

مدل سازی و حل مسئله مکان‌یابی حداکثر پوشش‌دهی پویا با در نظر گرفتن خدمت پشتیبان؛

مطالعه موردی رخدادهای بحران در منطقه سه تهران

هانیه سابی‌زا^۱، جعفر باقری‌نژاد^{۲*}، رقیه عالی‌زاده^۳

کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه الزهراء، تهران، ایران^۱

استاد گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه الزهراء، تهران، ایران^۲

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران^۳

Modeling and Solving Dynamic Maximal Covering Location Problem Considering Backup Services; Case Study of a Crisis Event in District 3 of Tehran

Hanieh Sabiza¹, Jafar Bagherinejad², Roghayeh Alizadeh³

¹Graduate Student of Industrial Engineering, Faculty of Engineering Alzahra University, Tehran, Iran.

²Professor of Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering Alzahra University, Tehran, Iran.

³Department of Industrial Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

چکیده

این تحقیق به مدلسازی و حل مسئله مکان‌یابی حداکثر پوشش‌دهی پویا پرداخته که در آن تسهیلات از واحدهای مستقل با قابلیت جابه‌جایی تشکیل شده که مازول نامیده می‌شوند. مازول‌ها ممکن است به هر دلیلی از دسترس خارج شوند و نتوانند تقاضای انتصاب شده به خود را پوشش دهند. لذا هدف اصلی مسئله تخصیص حداکثر خدمت به افراد بحران‌زده توسط تسهیلات مازول‌دار به گونه‌ای است که علاوه بر پوشش خدمت پایه، مازول‌های مستقر در تسهیلات اطراف با ارائه خدمت پشتیبان بتوانند تقاضای نقاطی که مورد غفلت قرار گرفته‌اند را پوشش بدهند و این کمبود را جبران کنند. مدل ریاضی از نوع عدد صحیح مختلط می‌باشد و یک مطالعه موردی بر روی منطقه سه تهران انجام شده که تمامی فاکتورها و پارامترهای مربوط به مدل با توجه ویژه به شرایط واقعی در نظر گرفته شده است. مدل ابتدا توسط نرم‌افزار گمز حل گردیده است و سپس راه حلی در غالب الگوریتم تجزیه بندرز ارائه داده شده است. در نهایت نیز بر روی برخی پارامترهای مدل تحلیل حساسیت انجام شده و مشاهده شد که تغییرات در پارامترها روی خدمت پشتیبان تأثیر بیشتری می‌گذارند تا خدمت پایه و در نظر گرفتن مقدار مناسب برای پارامترها می‌تواند در پوشش بیشتر خدمت پشتیبان مازول‌ها موثرتر واقع شود. بازه این مقادیر خاص برای پارامترها مورد آزمایش قرار گرفته شده است.

کلیدواژه‌ها: مکان‌یابی حداکثر پوشش‌دهی پویا، تسهیلات مازول‌دار، خدمات پشتیبان، مازول‌های ظرفیت‌دار، الگوریتم تجزیه بندرز.

Abstract

In this research we look at a dynamic maximal covering location problem, where the structure of the service providing facilities consist of independent units that have the ability to move, and these units are called modules. The main goal of the problem is to provide maximum service to people who are in crisis and need basic help. The model of this problem first determines the location of the facilities, and with the occurrence of each crisis according to the needs that are created in each demand area, the modules responding to the same needs are sent to the facilities of those areas and are deployed in the location, from which they are moved away after the task of delivering service ends. The innovation in this paper is that the modules may become unavailable for any reason and cannot cover the demand assigned to them. For this reason, modules in addition to providing main services to demand points, in case of failure of some of these modules and their unavailability, the surrounding modules can cover the demand of points that have been neglected by providing backup service and compensate for this deficiency, which the amount of main and backup demand that each module responds to is determined by the model. The main goal of this research is to assign the maximum amount of main and backup service to people who are in crisis, which is of utmost importance to the livelihood of these people. In this research we first created a mathematical model of mixed integer linear programming. Afterwards we conducted a case study on Tehran's third district, where all the factors and parameters related to the model were considered with special attention to the real conditions of the studied area. After introducing the model and parameters related to district three, we solved the model by GAMS software. Furthermore, we implemented Bender's decomposition algorithm as an ultimate solution to the model. And finally, we performed a sensitivity analysis on some parameters of the model. We observed that the changes in the parameters affect the backup service more than the base service.

Keywords: Backup Service, Benders decomposition algorithm, Capacitated Modules, Dynamic Maximal Covering Location Problem, MCLP, Modular Facilities

Introduction

In this research, a dynamic maximum coverage location modeling problem has been addressed, in which, while providing the main service of the modules to the demand points, in cases where the full capacity of some of these modules is not available, the surrounding modules can cover the demand of the neglected points by providing backup service and compensate for this deficiency. The goal of this research was to provide maximum service to people who are affected by a crisis and need basic services during an incident.

^۱ Hanieh.Sabiza@yahoo.com

^{۲*} jbagheri@alzahra.ac.ir *نویسنده مسئول*

^۳ alizadehroqayeh@gmail.com

Methodology

A mathematical model of this problem was created and implemented and run on a case study to demonstrate its effectiveness against real-life examples. This study was conducted on Tehran's District 3 and all factors and parameters related to the model were considered with special attention to the real conditions of the study area. To solve this model, we ran it once with the GAMS software and again used the Benders decomposition algorithm, and the answers to both were very close to each other. In the next step, to generalize and expand the model, other examples were given that were generated with random numbers. These examples were also solved with the help of the original model and the Benders decomposition algorithm model.

Result

As a result of solving generated examples using the original GAMS model and the Benders decomposition algorithm in this paper it was observed that the Benders decomposition algorithm not only delivers answers that are very close to the original answer, but also solves the model in a shorter time. The Benders decomposition algorithm can also solve large examples that the original model is unable to find an answer for.

Then, by making changes to the problem parameters and examining the answers obtained from each case, we concluded that by increasing the income from the deployment of modules at the facility location and also reducing the coverage radius of these modules, we will have the greatest increase in the value of the model's objective function. Also, the coverage of the support service is more sensitive to changes in parameters than the basic service. When designing a problem, great attention should be paid to these values and the balance they create in the model, and these values should be placed in the model in such a way that, in addition to meeting the needs and observing the existing constraints, they can provide the best possible answers.

Conclusion

This model was created to provide services to people in crisis during disasters. The nature and structure of this model is flexible because the facilities are composed of modules with the ability to move; meaning that when an incident occurs, according to the needs that arise in each area of demand, the modules that respond to those needs are dispatched to the facilities related to those areas and leave that area after the service is completed. Therefore, government organizations and private bodies (such as urban crisis management organizations and policy-making planning organizations) that are active in the field of relief during floods, earthquakes, or even wars can use this model and for this purpose they need access to modules with the ability to move.

In this study, the probability of failure for the modules has not been considered, and it is possible to develop the present mathematical model in future studies by considering the probability functions and scenario planning for module failure. Also, in this model, it is possible to conduct more studies on the values of the parameters and better sensitivity analysis on them. And finally, it is possible to make changes in the method of solving the model; for example, the model can be run in the GAMS program with another Solver, or instead of the exact solution method used in this study (Bender's decomposition algorithm), a metaheuristic method can be used to solve the model and the answers can be compared.

۱. مقدمه

مکان‌یابی تسهیلات بیش از یک قرن موضوعی اساسی در دسته‌ای از تحقیقات بوده‌است که نقش تعیین‌کننده‌ای در موفقیت زنجیره‌های تأمین، با هدف یافتن مکان مناسب جهت ارائه محصولات و خدمات دارد و یک مؤلفه مهم برنامه‌ریزی استراتژیک برای طیف گسترده‌ای از شرکت‌های دولتی و خصوصی می‌باشد. یک مسئله مشهور مکان‌یابی که از همان ابتدا مورد مطالعه قرار گرفته‌است، مسئله مکان‌یابی حداکثر پوشش است. در یک مسئله مکان‌یابی حداکثر پوشش کلاسیک، فرد به دنبال مکان تعدادی از تسهیلات در یک شبکه به گونه‌ای است که جمعیت تحت پوشش حداکثر بشود؛ یعنی تقاضای پاسخ داده شده را با نوع و تعداد چیدمان تسهیلات به حداکثر رساند [۱]. در این نوع مسائل تعدادی مکان کاندید برای تسهیلات در نظر گرفته می‌شود و از بین این مکان‌ها آن‌هایی انتخاب می‌شوند که با توجه به محل بتوانند به بیشترین تقاضا پاسخ داده و آن‌ها را تحت پوشش قرار دهند. پوشش هر نقطه تقاضا توسط تسهیلات به واسطه فاصله این دو از یکدیگر تعیین می‌شود؛ یعنی یک تسهیل هر گره تقاضایی را می‌تواند پوشش می‌دهد در صورتی که در فاصله‌ای مشخص از محدوده آن تسهیل ایجاد شود. این آستانه از پیش تعریف شده اغلب شعاع پوشش نامیده می‌شود [۱].

در گذر زمان و بسته به نوع استفاده در شرایط خاص یا افزودن شرایط واقعی مختلف که بدان پرداخته نشده بود مدل‌های مختلفی از مدل اصلی مسئله مکان‌یابی حداکثر پوشش ایجاد شده‌است. در برخی فرمولاسیون‌های مکان‌یابی، برای تسهیلات هیچ‌گونه ظرفیتی در نظر گرفته نمی‌شود با این حال، این فرض از بسیاری جهات مشکل‌ساز است. اکثر تسهیلات به دلایل فیزیکی، سیاسی، ساختاری، منطقه‌ای و غیره با محدودیت‌هایی در قابلیت‌های خدماتی که توانایی ارائه‌شان را دارند مواجه هستند. رویکرد برجسته برای برخورد با فرض قابلیت‌های خدمات نامحدود، محدود کردن کل خدمات ارائه شده توسط هر یک از تسهیلات است، یعنی محدودیت‌های ظرفیت باید به مدل اضافه شوند [۲].

گاهی اوقات نیاز است برای اینکه مدل را به شرایط واقعی نزدیک‌تر کنیم آن را به جای یک دوره در چند دوره برنامه‌ریزی کنیم. در کل موارد و موقعیت‌هایی وجود دارد که باعث ایجاد نوساناتی در بازار تقاضا می‌شود. یکی از موثرترین راه‌های ایجاد آمادگی در برابر نوسانات تقاضا ایجاد شده در بازار این است که افق برنامه‌ریزی را به چند دوره تقسیم‌بندی کنیم. این ساختار چند دوره‌ای مدل کلاسیک مکان‌یابی حداکثر

پوشش‌دهی را به یک مدل چند دوره‌ای یا پویا^۱ تبدیل می‌کند که یک شاخه مهم از این مسائل به حساب می‌آید. برای مسائل پویا باید تعیین کرد که چه زمانی هر یک از تاسیسات باز، بسته یا جابه‌جا شود [۳].

تقریباً همه تسهیلات که نوع خاصی از خدمات یا محصولات را ارائه می‌دهند از واحدها و بخش‌های مختلف تشکیل شده‌اند. این واحدها تشکیل‌دهنده هر تسهیل را ماژول نامیده‌اند. ماژول‌ها مجزا از یکدیگرند و مستقل از هم کار می‌کنند. آن‌ها می‌توانند واحدهایی سیار باشند که در بین تسهیلات مختلف در طول افق برنامه‌ریزی در حرکت و جابجایی هستند. نوع و تعداد ماژول‌هایی که کنار یکدیگر قرار می‌گیرند پیکربندی هر تسهیل مشغول به کار درون شبکه را تشکیل می‌دهد [۴]. در امکانات و تسهیلات ماژولی، سازه‌های سیار می‌توانند پس از اتمام مأموریت خود به مناطق دیگر منتقل شوند. همان‌طور که گفته شد در طول افق برنامه‌ریزی در یک شبکه تقاضای نقاط مختلف به دلایل متعددی می‌تواند تغییر پیدا کند. در اینگونه مسائل تسهیلات اصلی در کل شبکه در مکان‌های متعدد بنا شده‌اند و با توجه با تغییراتی که در تقاضا ایجاد می‌شود ماژول‌ها می‌توانند در بین این تاسیسات بنا شده در طول دوره‌های مختلف جابه‌جا شوند تا بتوانند به تقاضایی که در هر دوره ایجاد شده پاسخ دهند. این جابه‌جایی ماژول‌ها در میان تاسیسات پیکربندی تسهیل را عوض کرده و باعث تغییر در ظرفیت و نحوه پاسخ‌دهی به تقاضا می‌شود.

ماژولار بودن خصوصاً در تسهیلاتی که در شرایط بحرانی پس از حوادث و بلایای طبیعی خدمات ارائه می‌دهند می‌تواند مفید باشد؛ زیرا با اختصاص دادن ماژول‌های مختلف با اندازه‌های متفاوت در محل‌های کاندید که برای بازگشایی تسهیلات انتخاب شده‌اند، متناسب با نوع و مقدار تقاضایی که در آن محل‌ها وجود دارد، می‌توان تسهیلات را با چیدمان‌های متفاوت این ماژول‌ها فراهم نمود. همچنین اینکه در دوره‌های مختلف افق برنامه‌ریزی زمانی که حوادث متفاوت در مکان‌های نقاط تقاضا رخ می‌دهد می‌توان این ماژول‌ها را در میان مکان‌های از پیش تعیین شده تسهیلات جابه‌جا کرد و متناسب با نیازها خدمات ارائه داد. به همین ترتیب تسهیلات ماژول‌دار یک میحث پرتعداد در مسائل مکان‌یابی تسهیلات به حساب می‌آید و یک شاخه مهم را به نام مسائل مکان‌یابی حداکثر پوشش‌دهی تسهیلات ماژولار^۲ را ایجاد کرده است.

