

ارائه مدل کنترل موجودی اقلام منسوخ‌شدنی با در نظر گرفتن تخفیف کلی و هزینه نگهداری وابسته به هزینه خرید

علی نادى‌زاده اردکانی^۱

دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اردکان nadizadeh@ardakan.ac.ir

فرزانه سادات میربرد

کارشناس مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اردکان، اردکان، mirbodfarzaneh@gmail.com

مرضیه کریمی

استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اردکان m.karimi@ardakan.ac.ir

چکیده

همواره یافتن مقدار اقتصادی سفارشات برای خرده‌فروش‌ها به گونه‌ای که هزینه‌های سیستم موجودی حداقل شود مسأله‌ی مهم بوده است؛ برای اقلام منسوخ‌شدنی که احتمال کاهش تقاضا و منسوخ‌شدن آن‌ها در آینده وجود دارد، این مسأله از اهمیت بیشتری نیز برخوردار است. این پژوهش به ارائه‌ی یک مدل کنترل موجودی برای اقلام منسوخ‌شدنی با در نظر گرفتن مدل تخفیف کلی و هزینه‌ی نگهداری وابسته به هزینه‌ی خرید می‌پردازد. مدل پیشنهادی، با لحاظ احتمال منسوخ شدن کالا و فرض هزینه‌ی نگهداری بصورت ضریبی از هزینه‌ی خرید، به دنبال تعیین مقدار اقتصادی سفارش به گونه‌ای است که هزینه کل سیستم حداقل شود. برای بررسی رفتار مدل، از تحلیل ریاضی و آزمون تحدد تابع هدف استفاده شد و سپس با داده‌های واقعی یک مثال عددی اعتبارسنجی گردید. نتایج تحلیل حساسیت نشان داد که افزایش ضریب هزینه نگهداری از ۱۵ به ۴۰ واحد، موجب رشد ۸٪ در مقدار سفارش و افزایش ۸.۳٪ در هزینه کل موجودی می‌شود. همچنین، افزایش نرخ منسوخ شدن کالا از ۲۰ به ۱۲۰ واحد، باعث کاهش حدود ۲۴٪ در مقدار سفارش و افزایش بیش از ۳۲٪ در هزینه کل سیستم گردید. این یافته‌ها بیانگر آن است که پارامترهای منسوخ‌شدن و هزینه‌های نگهداری بر رفتار سیستم تأثیر دارند.

واژه‌های کلیدی: کنترل موجودی، اقلام منسوخ‌شدنی، تخفیف کلی، هزینه نگهداری وابسته به هزینه خرید.

^۱ نویسنده مسئول

Presenting an Inventory Control model of Obsolete Items Considering All Unit Quantity Discounts and Purchase-Dependent Holding Cost

A. Nadizadeh, (corresponding author) nadizadeh@ardakan.ac.ir

Associate Professor, Industrial Engineering Department, Faculty of Engineering, Ardakan University,
Ardakan, Iran

F. Mirbod, mirbodfarzaneh@gmail.com

Bachelor's Degree, Industrial Engineering Department, Faculty of Engineering, Ardakan University,
Ardakan, Iran

M. Karimi, m.karimi@ardakan.ac.ir

Assistant Professor, Industrial Engineering Department, Faculty of Engineering, Ardakan University,
Ardakan, Iran

Abstract

Finding an economic order quantity for retailers in such a way that the costs of existing systems are minimal has always been an important issue. For obsolescent items that are at risk of becoming obsolete in the future, this issue is more important, and should be. This research presents an inventory control model for obsolescent items by considering the general discount model and holding costs to purchasing costs. On the other hand, in this research, the holding costs of goods are considered as a factor of purchasing costs. The aim of the model is to find the economic order quantity according to the assumptions and considering the probability of obsolescence of goods in such a way that other goods do not occur. In this regard, by considering the assumptions of the problem, a mathematical model for the problem has been developed. Through the first and second derivatives of mathematical relations and drawing graphs, a model for finding the optimal solution has been proven. In the following, to better understand the model, an example is used, and each of the changes in decision-making is examined, considering different conditions and changes in each of the decision-making changes.

Introduction

Inventory plays a vital role in production and distribution systems. It includes raw materials, work-in-process items, and finished goods that are maintained to ensure the continuity of operations and timely response to market demands. Although inventory management entails significant costs, it is essential to prevent stockouts and fulfill customer requirements efficiently. Typical inventory-related costs include ordering costs, holding costs, purchasing costs, and shortage costs.

Reducing these costs without compromising service levels is a key concern for manufacturers and suppliers. Inventory control policies are therefore implemented to determine the optimal ordering time and quantity. These policies not only reduce total costs but also enhance responsiveness and customer satisfaction by avoiding shortages. Different inventory control approaches have been developed, each with specific advantages and limitations, depending on the nature of the goods and market conditions. In today's competitive environments, many businesses utilize discount strategies to boost sales and encourage larger purchase quantities. One of the most widely used approaches is the all-unit discount, where buyers receive a price reduction based on the volume of their order. This tactic not only increases demand but also helps firms optimize their inventory levels.

Simultaneously, the rapid pace of technological development has made product obsolescence a critical challenge in inventory management. Obsolete items are those whose market demand has significantly decreased or become nonexistent due to technological changes, evolving customer needs, or market trends. This phenomenon is especially common in sectors like electronics, pharmaceuticals, fashion, and perishable goods. The implications of obsolescence extend beyond economic costs and may lead to environmental and social consequences as well.

Despite the existence of many models addressing perishable items, fewer studies have focused on obsolete goods. In the current technology-driven era, the effective lifespan of many products has shortened, and the associated costs and waste have increased substantially. Hence, studying inventory behavior for such items is essential from both economic and sustainability standpoints.

This study develops an inventory control model specifically for obsolete items sold through retail channels. The model incorporates real-world assumptions, including an all-unit discount structure, purchase-cost-dependent holding cost, and the probability of sudden obsolescence. A mathematical formulation is provided, and sensitivity analysis is conducted to evaluate how changes in each parameter influence the inventory decisions. These insights aim to assist managers in making informed and cost-effective decisions.

Methodology

This research studies obsolescent goods in which the demand is constant and is considered for a product. the following assumptions are considered for modeling:

- ١) The demand is constant.
- ٢) Obsolescence is sudden.
- ٣) Shortage is not allowed.
- ٤) The probability distribution function of the product's obsolescence life follows an exponential function.
- ٥) The holding cost is a multiple of the purchase cost.
- ٦) The all-unit quantity discount policy is used for the product order quantity.

The total cost function includes:

- **Ordering cost**
- **Purchase cost**
- **Holding cost**
- **Obsolescence cost**

A nonlinear objective function is formulated to minimize the total cost. The mathematical analysis involves:

- Deriving first and second derivatives of the total cost function with respect to the order quantity (Q),
- Proving the convexity of the cost function through second derivative tests,
- Identifying the optimal order quantity using standard optimization techniques.

A numerical example is used to illustrate the application of the model and validate its effectiveness under different scenarios.

Results

A comprehensive numerical analysis is carried out using parameter values. The results of the sensitivity analysis showed:

- As the ordering cost increases, the order quantity increases, and as a result, the purchase cost decreases with the overall discount; however, due to the increase in the holding cost, the total inventory cost increases.
- Increasing the normalizing coefficient causes an increase in the order quantity, followed by an increase in the purchase cost and the total inventory cost.
- Increasing the purchase elasticity coefficient reduces the order quantity, and as a result, the purchase cost and the total inventory cost also decrease. The value of $r=0.001$ was identified as the optimal value for this coefficient.
- In the case of the holding cost coefficient, as it increases, the order quantity increases, the purchase cost decreases; but ultimately the total inventory cost increases.
- With the increase in the obsolescence period, due to the greater opportunity for sales, the order quantity is expected to increase. However, in situations where the holding cost depends on the purchase price and the overall discount, the order quantity may decrease, the purchase cost may increase, and as a result, the total inventory cost may also increase.
- The increased cost of obsolescence causes buyers to order more cautiously to reduce the risk of loss due to obsolescence; as a result, reducing the order quantity can lead to an increase in the purchase price and an increase in the total cost of inventory.
- The increase in demand directly causes an increase in the order quantity and, by reducing the unit price (due to the overall discount), the purchase cost and the total cost of inventory are reduced.

Conclusion

In the present study, the issue of inventory control of obsolescent items was examined, taking into account the general discount that is common among sellers of these products.

While previous studies have mainly dealt with inventory control in general conditions, the present study has taken a new step in developing more practical models in this area by focusing on obsolescent items and considering three important factors, namely, the cost of holding depending on the purchase cost, the probability of sudden obsolescence, and the general discount on purchases.

First, mathematical modeling of the main costs including purchasing, ordering, holding and obsolescence was carried out. Then, by analyzing the first and second derivatives and drawing graphs, the convexity of the objective function was proven. In order to evaluate the model, several numerical examples with real and standard data were presented and sensitivity analysis was performed for key parameters.

Keywords: Inventory control, obsolete Items, all unit discount, holding costs dependent on purchase cost.

موجودی یکی از ارکان اساسی در سیستم‌های تولید و توزیع به‌شمار می‌رود و شامل مواد اولیه، کالاهای نیمه‌ساخته و محصولات نهایی است که برای حفظ تداوم عملیات و پاسخ‌گویی به نیاز بازار نگهداری می‌شوند [۱]. با وجود آنکه نگهداری موجودی هزینه‌بر است، اما وجود آن برای جلوگیری از کمبود و تأمین به‌موقع تقاضای مشتریان، امری ضروری است. هزینه‌های موجودی به‌طور کلی شامل هزینه سفارش، هزینه نگهداری، هزینه خرید و هزینه کمبود می‌باشد [۲]. یکی از مسائل مهم برای تولیدکنندگان و تأمین‌کنندگان، یافتن راهکارهایی برای کاهش این هزینه‌ها بدون به خطر افتادن سطح خدمت به مشتری است. در این راستا، استفاده از سیاست‌های کنترل موجودی به‌منظور تعیین زمان و مقدار بهینه سفارش، نقش کلیدی ایفا می‌کند [۳]. این سیاست‌ها، علاوه بر کاهش هزینه‌ها، به سازمان‌ها کمک می‌کنند تا با پاسخ‌گویی سریع‌تر به نیاز مشتری، از بروز کمبود نیز جلوگیری کنند. انواع مختلفی از روش‌های کنترل موجودی وجود دارد که هر یک با مزایا و معایب خاص خود، متناسب با ویژگی‌های کالا و بازار انتخاب می‌شوند [۲].

در محیط‌های رقابتی امروز، بسیاری از تولیدکنندگان و فروشندگان از سیاست‌های تخفیف برای افزایش تقاضا و فروش استفاده می‌کنند. یکی از رایج‌ترین انواع آن، تخفیف کلی است که در آن مشتریان بر اساس حجم خرید خود، مشمول تخفیف می‌شوند. این سیاست، هم باعث تحریک تقاضا می‌شود و هم می‌تواند به بهینه‌سازی سطح موجودی در سازمان کمک کند [۴].

از سوی دیگر، در دنیای امروز که فناوری با سرعت چشم‌گیری در حال تحول است، مسئله منسوخ‌شدن اقلام به یکی از چالش‌های مهم در مدیریت موجودی تبدیل شده است. اقلام منسوخ‌شدنی به کالاهایی اطلاق می‌شود که به دلیل تغییرات بازار، فناوری یا نیاز مشتریان، دیگر کارایی نداشته یا تقاضای بسیار کمی برای آن‌ها وجود دارد. این اقلام در حوزه‌هایی مانند محصولات الکترونیکی، تجهیزات پزشکی، پوشاک و مواد غذایی بسیار مشهود هستند. منسوخ‌شدن این کالاها نه تنها هزینه‌های اقتصادی، بلکه پیامدهای زیست‌محیطی و اجتماعی نیز به دنبال دارد [۵].

با وجود آن‌که مدل‌های گوناگونی برای کنترل موجودی تحت شرایط مختلف توسعه یافته‌اند و برخی از آن‌ها به اقلام فاسدشدنی پرداخته‌اند، اما درباره‌ی اقلام منسوخ‌شدنی، مطالعات نسبتاً محدودی انجام شده است. این در حالی است که در عصر فناوری، عمر مفید بسیاری از محصولات بسیار کوتاه شده و منسوخ‌شدن آن‌ها هزینه‌ها و ضایعات قابل توجهی به همراه دارد. از این‌رو، بررسی رفتار موجودی این نوع اقلام، از منظر اقتصادی و محیط‌زیستی، ضرورتی انکارناپذیر دارد.

