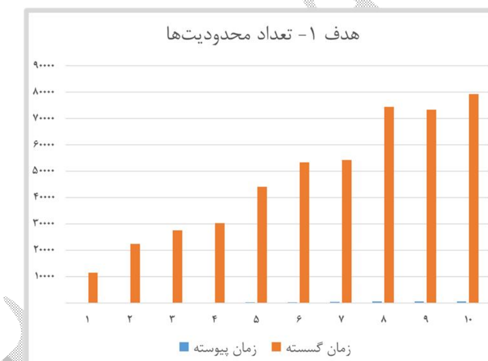
در جدول 2 پنج تابع هدف تعریف شده همچنین نمونه های 1 تا 10 حل شده از نظر زمان حل، تعداد دفعات دستیابی به جواب بهینه، تعداد متغیرها و همچنین تعداد محدودیت‌ها در دو حالت زمان گسسته و زمان پیوسته مورد مقایسه قرار گرفتند. علاوه بر آن، جهت درک بهتر تفاوت دو مدل زمان پیوسته و زمان گسسته شکل‌های 1 تا 3 به منظور مقایسه تابع هدف یک در ده نمونه تصادفی تولید شده ارائه گردیده است. توابع هدف دیگر وضعیت تقریباً مشابهی با تابع هدف یک داشته و به دلیل جلوگیری از تراکم شکل ها، صرفاً نمودارهای مربوط به تابع هدف یک ترسیم گردیده است.

جدول 2. مقایسه مسئله زمان گسسته و زمان پیوسته با توجه به توابع هدف و نمونه های تصادفی

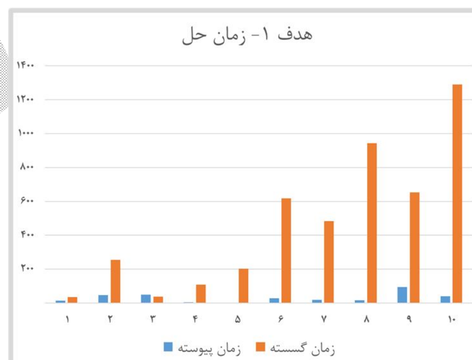
	زمان پیوسته				زمان گسسته			
	زمان حل	جواب بهینه	تعداد متغیرها	تعداد محدودیت‌ها	زمان حل	جواب بهینه	تعداد متغیرها	تعداد محدودیت‌ها
تابع هدف 1	31,34	%100	13473	325	463,02	%100	25310	45032
تابع هدف 2	3246,61	%10	14597	339	3330,61	%10	26426	47058
تابع هدف 3	3245,96	%10	14597	339	3348,80	%10	26426	47058
تابع هدف 4	2,68	%100	14607	358	2012,13	%50	26437	47079
تابع هدف 5	3252,24	%10	14630	404	3352,62	%10	26459	47123
نمونه 1	224,84	%100	666	75	351,61	%100	6544	11456
نمونه 2	2169,97	%40	2260	125	2263,99	%40	12614	22430
نمونه 3	2170,56	%40	3974	175	2197,96	%40	15526	27661
نمونه 4	2161,14	%40	4104	198	2207,62	%40	17122	30335
نمونه 5	2161,53	%40	9931	314	2960,72	%20	24888	44181
نمونه 6	2167,81	%40	12533	349	3044,16	%20	29854	53362
نمونه 7	2164,36	%40	15936	423	2583,61	%40	30460	54224
نمونه 8	2165,76	%40	24937	531	3155,42	%20	39389	70434
نمونه 9	2180,94	%40	34676	666	3060,39	%20	41308	73362
نمونه 10	2170,62	%40	34788	672	3188,99	%20	44408	79257
	متوسط زمان حل (جواب بهینه): 23,88 **ثانیه**				متوسط زمان حل (جواب بهینه): 453,61 ثانیه			
	متوسط زمان حل کل: 1955,77 ثانیه				متوسط زمان حل کل: 2501,45 ثانیه			
	تعداد جواب بهینه: 23				تعداد جواب بهینه: 18			
	درصد جواب بهینه: %46				درصد جواب بهینه: %36			