تحقیق حاضر توسعه‌ای بر مدل مقاله‌ای است که عالی زاده و همکاران در سال ۲۰۲۱ در مورد مکان‌یابی تسهیلاتی که از ماژول‌هایی تشکیل شده‌اند که نوع خاصی از خدمات یا محصولات را ارائه می‌دهند انجام شده است^۳. هدف اصلی این مدل خدمت‌رسانی به افرادی است که پس از رخداد یک بحران یا فاجعه طبیعی **متقاضی** یک سری کمک‌های اولیه هستند. تسهیلات در مدل ریاضی پیشنهادی در این مقاله دارای ظرفیتی معین هستند و با توجه به این ظرفیت ماژول‌ها در تسهیلات مستقر می‌شوند و نقاط تقاضا را نیز بر همین اساس پوشش می‌دهند. به طور خلاصه در مدل این مقاله این موارد به دست آمدند [۲]:

- مکان تسهیلات که تعدادشان از قبل تعیین شده
- تعداد و نوع ماژول‌های اختصاص داده شده در هر دوره زمانی در طول افق برنامه‌ریزی
- درصد تخصیص تقاضای نقاط به ماژول‌های اختصاصی در هر دوره زمانی

زمانی که بحرانی رخ می‌دهد و افرادی به یکسری خدمات به گونه‌ای نیاز دارند که مساله مرگ و زندگی‌شان در میان است، اطمینان حاصل کردن از اینکه نیازهای این افراد به حداکثر میزان ممکن پاسخ داده بشود اهمیت بسزایی دارد. و اما سوالی که پیش می‌آید این است که در صورتی که شرایطی ایجاد شود که به دلایلی ماژول‌هایی در میان تاسیسات ارائه دهنده خدمت از دسترس ما خارج شوند چه می‌شود؟ و تکلیف بخشی از تقاضا که سابقاً تحت پوشش این ماژول‌ها بوده به دلیل از دسترس خارج شدنشان حالا بی پاسخ مانده چه می‌شود؟

نوآوری تحقیق حاضر توسعه مدل مقاله پایه به صورت ارائه خدمت پشتیبان توسط ماژول‌ها است که حداقل امکان از طریق این نوع خدمت نقاط تقاضایی که توسط ماژول‌های ارائه دهنده خدمت نادیده گرفته شده‌اند نیز تحت پوشش قرار گرفته و خدمت دریافت کنند. به این ترتیب در این تحقیق دو نوع خدمت توسط ماژول‌ها ارائه می‌شود: خدمت پایه و پشتیبان. بنابراین مدل ریاضی این تحقیق مشخص می‌کند چه مقدار از ظرفیت هر ماژول به ارائه خدمات پایه و پشتیبان تخصیص می‌یابد. با توجه به موضوع ارائه خدمت پشتیبان، تغییراتی در ساختار کل مدل مقاله پایه و اجزای تشکیل‌دهنده آن ایجاد کرده‌ایم که این مدل را به مسئله مورد نظر ما با توجه به اهداف و نیازهایی که داریم تبدیل می‌کند.

به همین ترتیب در مدل مکان‌یابی تحقیق حاضر خدمت هر ماژول به دو نوع خدمت تقسیم می‌شود: خدمت پایه^۴ و خدمت پشتیبان^۵. مدل توسعه داده شده با توجه به پارامترهای تعریف شده اولویت پوشش را به خدمات پایه توسط ماژول می‌دهد. اما اگر شرایطی صورت دهد که ماژول بتواند بخشی از ظرفیت باقی مانده خود را در اختیار نقاط تقاضاهای تحت پوشش تسهیلات اطراف قرار دهد که از دریافت خدمت بی بهره مانده‌اند می‌تواند مارا به هدف پوشش حداکثر نقاط نزدیک تر کند. بنابراین در این مدل یک شعاع جدید معرفی می‌شود که شعاع خدمت پشتیبان نام دارد. این شعاع نواحی گسترده‌تری را نسبت به شعاع خدمت پایه در بر می‌گیرد. به طوری که نقاط تقاضایی که در اصل به تسهیلات

^۱ Dynamic Maximal Covering Location Problem

^۲ Maximal Covering Location Problem of Modular Facilities

^۳ Multi-Period Maximal Covering Location Problem with Capacitated Facilities and Modules for Natural Disaster Relief Services

^۴ Main Service

^۵ Backup Service

مجاور تخصیص یافته را نیز می‌تواند پوشش دهد. بنابراین بخشی از ظرفیت ماژول‌ها به ارائه خدمت پشتیبان تعلق می‌گیرد، که البته این مقدار توسط مدل تعیین می‌شود.

مدل این تحقیق نیز همانند مقاله پایه برای خدمت‌رسانی به افرادی طراحی شده که به دلیل رویداد یک فاجعه در وضعیت بحرانی قرار گرفته‌اند و به کمک نیاز دارند. این کمک‌ها و خدمت‌رسانی‌ها توسط ماژول‌ها و کاراوان‌های متحرکی که قابلیت جابجایی و استفاده مجدد دارند انجام می‌شود. در این مقاله چهار نوع خدمت در شرایط بحرانی توسط ماژول‌ها ارائه می‌شوند که شامل کمک‌های اولیه، ارائه آب و غذا، استحمام و خواب و استراحت هستند.

اجرای مدل این تحقیق به کمک یک مطالعه موردی با داده‌های واقعی مربوطه در منطقه سه تهران انجام شده است. شهرداری تهران در سطح شهر مناطقی را به عنوان محل‌های تخلیه اضطراری تعیین کرده که عمدتاً شامل بوستان‌ها، پارک‌ها، فضای سبز و فضای باز هستند. این محل‌ها مکان‌های بالقوه تسهیلات در نظر گرفته شده‌اند. نقاط تقاضا نیز محله‌های منطقه سه تهران می‌باشند. مطالعه موردی در دو دوره زمانی با فرض رخداد بحران در دو نقطه متفاوت منطقه اجرا شده است. این مطالعه ساز و کار مدل طراحی شده را به خوبی نشان می‌دهد و ارائه خدمت پشتیبان به نقاط تقاضای مجاور را نمایان می‌کند.

جهت حل مدل ارائه شده در این تحقیق در مقیاس بزرگ از الگوریتم تجزیه بندرز^۱ استفاده شده است. این تکنیک که یک نوع روش حل دقیق به حساب می‌آید به افتخار ژاک اف. بندرز^۲ نامگذاری شده است. در تجزیه بندرز، متغیرهای مسئله به دو زیرمجموعه تقسیم می‌شوند به طوری که یک مسئله اصلی ایجاد شده و در مرحله اول بر روی اولین مجموعه از متغیرها حل می‌شود و جواب‌های به دست آمده برای پیدا شدن مقادیر مجموعه دوم متغیرها در یک زیر مسئله فرعی استفاده می‌شود. مسئله اصلی، تسهیل و آزاد شده مسئله پایه است که زیرمجموعه‌ای از متغیرها را در آن به دست آورده و سپس به کمک آن تخمینی از مقدار تابع هدف بهینه مسئله فرعی را پیدا می‌کند. حل مسئله اصلی یک کران دوگانه بر روی مقدار تابع هدف بهینه مسئله اصلی و مقادیر متغیری که برای فرمول‌بندی زیرمسئله، که مقادیر متغیرهای باقی‌مانده را تعیین می‌کند، به دست می‌آورد. هنگامی که زیرمسئله شدنی باشد، می‌توان یک راه حل عملی برای مسئله اصلی ایجاد کرد. این راه حل عملی یک کران اولیه در مقدار تابع هدف بهینه مسئله اصلی ایجاد می‌کند.

زمانی که مقدار تابع هدف زیرمسئله با برآورد در مسئله اصلی مطابقت نداشته باشد و الگوریتم به انتهای خود نرسیده باشد، یک برش بندرز که به عنوان برش بهینگی^۳ شناخته می‌شود، ایجاد می‌شود. این نوع برش معمولاً از یک نقطه در محدوده جواب‌های شدنی از چندوجهی دوگان مرتبط با زیرمسئله ایجاد می‌شود. هنگامی که زیرمسئله شدنی نباشد، یک برش بندرز که به عنوان برش شدنی^۴ شناخته می‌شود، ایجاد می‌شود. این نوع برش معمولاً از یک جهت راسی^۵ از دوگان زیرمسئله ایجاد می‌شود. برش‌های ایجاد شده به مسئله اصلی اضافه می‌شود که سپس دوباره حل می‌شود. این فرآیند تا زمانی تکرار می‌شود که کران‌های اولیه و دوگان در محدوده تحمل بهینه از پیش تعریف‌شده قرار گیرند، یا هیچ برش بندرز ایجاد نشود.

در ادامه این مقاله ابتدا به مرور ادبیات مقالات مرتبط به موضوعات این تحقیق پرداخته شده و موارد مختلف استفاده شده در مدل تحقیق بررسی می‌شود. در بخش ۳ مدل ریاضی مقاله معرفی و در بخش ۴ این مدل روی یک مثال واقعی شامل مطالعه موردی روی منطقه سه تهران آزمایش شده است. در بخش ۵ مدل ریاضی با استفاده از روش الگوریتم تجزیه بندرز حل و در بخش ۶ این روش را برای حل مسائل بزرگ‌تر با داده‌های عدد تصادفی بکار رفته است. در بخش ۷ به تحلیل حساسیت برخی پارامترهای مدل در مثال‌های موجود پرداخته و در بخش ۸ به نتیجه‌گیری‌های مربوطه و پایان تحقیق پرداخته شده است.

۲. مرور ادبیات

۲-۱. مسائل مکان‌یابی حداکثر پوشش دهی

مدل اولیه این مساله توسط چرچ و رول (۱۹۷۴) معرفی شد. با قرار دادن تعداد مشخصی از تسهیلات، میزان پوشش (جمعیت قرار گرفته تحت پوشش) را در فاصله خدمات مورد نظر حداکثر و این مسئله را به عنوان مسئله مدل‌سازی مکان‌یابی حداکثر پوشش دهی (MCLP) تعریف کردند [۱].

عطا و همکاران (۲۰۱۸) در مقاله خود برای حل مدل MCLP از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند. الگوریتم پیشنهادی در چندین نمونه MCLP از ادبیات اعمال شد و نشان داده شده است که الگوریتم ژنتیک پیشنهادی با پالایش محلی از نظر درصد پوشش و زمان محاسبه نتایج

^۱ Benders' Decomposition

^۲ Jacques F. Benders

^۳ Optimality Cut

^۴ Feasibility Cut

^۵ Extreme Ray

بهتری می‌دهد تا تقریباً در همه موارد راه حل‌ها را پیدا کند. استفاده از این استراتژی پالایش محلی از سایر روش‌های موجود برای بیشتر مثال‌های کوچک و بزرگ MCLP بهتر عمل می‌کند و میزان کلی همگرایی مدل را بهبود می‌بخشد [۵].

پوراس و همکاران (۲۰۲۱)، در مقاله خود مدل MCLP را برای مکان‌یابی **خدمات اورژانسی** با استفاده از توابع جانشین که یک نوع روش فراابتکاری است حل کردند. دو رویکرد برای به دست آوردن نسخه‌های معادل (تقریبی) از توابع هدف عبارتند از: ارزیابی جزئی^۱ و دور انداختن کارآمد^۲. ارزیابی جزئی تأثیر اپراتورها بر کیفیت راه حل‌ها را در نظر می‌گیرد. این فقط بخشی از عملکرد هدف را که با عمل اپراتورها اصلاح شده است، ارزیابی می‌کند. از طرف دیگر، دور انداختن کارآمد شامل متوقف کردن ارزیابی است که مشخص شود که قسمت باقی مانده از راه حل بر مقدار نهایی تابع هدف تأثیر نمی‌گذارد. روش‌های ابتکاری (مانند الگوریتم حریص^۳ و آزادسازی لاگرانژ) و فراابتکاری (مانند الگوریتم‌های ژنتیک، GRASP، الگوریتم انجماد تدریجی^۴ و جستجوی تابو^۵) و رویکردهای ترکیبی برای حل MCLP به روشی تقریبی استفاده شده است [۶].

در این مقاله، اصول دور انداختن کارآمد و ارزیابی جزئی برای به دست آوردن نسخه‌های کارآمدتر از تابع هدف این مسئله، یعنی تابع هدف جانبی جانشین، اعمال می‌شود. سه تابع جانشین پیشنهاد شد و در نتیجه آزمایشات انجام شده، گفته‌های زیر تأیید شد: سه تابع جانشین تعداد مقایسه فاصله را با توجه به عملکرد هدف اصلی کاهش می‌دهد، توابع با ارزیابی جزئی باعث می‌شود بیش از ۸۰٪ از زمان اصلی ذخیره شود، آزمایشات آماری ثابت کرد که بین توابع تفاوت معنی داری وجود دارد [۶].

زرنندی و همکاران (۲۰۱۱) در مقاله خود از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری به منظور حل MCLP در اندازه‌های بزرگ‌تر استفاده کردند. در این مقاله، مسائل با حداکثر ۲۵۰۰ گره حل شده و عملکرد الگوریتم ژنتیک پیشنهادی بر روی مجموعه‌ای از مسائل آزمایشی نشان داده شده است. آزمایشات نشان می‌دهد که الگوریتم ژنتیک قادر به حل مسائل در مقیاس بزرگ با خطاهای ناچیز در مدت زمان معقول است [۷].

در مقاله **جیا و همکاران (۲۰۰۷)** بحران‌های با مقیاس بزرگ به‌عنوان رویدادهای نادری تعریف شده‌اند که پاسخ‌دهندگان اورژانس محلی را تحت تأثیر قرار می‌دهند و به کمک منطقه‌ای و یا ملی نیاز دارند، مانند بلایای طبیعی (مثل زلزله و طوفان) و حملات تروریستی مانند ۱۱ سپتامبر. هدف تحقیق آنها تعیین مکان‌های بهینه خدمات پزشکی اورژانس برای رفع نیازهای ایجاد شده توسط بحران‌های بزرگ است. اگرچه مدل‌های مکان‌یابی تأسیسات برای قرار دادن هر نوع خدمات در یک شبکه، از بیمارستان‌ها گرفته تا ایستگاه‌های آتش‌نشانی و مناطق تریاژ استفاده می‌شوند، در این کار فقط مسائل مکان‌یابی تجهیزات پزشکی برای موارد اضطراری در مقیاس بزرگ مورد بحث قرار گرفته‌اند [۸].

۲-۲. مدل‌های ظرفیت‌دار

یک فرض اساسی مهم در MCLP این است که تأسیسات مستقر شده دارای ظرفیت‌های نامحدود هستند. با این حال، این فرض از بسیاری جهات مشکل‌ساز است. اکثر امکانات به دلایل فیزیکی، سیاسی، ساختاری، منطقه‌ای و غیره محدودیت‌هایی در قابلیت‌های خدماتی دارند. رویکرد برجسته برای برخورد با فرض قابلیت‌های خدمات نامحدود، محدود کردن کل خدمات ارائه شده توسط هر یک از تسهیلات است. یعنی محدودیت‌های ظرفیت باید به مدل اضافه شوند [۹]. به همین ترتیب، مسئله مکان‌یابی حداکثر پوشش‌دهی ظرفیت‌دار^۶ (CMCLP) با استفاده از محدودیت‌هایی برای ردیابی و جلوگیری از بار کاری (کل خدمات) برای هر تسهیل از حد تعیین‌شده، معرفی شده است [۱۰].