در این پژوهش، به بررسی مدل کنترل موجودی اقلام منسوخ‌شدنی که به‌صورت خرده‌فروشی عرضه می‌شوند، پرداخته شده است. با درنظر گرفتن شرایط واقعی بازار، مفروضاتی نظیر ارائه تخفیف کلی، وابستگی هزینه نگهداری به هزینه خرید، و احتمال منسوخ‌شدن ناگهانی کالا در مدل لحاظ شده است. ساختار مدل به‌صورت ریاضی تدوین شده و با تعریف متغیرها و پارامترهای کلیدی، تحلیل حساسیت برای بررسی تأثیر هر پارامتر بر تصمیمات موجودی انجام شده است تا مدیران بتوانند با درک بهتر رفتار سیستم، تصمیمات بهینه‌تری اتخاذ کنند.

نحوه تدوین مقاله بدین صورت است که در بخش دوم، مروی بر ادبیات تحقیق ارائه می‌شود. مدلسازی مسئله کنترل موجودی در بخش سوم به تفصیل بیان شده است. مثال عددی برای نشان دادن قابلیت مدل و همچنین تحلیل حساسیت‌های متنوع بر روی پارامترهای مدل در بخش چهارم آورده شده است. نتیجه‌گیری پژوهش و پیشنهادات آتی نیز در قسمت آخر پژوهش بیان شده است.

۲. ادبیات موضوع

مدیریت موجودی اقلام زوال‌پذیر یا منسوخ‌شدنی در دهه اخیر به‌واسطه پیچیدگی‌های ناشی از تغییرات سریع فناوری، کوتاه‌شدن چرخه عمر محصولات و افزایش هزینه‌های نگهداری، توجه بسیاری از پژوهشگران را به خود جلب کرده است. بررسی ادبیات پژوهش نشان می‌دهد که اگرچه ادبیات گسترده‌ای در زمینه اقلام فسادپذیر وجود دارد، اما مطالعات خاص مرتبط با اقلام منسوخ‌شدنی و سیاست‌های تخفیف مقداری محدودتر هستند. با این حال، پژوهش‌های متنوعی به صورت مستقیم یا غیرمستقیم به بررسی جنبه‌هایی از این مسئله پرداخته‌اند که در ادامه به صورت تحلیلی مرور می‌شوند.

بخشی از مطالعات به بررسی مدل‌های کنترل موجودی در شرایطی پرداخته‌اند که ویژگی‌هایی مانند نرخ زوال یا منسوخ‌شدگی، محدودیت‌های زیست‌محیطی، و سیاست‌های تخفیف در آن‌ها نقش کلیدی دارد. برای مثال، تاج (۲۰۲۵) یک مدل پویای برنامه‌ریزی برای اقلام دارای منسوخ‌شدگی برنامه‌ریزی شده ارائه داد که در آن تصمیم‌گیری بهینه برای تولید و جایگزینی با هدف حداقل‌سازی هزینه‌ها مورد توجه قرار گرفته است. این پژوهش، نقش مهم نرخ منسوخ‌شدگی و برنامه‌ریزی زمانی در عملکرد سیستم را روشن می‌سازد [۶].

در همین راستا، کریمی و سجادی (۲۰۲۵) یک مدل چندمحصولی اقتصادی برای اقلام زوال‌پذیر با محدودیت بودجه، هزینه نگهداری وابسته به زمان و تخفیف مقداری دو سطحی توسعه دادند. استفاده از برنامه‌ریزی پویا و تحلیل حساسیت در این مدل، درک بهتری از اثرات پارامترهای مختلف بر سیاست‌های بهینه موجودی فراهم کرده

است. این نوع تحلیل‌ها برای تصمیم‌گیری عملی در شرایط پیچیده بازار بسیار کاربردی هستند [۷].

از سوی دیگر، برخی پژوهش‌ها به بررسی سیاست‌های قیمت‌گذاری و تخفیف در سیستم‌های کنترل موجودی اقلام زوال‌پذیر پرداخته‌اند. تریپاتی و همکاران (۲۰۱۹) و لیمانسیاه و همکاران (۲۰۲۰) نقش تخفیف مقداری را در بهینه‌سازی سود و تعیین قیمت بهینه بررسی کردند [۸ و ۹]. مطالعاتی نظیر بانرجی و آگروال (۲۰۱۷) نیز با در نظر گرفتن تقاضای وابسته به تازگی و قیمت، نشان دادند که سیاست‌های تخفیف در اقلام فاسدشدنی چگونه می‌توانند در زمان‌های خاص چرخه عمر محصول مورد استفاده قرار گیرند تا فروش و سود را بهینه کنند [۱۰].

در سال‌های اخیر، رویکردهای نوینی در مدل‌سازی کنترل موجودی اقلام فسادپذیر و منسوخ‌شدنی مطرح شده است که بر پایداری محیط‌زیستی، فناوری‌های نگهداری و ساختارهای پیچیده تقاضا تمرکز دارند. برای نمونه، پروین و همکاران (۲۰۲۳) مدلی پایدار برای اقلام با زوال غیرآنی ارائه کردند که در آن تابع تقاضای ترکیبی با در نظر گرفتن افزایش اولیه و کاهش تدریجی تقاضا در طول چرخه عمر محصول تعریف شد. این مطالعه نشان داد که لحاظ تقاضای ترکیبی و نرخ زوال نمایی می‌تواند منجر به افزایش سود کل در مقایسه با مدل‌های زوال آنی شود. افزون بر این، هزینه نگهداری به صورت وابسته به زمان مدل‌سازی شد که رویکردی واقع‌گرایانه برای اقلام دارای چرخه عمر محدود محسوب می‌شود [۱۱].

از سوی دیگر، کوشیک (۲۰۲۳) مدلی کاربردی برای اقلام زوال‌پذیر با ترکیب تأخیر مجاز در پرداخت و سرمایه‌گذاری در فناوری‌های نگهداری ارائه کرد. نتایج این پژوهش نشان داد که ترکیب این دو سیاست می‌تواند به بهبود همزمان سود خرده‌فروشان و کاهش نرخ فساد اقلام منجر شود. تحلیل حساسیت انجام‌شده در این مطالعه، اهمیت تصمیمات مرتبط با زمان سفارش و سطح سرمایه‌گذاری را در محیط‌های ناپایدار بازار نشان می‌دهد [۱۲].

در ادامه، شارما و همکاران (۲۰۲۲) مدل کنترل موجودی جدیدی را برای اقلام زوال‌پذیر توسعه دادند که در آن، تولید تابعی از تقاضا و تقاضا نیز تابعی از زمان و موجودی است. این مدل، فرض یکنواختی تقاضا در طول چرخه را حذف کرده و برای محصولات با عمر کوتاه، مانند لبنیات یا سبزیجات، واقع‌گرایانه‌تر است. این مطالعه بیانگر آن است که در شرایط بازار پویا، استفاده از ساختارهای چندگانه تقاضا می‌تواند منجر به افزایش سود و کاهش ضایعات شود [۱۳].

علاوه بر آن، ماهپاترا و همکاران (۲۰۲۲) مدلی با تقاضای نامطمئن و استراتژی‌های نگهداری برای اقلام زوال‌پذیر ارائه کردند که در آن، هزینه کل سیستم از طریق بهینه‌سازی همزمان هزینه نگهداری و سطح سرمایه‌گذاری در فناوری حفظ کیفیت کاهش یافته است. یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد که در شرایط نامطمئن، وجود

یک نقطه بحرانی در ضریب حفظ کیفیت وجود دارد که فراتر از آن، افزایش هزینه‌های نگهداری دیگر منجر به صرفه‌جویی اقتصادی نمی‌شود [۱۴].

مطالعاتی مانند ورما و میشر (۲۰۲۴) با مرور جامع بر سیاست‌های کنترل موجودی اقلام فسادپذیر در بستر مقررات کربنی، به بررسی جنبه‌های پایداری و محیط‌زیستی نیز پرداخته‌اند. این نوع پژوهش‌ها با در نظر گرفتن عوامل محیطی، مدل‌های سنتی کنترل موجودی را توسعه داده‌اند [۱۵]. از طرفی، ژو و همکاران (۲۰۲۰) با تمرکز بر تقاضای متغیر زمانی و مقررات کربنی، تأثیر دمای نگهداری بر هزینه‌های زیست‌محیطی را بررسی کردند که به‌ویژه برای کالاهای فناپذیر بسیار مهم است [۱۶].

جنبه دیگری که در برخی پژوهش‌ها برجسته شده، وابستگی نرخ تامین به سطح موجودی است. سینگ و شارما (۲۰۲۴) با ارائه مدلی که در آن نرخ تامین تابعی از سطح موجودی است، نشان دادند که چنین فرضی می‌تواند به انعطاف‌پذیری بیشتر در سیاست‌های کنترل موجودی بینجامد [۱۷].

همچنین پژوهش‌هایی مانند پژوهش رانا و کومار (۲۰۲۴) با تمرکز بر ساختارهای دو انبار نشان داده‌اند که شرایط نگهداری متفاوت در انبارهای مالکیتی و اجاره‌ای می‌تواند بر نرخ زوال اقلام تأثیرگذار باشد و بهینه‌سازی سیاست موجودی در این شرایط، اهمیت بالایی دارد [۱۸].

در ادبیات داخلی، شماری از مطالعات به بررسی ابعاد مختلف کنترل موجودی، تخفیف‌ها، قیمت‌گذاری و سیاست‌های سفارش‌دهی در زنجیره تأمین پرداخته‌اند. از جمله این پژوهش‌ها می‌توان به تحقیقات خسروی و میرمحمدی (۲۰۱۸)، کریمی و همکاران (۱۴۰۰) و همچنین کشاورز و فراست (۲۰۲۳) اشاره کرد [۱۹-۲۱]. این مطالعات جنبه‌هایی از مدل‌سازی تصمیمات خرید، تخصیص سفارش و بهینه‌سازی موجودی را بررسی می‌کنند و عمدتاً به اقلام غیرمنسوخ‌شدنی اختصاص دارند.

در حوزه اقلام فاسدشدنی و منسوخ‌شدنی، پژوهش‌ها بر ویژگی‌های خاص این محصولات، مثل محدودیت عمر، کاهش کیفیت، احتمال منسوخ‌شدن و ضرورت مدیریت دقیق موجودی تمرکز داشته‌اند. حاجیان حیدری و همکاران (۱۳۹۲) کنترل موجودی اقلام فاسدشدنی را با در نظر گرفتن سیاست‌های تخفیف بررسی کردند [۲۲]. قندهاری و عبدی (۱۳۹۹) مدلی یکپارچه برای تولید و موجودی در زنجیره تأمین دوسطحی محصولات فسادپذیر ارائه دادند که کیفیت، تخفیف مقداری و قیمت‌گذاری بر اساس عمر باقی‌مانده را در هدف‌گذاری سود لحاظ می‌کند [۲۳]. دژطاهریان و همکاران (۱۴۰۰) ترکیب همزمان تصمیمات تولید، کنترل موجودی و مسیریابی را در چارچوب زنجیره تأمین سبز برای اقلام زوال‌پذیر

تحلیل کردند [۲۴]. در زمینه کالاهای فاسدشدنی حساس، کاظمی و همکاران (۱۴۰۱) یک مدل مکان‌یابی-موجودی سه‌سطحی برای زنجیره تأمین خون ارائه کردند که در آن با توجه به فسادپذیری بالا و حساسیت زمانی اقلام خونی، سیاست‌های سفارش‌دهی و تخصیص در کنار تصمیمات مکان‌یابی مورد بررسی قرار گرفته است [۲۵]. احمدی و همکاران (۱۴۰۳) نیز با بهره‌گیری از برنامه‌ریزی پویای تصادفی، مدلی برای مدیریت موجودی محصولات فاسدشدنی در سیستم VMI ارائه کردند که عدم قطعیت تقاضا و قابلیت جایگزینی را در نظر می‌گیرد [۲۶].