شکل 1. تعداد متغیرها در تابع هدف 1



شکل 2. تعداد محدودیت‌ها در تابع هدف 1



شکل 3. زمان حل در تابع هدف 1

از آنجایی که تعداد محدودیت‌ها وابسته به زمان پایان مسئله مسیریابی خواهد بود، با افزایش زمان مجاز برای گشت، تعداد محدودیت‌ها و تعداد متغیرها در مدل زمان گسسته به صورت نمایی افزایش می‌یابد. معمولاً انتظار می‌رود که با افزایش تعداد محدودیت‌ها و تعداد متغیرها، پیچیدگی مدل بیشتر شده و زمان حل افزایش یابد. در بین پارامترهای تعداد محدودیت و تعداد متغیر، معمولاً واکنش زمان حل مدل به تعداد محدودیت‌ها بیشتر است. این مسئله یکی از دلایل اصلی عملکرد بهتر مدل زمان پیوسته نسبت به مدل زمان گسسته می‌باشد. در مدل زمان پیوسته، با وجود این که هر رأس به تعداد دفعاتی تکرار شد و متناسب با تکرار رئوس، یال‌های گراف نیز افزایش یافت، ولی به دلیل ماهیت مستقل ساخت متغیر و محدودیت جدید از زمان پایان گشت، تعداد متغیر و محدودیت کمتری نسبت به حالت زمان گسسته تولید شد.

5. نتیجه‌گیری و پیشنهاد مطالعات آتی

در این مقاله، مسئله مسیریابی وسیله نقلیه گشت آزاد مورد بحث و بررسی قرار گرفت. در مسئله مسیریابی گشت آزاد، وسیله نقلیه می‌تواند به صورت آزادانه در گراف حرکت کند، چندین بار یک رأس را طی کند و یا یک یال را پیمایش کند. همچنین می‌تواند به مقدار دلخواه در رئوس گراف توقف کند. مدل‌سازی این مسئله می‌تواند در مدل‌سازی بسیاری از مسائل مسیریابی دیگر کمک نماید. به عنوان مثال، مسیریابی گشت امنیت شهری، و مسیریابی همکاری و هماهنگی چند نوع وسیله نقلیه را می‌توان نمونه‌ای از این دسته مسائل معرفی نمود. پس از تعریف کلی مسئله و مروری بر ادبیات موجود، در بخش سه، این مسئله به دو صورت زمان گسسته و زمان پیوسته مدل‌سازی گردید. با توجه به آن که در مدل زمان گسسته تعداد محدودیت ها و متغیرها به زمان اجرای عملیات وابستگی دارد و همچنین زمان پیوسته نیاز به تغییراتی در گراف اصلی وجود دارد و این تغییرات به افزایش تعداد محدودیت ها و متغیرهای مدل می انجامد، توابع هدف گوناگونی برای مقایسه این دو مدل از لحاظ زمان حل تعریف گردید و پس از آن، پنج تابع هدف گوناگون برای مسئله معرفی شد. در بخش چهار، تعداد ده نمونه تصادفی تولید و برای هر پنج تابع هدف در دو مسئله زمان پیوسته و زمان گسسته حل گردید. نتایج نشان می‌دهد که مدل زمان پیوسته از مدل زمان گسسته عملکرد بهتری از خود ارائه می‌کند.

در این مقاله مسئله گشت آزاد برای ناوگان های زمینی در یک گشت شهری مورد بررسی قرار گرفت. اما در حوزه هایی مانند گشت هوایی مانند گشت پهپاد بر فراز شهر، مدل های ارائه شده باید طراحی مجدد گردند. همچنین مسئله گشت آزاد در مناطق برون شهری و جاده ها، با توجه به این که فاصله رئوس در گراف مرتبط با آن معمولاً زیاد است، توقف آزاد در اواسط یال می تواند یکی از شروط اصلی آن مسئله

باشد. هر چند که در مسئله گشت آزاد شهری که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفت، شرط توقف در اواسط یال مورد بررسی قرار گرفته نشده است و به عنوان یک پژوهش آتی می تواند مدل سازی و حل گردد. مسئله دیگر که باید مورد پژوهش قرار گیرد، بررسی مدل های گوناگون توسعه داده شده در گذشته در حوزه مسیریابی وسایل نقلیه، حمل و نقل و زنجیره تأمین که همکاری دو یا چند ناوگان گوناگون در آن بررسی شده است و یا مسیریابی یک نوع وسیله نقلیه ولی با امکان اضافه شدن فرض گشت آزاد (مانند گشت خودروی پلیس) و حل مجدد مدل های بررسی شده با این فرض و مدل های ارائه شده در این مقاله است. یکی دیگر از کاربردهای پژوهش جاری، در مورد ارائه روش های حل ابتکاری در مسائل دیگر باشد. به عنوان مثال می توان در مرحله اول مسئله اصلی به دو زیرمسئله تقسیم کرد که یکی از آن ها مسئله گشت آزاد است و پس از آن یک جواب شدنی برای زیرمسئله دیگر، یک جواب شدنی برای زیرمسئله گشت آزاد نیز باشد و در غیر این صورت آن جواب، قابل قبول نخواهد بود و یا جریمه ای برای قبول آن در نظر گرفت. در مجموع مسئله گشت آزاد مطرح شده در این مقاله، شاید به تنهایی کاربرد کمتری نسبت به بسیاری از مسائل مسیریابی در دنیای واقعی داشته باشد، اما در صورتی که به عنوان یک مسئله کمکی و یا زیرمسئله ای از یک مسئله اصلی در نظر گرفته شود، کاربردهای بسیار زیادی در این حوزه خواهد داشت.