مقاله **شو و همکاران (۲۰۲۰)** به بررسی مسائل و چالش‌های مرتبط با کاربرد مدل‌های پوشش ظرفیتی می‌پردازد. **مطالعات موردی شامل ارائه خدمات در دو شهر سن خوزه و سانتا باربارا که در مجموع شامل ۱۸۰ نمونه کاربردی برای برجسته کردن مسائل و موارد مرتبط با تسهیلات ظرفیت‌دار در عمل ارائه شده است.** این مدل در نرم افزار GIS تجاری ساختار یافته و حل شده است که امکان ساختاردهی و حل یک مسئله پوشش‌دهی با تسهیلات ظرفیت‌دار را برای کاربران عمومی فراهم می‌کند. این سیستم یک محیط یکپارچه برای کسب، مدیریت، دستکاری، تجزیه و تحلیل و نمایش داده‌ها فراهم می‌کند که عموماً برای رویکردهای دقیق حل امکان‌پذیر نیست. یافته‌ها نشان می‌دهند که اعمال محدودیت‌های ظرفیت، پیچیدگی محاسباتی برای حل مسئله حداکثر پوشش‌دهی با تسهیلات ظرفیت‌دار را افزایش می‌دهد و بنابراین ارتباط نتایج به‌دست‌آمده به صورت ابتکاری باید بهبود یابد. از لحاظ تئوری، محدودیت‌های ظرفیت، حد بالا محدودتری را برای محدوده حجم کار تسهیلات اعمال می‌کنند. از لحاظ تجربی، بدون محدودیت ظرفیت، محدوده حجم کار تسهیلات ممکن است به‌طور قابل توجهی متفاوت باشد. به این ترتیب ممکن است مقداری از تقاضا برای ارائه خدمات اختصاص داده نشود، اما در استاندارد خدمت‌دهی باقی بماند. و همچنین، مقداری تقاضا ممکن است به یک تسهیل دورتر اختصاص داده شود که منجر به تلاش‌های بیشتر ارائه‌دهندگان خدمات در سفر به نقاط تقاضا بشود [۱۱].

^۱ Partial evaluation

^۲ Efficient discarding

^۳ Greedy-add

^۴ Simulated annealing

^۵ Tabu search

^۶ Capacitated maximal covering location problem

در مطالعه **حاتمی و همکاران (۲۰۲۱)**، ناوگان ناهمگونی از وسایل نقلیه با ظرفیت‌های حمل متفاوت در نظر گرفته شده است. هدف تعیین تعداد و انواع وسایل نقلیه مورد نیاز علاوه بر مکان‌یابی تسهیلات جدید است تا تقاضای تحت پوشش به حداکثر برسد. بنابراین، یک روش ابتکاری و یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله به صورت **ابتکاری** پیشنهاد شد. برای یافتن موثرترین تکنیک راه‌حل، مجموعه‌ای از مسائل با اندازه‌های مختلف به‌طور تصادفی تولید و با روش‌های پیشنهادی حل می‌شوند. نتایج به‌دست‌آمده از دو رویه راه‌حل، عملکرد بهتر **رویکرد ابتکاری** را بر الگوریتم ژنتیک از نظر کیفیت راه‌حل‌ها و زمان اجرا تأیید می‌کنند [۱۲].

واستا و جایاسوال (۲۰۲۱) در مقاله خود با در نظر گرفتن مسئله مکان‌یابی حداکثر پوشش چند دوره‌ای ظرفیت‌دار با عدم قطعیت سرور، بار دیگر توجه خود را روی حوزه بهداشت و سلامت گذاشتند و به مسئله انتصاب پزشکان به مراکز بهداشتی اولیه موجود و غیرفعال پرداختند. آن‌ها این کار را با وجود دستورالعمل‌های روشن در مورد حداکثر جمعیت قابل ارائه توسط هر مرکز بهداشت و درمان و عدم قطعیت در دسترس بودن پزشکان در افق برنامه‌ریزی انجام دادند. در زمینه مراکز بهداشتی اولیه، جمعیت (تقاضای کاربر) که نیاز به خدمات‌رسانی تسهیلات را دارند در طول زمان تغییر می‌کند، و همچنین تعداد پزشکانی که از دوره‌ای به دوره دیگر در دسترس می‌شوند تغییر می‌کند. در چنین سناریویی، تصمیم بهینه مکان تسهیلات در یک دوره ممکن است در دوره‌های آتی کمتر از حد مطلوب باشد و بنابراین ممکن است نیاز به بازبینی مجدد داشته باشد. این منجر به یک مسئله مکان‌یابی تسهیلات چند دوره‌ای^۱ (MFLP) می‌شود، که در آن پارامترهای مسئله (مانند تقاضا، تعداد تسهیلات برای باز شدن) با زمان تغییر می‌کند. نویسندگان یک روش حل دقیق مبتنی بر تجزیه بندرز همراه با چندین اصلاح که از ساختار اساسی مسئله برای حل بسیار کارآمد نمونه‌هایی با اندازه‌های عملی بهره‌برداری می‌کند، ارائه کردند [۱۳].

۳-۲. مدل‌های پویا

در نسخه پویا یا چند دوره‌ای مسئله مکان‌یابی تسهیلات، فرض بر این است که تقاضای گره‌ها با زمان تغییر می‌کند و در نتیجه، تسهیلات می‌توانند در بین دوره‌ها باز یا بسته شوند [۱۴].

واستا و جایاسوال (۲۰۱۶) در مقاله خود به مسئله مکان‌یابی تسهیلات (FLP)^۲ که مسئله یافتن زیرمجموعه بهینه در مجموعه مشخصی از مکان‌های نامزد تسهیلات در چندین دوره برنامه‌ریزی است پرداخته‌اند. این مدل برای مکان‌یابی مراکز بهداشت اولیه ایجاد شده است که با توجه به این‌که این مکان‌ها در دوره‌های مختلف به تعداد متفاوتی از پزشکان دسترسی دارند، به صورت چند دوره‌ای یا پویا طراحی شده است. نویسندگان از روش راه حل دقیق مبتنی بر تجزیه بندرز^۳ با اصلاحات برای حل نمونه‌های واقعی مسئله ارائه کردند. این اصلاحات در روش بندرز شامل روش‌های ابتکاری برای زیرمسئله‌ها و روش‌های تقویت، که باعث کاهش چشمگیر زمان محاسباتی لازم برای حل نمونه‌های مسئله با حداکثر ۲۰ تسهیلات، ۵۰۰ گره تقاضا و ۵ دوره شد [۳].

در میان روش‌های فراابتکاری ترکیبی که تا کنون پیشنهاد شده‌اند، **کالدین و همکاران (۲۰۱۷)** در مقاله خود در یک مدل‌سازی مکان‌یابی تسهیلات پویا بر روی مجموعه یا پورتفولیو الگوریتم‌ها تمرکز کرده‌اند، که به عنوان مجموعه‌ای از الگوریتم‌های مختلف (یا همان الگوریتم با تنظیمات مختلف) تعریف می‌شوند که به‌طور موازی اجرا می‌شوند و اطلاعات مربوط به فرآیند جستجوی خود را به اشتراک می‌گذارند. همچنین این مجموعه الگوریتم شامل سازگاری، همکاری و یادگیری می‌باشد. این نمونه کارها از یک استراتژی تکاملی و سه روش مختلف **شبیه‌سازی تبرید** شده تشکیل شده است. مجموعه الگوریتم همه الگوریتم‌های فردی را به طور قابل توجهی بهبود بخشید که نتایج در تمام موارد در نظر گرفته شد [۱۵].

در مقاله **حاجی پور و همکاران (۲۰۲۲)**، یک فرمول ریاضی برای مکان‌یابی ایستگاه‌های آتش‌نشانی و تسهیلات اختصاص یافته به ایستگاه‌ها در دوره‌های مختلف و شرایط اضطراری (جنگ‌ها و بلایای طبیعی) ارائه شده است. هدف اصلی این مطالعه تعیین موقعیت جایگاه ایستگاه و تعداد خودروهای خدماتی در هر ایستگاه در دوره‌های مختلف برای داشتن حداکثر پوشش و بهترین استفاده از ماشین‌آلات خدماتی می‌باشد. برای حل این مدل، دو الگوریتم فراابتکاری شامل بهینه‌سازی ازدحام ذرات^۴ (PSO) و الگوریتم کلونی مصنوعی زنبورها^۵ (ABC) با تلفیقی کروموزوم کارآمد اجرا شده‌اند [۱۶].

مقاله **زرنندی و همکاران (۲۰۱۳)** یک نسخه پویا چند دوره‌ای از MCLP را برای زنجیره تامین در محدوده بزرگ پیشنهاد می‌کند. به منظور ارائه خدمات به مردم در صورت وقوع حوادث احتمالی در جاده و بر اساس ترافیک روزانه، تعطیلات، شرایط آب و هوایی و بسیاری عوامل دیگر، ممکن است تعداد تسهیلاتی که قرار است در آن قرار گیرد در بازه‌های زمانی مختلف در نوسان باشد. این مقاله با پیشنهاد یک الگوریتم انجماد تدریجی کارآمد به تحقیقاتی کمک می‌کند که قادر به حل MCLP های پویا با حداکثر ۲۵۰۰ گره و ۲۰۰ مکان بالقوه است. آزمایش‌ها نشان داد که رویکرد پیشنهادی راه‌حلی با خطای کمتر از یک درصد پیدا می‌کند [۱۷].

^۱ Multi-period facility location problem

^۲ Facility Location Problem

^۳ Benders decomposition

^۴ Particle swarm optimization

^۵ Artificial bee colony

مقاله مارین و همکاران (۲۰۱۸) یک مدل مکان‌یابی پوشش گسسته بسیار کلی را معرفی می‌کند که جنبه‌های عدم قطعیت وابسته به زمان را در مقدار لازم پوشش خدمت و مقدار خدمت قابل ارائه توسط تسهیلات نشان می‌دهد. این مدل در چندین دوره تنظیم می‌شود و در این تحقیق هدف این است که جامعیت مدل‌های بهینه‌سازی مورد استفاده در مسائل مکان‌یابی پوشش‌دهی گسسته معرفی و نشان داده شود تا دو ویژگی (به تنهایی یا ترکیبی) مرتبط عملی به تصویر کشیده شوند: وابستگی زمانی جنبه‌هایی مانند تقاضا و هزینه‌ها، به اضافه عدم قطعیتی که اغلب زیربنای پارامترهای مسئله است. این مدل با یک روش ابتکاری مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ حل شده است [۱۸].

۴-۲. مدل‌های ماژول دار

تقریباً همه تسهیلات از واحدها و بخش‌های مختلف تشکیل شده‌اند که این واحدها با نام ماژول شناخته می‌شوند. در نمونه‌های واقعی مثل بیمارستان، محل بیمارستان جزو تسهیلات است و ماژول‌ها شامل آمبولانس‌ها، اتاق‌های عمل و کارمندان در طول افق زمانی هستند. در مراکز امداد رسانی در برابر فاجعه، محل مراکز تسهیلات بوده و ماژول‌ها شامل چادرها، واحدهای ارائه آب و غذا و غیره هستند. در سوپر مارکت‌ها، تسهیلات محل سوپر مارکت‌ها است و ماژول‌ها شامل قفسه مواد غذایی گرم، قفسه نوشیدنی، قفسه محصولات سرد و غیره می‌باشند [۲]. در تسهیلات ماژولی، سازه‌های سیار می‌توانند پس از اتمام مأموریت خود به مناطق دیگر منتقل شوند و به دلیل قابلیت استفاده مجدد ماژول‌ها در سایر شرایط، می‌توانند منجر به کاهش کل هزینه شوند. ماژولار بودن می‌تواند برای ارتقای قابلیت بازیافت و استفاده مجدد از قطعات محصول به جای افزایش طول عمر محصول مفید باشد. علاوه بر این، زمانی که کاربر می‌تواند ماژول‌هایی را برای ارتقا یا افزایش طول عمر محصولی که مالک آن است خریداری کند مفید است. همچنین می‌تواند تأثیرات مخرب زیست‌محیطی برخی محصولات را به دلیل منسوخ شدن سریع کاهش دهد. چنین استراتژی‌های ارتقا در معرفی و جایگزینی ماژول‌ها می‌تواند توسط شرکت‌ها برای افزایش سود اتخاذ شود [۱۹].

آلمن و ژانگ (۲۰۲۰) در مقاله خود به بازارهای نوسانی امروزی و چالش‌های تولیدکنندگان که تقاضای محصول توزیع شده و نوسانی را برآورده می‌کنند پرداخته‌اند. یک نوع جدید از مسئله مکان‌یابی تسهیلات پویا معرفی شده است که از آن به عنوان مسئله مکان‌یابی تسهیلات پویا و سیار^۱ (DMMFLP) یاد می‌شود. در اینجا، تأسیسات از ماژول‌ها تشکیل شده‌اند و ظرفیت تولید آن‌ها بستگی به این دارد که کدام ماژول و چند واحد از هر ماژول در محل تأسیسات باشد. هدف DMMFLP این است که بشود تصمیم گرفت کجا و در چه زمانی ماژول‌ها را در بازه‌های زمانی متعدد با کمترین هزینه قرار داده و جابه‌جا و در عین حال تقاضای معین را برآورده کرد. در این مقاله از الگوریتم شاخه و قیمت برای حل مدل استفاده شده است [۴].

مقاله سیلوا و همکاران (۲۰۲۱) مسئله مکان‌یابی پویا با ظرفیت‌های ماژولی^۲ (DFLPM) را بررسی می‌کند. DFLPM با استفاده از روش‌های ابتکاری متناسب با سناریوهای مختلف و ساختارهای هزینه حل می‌شود. نویسندگان سه روش ابتکاری مبتنی بر آزادسازی خطی (LRH) و یک روش ابتکاری تکاملی را پیشنهاد کردند که یک الگوریتم ژنتیک را با یک نزول همسایگی متغیر^۳ (GA + VND) ترکیب می‌کند. آزمایش‌هایی گزارش شده‌اند که روش‌های ابتکاری را با فرمول‌بندی پیشرفته برنامه‌نویسی عدد صحیح مختلط (MIP) برای مسئله مقایسه می‌کنند. نشان داده شده که عملکرد روش‌ها به ویژگی‌های نمونه حل شده بستگی دارد. برای نمونه‌های معیار، الگوریتم LRH بهبود یافته توسط VND، در کمتر از نصف زمان MIP، راه‌حل‌هایی با اختلاف ۰.۰۲٪ از راه‌حل‌های بهینه پیدا می‌کند. برای سناریوهایی که هزینه‌های ساخت‌وساز بالاتر و اندازه ماژول‌ها کمتر است، GA+VND برای حل مسئله مؤثر بوده و از LRH و MIP عملکرد بهتری دارد [۲۰].

۳. مدل‌سازی ریاضی مسئله تحقیق

مسئله مکان‌یابی حداکثر پوشش در مقاله پایه با فرضیات زیر که فرضیات پایه این مقاله می‌باشد، مدل‌سازی شده است [۲]:

- محل‌های هر یک از تسهیلات در ابتدای اولین دوره تعیین و سپس در ابتدای دوره‌های بعد با توجه به اینکه فرض می‌کنیم یک حادثه رخ داده است، ماژول‌ها به این محل‌های بالقوه اختصاص داده می‌شوند.
- ماژول‌ها اندازه‌های متنوعی دارند و همگی از ظرفیت معینی برخوردار هستند.
- تعداد و اندازه ماژول‌ها با مدل مشخص می‌شود.
- ماژول‌ها می‌توانند جابه‌جا شوند و در ساختار تسهیلات و کل سیستم تغییر ایجاد کنند که این بستگی به تقاضا دارد.
- به دلیل وجود نوسانات در تقاضا مسئله در چند دوره مدل‌سازی می‌شود.