مرور پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد که اگرچه مدل‌های متعددی برای کنترل موجودی اقلام فسادپذیر و منسوخ‌شدنی ارائه شده‌اند، اغلب این مطالعات تنها بر یکی از ابعاد مسئله تمرکز داشته‌اند. برای مثال، برخی پژوهش‌ها به بررسی نرخ زوال یا فناوری‌های نگهداری پرداخته‌اند، در حالی که گروهی دیگر سیاست‌های تخفیف، قیمت‌گذاری یا تقاضای وابسته به زمان را مورد مطالعه قرار داده‌اند. همچنین، تنها تعداد محدودی از مطالعات، هزینه نگهداری را به‌صورت وابسته به پارامترهای اقتصادی مدل کرده‌اند. با این حال، ترکیب هم‌زمان سه عامل کلیدی شامل تخفیف کلی، احتمال منسوخ‌شدن کالا، و هزینه نگهداری وابسته به هزینه خرید تاکنون در هیچ‌یک از پژوهش‌های مرور شده به‌صورت جامع و یکپارچه بررسی نشده است.

این خلأ پژوهشی از آن جهت حائز اهمیت است که در محیط‌های رقابتی کنونی، که چرخه عمر محصولات کوتاه و نوسانات قیمت خرید قابل‌توجه است، تصمیم‌گیری درباره مقدار اقتصادی سفارش بدون لحاظ تعامل میان این سه عامل می‌تواند منجر به برآورد نادرست هزینه کل سیستم و افزایش ریسک ناشی از منسوخ‌شدن کالا شود. از این‌رو، نوآوری اصلی پژوهش حاضر در ارائه‌ی مدلی تحلیلی و یکپارچه است که تأثیر هم‌زمان این سه عامل را بر مقدار بهینه سفارش و هزینه کل سیستم بررسی می‌کند. این مدل با نزدیک‌سازی مفروضات به شرایط واقعی بازار، می‌تواند ابزار مؤثری برای تصمیم‌گیری دقیق‌تر مدیران خرید و برنامه‌ریزی موجودی در صنایع دارای محصولات با عمر مفید کوتاه باشد و به این ترتیب، شکاف موجود در ادبیات را پوشش دهد.

۳. مدل‌سازی

همانطور که قبلاً بیان شد، این پژوهش به مطالعه‌ی کالاهای منسوخ‌شدنی می‌پردازد که در آن میزان تقاضا ثابت بوده و برای یک محصول در نظر گرفته شده است. از طرفی منسوخ‌شدن به صورت ناگهانی است و مقدار کالایی که در صورت منسوخ‌شدن انباشته گردد، هزینه‌ی‌های نگهداری موجودی و فروش از دست رفته به همراه دارد.

به طور کلی فرضیات زیر برای مدل‌سازی در نظر گرفته شده است:

- (۱) مقدار تقاضا ثابت است.
- (۲) منسوخ‌شدن به صورت ناگهانی است.
- (۳) کمبود مجاز نیست.
- (۴) مدل‌سازی تک محصولی انجام شده است.
- (۵) افق برنامه‌ریزی نامحدود است.
- (۶) تابع توزیع احتمالی طول عمر منسوخ‌شدن کالا، از تابع نمایی پیروی می‌کند.
- (۷) هزینه‌ی نگهداری ضریبی از هزینه‌ی خرید است.
- (۸) از مدل تخفیف کلی برای میزان سفارش محصول استفاده شده است.

پارامترها و متغیرهای مدل

A : هزینه سفارش‌دهی

D : مقدار تقاضای یکسال

L : طول عمر انتظاری محصول (بر حسب سال)

∂ : ضریب عادی‌ساز هزینه خرید

استفاده از ضریب عادی‌ساز می‌تواند به بهبود کیفیت تحلیل داده‌ها کمک کند، این تکنیک به ویژه در مدل‌هایی که داده‌های بزرگ و پیچیده و شامل ویژگی‌های متنوع هستند، بسیار مفید است. همچنین برای تسهیل مقایسه، کاهش تأثیر مقادیر پرت، بهبود تفسیر نتایج و دقت مدل از ضریب عادی‌ساز استفاده می‌شود.

I^* : ضریب کشش هزینه خرید

ضریب کشش هزینه خرید که به آن کشش قیمتی تقاضا نیز گفته می‌شود یک مفهوم کلیدی در اقتصاد و بازاریابی است که به بررسی واکنش تقاضا نسبت به تغییرات قیمت می‌پردازد. این ضریب نشان می‌دهد چگونه تغییرات قیمت بر رفتار مصرف‌کنندگان و در نتیجه بر فروش و درآمد یک کسب‌وکار تأثیر می‌گذارد.

β : ضریب هزینه‌ی نگهداری

C_s : هزینه‌ی هر واحد کالای منسوخ شده در زمان

P_s : احتمال اینکه در مدت دوره پیش‌رو کالا منسوخ نشود، به این معنا که کالا در دوره‌ی مورد بررسی منسوخ نشود و تقاضا برای آن وجود داشته باشد. هرچه احتمال منسوخ‌شدن کالا کمتر باشد، شرکت‌ها می‌توانند با اطمینان بیشتری به تولید و عرضه آن کالا بپردازند.

TC_L : کل هزینه‌های موجودی

Q : مقدار سفارش بهینه که به عنوان متغیر تصمیم مدل است.

$C(Q)$: تابع هزینه‌ی خرید که به مقدار سفارش وابسته است و

بصورت نمایی و مطابق با رابطه (۱) بیان می‌شود.

$$C(Q) = \partial e^{(-rQ)}$$

(۱)

$H(Q)$: تابع هزینه نگهداری که وابسته به هزینه خرید و بصورت رابطه (۲) نشان داده می‌شود.

$$H(Q) = \beta C(Q) = \beta \delta e^{(-rQ)} \quad (2)$$

با توجه به تعاریف فوق مشخص است که هدف مسأله یافتن میزان مناسبی از سفارش Q است به طوریکه تمام هزینه‌های موجودی با در نظر گرفتن احتمال منسوخ شدن کالا حداقل شود. در ادامه هریک از هزینه‌های موجودی در مدل فرموله و تشریح می‌شود.

هزینه خرید

هزینه خرید حاصل ضرب مقدار سفارش اقتصادی Q ، محصول در هزینه هر واحد خرید $C(Q)$ است که از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$TC_p = QC(Q) = Q\delta e^{(-rQ)} \quad (3)$$

هزینه نگهداری

همانطور که قبلاً هم بیان شد، هزینه نگهداری کالا به صورت ضربی از هزینه خرید در نظر گرفته شده و بصورت تابعی از آن محاسبه می‌شود. برای برآورد هزینه نگهداری، دو حالت ممکن در نظر گرفته شده است:

۱. منسوخ شدن کالا در طول دوره جاری:

$$TC_{H1} = \int_0^{\frac{Q}{D}} \left(Q - \frac{tD}{2} \right) (\beta \delta e^{-rQ}) \left(\frac{1}{L} e^{-\frac{t}{L}} \right) dt = -\beta \delta e^{-rQ} \left(\frac{-Q - DL + DLe^{\frac{-Q}{DL}}}{2e^{\frac{Q}{DL}}} + Qe^{\frac{-Q}{DL}} - Q \right) \quad (5)$$

در این حالت، کالا حداقل برای یک دوره کامل تقاضا دارد و منسوخ شدن پس از اتمام دوره جاری رخ می‌دهد (یعنی $t > \frac{Q}{D}$). هزینه نگهداری در این وضعیت مطابق رابطه (۶) تعیین می‌شود:

$$TC_{H2} = \int_{\frac{Q}{D}}^{\infty} \left(\frac{Q}{2} \right) \left(\frac{Q}{D} \right) (\beta \delta e^{-rQ}) \left(\frac{1}{L} e^{-\frac{t}{L}} \right) dt = \frac{Q^2 \beta \delta e^{-\frac{DrLQ-Q}{DL}}}{2D} \quad (6)$$

هزینه های یک دوره

هزینه‌های موجودی در دوره شامل هزینه‌های سفارش‌دهی، خرید، نگهداری و هزینه‌های منسوخ شدن است و مجموع آنها با توجه به

هزینه‌ی کالای منسوخ شده

کالاها در صورت منسوخ شدن با کاهش تقاضا رو به رو می‌شوند و با گذشت زمان، در صورتی که کالای جایگزین مناسب‌تری در بازار عرضه شود و توجه مشتریان را به خود جلب کند، کالا به طور کلی منقضی می‌شود. به همین دلیل، منسوخ شدن کالا باعث ایجاد هزینه می‌گردد. برای محاسبه باید مقدار کالایی که منسوخ شده و باقی مانده است را در هزینه منسوخ شدن (C_s) ضرب کرده تا هزینه بدست آید. اگر ابتدای دوره مقدار Q کالا سفارش گذاری شود و در زمان t کالا منسوخ شده باشد و بخواهیم هزینه‌ها را محاسبه کنیم باید تعداد $Q - tD$ را کالا را در نظر بگیریم که tD میزان مصرف کالا تا زمان t است. در این پژوهش فرض شده است که طول عمر تا زمان منسوخ شدن کالا از تابع توزیع نمایی با پارامتر $\left(\frac{1}{L}\right)$ پیروی می‌کند، در نتیجه رابطه‌ی (۴) حاصل می‌شود:

$$TC_c = \int_0^{\frac{Q}{D}} (Q - tD) (C_s) \left(\frac{1}{L} e^{-\frac{t}{L}} \right) dt = C_s \left(Q - DL \left(1 - e^{-\frac{Q}{DL}} \right) \right)$$

در این حالت، فرض می‌شود موجودی اولیه برابر با Q است و کالا در زمان t منسوخ می‌شود، به طوری که $0 < t < \frac{Q}{D}$. در این وضعیت، مقدار موجودی در زمان t برابر با $Q - tD$ خواهد بود و میانگین موجودی طی این دوره برابر است با $Q - \frac{tD}{2}$. بر این اساس، هزینه نگهداری با استفاده از رابطه (۵) محاسبه می‌شود:

در این حالت، کالا حداقل برای یک دوره کامل تقاضا دارد و منسوخ شدن پس از اتمام دوره جاری رخ می‌دهد (یعنی $t > \frac{Q}{D}$). هزینه نگهداری در این وضعیت مطابق رابطه (۶) تعیین می‌شود:

$$TC_{H2} = \int_{\frac{Q}{D}}^{\infty} \left(\frac{Q}{2} \right) \left(\frac{Q}{D} \right) (\beta \delta e^{-rQ}) \left(\frac{1}{L} e^{-\frac{t}{L}} \right) dt = \frac{Q^2 \beta \delta e^{-\frac{DrLQ-Q}{DL}}}{2D} \quad (6)$$

روابط (۱)، (۲)، (۳)، (۴) کل هزینه‌های یک دوره را شامل می‌شود و به صورت رابطه‌ی (۷) محاسبه می‌گردد:

$$TC_c = A + Q\delta e^{-rQ} + C_s \left(Q - DL \left(1 - e^{-\frac{Q}{DL}} \right) \right) - \beta \delta e^{-rQ} \left(\frac{-Q - DL + DL e^{\frac{Q}{DL}}}{2e^{\frac{Q}{DL}}} + Q e^{\frac{Q}{DL}} - Q \right) + \frac{Q^2 e^{\frac{-DrLQ-Q}{DL}}}{2D} \quad (7)$$

TC_s : منسوخ شدن در دوره‌ی اول رخ دهد.
 $TC_s P_s$: منسوخ شدن در دوره‌ی دوم رخ دهد (P_s احتمال منسوخ نشدن دوره‌ی اول است).

$TC_s (P_s)^2$: منسوخ شدن در دوره‌ی سوم رخ دهد. (دوره‌ی اول و دوم منسوخ نشود).