٦. منابع (References)

1. manshadian, H., Amalnick, M. S. & Torabi, S. A. 2023. Synchronized truck and drone routing under disastrous conditions (case study: urban thoroughfares disinfection). Computers & Operations Research, 106295. https://doi.org/10.1016/j.cor.2023.106295
2. Schrijver, A. 2005. On the history of combinatorial optimization (till 1960). Handbooks in operations research and management science, 12, 1-68. https://doi.org/10.1016/S0927-0507(05)12001-5
3. Xing, Z., Tu, S. & Xu, L. 2020. Solve Traveling Salesman Problem by Monte Carlo Tree Search and Deep Neural Network. arXiv preprint arXiv:2005.06879. https://doi.org/10.48550/arXiv.2005.06879
4. Zhou, A.-H., Zhu, L.-P., Hu, B., Deng, S., Song, Y., Qiu, H. & Pan, S. 2019. Traveling-salesman-problem algorithm based on simulated annealing and gene-expression programming. Information, 10, 7. https://doi.org/10.3390/info10010007
5. Ahmed, Z. H. 2020. Adaptive Sequential Constructive Crossover Operator in a Genetic Algorithm for Solving the Traveling Salesman Problem. GAs, 11. https://dx.doi.org/10.14569/IJACSA.2020.0110275
6. Guo, J. & Sato, Y. 2020. A Standardized Bare Bones Particle Swarm Optimization Algorithm for Traveling Salesman Problem. International Journal of Machine Learning and Computing, https://doi.org/10.10.18178/ijmlc.2020.10.3.960
7. Dahan, F., El Hindi, K., Mathkour, H. & Alsalman, H. 2019. Dynamic flying ant colony optimization (DFACO) for solving the traveling salesman problem. Sensors, 19, 1837. https://doi.org/10.3390/s19081837
8. Dror, M. 2012. Arc routing: theory, solutions and applications, Springer Science & Business Media. https://doi.org/10.1007/978-1-4615-4495-1
9. Eiselt, H. A., Gendreau, M. & LAPORTE, G. 1995. Arc routing problems, part II: The rural postman problem. Operations research, 43, 399-414. https://doi.org/10.1287/opre.43.3.399
10. Assad, A. A. & Golden, B. L. 1995. Arc routing methods and applications. Handbooks in operations research and management science, 8, 375-483. https://doi.org/10.1016/S0927-0507(05)80109-4
11. Yu, M., Jin, X., Zhang, Z., Qin, H. & Lai, Q. 2019. The split-delivery mixed capacitated arc-routing problem: Applications and a forest-based tabu search approach. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 132, 141-162. https://doi.org/10.1016/j.tre.2019.09.017
12. Corberán, Á., Erdoğan, G., Laporte, G., Plana, I. & Sanchis, J. M. 2018. The Chinese Postman Problem with load-dependent costs. Transportation Science, 52, 370-385. https://doi.org/10.1287/trsc.2017.0774
13. Christofides, N., Benavent, E., Campos, V., Corberán, A. & MOTA, E. 1984. An optimal method for the mixed postman problem. System modelling and optimization. Springer. https://doi.org/10.1007/BFb0008937
14. Minieka, E. 1979. The Chinese postman problem for mixed networks. Management Science, 25, 643-648. https://doi.org/10.1287/mnsc.25.7.643
15. Dror, M., Stern, H. & Trudeau, P. 1987. Postman tour on a graph with precedence relation on arcs. Networks, 17, 283-294. https://doi.org/10.1002/net.3230170304
16. Orloff, C. 1974. A fundamental problem in vehicle routing. Networks, 4, 35-64. https://doi.org/10.1002/net.3230040105