^۱ Dynamic Modular and Mobile Facility Location Problem

^۲ Dynamic Facility Location Problem with Modular Capacities

^۳ Variable neighborhood descent

این‌ها مفروضات اساسی هستند و در ادامه به مفروضات مربوط به عدم در دسترس بودن کل ظرفیت برخی ماژول‌ها و ارائه سرویس پشتیبان می‌پردازیم:

در مسائل مکان‌یابی حداکثر پوشش کلاسیک، تسهیلات یک شعاع خدمت دارند که فقط به تقاضای داخل آن شعاع می‌توانند پاسخ بدهد. در این مدل هر ماژول دو نوع شعاع خدمت دارد، شعاع خدمت پایه و پشتیبان. شعاع خدمت پایه شعاعی است که ماژول‌ها در حالت اصلی و پایه به تقاضای آن پاسخ می‌دهند. در صورتی که یک ماژول نتواند با تمام ظرفیت خدمت ارائه کند، ماژول‌های اطراف می‌توانند تقاضای بی‌پاسخی که در شعاع پشتیبانشان قرار دارد را پوشش دهند. متقابلاً دو نوع تقاضا داریم که به ماژول‌ها اختصاص می‌یابند، تقاضای مورد انتظار خدمات پایه و پشتیبان که هر کدام به ماژول خاص اختصاص داده می‌شود.

تابع هدف مدلی که ساخته می‌شود به دنبال این مقصود است: ماکزیمم کردن پوشش و پاسخ‌دهی به تقاضای پایه و پشتیبان در حالی که هزینه اختصاص دادن ماژول‌ها به تسهیلات مینیمم شود.

متغیرهای تصمیم نیز نشان دهنده موارد زیر می‌شوند:

- انتخاب محل مورد نظر برای بازگشایی تسهیل
 - استقرار ماژول خاص با اندازه خاص در دوره خاص در تسهیل خاص
 - تخصیص تقاضای پایه نقطه در دوره خاص تحت پوشش ماژولی که به آن تخصیص داده شده است
 - تخصیص تقاضای پشتیبان نقطه در دوره خاص تحت پوشش ماژولی که به آن تخصیص داده شده است.
- در ادامه به معرفی نمادهای اندیس‌ها و پارامترهای مربوط به مدل می‌پردازیم.

مجموعه‌ها

$i \in I$	مکان تسهیلات
$j \in J$	نقاط تقاضا
$l \in L$	ماژول
$k \in K$	اندازه ماژول (تعداد)
$t \in T$	دوره زمانی
$t' \in T'$	روز

پارامترها

S^m	فاصله ماکزیمم پوشش کامل پایه
S'^m	فاصله ماکزیمم پوشش جزئی پایه
S^b	فاصله ماکزیمم پوشش کامل پشتیبان
S'^b	فاصله ماکزیمم پوشش جزئی پشتیبان
d_{ij}	فاصله بین مکان بالقوه تسهیل i و نقطه تقاضا j
g_{ij}^m	مقدار پوشش پایه که تسهیل i برای نقطه تقاضا j ارائه میکند

$$g_{ij}^m = \begin{cases} 1 & \text{if } d_{ij} \leq S^m \\ f(d_{ij}) & \text{if } S^m < d_{ij} \leq S'^m \\ 0 & \text{if } S'^m < d_{ij} \end{cases}$$

$$g_{ij}^b = \begin{cases} 1 & \text{if } d_{ij} \leq S^b \\ f'(d_{ij}) & \text{if } S^b < d_{ij} \leq S'^b \\ 0 & \text{if } S'^b < d_{ij} \end{cases}$$

مقدار پوشش پشتیبان که تسهیل i برای نقطه تقاضا j ارائه میکند

a_{jl}^m	تقاضا مورد انتظار از نقطه j برای ارائه خدمت پایه توسط ماژول l در دوره t در روز t'
a_{jl}^b	تقاضا مورد انتظار از نقطه j برای ارائه خدمت پشتیبان توسط ماژول l در دوره t در روز t'
b_{lk}	بیشترین مقدار ظرفیت برای ماژول l با سایز k
b'_{lk}	کمترین مقدار ظرفیت برای ماژول l با سایز k
c_j^m	درآمد بدست آمده از پوشش پایه نقطه تقاضا j
c_j^b	درآمد بدست آمده از پوشش پشتیبان نقطه تقاضا j
β_i	مساحت کل تسهیل i (یا فضای قابل استفاده در تسهیل i)
R_{lk}	فضای مورد نیاز ماژول l با سایز k
h_{ilkt}	هزینه استقرار ماژول l با سایز k در تسهیل i از دوره t در روز t'
p	تعداد تسهیلاتی که قرار است مکان یابی شوند
e	هزینه ثابت احداث هر تسهیل در دوره اول

متغیرهای تصمیم

$$V_i = \begin{cases} 1 & \text{اگر تسهیل } i \text{ بنا شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$Y_{ilkt} = \begin{cases} 1 & \text{اگر ماژول } l \text{ با سایز } k \text{ در تسهیل } i \text{ در دوره } t \text{ و روز } t' \text{ قرار بگیرد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x_{ijlt}^m & \text{مقدار پوشش تقاضا پایه } j \text{ توسط ماژول } l \text{ در تسهیل } i \text{ در دوره } t \text{ و روز } t' \\ x_{ijlt}^b & \text{مقدار پوشش تقاضا پشتیبان } j \text{ توسط ماژول } l \text{ در تسهیل } i \text{ در دوره } t \text{ و روز } t' \end{aligned}$$

مدل

$$\text{Max} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} (c_j^m g_{ij}^m a_{jl}^m x_{ijlt}^m + c_j^b g_{ij}^b a_{jl}^b x_{ijlt}^b) - \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} h_{ilkt} Y_{ilkt} - \sum_{i \in I} e v_i \quad (1)$$

محدودیت‌ها

$$\sum_{k \in K} Y_{ilkt} \leq V_i \quad \forall i, l, t, t' \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} (x_{ijlt}^m + x_{ijlt}^b) \leq 1 \quad \forall j, l, t, t' \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} (a_{jl}^m x_{ijlt}^m + a_{jl}^b x_{ijlt}^b) \leq \sum_{k \in K} b_{lk} Y_{ilkt} \quad \forall i, l, t, t' \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} (a_{jl}^m x_{ijlt}^m + a_{jl}^b x_{ijlt}^b) \geq \sum_{k \in K} b'_{lk} Y_{ilkt} \quad \forall i, l, t, t' \quad (5)$$

$$\sum_l \sum_k R_{lk} Y_{ilkt} \leq \beta_i V_i \quad \forall i, t, t' \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} V_i \leq p \quad (7)$$

$$Y_{ilkt} \in \{0, 1\}, V_i \in \{0, 1\}, x_{ijlt}^m \geq 0, x_{ijlt}^b \geq 0, \quad \forall i, j, l, k, t, t' \quad (8)$$

(۱) تابع هدف شامل سه جمله است که به ترتیب این موارد را نشان می‌دهد: درآمد حاصل از پوشش خدمت پایه و پشتیبان، هزینه استقرار هر ماژول در هر دوره، هزینه احداث هر تسهیل در دوره اول. که در کل ماکزیمم کردن سود حاصل از پوشش تقاضای تخصیص داده شده پایه و پشتیبان را نشان می‌دهد که به این واسطه مکان‌یابی پوشش این تقاضا ماکزیمم می‌شود.

- (۲) زمانی مازولی به تسهیل i اختصاص پیدا می‌کند که تسهیل i بنا شده باشد، همچنین در هر تسهیل از هر نوع مازول در هر دوره و روزی فقط یک سائز میتواند وجود داشته باشد
- (۳) مقدار پوشش پایه و پشتیبان کل هر نقطه تقاضا (از یک نوع مازول در هر دوره زمانی) توسط تمامی تسهیلات حداکثر یک است
- (۴) و (۵) اگر مازول با سائز k در تسهیل i مستقر شد ماکزیمم و مینیمم ظرفیت مازول باید رعایت شود، همچنین تا زمانی که مازولی مستقر شود حق داریم به آن تقاضای پایه و پشتیبان اختصاص دهیم
- (۶) در هر دوره و روز فضایی که مازول‌ها با سائزهای مختلف در تسهیل i اشغال می‌کنند نباید از فضای کل در دسترس در آن تسهیل بیشتر باشد
- (۷) تعداد کل تسهیلات مکان یابی شده از p نباید بیشتر شود
- (۸) **دامنه متغیرهای تصمیم احداث تسهیلات و استقرار مازول‌ها که صفر و یک، و متغیرهای مقدار پوشش تقاضای پایه و پشتیبان که پیوسته مثبت هستند.**

۴. مطالعه موردی منطقه سه تهران

مدل این مقاله بر روی داده‌های واقعی مربوط به منطقه ۳ تهران اجرا شد. شهرداری تهران در هر ناحیه و منطقه محل‌هایی برای زمان‌هایی که بحران رخ می‌دهد تعیین کرده که با عنوان "محل‌های تخلیه اضطراری" شناخته می‌شوند. این مکان‌ها غالباً شامل پارک‌ها، بوستان‌ها، زمین‌های خالی، حیاط برخی مدارس و غیره هستند. در این تحقیق از این مکان‌ها به عنوان محل‌های بالقوه تاسیس تسهیلات جهت ارائه خدمات استفاده شده است. همانطور که در مقدمه ارائه شد، به طور کلی در زمانی که بحرانی رخ می‌دهد مردم تاثیر دیده به ۴ نوع خدمت نیاز پیدا می‌کنند: کمک‌های اولیه، ارائه آب و غذا، استحمام و خواب. به همین ترتیب ۴ نوع مازول برای ارائه این خدمات در نظر گرفته شده است.

جدول ۱ اطلاعات مربوط به مازول‌های ارائه خدمات مورد نظر
Information about the desired service providing modules

هزینه برای یک نفر (تومان)	اندازه (متر)	ظرفیت (نفر)	مدل	نوع مازول
۳۶,۵۰۰	۵.۵*۱.۸	۱۲۵	سه دوشه+یک توالت	اتاق های استحمام
	۹.۸*۲.۵	۷۵۰	هشت دوشه+هشت توالت	
۱۵,۰۰۰	۹.۵*۲.۶	۴۸	یک	کاراوان های خواب
	۱۰.۴*۲.۶	۵۴	دو	
	۱۷.۲*۲.۶	۱۳۵	سه	
۲۰۰,۰۰۰	۷.۶*۲.۷	۳۰۰	۱۵.۸m ^۲	واحد های ارائه آب و غذا
	۱۱.۶*۲.۷	۱۰۰۰	۲۵.۳m ^۲	
۱۰۰,۰۰۰	۹.۵*۲.۶	۲۴۰	دو اتاق معاینه+اتاق پذیرش	واحد های کمک های اولیه
	۱۲.۲*۲.۶	۳۴۰	سه اتاق معاینه+اتاق پذیرش	

با توجه به هزینه‌های حساب شده و انواع مازول در دسترس، هر نوع مازول را به ۴ اندازه دسته‌بندی کرده و هزینه اسقرارشان با توجه به ظرفیتشان اندازه گرفته می‌شود. اطلاعات مربوط به هر مازول در جدول ۱ دیده می‌شود. هر دوره در سه روز (t') مورد مطالعه قرار گرفته شده است. هزینه‌های روز دوم ۱۰٪ از روز اول کمتر و هزینه‌های روز سوم ۱۰٪ از روز دوم کمتر هستند.

همچنین فواصل مکان‌های بالقوه با نقاط تقاضا (i و j ها در مدل) و نیز مساحت‌های هر محل تخلیه اضطراری به کمک گوگل‌مپ بدست می‌آید. داده‌های مربوط به جمعیت محلات که نقاط تقاضای ما هستند نیز در دسترس شهرداری تهران می‌باشد.

توابع g_{ij}^b و g_{ij}^m که مقادیر متنوع برای مقدار پوشش شعاع خدمت‌های متفاوت را معین می‌کنند به این گونه تعریف می‌شوند:

$$g_{ij}^m = \begin{cases} 1 & \text{if } d_{ij} \leq 1200 \\ 0.7 & \text{if } 1200 < d_{ij} \leq 1300 \\ 0.5 & \text{if } 1300 < d_{ij} \leq 1400 \\ 0.3 & \text{if } 1400 < d_{ij} \leq 1500 \\ 0 & \text{if } 1500 < d_{ij} \end{cases} \quad (9)$$

$$g_{ij}^b = \begin{cases} 0.8 & \text{if } d_{ij} \leq 1700 \\ 0.5 & \text{if } 1700 < d_{ij} \leq 1800 \\ 0.3 & \text{if } 1800 < d_{ij} \leq 1900 \\ 0.1 & \text{if } 1900 < d_{ij} \leq 2000 \\ 0 & \text{if } 2000 < d_{ij} \end{cases} \quad (10)$$

در این مثال فرض شده است که در طول ۲ دوره در ۲ نقطه متفاوت منطقه بحرانی رخ داده و محله‌های اطراف به خدمات اولیه نیاز دارند. در دوره اول بحران در محله دروس و در دوره دوم در محله کاووسیه رخ داده است. تسهیلات اطراف این نقاط به ارائه خدمت می‌پردازند. تقاضاهای پایه و پشتیبان به کمک جمعیت تخمین زده شده در هر نقطه تقاضا با تابع یکنواخت بدست آمده‌اند. برای ایجاد تقاضای پشتیبان مقدار ۲۰٪ جمعیت آن نقطه را در حد بالا تابع توزیع یکنواخت قرار داده می‌شوند زیرا در حالت واقعی نیز تقاضای پشتیبان از تقاضای پایه کمتر است. همچنین برای ایجاد تقاضا با افزایش فاصله از محل حادثه نیز حد بالا جمعیت در تابع توزیع یکنواخت کاهش داده می‌شود. از آن‌جا که هر دوره در سه روز مورد مطالعه قرار گرفته شده، در روز دوم و سوم مقداری از تقاضای جمعیت اولیه کم شده است.

با توجه به جدول ۱ هزینه پوشش هر چهار خدمت برای یک نفر برابر به ۳۵۰,۰۰۰ تومان است. با حساب ۳۰٪ سود برای پوشش هر نقطه تقاضا درآمد حاصل از پوشش تقاضای پایه هر کدام از نقاط بدست می‌آید. همچنین درآمد پوشش تقاضای پشتیبان دو برابر تقاضای پایه در نظر گرفته می‌شود.