همچنین برای احتمال منسوخ نشدن داریم:

$$P_s = \int_{\frac{Q}{D}}^{\infty} \left(\frac{1}{L} e^{-\frac{t}{L}} \right) dt = e^{-\frac{Q}{DL}} \quad (9)$$

با توجه به روابط (7) و (9) و جایگذاری در رابطه‌ی (8)، متوسط هزینه‌های کل موجودی به صورت رابطه (10) محاسبه می‌شود.

$$TC_L = \frac{A + Q\delta e^{-rQ} + C_s \left(Q - DL \left(1 - e^{-\frac{Q}{DL}} \right) \right) - \beta \delta e^{-rQ} \left(\frac{-Q - DL + DL e^{\frac{Q}{DL}}}{2e^{\frac{Q}{DL}}} + Q e^{\frac{Q}{DL}} - Q \right) + \frac{Q^2 \beta e^{\frac{-DrLQ-Q}{DL}}}{2D}}{\left(1 - e^{-\frac{Q}{DL}} \right)} \quad (10)$$

در ادبیات موضوع نیز برای ساده‌سازی روابط خود از این بسط استفاده کرده‌اند [23].

$$e^{-\frac{Q}{DL}} = 1 - \frac{Q}{DL} + \frac{Q^2}{2D^2 L^2} \quad (11)$$

$$e^{\frac{Q}{DL}} = 1 + \frac{Q}{DL} + \frac{Q^2}{2D^2 L^2} \quad (12)$$

$$e^{\frac{-DrLQ-Q}{DL}} = 1 - \frac{DrLQ+Q}{DL} + \frac{D^2 r^2 L^2 Q^2 - 2DrLQ^2 + Q^2}{2D^2 L^2} \quad (13)$$

از رابطه (14) نسبت به Q مشتق مرتبه اول گرفته شده که رابطه (15) بدست می‌آید:

تمامی روابط فوق برای محاسبه‌ی یک دوره در نظر گرفته شده‌است؛ در ادامه فرمول‌های مربوطه برای عمومیت دادن به روابط جهت محاسبه تمامی دوره‌ها، تشریح می‌شود.

برای محاسبه‌ی متوسط موجودی کل دوره‌ها از رابطه (8) استفاده می‌شود که در آن هزینه‌ی کالای منسوخ شده (TC_s) و احتمال منسوخ شدن (P_s) در نظر گرفته شده است.

$$TC_L = TC_c + TC_c P_s + TC_c (P_s)^2 + \dots = \frac{TC_c}{(1 - P_s)} \quad (8)$$

به عنوان نمونه سه جمله اول رابطه فوق به صورت زیر تشریح می‌شود:

اثبات محدب بودن تابع هزینه کل

برای به دست آوردن مقدار بهینه سفارشات و همچنین اثبات محدب بودن تابع هزینه کل، از رابطه‌ی (10) مشتق مرتبه اول و دوم گرفته می‌شود. از آنجاییکه این رابطه پیچیده است و حتی یکبار هم نمی‌توان به سادگی از آن مشتق گرفت لذا به منظور ساده‌تر شدن آن جهت مشتق گیری، از بسط تیلور مطابق روابط (11، 12 و 13) استفاده شده است. لازم به ذکر است که در برخی پژوهش‌های موجود

با جایگذاری مقادیر روابط (11)، (12) و (13) در رابطه‌ی (10)، رابطه‌ی (14) حاصل می‌شود:

$$TC_L = \frac{A + \left(\partial Q - \partial r Q^2 + \frac{\partial r^2 Q^3}{2} \right) - \frac{C_s Q^2}{2D^2 L^2} - \left(\beta \partial - \beta \partial r Q + \frac{\beta \partial r^2 Q^2}{2} \right) \left(\frac{Q^2}{2DL \left(2 + \frac{2Q}{DL} + \frac{Q^2}{D^2 L^2} \right)} - \frac{Q^2}{DL} + \frac{Q^3}{2D^2 L^2} \right) + \left(\frac{\beta Q^2}{2D} - \frac{\beta Dr L Q^3 - \beta Q^3}{2D^2 L} + \frac{\beta D^2 r^2 L^2 Q^4 - 2\beta Dr L Q^4 + \beta Q^4}{4D^3 L^2} \right)}{\frac{Q}{DL} - \frac{Q^2}{2D^2 L^2}} \quad (14)$$

$$\frac{\partial TC_L}{\partial Q} = \frac{\left(\partial - 2\partial r Q + 3\partial r^2 Q^2 \right) - \frac{C_s Q}{D^2 L^2} + \left(-\beta \partial + \beta \partial r Q + \frac{\beta \partial r^2 Q^2}{2} \right) \left(\frac{-Q^2 \left(\frac{2Q}{D^2 L^2} + \frac{2}{DL} \right)}{2DL \left(\frac{Q^2}{D^2 L^2} + \frac{2Q}{DL} + 2 \right)^2} + \frac{3Q^2}{2D^2 L^2} + \frac{Q}{DL \left(\frac{Q^2}{D^2 L^2} + \frac{2Q}{DL} + 2 \right)} - \frac{2Q}{DL} \right) + \left(\beta \partial r + \beta \partial r^2 Q \right) \left(\frac{Q^2}{2DL \left(2 + \frac{2Q}{DL} + \frac{Q^2}{D^2 L^2} \right)} - \frac{Q^2}{DL} + \frac{Q^3}{2D^2 L^2} \right) + \left(\frac{\beta Q}{2} - \frac{3\beta Dr L Q^2 + 3\beta Q^2}{2D^2 L} + \frac{\beta D^2 r^2 L^2 Q^3 - 2\beta Dr L Q^3 + \beta Q^3}{D^3 L} \right) \left(\frac{Q}{DL} - \frac{Q^2}{2D^2 L^2} \right) - \left(\frac{1}{DL} - \frac{Q}{D^2 L^2} \right) \times \left(A + \left(\partial Q - \partial r Q^2 + \frac{\partial r^2 Q^3}{2} \right) - \frac{C_s Q}{D^2 L^2} - \left(\beta \partial - \beta \partial r Q + \frac{\beta \partial r^2 Q^2}{2} \right) \left(\frac{Q^3}{2D^2 L^2} + \frac{Q^2}{2DL \left(2 + \frac{2Q}{DL} + \frac{Q^2}{D^2 L^2} \right)} - \frac{Q^2}{DL} \right) + \left(\frac{\beta Q}{2} - \frac{\beta Dr L Q^2 + \beta Q^2}{2Dr} + \frac{\beta D^2 r^2 L^2 Q^3 + \beta Q^3}{4D^2 r^2} \right) \right)}{\left(\frac{Q}{DL} - \frac{Q^2}{2D^2 L^2} \right)^2} \quad (15)$$

مثال عددی جهت نشان دادن محدب بودن تابع هزینه کل موجودی‌ها

همانطور که قبلاً بیان شد، برای نشان دادن محدب پذیری تابع و نمایش دادن اینکه تابع مقدار مینیمم دارد از چند مثال عددی به ازای مقادیر مختلف برای پارامترها استفاده می‌شود. بدین منظور با استفاده از نرم افزار متمتیکا مقدار TC_L برای Q های مختلف با استفاده از رابطه ۱۰ محاسبه کرده و با استفاده از نرم افزار اکسل نمودار X-Y تابع هدف رسم می‌شود. در ادامه با بدست آوردن معادله خط رگرسیون، مقدار Q بهینه را محاسبه کرده و مقدار TC_L به ازای Q بهینه محاسبه شده تا TC_L بهینه نیز حاصل شود.

برای مثال اول داده‌های جدول ۱ برای پارامترها مفروض است:

جدول ۱: مقادیر پارامترهای مثال ۱

Table 1: Parameter Values for Example 1

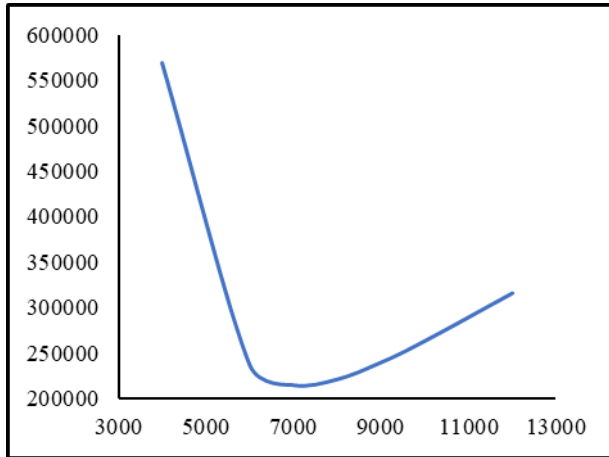
برای اثبات محدب پذیری تابع هزینه کل نیاز به محاسبه مشتق مرتبه دوم است ولی از آن جهت که مشتق مرتبه دوم گرفتن از رابطه (۱۵) نسبت به Q پیچیده بوده و تابع حاصله نیز معمولاً به شکل چندجمله‌ای تا درجه ۴ یا بالاتر حاصل می‌شود که حل تحلیلی صریح ندارد، بنابراین ناگزیر برای یافتن Q بهینه باید از روش‌های عددی استفاده کرد.

برخی از محققین در پژوهش‌های خود از مثال عددی و حل ترسیمی جهت نشان دادن نوع تحدب تابع هزینه کل موجودی‌ها استفاده کرده اند [۲۷ و ۲۸]، که در این پژوهش نیز با توجه به درجه سختی تابع هزینه کل در ادامه از مثال‌های عددی متنوع استفاده می‌شود.

۸۰۰۰	۲۲۱۱۶۹
۱۰۰۰۰	۲۶۳۳۹۲
۱۲۰۰۰	۳۱۶۰۶۱

جدول ۶: مقادیر بهینه TC_L, Q
Table ۶: Optimal Values of Q, TC_L

Q^*	۷۸۵۴
TC_L^*	۲۱۹۲۲۱



شکل ۲: نمایش محدب پذیری مثال دوم

Figure ۲: Convexity Illustration for Example ۲
در مثال سوم، داده‌های مربوط به پارامترها مطابق جدول ۷ فرض شده‌اند و برای مقادیر مختلف Q ، مقادیر هزینه کل موجودی TC_L در جدول ۸ محاسبه شده‌اند. مشابه آنچه در مثال‌های اول و دوم انجام شد، مقدار بهینه Q و TC_L نیز در جدول ۹ ارائه شده‌اند.

جدول ۷: مقادیر پارامترهای مثال ۳

Table ۷: Parameter Values for Example ۳

A	β	∂	r	C_s	L	D
۲۰۰	۳۵	۳۰۰	۰.۰۰۱	۵۰	۵	۱۰۰۰۰

جدول ۸: مقادیر مختلف Q, TC_L

Table ۸: Different Values of Q, TC_L

Q	TC_L
۴۰۰۰	۹۴۲۵۴۵
۶۰۰۰	۳۰۲۹۷۳
۸۰۰۰	۲۳۱۰۸۱
۱۰۰۰۰	۲۶۳۲۶۷
۱۲۰۰۰	۳۱۵۵۰۹

جدول ۹: مقادیر بهینه TC_L, Q

Table ۹: Optimal Values of Q, TC_L

Q^*	۸۳۷۳
TC_L^*	۲۳۳۷۹۲

A	β	∂	r	C_s	L	D
۲۰۰	۲۰	۱۰۰	۰.۰۰۱	۸۰	۴	۱۰۰۰۰

مقدار TC_L به ازای مقادیر مختلف Q بدست آمده برای مثال اول در جدول ۲ آورده شده است و با رسم نمودار $X-Y$ آن که در شکل ۱ نمایش داده شده است. با بدست آوردن معادله خط رگرسیون، مقدار TC_L و Q بهینه مطابق مقادیر جدول ۳ حاصل می‌شود.

جدول ۲: مقادیر مختلف Q, TC_L

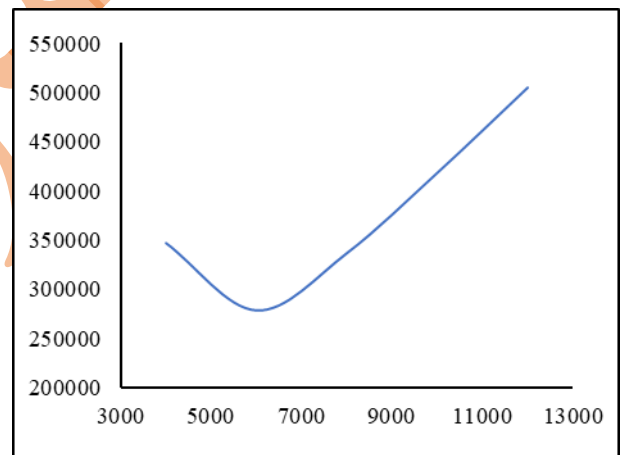
Table ۲: Different Values of Q, TC_L

Q	TC_L
۴۰۰۰	۳۴۷۰۷۰
۶۰۰۰	۲۷۸۶۲۰
۸۰۰۰	۳۳۶۷۷۳
۱۰۰۰۰	۴۱۸۳۲۴
۱۲۰۰۰	۵۰۴۸۵۰

جدول ۳: مقادیر بهینه TC_L, Q

Table ۳: Optimal Values of Q, TC_L

Q^*	۶۰۴۰
TC_L^*	۲۹۷۱۸۷



شکل ۱: نمایش محدب پذیری تابع هزینه مثال اول

Figure ۱: Convexity of the Cost Function in Example ۱

برای مثال دوم مقادیر جدول ۴ برای پارامترها مفروض است.

جدول ۴: مقادیر پارامترهای مثال ۲

Table ۴: Parameter Values for Example ۲

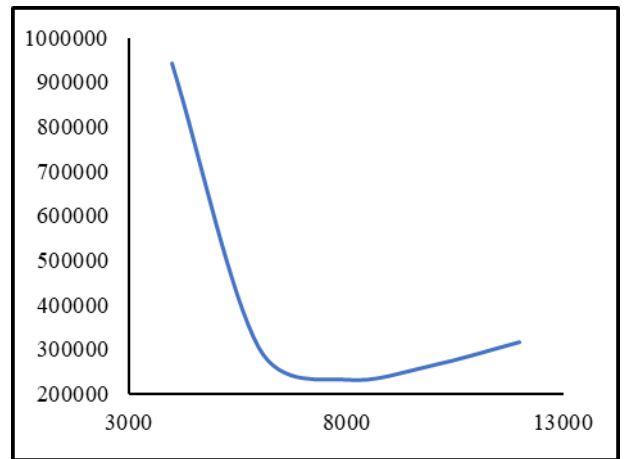
A	β	∂	r	C_s	L	D
۲۰۰	۳۰	۲۰۰	۰.۰۰۱	۵۰	۴	۱۰۰۰۰

با توجه به داده‌ها و به ازای Q های مختلف در جدول ۵، TC_L ها را بدست آورده و شکل ۲ رسم می‌شود. با حل معادله خط رگرسیون آن، Q بهینه و TC_L بهینه مطابق جدول ۶ حاصل می‌شود.

جدول ۵: مقادیر مختلف Q, TC_L

Table ۵: Different Values of Q, TC_L

Q	TC_L
۴۰۰۰	۵۶۹۵۰۹
۶۰۰۰	۲۳۷۲۴۰



شکل ۳: نمایش محدب پذیری مثال سوم

Figure ۳: Convexity Illustration for Example ۳

مثال‌های عددی فوق نشان می‌دهند که تابع هزینه کل می‌تواند یک تابع محدب بوده و دارای مینیمم باشد (شکل‌های ۱، ۲ و ۳ نیز این موضوع را تأیید می‌کنند). بنابراین می‌توان از محاسبات عددی برای بدست آوردن مقدار مناسب سفارش Q از مدل تشریح شده استفاده نمود. در ادامه کارامدی مدل با تجزیه و تحلیل و آنالیز حساسیت مدل نسبت به پارامترهای آن تشریح خواهد شد.

۴. تحلیل حساسیت

بعد از مدل‌سازی مسأله مورد نظر پژوهش و اثبات تحدب‌پذیری آن با مثال‌های عددی، جهت تجزیه و تحلیل و بررسی بهتر عملکرد مدل می‌توان به آنالیز حساسیت پارامترها و تأثیر آنها بر خروجی‌ها و نتایج تصمیم‌گیری پرداخت. برای انجام آنالیز حساسیت‌های این بخش، از داده‌های عددی یک مطالعه واقعی که مربوط به منسوخ‌شدن تلفن همراه است استفاده شده است [۲۷] و حساسیت تمامی پارامترهای هزینه که شامل هزینه‌های سفارش‌دهی، خرید، نگهداری و منسوخ‌شدن مورد بررسی قرار گرفته است. پارامترهای مورد استفاده در این مطالعه موردی به شرح ذیل است:

$$A=200, D=10000, H=5, L=6, \partial=100, C_s=80, r=0.001$$

برای تحلیل حساسیت هزینه‌ی خرید، ضرایب عادی‌ساز را متغیر قرار داده که تأثیر مستقیم بر روی هزینه‌ی خرید دارد. همچنین برای تحلیل حساسیت هزینه‌ی نگهداری چون ضریبی از هزینه خرید است، ضریب β متغیر قرار داده شده است. تغییر مدت دوره‌ی منسوخ شدن (L) نیز مورد ارزیابی قرار گرفته است. هرچند مدل بر پایه‌ی تقاضای ثابت بیان شده است ولی شرایط برای میزان مختلف تقاضا نیز بررسی گردیده است. لازم به ذکر است برای آنالیز حساسیت فرض شده که در هر لحظه تنها یک پارامتر تغییر می‌کند و اثرات آن بررسی می‌شود.

تحلیل حساسیت هزینه سفارش‌دهی

برای تحلیل حساسیت هزینه‌ی سفارش‌دهی، از مقادیر مختلف هزینه سفارش‌دهی استفاده شده است (جدول ۱۰ ملاحظه شود). بدین

منظور، همانند نتایج مثال‌های عددی ۱، ۲ و ۳ عمل شده، با این تفاوت که هر بار مقادیر هزینه‌های سفارش‌دهی (A) متغیر در نظر گرفته شده و به ازای مقادیر مختلف Q ، مقدار TCL محاسبه گردیده است. سپس با استفاده از معادله خط رگرسیون، مقدار بهینه Q و TCL تعیین و بر اساس رابطه (۱)، هزینه خرید $C(Q)$ حاصل می‌شود. شکل ۴ تغییرات کل هزینه موجودی به ازای مقادیر مختلف هزینه سفارش‌دهی را نشان می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رفت و شکل ۴ نیز نشان می‌دهد، افزایش هزینه سفارش‌دهی باعث افزایش هزینه کل موجودی می‌شود. از طرفی، با افزایش هزینه سفارش‌دهی، خریدار ترجیح می‌دهد تا مقدار کالای بیشتری خریداری کند تا تعداد دفعات سفارش کاهش یابد. در واقع، خریدار با سفارش مقدار بیشتر محصول، با توجه به مدل تخفیف کلی، از تخفیف بیشتری بهره‌مند می‌شود و همین امر موجب کاهش هزینه خرید می‌گردد. شکل ۵ نشان می‌دهد که در مقدار $A=800$ ، مقدار سفارش‌دهی به بیشترین مقدار خود می‌رسد و شکل ۶ نیز نشان می‌دهد که در همین نقطه، هزینه خرید به حداقل مقدار خود می‌رسد، زیرا در این حالت بیشترین تخفیف ممکن اعمال شده است.

با توجه به شکل ۵ مشاهده می‌شود که مقدار بهینه سفارش ابتدا افزایش می‌یابد و زمانی که $A=800$ می‌شود به بیشترین مقدار خود می‌رسد، سپس روندی کاهشی پیدا می‌کند. در مراحل اولیه، با افزایش هزینه سفارش‌دهی، خریدار تمایل دارد برای کاهش تعداد دفعات سفارش و دریافت تخفیف بیشتر، مقدار بزرگ‌تری از کالا را سفارش دهد که سبب افزایش Q بهینه می‌شود. اما از یک نقطه به بعد ($A=800$)، افزایش بیشتر هزینه سفارش نه تنها سودمند نیست بلکه باعث افزایش حجم موجودی انبار و در نتیجه رشد هزینه نگهداری می‌شود، به گونه‌ای که تخفیف کلی دیگر توان جبران آن را ندارد. علاوه بر این، در صورت منسوخ‌شدن کالا، وجود موجودی بیشتر موجب افزایش هزینه منسوخ‌شدن و در نهایت افزایش هزینه کل موجودی می‌گردد.

به همین ترتیب، با توجه به داده‌های جدول ۱۰ و شکل ۶، با افزایش هزینه سفارش‌دهی، هزینه خرید ابتدا کاهش یافته و زمانی که $A=800$ می‌شود به کمترین مقدار خود می‌رسد و سپس افزایش می‌یابد. در ابتدا، افزایش حجم خرید منجر به بهره‌مندی از تخفیف بیشتر و کاهش هزینه خرید می‌شود، اما در سطوح بالای هزینه سفارش‌دهی ($A>800$)، افزایش حجم سفارش دیگر مقرون‌به‌صرفه نیست؛ زیرا رشد هزینه‌های نگهداری و منسوخ‌شدن کالا اثر کاهشی تخفیف را خنثی می‌کند. بنابراین، نمودار هزینه خرید ($C(Q)$) در برابر تغییرات A رفتاری غیرخطی و U-شکل دارد و نشان می‌دهد که بین هزینه سفارش‌دهی و هزینه خرید نوعی رابطه‌ی بهینه وجود دارد.

جدول ۱۰: آنالیز حساسیت هزینه سفارش دهی

Table ۱۰: Sensitivity Analysis of Ordering Cost

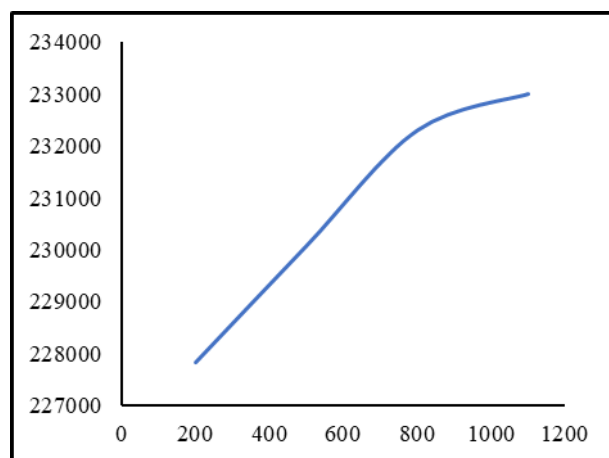
Parameter	Value	Q	$C(Q)$	TC_L
A	۲۰۰	۸۵۲۵	۰.۰۳۹۷	۲۲۷۸۲۳
	۵۰۰	۸۵۵۸	۰.۰۳۸۴	۲۳۰۰۷۶
	۸۰۰	۸۵۹۰	۰.۰۳۷۲	۲۳۲۳۰۳
	۱۱۰۰	۸۵۴۹	۰.۰۳۸۷	۲۳۳۰۰۵

∂ ضریب عادی ساز هزینه ی خرید است که برای مقادیر مختلف مورد آنالیز حساسیت قرار گرفته است. جدول ۱۱ مقادیر مختلف این پارامتر و هزینه های بدست آمده را نشان می دهد. همانطور که از این جدول و شکل ۷ مشاهده می شود، با افزایش ضریب عادی ساز، کل هزینه موجودی نیز افزایش یافته است. دلیل این امر آن است که با افزایش این ضریب، خرده فروشان تمایل دارند با سفارش مقدار بیشتری از کالا، از تخفیف کلی بیشتری بهره مند شوند تا اثر افزایش هزینه پایه خرید را جبران کنند و نوعی تعادل اقتصادی در سیستم برقرار شود. به همین دلیل، با افزایش ∂ ، مقدار سفارش کالا نیز افزایش می یابد (مطابق شکل ۸). از طرفی، هزینه خرید نیز بر اساس شکل ۹ ابتدا کاهش و سپس افزایش یافته است، به گونه ای که در مقدار حدود ۲۵۰، هزینه خرید به حداقل مقدار خود می رسد. این رفتار به این دلیل است که ضریب عادی ساز در تابع هزینه خرید حضور دارد و با افزایش آن، قیمت پایه کالا بیشتر می شود. در مراحل ابتدایی افزایش، اثر تخفیف کلی تا حدی موجب کاهش هزینه خرید می گردد، اما با ادامه افزایش ضریب، اثر افزایشی آن بر قیمت پایه غالب شده و باعث رشد مجدد هزینه خرید می شود. در نتیجه، منحنی هزینه خرید $(C(Q))$ رفتار غیرخطی و U-شکل از خود نشان می دهد. علاوه بر این، از آن جا که ضریب عادی ساز به طور مستقیم در هزینه خرید و هزینه نگهداری تأثیر می گذارد، با افزایش آن، هزینه کل موجودی (TC_L) نیز روندی افزایشی خواهد داشت.