وقتی در دو نقطه گفته شده در دو دوره بحران رخ می‌دهد نقاط تقاضا زیر که در شکل ۱ دیده می‌شوند نیازمند خدمت دهی می‌شوند:

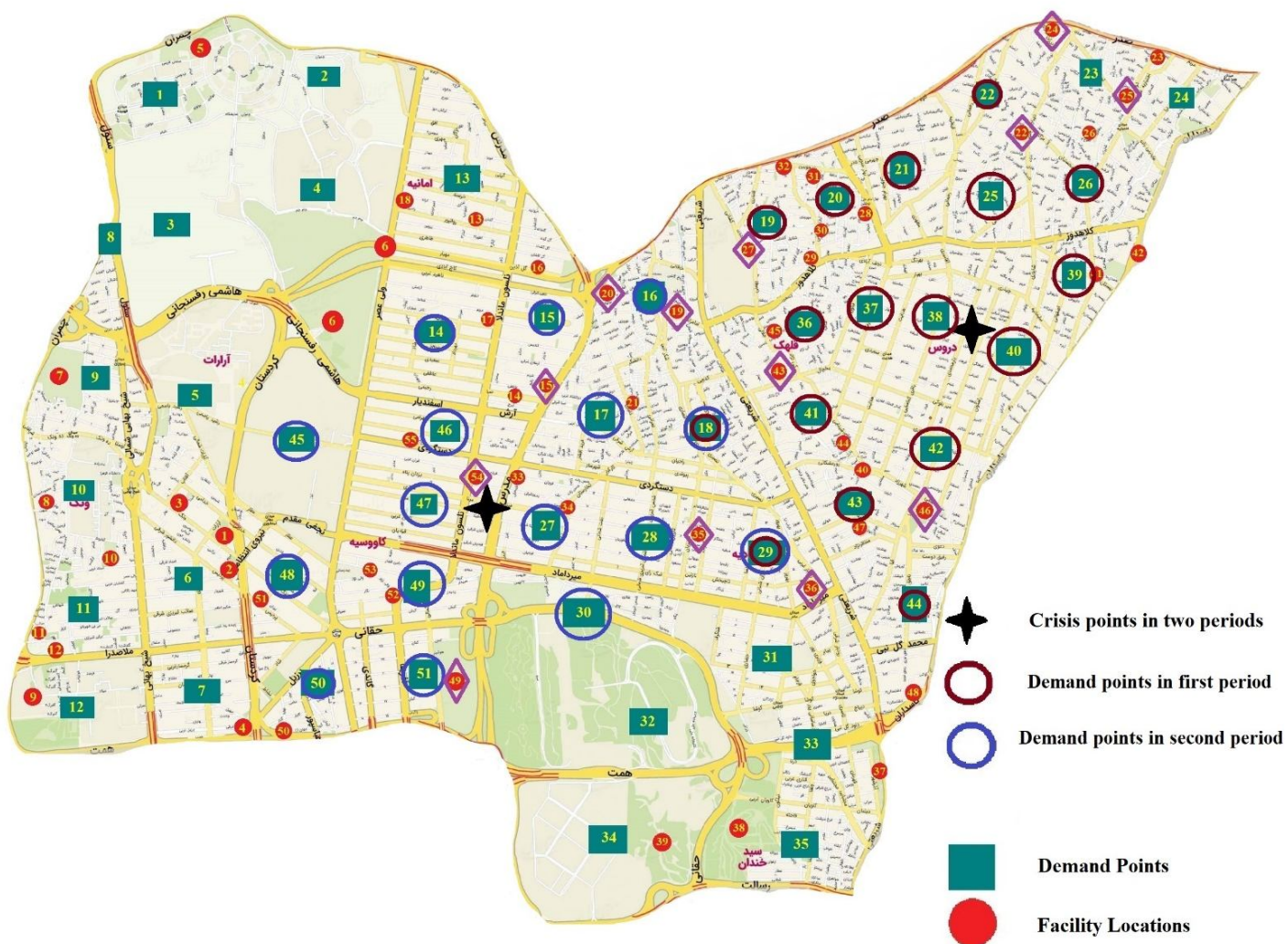
در دوره اول نقاط تقاضا به کدهای ۲۲، ۱۸، ۴۳، ۲۹، ۴۴، ۲۱، ۲۰، ۴۱، ۱۹، ۳۹، ۲۶، ۳۶، ۴۲، ۲۵، ۴۰، ۳۷، ۳۸

در دوره دوم نقاط تقاضا به کدهای ۱۶، ۵۰، ۲۹، ۳۰، ۱۸، ۱۷، ۴۵، ۱۴، ۱۵، ۲۸، ۵۱، ۴۸، ۴۹، ۲۷، ۴۶، ۴۷

با توجه به این اطلاعات بدست آمده کد مدل در برنامه گمز نسخه ۲۷.۴ وارد کرده و با Cplex Solver حل می‌شود. لپ‌تاپ مورد استفاده با سیستم عامل ۶۴ بیتی ویندوز ۱۰ و حافظه ۱۶ گیگابایتی عمل کرده و پردازنده آن Core i7-1165G7 و 2.80 GHz می‌باشد.

تعداد تسهیلاتی که به دنبال ایجاد آنها هستیم (عدد p) برابر با ۱۳ می‌باشد. برنامه در ۱۶ دقیقه و ۴۵ ثانیه به جواب نهایی می‌رسد. مقدار تابع هدف برابر ۲۲۵۸۳۲۸/۰۲۹ و مکان‌های زیر برای بنای تسهیلات انتخاب می‌شوند:

۱۵، ۱۹، ۲۰، ۲۲، ۲۴، ۲۷، ۲۹، ۳۵، ۳۶، ۴۳، ۴۶، ۴۹، ۵۴



شکل ۱ منطقه ۳ و مکان بنای تسهیلات در آن

District 3 and the places of the facilities

مقدار پوشش پایه و پشتیبان نقاط تقاضا ایجاد شده در هر دوره در جداول ۲ و ۳ ملاحظه می‌شود.

جدول ۲ درصد پوشش پایه نقاط تقاضا The percentage of main coverage of demand points

جدول ۳ درصد پوشش پشتیبان نقاط تقاضایی که پوشش داده شده‌اند
The Percentage of backup coverage of demand points

درصد	نقطه	درصد	نقطه
پوشش	تقاضا	پوشش	تقاضا
پشتیبان		پشتیبان	
۲۷	۳۷	۱۸	۱۴
۸	۳۸	۳۸	۱۵
۴۷	۳۹	۳۳	۱۸
۱۹	۴۰	۴۲	۱۹
۲۴	۴۱	۵۲	۲۰
۱۰	۴۲	۲۱	۲۱
۵۴	۴۳	۳۴	۲۲
۳۳	۴۴	۶۱	۲۶
۱۷	۴۵	۴۷	۲۷
۲۰	۴۶	۴۰	۲۸
۱۷	۴۸	۴۷	۲۹
۷۸	۴۹	۲۵	۳۰
۴۶	۵۱	۴۰	۳۶

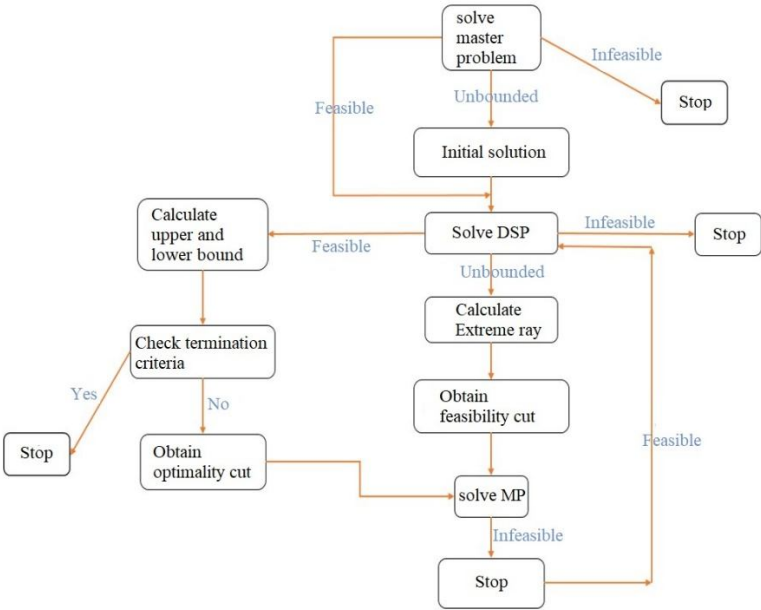
درصد	نقطه تقاضا	درصد	نقطه تقاضا
پوشش پایه		پوشش پایه	
۶۶.۶	۳۶	۵۲.۲	۱۴
۸۳.۳	۳۷	۷۵	۱۵
۹۱.۶	۳۸	۹۳.۹	۱۶
۶۶.۶	۳۹	۱۰۰	۱۷
۸۳.۳	۴۰	۱۰۰	۱۸.۱
۸۳.۳	۴۱	۷۵	۱۸.۲
۹۱.۶	۴۲	۸۳.۳	۱۹
۵۰.۳	۴۳	۷۵	۲۰
۸۳.۳	۴۴	۸۳.۳	۲۱
۹۱.۶	۴۵	۶۶.۶	۲۲
۸۳.۳	۴۶	۱۰۰	۲۵
۱۰۰	۴۷	۳۳.۳	۲۶
۹۱.۶	۴۸	۷۰.۸	۲۷
۳۵	۴۹	۸۳.۳	۲۸
۱۰۰	۵۰	۱۰۰	۲۹.۱
۵۸.۳	۵۱	۸۳.۳	۲۹.۲
		۸۳.۳	۳۰

۵. حل

مدل با الگوریتم تجزیه بندرز

در این روش حل اولین کاری که انجام می‌شود شناسایی متغیرهای سخت مدل است. متغیرهای سخت متغیرهایی هستند که از تجزیه مسئله به مسائل کوچک‌تر جلوگیری می‌کنند. معمولاً این متغیرها در چندین محدودیت وجود دارند و با ثابت کردن آن‌ها می‌توان مسئله را به دو زیرمسئله تجزیه کرد. مسئله اصلی^۱ شامل متغیرهای سخت است و این متغیرها معمولاً از جنس عدد صحیح هستند که ماهیت پیچیدگی خود را در تجزیه از دست می‌دهد. زیرمسئله که از جنس برنامه‌ریزی خطی است را با ثابت کردن متغیرهای سخت ایجاد و دوگان آن را بدست می‌آوریم. دوگان زیرمسئله از حل مسئله پیروی می‌کند.

اول مسئله اصلی حل می‌شود و نتایج آن به دوگان زیر مسئله منتقل می‌شود. زیرمسئله دوگان یک سری صفحات برشی تولید می‌کند و باعث همگرایی متغیرهای سخت به سمت مقدار بهینه می‌شود. مکانیزم عملکرد روش حل مبتنی بر تکرار حل این مسائل ساده‌تر است. حداکثر تعداد این تکرار به تعداد نقاط گوشه‌ای دوگان زیرمسئله و تعداد جهت‌های راسی دوگان زیرمسئله در بدبینانه‌ترین حالت بستگی دارد [۲۱] [۲۲][۲۳][۲۴].



^۱ Master Problem

روش اجرای الگوریتم در شکل ۲ مشاهده می‌شود. در مدل این مقاله متغیرهای سخت را y_{ilkt} و v_i در نظر گرفته و به شکل زیر مسئله را تجزیه و فرمول بندی می‌کنیم:

Master Problem

$$\text{Max } Z_{upper} \quad (11)$$

$$Z_{upper} \leq -\sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} h_{ilkt} y_{ilkt'} - \sum_{i \in I} e v_i \quad (12)$$

$$\sum_{k \in K} y_{ilkt} \leq v_i \quad \forall i, l, t, t' \quad (13)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{k \in K} R_{lk} y_{ilkt} \leq \beta_i v_i \quad \forall i, t, t' \quad (14)$$

$$\sum_{i \in I} v_i \leq p \quad (15)$$

$$Y_{ilkt} \in \{0, 1\}, V_i \in \{0, 1\} \quad \forall i, l, k, t, t' \quad (16)$$

Sub Problem

$$\text{Max } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} (c_j^m g_{ij}^m a_{jlt}^m x_{ijlt}^m + c_j^b g_{ij}^b a_{jlt}^b x_{ijlt}^b) \quad (17)$$

S.T

$$\sum_{i \in I} (x_{ijlt}^m + x_{ijlt}^b) \leq 1 \quad \forall j, l, t, t' \quad (18)$$

$$\sum_{j \in J} (a_{jlt}^m x_{ijlt}^m + a_{jlt}^b x_{ijlt}^b) \leq \sum_{k \in K} b_{lk} Y_{ilkt} \quad \forall i, l, t, t' \quad (19)$$

$$\sum_{j \in J} (a_{jlt}^m x_{ijlt}^m + a_{jlt}^b x_{ijlt}^b) \geq \sum_{k \in K} b'_{lk} Y_{ilkt} \quad \forall i, l, t, t' \quad (20)$$

$$x_{ijlt}^m \geq 0, x_{ijlt}^b \geq 0 \quad \forall i, j, l, t, t' \quad (21)$$

Dual Sub Problem

$$\text{Min } \sum_{j \in J} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} \gamma_{jlt} + \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} \lambda_{ilt} \left(\sum_{k \in K} b_{lk} \bar{y}_{ilkt'} \right) + \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} \delta_{ilt} \left(\sum_{k \in K} b_{lk} \bar{y}_{ilkt'} \right) \quad (22)$$

S.T

$$\gamma_{jlt} + a_{jlt}^m \lambda_{ilt} + a_{jlt}^m \delta_{ilt} \geq c_j^m g_{ij}^m a_{jlt}^m \quad \forall i, j, l, t, t' \quad (23)$$

$$\gamma_{jlt} + a_{jlt}^b \lambda_{ilt} + a_{jlt}^b \delta_{ilt} \geq c_j^b g_{ij}^b a_{jlt}^b \quad \forall i, j, l, t, t' \quad (24)$$

$$\gamma_{jlt}, \lambda_{ilt} \geq 0, \delta_{ilt} \leq 0 \quad \forall i, j, l, t, t' \quad (25)$$

از آن جا که زیرمسئله سه محدودیت دارد باید سه متغیر جدید برای مسئله دوگان معرفی کرد که δ_{ilt} و λ_{ilt} و γ_{jlt} آن متغیرها هستند. برش‌های بهینگی و شدنی سازی به این شکل نوشته می‌شوند:

Optimality Cut

$$Z_{upper} \leq \sum_{j \in J} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} \gamma_{jlt} + \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} \lambda_{ilt} \left(\sum_{k \in K} b_{lk} y_{ilkt'} \right) + \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} \delta_{ilt} \left(\sum_{k \in K} b_{lk} y_{ilkt'} \right) - \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} h_{ilkt} y_{ilkt'} - \sum_{i \in I} e v_i \quad (26)$$

Feasibility Cut

$$\sum_{j \in J} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} \gamma_{jlt} + \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} \lambda_{ilt} \left(\sum_{k \in K} b_{lk} y_{ilkt'} \right) + \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} \sum_{t' \in T} \delta_{ilt} \left(\sum_{k \in K} b_{lk} y_{ilkt'} \right) \leq 0 \quad (27)$$

در هر مرحله الگوریتم با بدست آمدن y_{ilkt} و v_i بهینه جدید این صفحات برشی به مسئله اصلی اضافه می‌شوند. برش بهینگی باعث بهبود مقدار حد بالا در هر تکرار می‌شود و برش شدنی‌سازی از نامتناهی شدن جواب زیرمسئله دوگان جلوگیری می‌کند. حد بالا در هر تکرار مقدار جواب بهینه تابع مسئله اصلی و حد پایین جواب تابع هدف زیرمسئله دوگان می‌باشد [۲۵] [۲۶].

$$|z_{upper} - z_{lower}| \leq \varepsilon$$

(۲۸)

بدین صورت کد الگوریتم بندرز را در برنامه گمز نوشته و با داده‌های مربوط به فصل قبل اجرا می‌کنیم. در این حالت مقدار تابع هدف برابر $2258387/983$ می‌شود که به مقدار 99.99% به مقدار تابع هدفی که در فصل قبل درآوردیم شباهت دارد. این کد در ۲۳ ثانیه و ۹ تکرار اجرا شد.