جدول ۱۱: آنالیز حساسیت هزینه خرید

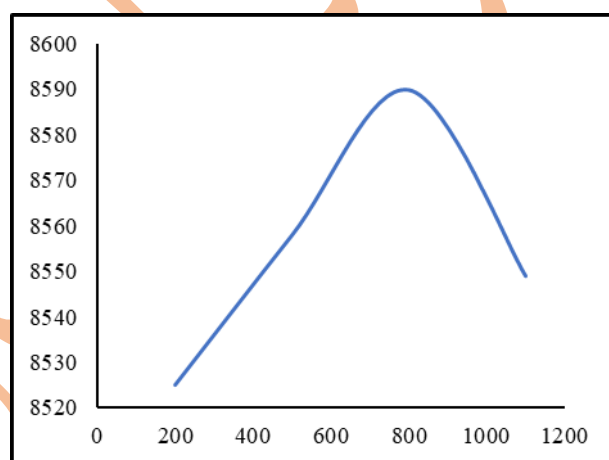
Table ۱۱: Sensitivity Analysis of Purchasing Cost

Parameter	Value	Q	$C(Q)$	TC_L
∂	۱۰۰	۷۴۱۴	۰.۰۶۰	۲۰۰۸۵۹
	۲۰۰	۸۵۲۵	۰.۰۳۹	۲۲۷۸۲۳
	۳۰۰	۸۹۵۶	۰.۰۳۸	۲۳۹۳۳۴
	۴۰۰	۹۱۳۵	۰.۰۴۳	۲۴۴۸۹۲



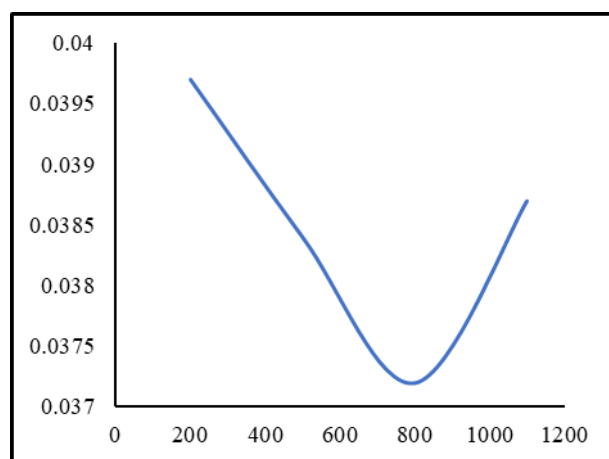
شکل ۴: کل هزینه موجودی برای هزینه سفارش دهی

Figure ۴: Total Inventory Cost vs. Ordering



شکل ۵: مقدار بهینه سفارش برای هزینه سفارش دهی

Figure ۵: Optimal Order Quantity vs. Ordering Cost



شکل ۶: هزینه خرید برای هزینه سفارش دهی

Figure ۶: Purchasing Cost vs. Ordering Cost

آنالیز حساسیت هزینه خرید

در این بخش جهت تحلیل حساسیت هزینه خرید، پارامترهای ضریب عادی ساز و ضریب کشش خرید بررسی می شود.

ضریب عادی ساز

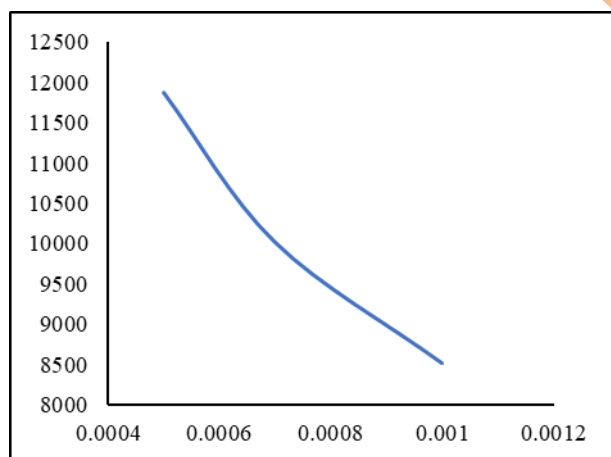
ضریب کشش خرید تأثیر مستقیم بر روی هزینه خرید دارد و با افزایش آن هزینه خرید نیز کاهش می‌یابد که شکل ۱۱ درستی آن را نشان می‌دهد. از طرفی با کاهش میزان سفارشات، هزینه منسوخ شدن نیز کاهش می‌یابد و به طور کلی هزینه کل موجودی نیز کاهش می‌یابد که شکل ۱۲ روند کاهش هزینه‌ها را نشان می‌دهد.

همانطور که از نتایج جدول ۱۲ و شکل های ۱۰، ۱۱ و ۱۲ مشاهده می‌شود به ازای $r=0.001$ هزینه‌ی خرید و هزینه کل موجودی کمینه می‌باشد و مقدار سفارش نیز معقول است، بنابراین نسبت به بقیه ضرایب، مناسب‌تر است.

جدول ۱۲: آنالیز حساسیت ضریب کشش خرید

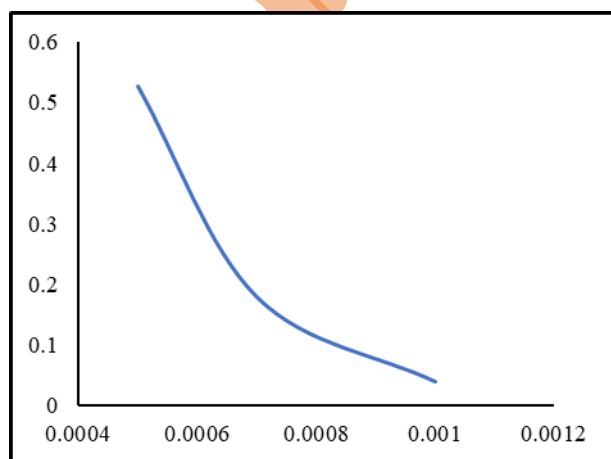
Table ۱۲: Sensitivity Analysis of Price Elasticity of Demand

Parameter	Value	Q	$C(Q)$	TC_L
r	۰.۰۰۰۵	۱۱۸۷۵	۰.۵۲۸	۴۰۹۱۹۵
	۰.۰۰۰۷	۱۰۰۲۳	۰.۱۷۹	۲۹۲۱۱۲
	۰.۰۰۱	۸۵۲۵	۰.۰۳۹	۲۲۷۸۲۳



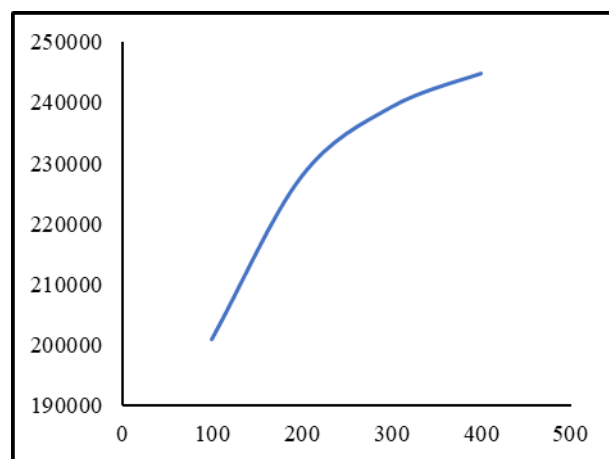
شکل ۱۰: مقدار بهینه سفارش برای ضریب کشش خرید

Figure ۱۰: Optimal Order Quantity vs. Price Elasticity of Demand



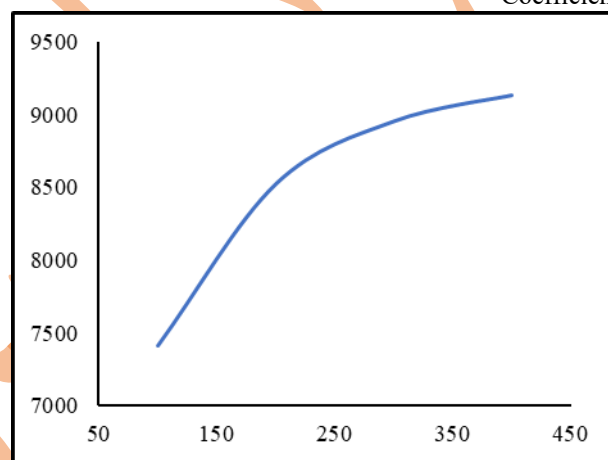
شکل ۱۱: هزینه خرید برای ضریب کشش خرید

Figure ۱۱: Purchasing Cost vs. Price Elasticity of Demand



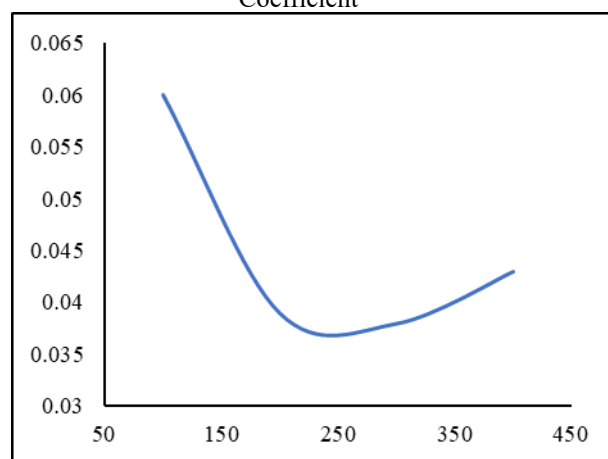
شکل ۷: کل هزینه موجودی برای ضریب عادی ساز

Figure ۷: Total Inventory Cost vs. Normalization Coefficient



شکل ۸: مقدار بهینه سفارش برای ضریب عادی ساز

Figure ۸: Optimal Order Quantity vs. Normalization Coefficient

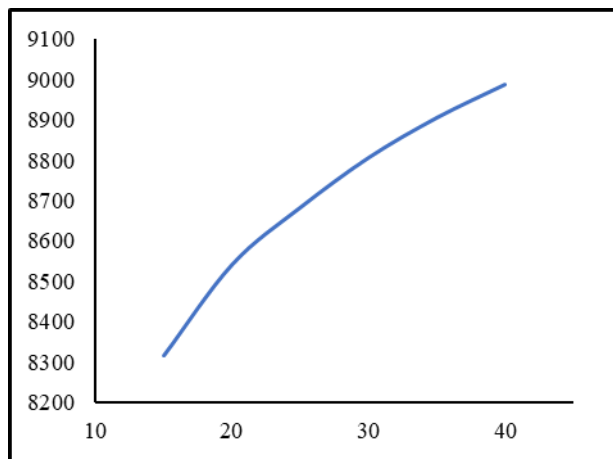


شکل ۹: هزینه خرید برای ضریب عادی ساز

Figure ۹: Purchasing Cost vs. Normalization Coefficient

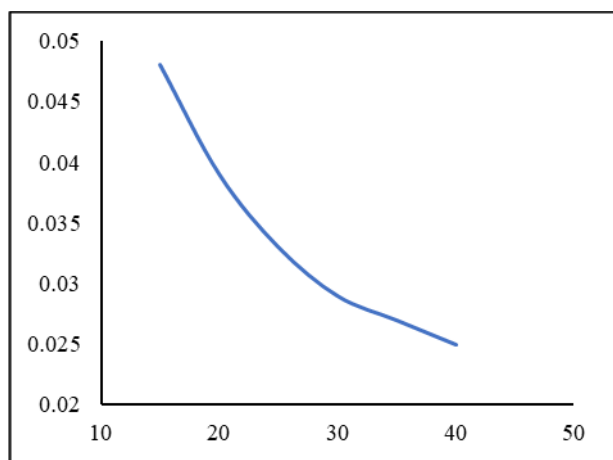
ضریب کشش خرید

r ضریب کشش خرید به معنای اندازه‌گیری تغییر در میزان خرید با تغییر در قیمت آن است. جدول ۱۲ آنالیز حساسیت این ضریب به ازای مقادیر مختلف را نشان می‌دهد. انتظار می‌رود که با افزایش ضریب کشش خرید، میزان کالای کمتری سفارش داده شود که شکل ۱۰ نیز این موضوع را بیان می‌کند؛ با توجه به رابطه ۱)



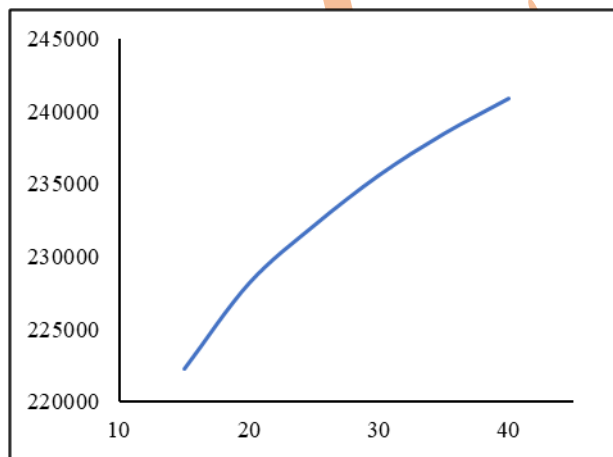
شکل ۱۳: مقدار بهینه سفارش برای هزینه نگهداری

Figure ۱۳: Optimal Order Quantity vs. Holding Cost



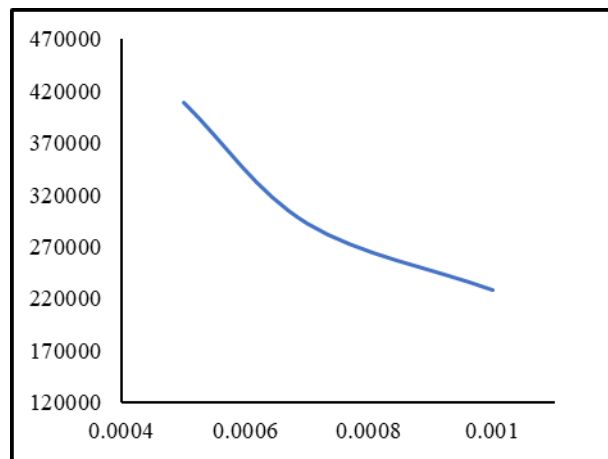
شکل ۱۴: هزینه بهینه خرید برای هزینه نگهداری

Figure ۱۴: Optimal Purchasing Cost vs. Holding Cost



شکل ۱۵: کل هزینه موجودی برای هزینه نگهداری

Figure ۱۵: Total Inventory Cost vs. Holding Cost



شکل ۱۲: مقدار کل هزینه موجودی برای ضریب کشش خرید

Figure ۱۲: Total Inventory Cost vs. Price Elasticity of Demand

آنالیز حساسیت ضریب هزینه نگهداری

در این بخش تحلیل حساسیت بر روی ضریب هزینه نگهداری (β) انجام شده است. مقادیر مختلف این ضریب و داده‌های بدست آمده در جدول ۱۳ آورده شده است. همانطور که قبلاً بیان شد، هزینه نگهداری بصورت ضربی از هزینه خرید است و در هزینه خرید مدل تخفیف کلی لحاظ شده است؛ بنابراین مقدار سفارش کالا وابسته به آن است. همانطور که در جدول ۱۳ و شکل ۱۳ مشاهده می‌شود با افزایش ضریب نگهداری مقدار سفارش‌دهی افزایش می‌یابد که به دنبال آن فروشنده مقدار تخفیف بیشتری به خریدار می‌دهد و هزینه خرید نیز کاهش می‌یابد. این موضوع در شکل ۱۴ نشان داده شده است. از طرفی همانطور که انتظار می‌رفت، زیاد شدن ضریب هزینه نگهداری مقدار کل هزینه موجودی را افزایش می‌دهد که شکل ۱۵ نیز این مطلب را بیان می‌کند.

جدول ۱۳: آنالیز حساسیت ضریب هزینه نگهداری

Table ۱۳: Sensitivity Analysis of Holding Cost Rate

Parameter	Value	Q	$C(Q)$	TC_L
β	۱۵	۸۳۱۷	۰.۰۴۸	۲۲۲۲۷۷
	۲۰	۸۵۴۲	۰.۰۳۹	۲۲۸۱۸۱
	۲۵	۸۶۸۳	۰.۰۳۳	۲۳۲۱۴۱
	۳۰	۸۸۰۶	۰.۰۲۹	۲۳۵۵۹۵
	۳۵	۸۹۰۵	۰.۰۲۷	۲۳۸۴۴۸
	۴۰	۸۹۸۷	۰.۰۲۵	۲۴۰۸۷۰

آنالیز حساسیت مدت دوره منسوخ شدن

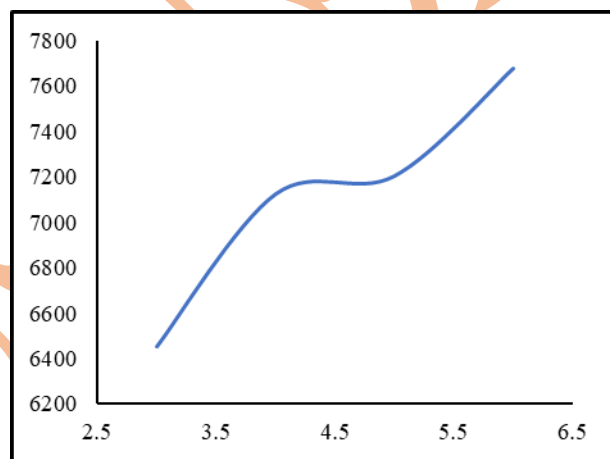
هرچه طول دوره منسوخ شدن (L) بیشتر باشد یعنی کالا به مدت طولانی‌تری در بازار مورد استفاده قرار می‌گیرد و دیرتر منسوخ می‌شود. در جدول ۱۴ آنالیز حساسیت برای طول دوره‌های مختلف (برحسب ماه) بررسی شده است. انتظار می‌رود که هرچه طول دوره بیشتر باشد چون میزان تقاضا بیشتر است، میزان سفارش کالا

جدول ۱۴: آنالیز حساسیت دوره منسوخ شدن

Table ۱۴: Sensitivity Analysis of Deterioration Period

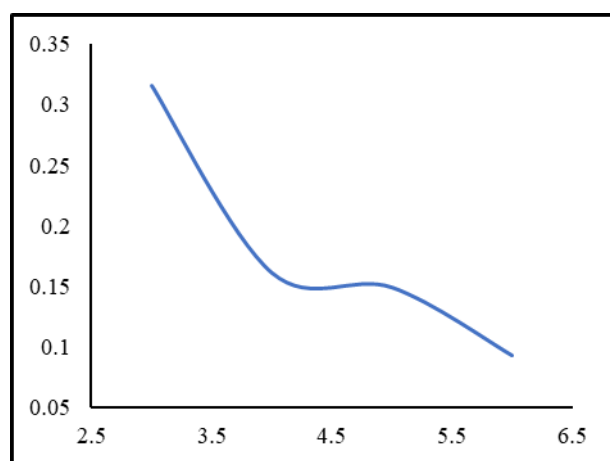
Parameter	Value (month)	Q	$C(Q)$	TC_L
L	۶	۷۶۷۷	۰.۰۹۳	۲۱۳۵۳۸
	۵	۷۲۰۴	۰.۱۴۹	۲۰۸۶۰۱
	۴	۷۱۲۵	۰.۱۶۱	۲۰۶۸۶۴
	۳	۶۴۵۴	۰.۳۱۵	۲۰۴۵۱۲

نیز بیشتر شود که داده‌های جدول ۱۴ و شکل ۱۶ نیز این مورد را تصدیق می‌کند. از طرفی با افزایش مقدار سفارش، تخفیف بیشتری اعمال می‌شود و در نتیجه هزینه خرید کاهش می‌یابد (شکل ۱۷ ملاحظه شود). افزایش طول دوره سبب می‌شود تا میزان هزینه کل موجودی نیز افزایش یابد که شکل ۱۸ روند افزایش هزینه را نشان می‌دهد.



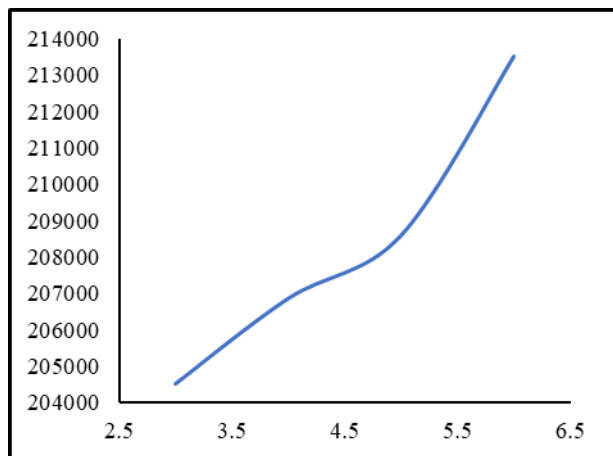
شکل ۱۶: مقدار بهینه سفارش برای مدت دوره منسوخ شدن

Figure ۱۶: Optimal Order Quantity vs. Deterioration Period



شکل ۱۷: هزینه بهینه خرید برای مدت دوره منسوخ شدن

Figure ۱۷: Optimal Purchasing Cost vs. Deterioration Period



شکل ۱۸: کل هزینه موجودی برای مدت دوره منسوخ شدن

Figure ۱۸: Total Inventory Cost vs. Deterioration Period

آنالیز حساسیت هزینه منسوخ شدن

در این قسمت تحلیل حساسیت بر روی هزینه منسوخ شدن کالا انجام شده است. جدول ۱۵ تغییرات این هزینه و مقادیر مختلف متغیرهای حاصل شده را نشان می‌دهد. مشخص است که با منسوخ شدن یک کالا، میزان تقاضا برای آن در بازار بسیار کاهش می‌یابد. هر چه هزینه‌های منسوخ شدن یک کالا نیز بیشتر باشد خرده‌فروشان میزان کمتری از کالا را سفارش می‌دهند تا در صورت منسوخ شدن ضرر کمتری متحمل شوند که شکل ۱۹ این مورد را نشان می‌دهد. از طرفی با توجه به مدل تخفیف کلی، با افزایش هزینه‌ی منسوخ شدن کالا، هزینه خرید افزایش می‌یابد (شکل ۲۰ ملاحظه شود) و به دنبال آن هزینه کل موجودی نیز افزایش پیدا می‌کند که شکل ۲۱ این موضوع را نشان می‌دهد.

جدول ۱۵: آنالیز حساسیت هزینه منسوخ شدن

Table ۱۵: Sensitivity Analysis of Deterioration Cost

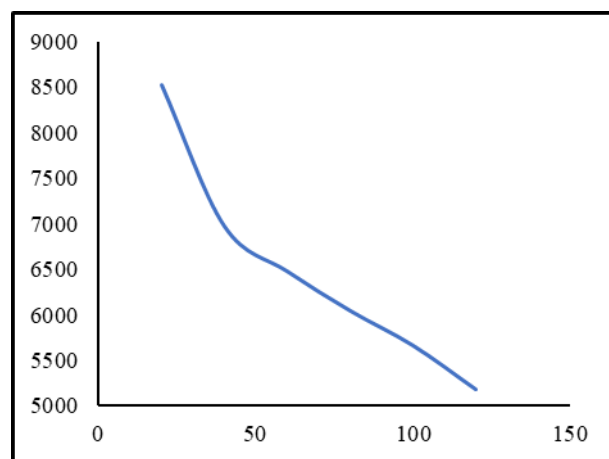
Parameter	Value	Q	$C(Q)$	TC_L
C_s	۲۰	۶۴۴۸	۰.۳۱۶	۱۰۸۷۷۸
	۴۰	۶۱۴۵	۰.۴۲۸	۱۸۱۶۹۰
	۶۰	۵۸۰۷	۰.۶۰۱	۲۵۳۴۵۰
	۸۰	۵۵۰۵	۰.۸۱۳	۳۲۳۲۰۰
	۱۰۰	۵۱۷۳	۱.۱۳۳	۳۹۵۴۲۵
	۱۲۰	۴۸۷۴	۱.۵۲۸	۴۶۸۹۰۲

می‌شود تا میزان سفارش‌دهی نیز افزایش یابد (شکل ۲۲ ملاحظه شود) و بدنبال آن تخفیف بیشتری اعمال می‌شود و در نتیجه همانطور که در شکل ۲۳ مشاهده می‌شود سبب می‌شود هزینه خرید نیز کاهش یابد. با افزایش میزان تقاضا مقدار هزینه کل موجودی نیز کاهش می‌یابد که شکل ۲۴ نیز این موضوع را تصدیق می‌کند.