۶. تولید داده برای الگوریتم تجزیه بندرز

برای شروع کار ابتدا مقدار نقاط تقاضا و تسهیل را که قرار است هر کدام نمایانگر یک مثال‌مان باشد را تعیین می‌کنیم. این مقادیر به سه گروه مثال‌های کوچک، متوسط و بزرگ تقسیم می‌شوند. تعداد تسهیلاتی که قرار است مکان‌یابی شوند نیز باید تعیین شود (مقدار p). همچنین باید تعیین شود که هر مثال را در چند دوره (t) و در چند روز (t') اجرا می‌کنیم. جدول ۴ هر کدام از مقادیر این گروه‌بندی را نشان می‌دهد:

جدول ۴ گروه‌بندی مثال‌ها و مقادیر مربوط به هر کدام

Sample groups and values for each

تعداد نقاط تقاضا	تعداد مکان بالقوه	تعداد تسهیلات	$t'-t$
تسهيلات			
۱۰۰	۱۰	۳	۳-۲
۳۰۰	۳۰	۱۰	۳-۲
۵۰۰	۵۰	۱۳	۳-۲
۷۰۰	۷۰	۱۸	۳-۲
۱۰۰۰	۱۰۰	۲۰	۳-۳
۱۲۰۰	۱۲۰	۲۴	۳-۳

در مرحله بعد باید

تصادفی اعداد

تولید شوند. برای تولید اعداد تصادفی از توزیع یکنواخت استفاده کرده و برای هر پارامتر موجود در بازه مناسب به خودش عدد تولید می‌شود. همان‌طور که دیده می‌شود تمامی مقادیر این بازه‌ها برای تک تک مثال‌ها یکسان هستند به جز بازه مربوط به فاصله میان هر مکان بالقوه تسهیل با هر نقطه تقاضا. دلیل این موضوع این است که با رشد تعداد نقاط تقاضا، فاصله میان هر نقطه با دورترین نقطه ممکن در همان محدوده افزایش می‌یابد و این افزایش فاصله باید به درستی در بازه اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت مربوط به پارامتر d_{ij} منعکس شود. بنابراین با افزایش تعداد نقاط تقاضا این بازه نیز بزرگ‌تر می‌شود. همچنین در این مثال‌ها مقدار هر کدام از درآمدهای مربوط به پوشش تقاضای پشتیبان با افزودن 5% به درآمد مربوط به پوشش تقاضای پایه بدست می‌آید.

همان‌طور که در مقدمه ارائه شد، به طور کلی در زمانی که بحرانی رخ می‌دهد مردم تاثیر دیده به ۴ نوع خدمت نیاز پیدا میکنند: کمک‌های اولیه، ارائه آب و غذا، استحمام و خواب و غذا. به همین ترتیب ۴ نوع مازول برای ارائه این خدمات در نظر گرفته شده است. هزینه مربوط به هر مازول بر اساس هزینه‌های واقعی مربوط به هر کدام از چهار خدمت محاسبه شده است. هزینه استقرار هر مازول نیز با توجه به ظرفیت هر کدام تولید می‌شود. در جدول ۵ توابع هدف مربوط به مدل و الگوریتم تجزیه بندرز برای هر کدام از مثال‌ها مشاهده می‌شود.

جدول ۵ خروجی نرم‌افزار و تجزیه بندرز به همراه مدت زمان اجرای آن در نرم‌افزار گمز
Software output and Benders analysis along with its execution time in the GAMS software

تعداد نقاط تقاضا	تعداد مکان بالقوه تسهیلات	خروجی نرم‌افزار	تابع هدف بندرز	درصد تفاوت	زمان مدل به ثانیه	زمان تجزیه بندرز به ثانیه
۱۰۰	۱۰	۴۴۵۲۸۰.۰۸	۴۴۵۰۶۴.۰۵	۰/۰۴۸	۳	۱
۳۰۰	۳۰	۱۴۹۸۴۴۸.۹۷۵	۱۴۹۸۴۴۸.۹۷۵	۰	۱۹	۶
۵۰۰	۵۰	۱۹۵۲۰۰۷.۴۴۹	۱۹۵۲۴۷۷.۱۷۳	۰/۰۲۴	۸۴	۱۷
۷۰۰	۷۰	۲۷۰۰۲۰۲.۴۰۵	۲۷۰۰۳۴۴.۸۴۴	۰/۰۰۵۳	۴۶۹	۳۲
۱۰۰۰	۱۰۰	—	۴۳۸۹۴۸۷.۰۴	—	—	۹۳
۱۲۰۰	۱۲۰	—	۵۳۱۷۷۲۰.۴۳۶	—	—	۱۳۴

همان‌طور که قبلاً گفته شده مدل را به همراه الگوریتم تجزیه بندرز را در برنامه گمز نسخه ۲۷.۴ وارد کرده و با Cplex Solver حل می‌شود. لپ‌تاپ مورد استفاده با سیستم عامل ۶۴ بیتی ویندوز ۱۰ و حافظه ۱۶ گیگابایتی عمل کرده و پردازنده آن Core i7-1165G7 و 2.80 GHz می‌باشد. با توجه با این ویژگی‌های دستگاه در دسترس مقادیر توابع هدف مربوط به مدل و الگوریتم تجزیه بندرز برای هر کدام از مثال‌ها در مدت زمان مشخص خود بدست آمده‌اند.

همچنین مشاهده می‌شود که برای مثال‌ها با مقادیر بزرگ (مثال‌های با ۱۰۰۰ و ۱۲۰۰ نقطه تقاضا و ۳ دوره در ۳ روز) مدل اصلی مسئله قادر به حل مسئله نبوده و مقدار تابع هدف فقط از طریق الگوریتم تجزیه بندرز بدست آمده است. در جدول ۶ و ۷ میانگین مقدار پوشش‌های پایه و پشتیبان نقاط تقاضا در هر چهار مثال دیده می‌شود. در مسائلی از این گونه، با افزایش ابعاد مسئله مدت زمان رسیدن مدل به جواب آخر به صورت تصاعدی رشد می‌کند. در جدول به واضح مشخص شده است که زمان اینکه الگوریتم تجزیه بندرز به جواب پایانی کران بالا خود برسد و تابع هدف را تحویل دهد به مراتب کمتر از مدل اصلی مسئله است.

جدول ۶ میانگین مقدار پوشش پایه نقاط تقاضا در هر چهار مثال
Average main coverage value of demand points in all four samples

جدول ۷ میانگین مقدار پوشش پشتیبان نقاط تقاضا در هر چهار مثال
Average backup coverage values of demand points in all four samples

تعداد نقاط تقاضا	دوره اول	دوره دوم
۱۰۰	۰.۵۸	۰.۶
۳۰۰	۰.۸۳	۰.۸
۵۰۰	۰.۶۷۷	۰.۶۶۳
۷۰۰	۰.۷۵	۰.۷۴

تعداد نقاط تقاضا	دوره اول	دوره دوم
۱۰۰	۰.۲۶	۰.۲۷
۳۰۰	۰.۳	۰.۱۵
۵۰۰	۰.۳۱۵	۰.۳۳۵
۷۰۰	۰.۳۷	۰.۳۶

۷. تحلیل حساسیت برخی پارامترها

در این بخش قصد داریم با افزایش و کاهش برخی پارامترها شاهد تغییراتی که در جواب‌هایی که بدست می‌آوریم باشیم و به بررسی آن‌ها بپردازیم. برای تحلیل و بررسی جواب‌ها به یک سری شاخص نیاز داریم. این شاخص‌ها به ما آگاهی می‌دهند که این تغییرات چگونه و به چه مقدار بر روی نحوه پاسخ‌دهی و پوشش تقاضای پایه و پشتیبان ماژول‌ها تاثیر می‌گذارند.

- شاخص اول (*PTM*) مربوط به میانگین مجموع کل درصد تقاضای پایه‌ای است که در هر کدام از نقاط تقاضای موجود، به ازای هر دوره‌ای که مدل در آن اجرا می‌شود توسط ماژول‌هایی که در تسهیلات مجاور مستقر شده‌اند پوشش داده می‌شود. به عبارت دیگر این شاخص از میانگین جمع مقدار پوششی که تمام نقاط تقاضا در همه‌ی دوره‌ها از تمامی ماژول‌های مستقر در تسهیلات گوناگون اطراف دریافت می‌کنند، به‌دست می‌آید.
- شاخص دوم (*PTB*) مشابه شاخص اول است منتهی برای تقاضای پشتیبان تمام نقاط تقاضا در همه‌ی دوره‌هایی که مدل در آن اجرا می‌شود. به همان ترتیب شعاع پوشش مربوط به هر کدام از ماژول‌هایی که به هر نقطه تقاضا خدمت ارائه می‌دهند، شعاع خدمت بزرگتر پوشش تقاضای پشتیبان محسوب می‌شود.
- شاخص سوم (*MC*) مربوط به میانگین مجموع مقدار پوششی است که هر ماژول در هر تسهیل به تمامی نقاط تقاضای اختصاص یافته به خود ارائه می‌دهد. این مقدار از مجموع درصد پوشش هر دو خدمت پایه و پشتیبان از سوی ماژول‌های مستقر در هر کدام از تسهیلات تاسیس شده بدست می‌آید. هدف این شاخص این است که مقدار خدمت دهی هر کدام از ماژول‌های استقرار یافته را بدست بیاوریم و به نوعی بتوانیم ماژول‌ها را از نظر مقدار مشغولیت در خدمت‌دهی با یکدیگر مقایسه کنیم.

۷-۱. افزایش و کاهش درآمد

ابتدا بر روی هر کدام از مثال‌های یاد شده درآمد حاصل از استقرار هر ماژول را کم و زیاد کرده و نتایج را با درآمد اصلی مقایسه می‌کنیم.

جدول ۸ تفاوت ایجاد شده در توابع هدف مدل اصلی و مدل بندرز با تغییر در درآمد

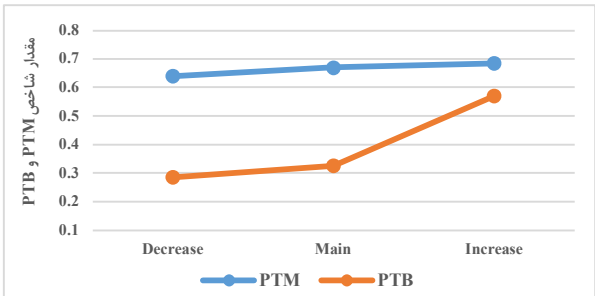
Differences in the objective functions of the original model and the Benders model with changes in income

کاهش درآمد		درآمد اولیه		افزایش درآمد	
مدل اصلی	بندرز	مدل اصلی	بندرز	مدل اصلی	بندرز
۱۳۱۵۹۰.۴۹	۴۴۵۰۶۳.۷۴	۴۴۵۰۶۴.۰۵	۹۰۳۷۹۳.۷۴	۹۰۳۷۹۴.۰۵	۱۰۰
۴۴۴۵۷۵.۶۶	۱۴۹۸۴۴۸.۹۷	۱۴۹۸۴۴۸.۹۷	۳۰۲۷۸۵۶.۴۵	۳۰۲۷۸۵۶.۴۵	۳۰۰
۵۸۰۶۸۲.۲۱	۱۹۵۲۴۷۷.۱۷	۱۹۵۲۴۷۷.۱۷	۳۹۳۱۵۰۷.۹۸	۳۹۳۱۵۰۷.۹۸	۵۰۰
۸۰۱۴۵۸.۸۲	۲۷۰۰۲۰۲.۴۰	۲۷۰۰۳۴۴.۸۴	۵۴۵۳۸۳۰.۵۶	۵۴۵۳۵۲۸.۹۶	۷۰۰

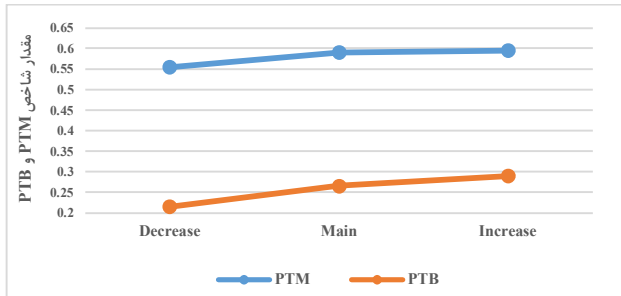
در جدول ۸ مشاهده می‌شود که تابع هدف مدل‌ها به طبع تغییر درآمد حاصل از استقرار ماژول‌ها در هر تسهیل افزایش یا کاهش می‌یابند. همچنین از جدول ۹ نتیجه می‌گیریم که افزایش یا کاهش درآمد تغییری در تعداد نقاط تقاضای پوشش داده شده توسط ماژول‌های مستقر در تسهیلات ندارد.

جدول ۹ تعداد نقاط تقاضای پوشش داده شده در هر حالت درآمد Number of demand points covered in each income state

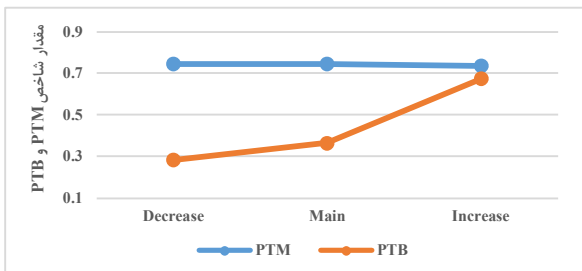
تعداد نقاط تقاضا	کاهش درآمد	درآمد اولیه	افزایش درآمد
۱۰۰	۱۰	۱۰	۱۰
۳۰۰	۲۵	۲۴	۲۴
۵۰۰	۳۷	۳۷	۴۰
۷۰۰	۴۶	۴۶	۴۵



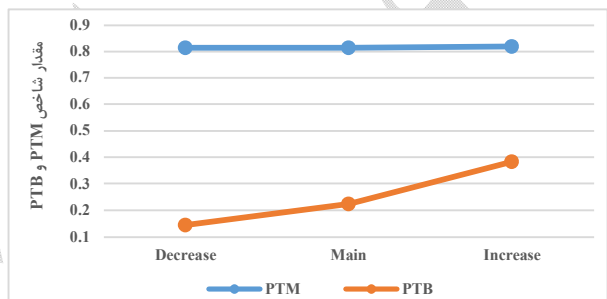
نمودار ۳ نمودار شاخص‌های پوشش تقاضا در هر وضعیت درآمد در ۵۰۰ نقطه تقاضا Graph of demand coverage indicators in each income situation at 500 demand points



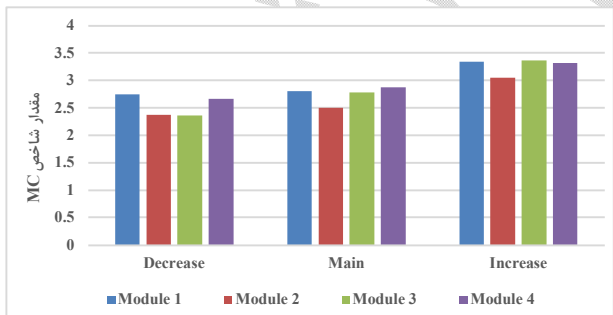
نمودار ۱ نمودار شاخص‌های پوشش تقاضا در هر وضعیت درآمد در ۱۰۰ نقطه تقاضا Graph of demand coverage indicators in each income situation at 100 demand points



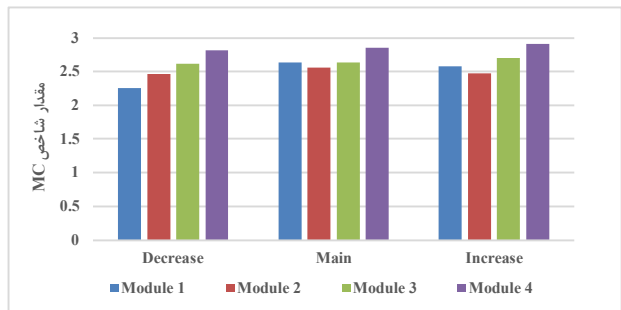
نمودار ۴ نمودار شاخص‌های پوشش تقاضا در هر وضعیت درآمد در ۷۰۰ نقطه تقاضا Graph of demand coverage indicators in each income situation at 700 demand points



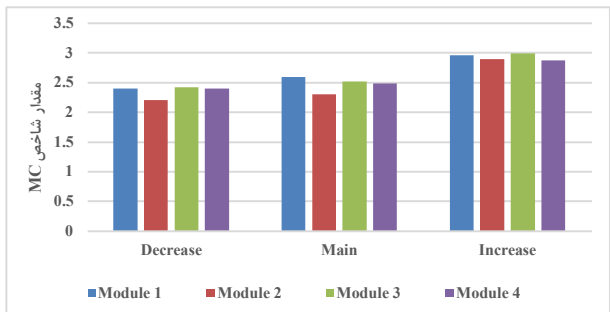
نمودار ۲ نمودار شاخص‌های پوشش تقاضا در هر وضعیت درآمد در ۳۰۰ نقطه تقاضا Graph of demand coverage indicators in each income situation at 300 demand points



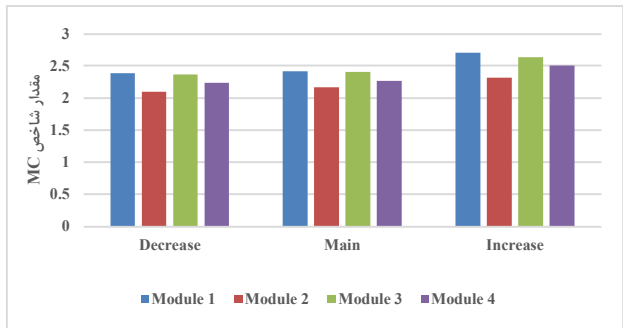
نمودار ۷ نمودارهای شاخص جمع پوشش‌های تقاضا برای هر ماژول در هر وضعیت درآمد در ۵۰۰ نقطه تقاضا تقاضا تقاضا Graph of the total demand coverage index for each module in each income situation at 500 demand points



نمودار ۵ نمودارهای شاخص جمع پوشش‌های تقاضا برای هر ماژول در هر وضعیت درآمد در ۱۰۰ نقطه تقاضا تقاضا تقاضا Graph of the total demand coverage index for each module in each income situation at 100 demand points



نمودار ۸ نمودارهای شاخص جمع پوشش‌های تقاضا برای هر ماژول در هر وضعیت درآمد در ۷۰۰ نقطه تقاضا تقاضا تقاضا Graph of the total demand coverage index for each module in each income situation at 700 demand points



نمودار ۶ نمودارهای شاخص جمع پوشش‌های تقاضا برای هر ماژول در هر وضعیت درآمد در ۳۰۰ نقطه تقاضا تقاضا تقاضا Graph of the total demand coverage index for each module in each income situation at 300 demand points

همان‌طور که از نمودارهای ۱ تا ۴ و ۵ تا ۸ مشاهده می‌شود با افزایش درآمد حاصل از استقرار ماژول‌ها در هر تسهیل میانگین پوشش هر نقطه تقاضا نیز افزایش می‌یابد. این افزایش در تقاضای پشتیبان بیشتر از تقاضای پایه دیده می‌شود. در هنگام کاهش درآمد میانگین پوشش تقاضای پشتیبان نیز کاهش می‌یابد ولی میانگین پوشش تقاضای پایه تغییر چندانی نمی‌کند. شاخص جمع پوشش‌های تقاضا برای هر ماژول مستقر در تسهیلات نیز با کاهش و افزایش درآمد تغییر اندکی می‌کند، گرچه این تغییر در مثال‌های گروه متوسط بیشتر از مثال‌های گروه کوچک است و با افزایش درآمد این مقدار اندکی زیاد می‌شود. دلیل این تغییر اندک در ثابت ماندن تعداد نقاط تقاضای پوشیده شده است؛ به بیانی ایجاد تغییر در درآمد تفاوتی در تعداد نقاط پوشیده شده به‌وجود نمی‌آورد و تنها همان نقاط تقاضای سابق را بهتر پوشش می‌دهد.

۷-۲

کاهش شعاع پوشش		شعاع پوشش اولیه		افزایش شعاع پوشش		
مدل اصلی	بندرز	مدل اصلی	بندرز	مدل اصلی	بندرز	
۴۴۰۷۰۹.۵۴	۴۴۰۷۰۹.۵۴	۴۴۵۰۶۳.۷۴	۴۴۵۰۶۴.۰۵	۴۴۸۱۷۲.۸۷	۴۴۸۱۷۲.۸۷	۱۰۰
۱۴۸۶۵۲۴.۳۶	۱۴۸۶۵۲۴.۳۶	۱۴۹۸۴۴۸.۹۷	۱۴۹۸۴۴۸.۹۷	۱۴۹۸۴۶۱.۷۹	۱۴۹۸۴۶۱.۷۹	۳۰۰
۱۹۲۹۰۳۰.۲۳	۱۹۲۹۰۳۰.۲۳	۱۹۵۲۴۷۷.۱۷	۱۹۵۲۴۷۷.۱۷	۱۹۵۴۳۵۲.۱۶	۱۹۵۴۳۵۲.۱۶	۵۰۰
۲۶۷۷۳۵۰.۶۹	۲۶۸۶۸۳۵.۰۰	۲۷۰۰۲۰۲.۴۰	۲۷۰۰۳۴۴.۸۴	۲۷۰۱۰۹۵.۱۹	۲۷۰۱۰۹۵.۱۹	۷۰۰

افزایش و کاهش شعاع پوشش

در ادامه شعاع خدمت را در هر کدام از مثال‌ها افزایش و کاهش داده و میزان تغییرات را روی شاخص‌های یاد شده بررسی می‌کنیم.

جدول ۱۰ تفاوت ایجاد شده در توابع هدف مدل اصلی و مدل بندرز با تغییر در شعاع خدمت

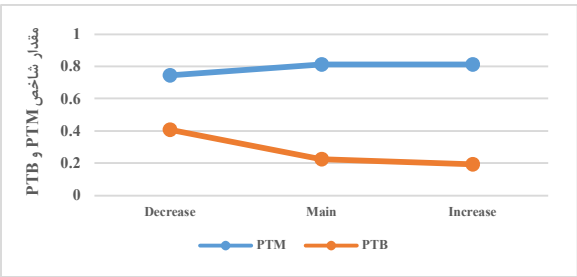
Differences in the objective functions of the original model and the Benders model with changes in service radius

جدول ۱۱ تعداد نقاط تقاضای پوشش داده شده در هر حالت شعاع پوشش
Number of demand points covered in each coverage radius mode

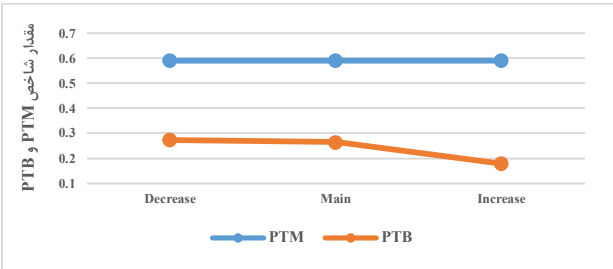
تعداد نقاط تقاضا	کاهش شعاع پوشش	شعاع پوشش اولیه	افزایش شعاع پوشش
۱۰۰	۱۲	۱۰	۱۰
۳۰۰	۴۶	۲۴	۲۴
۵۰۰	۷۵	۳۷	۳۰
۷۰۰	۷۲	۴۶	۴۵

همان‌طور که در جدول ۱۰ دیده می‌شود افزایش یا کاهش شعاع پوشش تغییر اندکی را در توابع هدف به همراه دارد. اما با کاهش شعاع پوشش، در جدول ۱۱ مشاهده می‌کنیم که درتعداد نقاط تقاضای پوشش داده شده افزایش چشمگیری رخ داده است.

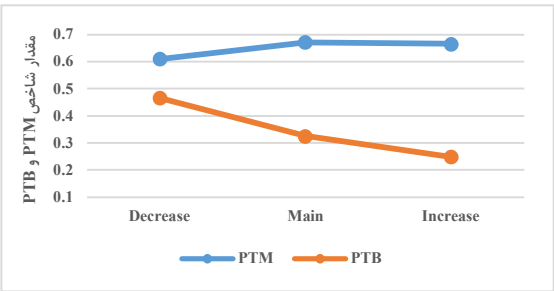
نمودار ۱۰ نمودار شاخص‌های پوشش تقاضا برای هر شعاع پوشش در ۳۰۰ نقطه تقاضا
Graph of demand coverage indices for each coverage radius at 300 demand points



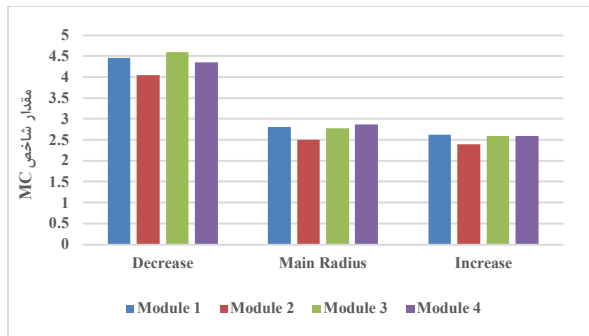
نمودار ۱۱ نمودار شاخص‌های پوشش تقاضا برای هر شعاع پوشش در ۵۰۰ نقطه تقاضا
Graph of demand coverage indices for each coverage radius at 500 demand points



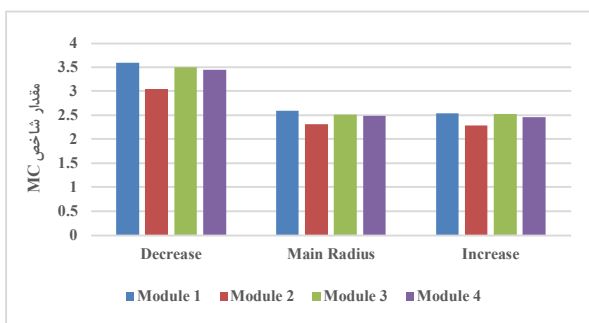
نمودار ۹ نمودار شاخص‌های پوشش تقاضا برای هر شعاع پوشش در ۱۰۰ نقطه تقاضا
Graph of demand coverage indices for each coverage radius at 100 demand points



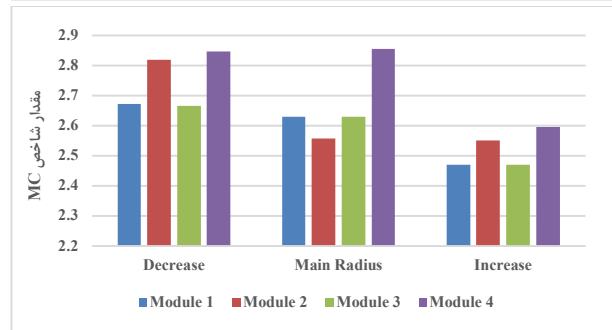
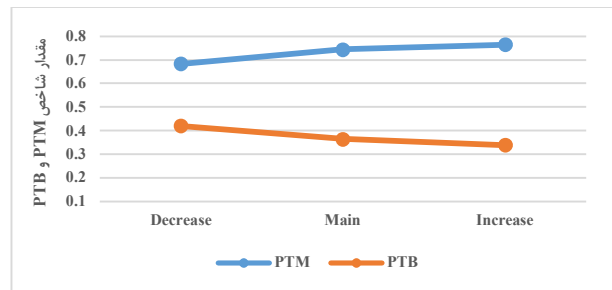
نمودار ۱۲ نمودار شاخص‌های پوشش تقاضا برای هر شعاع پوشش در ۷۰۰ نقطه تقاضا
Graph of demand coverage indices for each coverage radius at 700 demand points



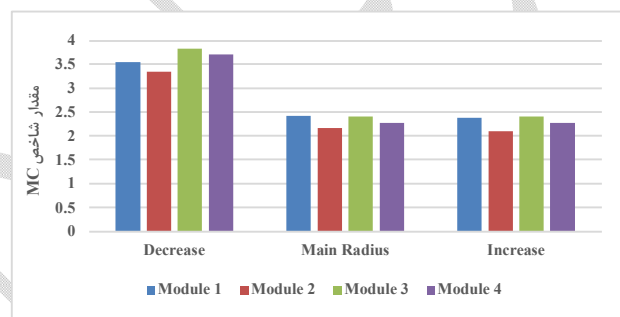
نمودار ۱۵ نمودار شاخص جمع پوشش‌های تقاضا برای هر ماژول در هر شعاع پوشش در ۵۰۰ نقطه تقاضا
Graph of the total demand coverage index for each module in each coverage radius at 500 demand points



نمودار ۱۶ نمودار شاخص جمع پوشش‌های تقاضا برای هر ماژول در هر شعاع پوشش در ۷۰۰ نقطه تقاضا
Graph of the total demand coverage index for each module in each coverage radius at 700 demand points



نمودار ۱۳ نمودار شاخص جمع پوشش‌های تقاضا برای هر ماژول در هر شعاع پوشش در ۱۰۰ نقطه تقاضا
Graph of the total demand coverage index for each module in each coverage radius at 100 demand points



نمودار ۱۴ نمودار شاخص جمع پوشش‌های تقاضا برای هر ماژول در هر شعاع پوشش در ۳۰۰ نقطه تقاضا
Graph of the total demand coverage index for each module in each coverage radius at 300 demand points

همان‌طور که در نمودارهای ۹ تا ۱۲ و ۱۳ تا ۱۶ مشاهده می‌شود، کاهش شعاع پوشش ماژول‌های مستقر در تسهیلات باعث افزایش قابل توجه تعداد نقاط تقاضای پوشش داده شده می‌شود. همچنین در این حالت میانگین پوشش تقاضای پشتیبان نقاط پوشش داده شده نیز افزایش می‌یابد. از آن‌جا که هم تعداد نقاط تقاضای پوشش داده شده و هم میانگین پوشش تقاضای پشتیبان نقاط پوشش داده شده افزایش قابل توجهی دارند، طبیعی است که شاخص جمع پوشش‌های تقاضا برای هر ماژول مستقر در تسهیلات نیز افزایش یابد. در حالت کاهش شعاع پوشش ماژول‌های ارائه دهنده خدمت به صورت متمرکزتر عمل کرده و با داشتن نواحی پوشش محدودتر توانسته‌اند نقاط تقاضا داخل شعاع پوشش خود را بهتر پوشش دهند.

از طرفی دیگر با افزایش شعاع پوشش ماژول‌های مستقر در تسهیلات با افزایش اندک میانگین پوشش تقاضای پایه همراه هستیم اما میانگین پوشش تقاضای پشتیبان کاهش قابل توجهی را دارد. از آن‌جا که تعداد نقاط تقاضای پوشش داده شده در این حالت تغییری نمی‌کند طبیعی است که شاخص جمع پوشش‌های تقاضا برای هر ماژول مستقر در تسهیلات نیز تغییر چندانی نداشته باشد.

به صورت کلی مشاهده می‌شود که تغییراتی که در مقادیر پارامترها به وجود می‌آوریم بر روی پوشش خدمت پشتیبان تأثیر بیشتری می‌گذارد، به عبارتی دیگر پوشش کل خدمت پشتیبان در مقابل تغییرات پارامترها حساسیت بالاتری نسبت به پوشش کل خدمت پایه از خود نشان داده است. وجود این حساسیت‌ها و درکشان برای تصمیم‌گیری که قصد پیاده‌سازی این مدل را برای سازمان و تسهیلات خود دارند از اهمیت فراوانی برخوردار است و مقادیر پارامترهای مدل باید با دقت فراوان و بررسی‌های دقیق انتخاب شوند تا بیشترین مقدار پوشش پایه و پشتیبان به نقاط تقاضا عرضه گردیده و به بهترین نحو ممکن از مدل بهره‌برداری شود.

۸. نتیجه‌گیری

در این تحقیق ما به یک مسئله مدل‌سازی مکان‌یابی حداکثر پوشش‌دهی پویا پرداختیم که در ضمن خدمت‌رسانی اصلی و پایه ماژول‌ها به نقاط تقاضا، در مواقع عدم در دسترس بودن کل ظرفیت برخی از این ماژول‌ها، ماژول‌های اطراف با ارائه خدمت پشتیبان بتوانند تقاضای نقاطی که مورد غفلت قرار گرفته‌اند را پوشش بدهند و این کمبود را جبران کنند. هدف این تحقیق ارائه حداکثر خدمت به افرادی بود که طی حادثه‌ای

بحران زده شده و به خدمات اولیه نیازمند هستند. مدل ریاضی این مسئله ایجاد و برای نشان دادن کارایی آن روی یک مطالعه موردی پیاده سازی و اجرا شد. این مطالعه روی منطقه سه تهران انجام گرفت و تمامی فاکتورها و پارامترهای مربوط به مدل با توجه ویژه به شرایط واقعی ناحیه مورد مطالعه در نظر گرفته شدند. برای حل این مدل یک بار آن را با نرم افزار گمز اجرا کرده و بار دیگر از الگوریتم تجزیه بندرز استفاده کردیم که جواب هر دو بسیار نزدیک به یکدیگر بود.

در مرحله بعد برای تعمیم و گسترش مدل مثال های دیگری زدیم که با اعداد تصادفی تولید شده بودند. این مثال ها را نیز با کمک مدل اصلی و مدل الگوریتم تجزیه بندرز حل کردیم و مشاهده کردیم که الگوریتم تجزیه بندرز نه تنها جواب هایی بسیار نزدیک به جواب اصلی به ما می دهد، بلکه مدل را در مدت زمان کوتاه تری حل می کند. همچنین الگوریتم تجزیه بندرز مثال های بزرگ را که مدل اصلی قادر به یافتن پاسخی برایشان نیست را نیز می تواند حل کند.

در ادامه با ایجاد تغییراتی در پارامترهای مسئله و بررسی جواب هایی که از هر حالت گرفتیم به این نتیجه رسیدیم که با افزایش درآمد حاصل از استقرار ماژول ها در محل تسهیلات و همچنین کاهش شعاع پوشش این ماژول ها بیشترین افزایش را در مقدار تابع هدف مدل خواهیم داشت. همچنین پوشش خدمت پشتیبان نسبت به تغییرات پارامترها حساسیت بیشتری دارد تا خدمت پایه. هنگام طراحی یک مسئله باید به این مقادیر و تعادلی که در مدل ایجاد می کنند توجه بالایی شود و این مقادیر به گونه ای در مدل قرار گیرند که علاوه بر رفع نیازها و رعایت محدودیت های موجود، بتوانند بهترین جواب های ممکن را ارائه دهند.

همان طور که گفتیم این مدل جهت ارائه خدمت به افراد بحران زده در زمان رویداد حوادث ایجاد شده است. ماهیت و ساختار این مدل به دلیل اینکه تسهیلات از ماژول هایی با قابلیت جابه جایی تشکیل شده اند انعطاف پذیر است؛ به این معنی که هنگام وقوع هر حادثه با توجه به نیازهایی که در هر ناحیه تقاضا ایجاد می شود، ماژول های پاسخ دهنده به همان نیازها به تسهیلات مربوط به آن نواحی اعزام می شوند و بعد از پایان کار خدمت رسانی از آن ناحیه خارج می شوند. بنابراین سازمان های دولتی و ارگان های خصوصی (همانند سازمان های مدیریت بحران شهری و سازمان های برنامه ریزی سیاست گذار) که در زمینه امداد رسانی هنگام رخداد سیل، زلزله و یا حتی جنگ فعالیت دارند می توانند از این مدل استفاده کنند و برای این کار نیازمند دسترسی به ماژول های با قابلیت جابه جایی را دارند.

در این تحقیق احتمال خرابی برای ماژول ها در نظر گرفته نشده است و جا دارد در مطالعات آینده مدل ریاضی حاضر با لحاظ توابع احتمالی و سناریو بندی برای خرابی ماژول ها توسعه یابد. همچنین در این مدل جا دارد بررسی های بیشتری بر روی مقادیر پارامترها و تحلیل حساسیت بهتری بر رویشان انجام شود. و در آخر می توان در روش حل مدل تغییر ایجاد کرد؛ برای مثال مدل را در برنامه گمز با یک Solver دیگر اجرا کرد و یا به جای روش حل دقیق به کار برده در این تحقیق (الگوریتم تجزیه بندرز) از یک روش فراابتکاری برای حل مدل استفاده کرده و پاسخ ها را با هم مقایسه کرد.

۹. منابع

1. Church, R. and Velle, C.R., 1974. The maximal covering location problem. *Papers In Regional science*, 32(1), pp.101-118. <https://doi.org/10.1111/j.1435-5597.1974.tb00902.x>
2. Alizadeh, R., Nishi, T., Bagherinejad, J. and Bashiri, M., 2021. Multi-period maximal covering location problem with capacitated facilities and modules for natural disaster relief services. *Applied Sciences*, 11(1), p.397. <https://doi.org/10.3390/app11010397>
3. Vatsa, A.K. and Jayaswal, S., 2016. A new formulation and Benders decomposition for the multi-period maximal covering facility location problem with server uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 251(2), pp.404-418. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.11.025>
4. Allman, A. and Zhang, Q., 2020. Dynamic location of modular manufacturing facilities with relocation of individual modules. *European Journal of Operational Research*, 286(2), pp.494-507. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.03.045>
5. Atta, S., Sinha Mahapatra, P.R. and Mukhopadhyay, A., 2018. Solving maximal covering location problem using genetic algorithm with local refinement. *Soft Computing*, 22, pp.3891-3906. <https://doi.org/10.1007/s00500-017-2598-3>
6. Porras, C., Fajardo, J., Rosete, A. and Masegosa, A.D., 2021. Partial evaluation and efficient discarding for the maximal covering location problem. *IEEE Access*, 9, pp.20542-20556. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3055295>
7. Zarandi, M.H.F., Davari, S. and Sisakht, S.A.H., 2013. The large-scale dynamic maximal covering location problem. *Mathematical and Computer Modelling*, 57(3-4), pp.710-719. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2012.07.028>
8. Jia, H., Ordóñez, F. and Dessouky, M., 2007. A modeling framework for facility location of medical services for large-scale emergencies. *IIE Transactions*, 39(1), pp.41-55. <https://doi.org/10.1080/07408170500539113>

9. Ala, A., Deveci, M., Bani, E.A. and Sadeghi, A.H., 2024. Dynamic capacitated facility location problem in mobile renewable energy charging stations under sustainability consideration. *Sustainable Computing: Informatics and Systems*, 41, p.100954. <https://doi.org/10.1016/j.suscom.2023.100954>
10. ElKady, S.K. and Abdelsalam, H.M., 2016. A modified particle swarm optimization algorithm for solving capacitated maximal covering location problem in healthcare systems. *Applications of Intelligent Optimization in Biology and Medicine: Current Trends and Open Problems*, pp.117-133. https://doi.org/10.1007/978-3-319-21212-8_5
11. Xu, J., Murray, A., Wang, Z. and Church, R., 2020. Challenges in applying capacitated covering models. *Transactions in GIS*, 24(2), pp.268-290. <https://doi.org/10.1111/tgis.12608>
12. Gazani, M. and Niaki, S., 2021. The capacitated maximal covering location problem with heterogeneous facilities and vehicles and different setup costs: An effective heuristic approach. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 12(1), pp.79-90. <https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2020.9.002>
13. Vatsa, A.K. and Jayaswal, S., 2021. Capacitated multi-period maximal covering location problem with server uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 289(3), pp.1107-1126. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.07.061>
14. Zhang, G., Ma, R., Kong, Y., Lian, C., Guo, H. and Zhai, S., 2024. A multi-period capacitated facility location problem with maximum travel time and backup service for locating and sizing EMS stations. *Computational Urban Science*, 4(1), pp.1-14. <https://doi.org/10.1007/s43762-024-00143-z>
15. Calderín, J.F., Masegosa, A.D. and Pelta, D.A., 2017. An algorithm portfolio for the dynamic maximal covering location problem. *Memetic Computing*, 9(2), pp.141-151. <https://doi.org/10.1007/s12293-016-0210-5>
16. Hajipour, V., Fattahi, P., Bagheri, H. and Babaei Morad, S., 2022. Dynamic maximal covering location problem for fire stations under uncertainty: soft-computing approaches. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 13(1), pp.90-112. <https://doi.org/10.1007/s13198-021-01109-8>
17. Zarandi, M.H.F., Davari, S. and Sisakht, S.A.H., 2013. The large-scale dynamic maximal covering location problem. *Mathematical and Computer Modelling*, 57(3-4), pp.710-719. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2012.07.028>
18. Marín, A., Martínez-Merino, L.I., Rodríguez-Chía, A.M. and Saldanha-da-Gama, F., 2018. Multi-period stochastic covering location problems: Modeling framework and solution approach. *European Journal of Operational Research*, 268(2), pp.432-449. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.01.040>
19. Sonogo, M., Echeveste, M.E.S. and Debarba, H.G., 2018. The role of modularity in sustainable design: A systematic review. *Journal of Cleaner Production*, 176, pp.196-209. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.12.106>
20. Silva, A., Aloise, D., Coelho, L.C. and Rocha, C., 2021. Heuristics for the dynamic facility location problem with modular capacities. *European Journal of Operational Research*, 290(2), pp.435-452. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.08.018>
21. Belieres, S., Hewitt, M., Jozefowicz, N., Semet, F. and Van Woensel, T., 2020. A Benders decomposition-based approach for logistics service network design. *European Journal of Operational Research*, 286(2), pp.523-537. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.03.056>
22. Bucarey, V., Fortz, B., González-Blanco, N., Labbé, M. and Mesa, J.A., 2022. Benders decomposition for network design covering problems. *Computers & Operations Research*, 137, p.105417. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105417>
23. Liu, B., Bissuel, C., Courtot, F., Gicquel, C. and Quadri, D., 2024. A generalized Benders decomposition approach for the optimal design of a local multi-energy system. *European Journal of Operational Research*. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2024.05.013>
24. Weng, W., Chu, C. and Wu, P., 2024. A Benders decomposition algorithm for resource allocation with multi-resource operations. *International Journal of Production Research*, pp.1-17. <https://doi.org/10.1080/00207543.2024.2334419>
25. Cordeau, J.F., Furini, F. and Ljubić, I., 2019. Benders decomposition for very large scale partial set covering and maximal covering location problems. *European Journal of Operational Research*, 275(3), pp.882-896. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.12.021>
26. Azad, N. and Hassini, E., 2019. A benders decomposition method for designing reliable supply chain networks accounting for multimitigation strategies and demand losses. *Transportation Science*, 53(5), pp.1287-1312. <https://doi.org/10.1287/trsc.2018.0875>
27. Sabiza, H., 2024. Modeling of dynamic maximal covering location problem considering module breakdown. Unpublished master's thesis. Faculty of Engineering Alzahra University. Tehran, Iran. [In Persian].