جدول ۱۶: آنالیز حساسیت مقدار تقاضا

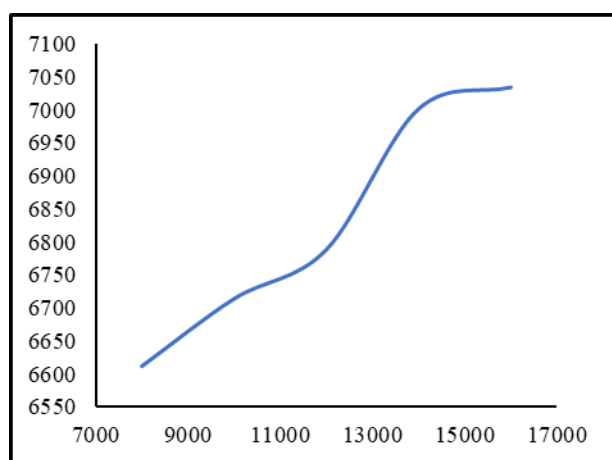
Table ۱۶: Sensitivity Analysis of Demand Quantity

Parameter	Value	Q	$C(Q)$	TC_L
D	۸۰۰۰	۸۴۳۱	۰.۰۴۳	۲۲۶۹۱۰
	۱۰۰۰۰	۸۵۲۵	۰.۰۳۹	۲۲۷۸۲۳
	۱۲۰۰۰	۸۶۴۰	۰.۰۳۵	۲۲۹۵۹۰
	۱۴۰۰۰	۹۸۰۴	۰.۰۱۱	۲۵۵۶۰۷
	۱۶۰۰۰	۸۷۸۴	۰.۰۳۰	۲۳۱۹۸۱



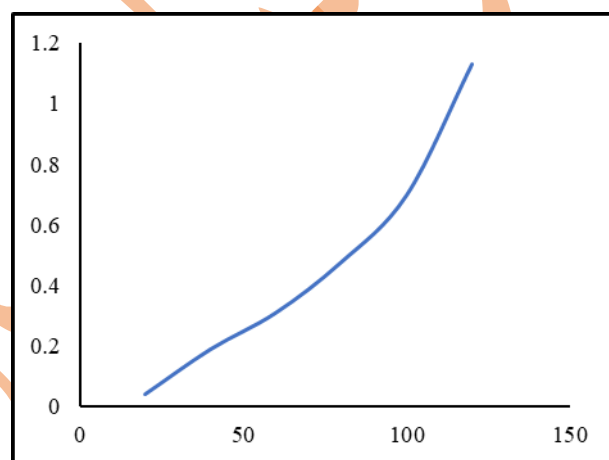
شکل ۱۹: مقدار بهینه سفارش برای هزینه منسوخ شدن

Figure ۱۹: Optimal Order Quantity vs. Deterioration Cost



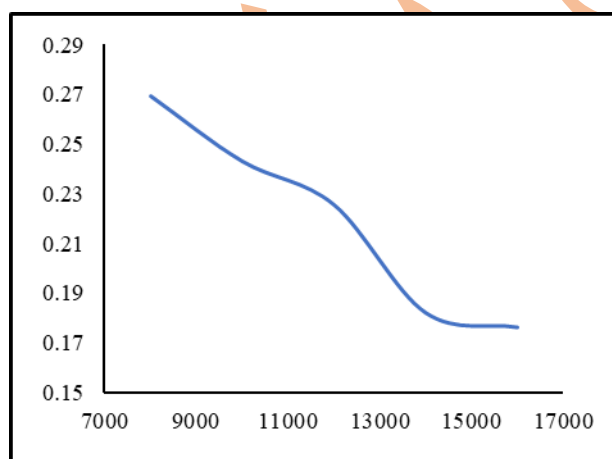
شکل ۲۲: مقدار بهینه سفارش برای میزان تقاضا

Figure ۲۲: Optimal Order Quantity vs. Demand Quantity



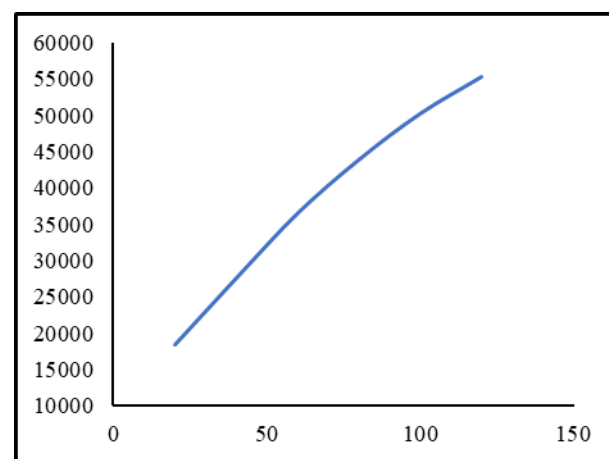
شکل ۲۰: هزینه بهینه خرید برای هزینه منسوخ شدن

Figure ۲۰: Optimal Purchasing Cost vs. Deterioration Cost



شکل ۲۳: هزینه بهینه خرید برای میزان تقاضا

Figure ۲۳: Optimal Purchasing Cost vs. Demand Quantity



شکل ۲۱: کل هزینه موجودی برای هزینه منسوخ شدن

Figure ۲۱: Total Inventory Cost vs. Deterioration Cost

آنالیز حساسیت میزان تقاضا

مدل‌سازی این پژوهش بر مبنای تقاضای ثابت طراحی شده‌است ولی برای شرایطی که میزان تقاضا متغیر باشد نیز تحلیل حساسیت ساده‌ای در این بخش صورت گرفته است. نتایج تغییرات تقاضای کالا در جدول ۱۶ نمایش داده شده است. افزایش میزان تقاضا باعث

جدول ۱۷: آنالیز حساسیت همزمان نرخ منسوخ شدن و ضریب هزینه نگهداری

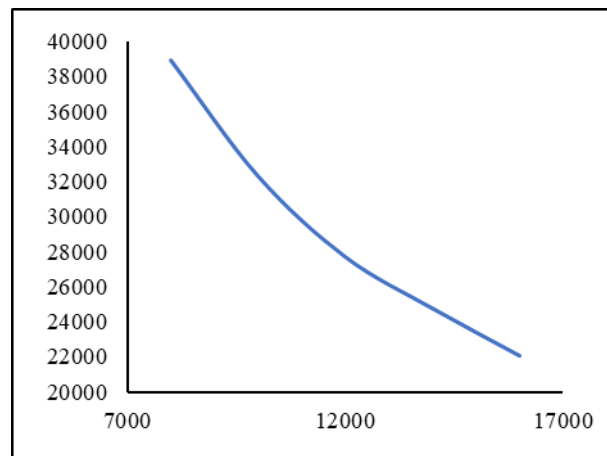
Table ۱۷: Simultaneous Sensitivity Analysis of Deterioration rate and Holding Cost Rate

State	L	β	Q^*	TC_L	C_s	$H(Q)$
۱	۶	۴۰	۸۸۴۵	۲۳۶۸۷۴	۳۰۶۸۸	۱۰۱۹۸
۲	۳	۱۵	۶۹۴۳	۲۳۵۹۶۶	۳۲۶۲۶	۲۰۱۰۷
۳	۶	۱۵	۷۹۵۰	۲۳۲۵۰۰	۲۴۴۷۰	۸۴۱۱
۴	۳	۴۰	۸۵۴۰	۲۳۳۵۹۳	۵۴۸۱۹	۱۳۳۵۶

نتایج تحلیل این قسمت نشان می‌دهد برای محصولات منسوخ‌شدنی، با توجه به اینکه اثر هزینه منسوخ‌شدن محصول از هزینه نگهداری آن در هزینه سالانه TC_L بیشتر است، بنابراین هر چه نرخ منسوخ‌شدن محصول بیشتر شود بهتر است مقدار سفارش کمتر داده شود تا هزینه منسوخ شدن کاهش یافته و در نتیجه سبب کاهش هزینه سالانه TC_L نیز گردد. نتایج بررسی همزمان این دو پارامتر همچنین نشان داد که افزایش یا کاهش همزمان L و β بر روی مقدار سفارش بهینه Q^* اثر مستقیم دارد بطوریکه با توجه با داده‌های جدول در حالت اول با افزایش هر دو متغیر، بیشترین میزان Q^* حاصل می‌شود و همچنین با کاهش همزمان هر دو متغیر در حالت دوم کمترین میزان Q^* حاصل شده است.

نتیجه‌گیری و تحقیقات آینده

با توجه به پیشرفت سریع فناوری و افزایش مصرف کالاهای منسوخ‌شدنی نظیر تجهیزات الکترونیکی، داروها و تجهیزات پزشکی، کنترل موجودی این دسته از اقلام اهمیت ویژه‌ای یافته است. مدیریت بهینه موجودی این کالاهای، از یک سو مانع از تحمیل هزینه‌های اضافی و از سوی دیگر، موجب کاهش ضایعات و پسماندهای زیان‌آور می‌شود. در این راستا، در پژوهش حاضر، مسئله کنترل موجودی اقلام منسوخ‌شدنی با لحاظ تخفیف کلی که در میان فروشندگان این محصولات رایج است، مورد بررسی قرار گرفت. در حالی که مطالعات پیشین عمدتاً به کنترل موجودی در شرایط عمومی پرداخته‌اند، پژوهش حاضر با تمرکز بر اقلام منسوخ‌شدنی و لحاظ سه عامل کلیدی یعنی هزینه نگهداری وابسته به هزینه خرید، احتمال منسوخ‌شدن ناگهانی و تخفیف کلی در خرید، گامی نو در توسعه مدل‌های کاربردی‌تر در این حوزه برداشته است. ابتدا مدل‌سازی ریاضی هزینه‌های اصلی شامل خرید، سفارش‌دهی، نگهداری و منسوخ‌شدن انجام شد. سپس با استفاده از مشتقات اول و دوم و رسم نمودارها، محدب‌پذیری تابع هدف اثبات گردید. برای ارزیابی مدل، چند مثال عددی با داده‌های واقعی و تحلیل حساسیت برای پارامترهای کلیدی ارائه شد. نتایج تحلیل حساسیت نشان داد:



شکل ۲۴: کل هزینه موجودی برای میزان تقاضا

Figure ۲۴: Total Inventory Cost vs. Demand Quantity

آنالیز حساسیت همزمان نرخ منسوخ شدن کالا و ضریب هزینه نگهداری

در این قسمت آنالیز حساسیت برای حالتی انجام می‌شود که نرخ منسوخ شدن (L) و ضریب نگهداری (β) بطور همزمان تغییر یابند. بدین منظور چهار حالت مختلف برای تحلیل حساسیت در نظر گرفته شده است:

- حالت اول: هر دو پارامتر (L) و (β) همزمان افزایش یابند.
- حالت دوم: هر دو پارامتر (L) و (β) همزمان کاهش یابند.
- حالت سوم: پارامتر (L) افزایش و (β) کاهش یابد.
- حالت چهارم: پارامتر (L) کاهش و (β) افزایش یابد.

جدول ۱۷ نتایج تحلیل همزمان دو پارامتر را نشان می‌دهد. با توجه به این جدول مشخص است که وقتی L کم می‌شود (یعنی کالا زودتر منسوخ می‌شود) تعداد کالاهای فاسد زیاد و هزینه منسوخ‌شدن نیز زیاد می‌شود که در حالت دوم و چهارم با مقدار L برابر ۳، هزینه منسوخ شدن از حالت اول و سوم با $L=6$ بیشتر است؛ همچنین هر چه نرخ منسوخ‌شدن بالاتر باشد، سفارش بهینه Q^* معمولاً کوچکتر و هزینه سالانه بیشتر می‌شود.

جدول ۱۷ نشان می‌دهد در حالت سوم که $L=6$ و $\beta=15$ است، کمترین هزینه سالانه TC_L حاصل شده است. لازم به ذکر است که در این حالت کالا دیرتر منسوخ شده و هزینه نگهداری آن نیز کمتر است. بیشترین هزینه هم مربوط به حالت چهارم است که در آن $L=3$ و $\beta=40$ است که ترکیبی از طول عمر کم و هزینه نگهداری بالا است که سبب بیشتر شدن هزینه منسوخ‌شدن و افزایش هزینه نگهداری و در نتیجه افزایش هزینه سالانه TC_L شده است.

- با افزایش هزینه سفارش دهی، مقدار سفارش افزایش یافته، و در نتیجه با اعمال تخفیف کلی، هزینه خرید کاهش می‌یابد؛ با این حال، به علت افزایش هزینه نگهداری، هزینه کل موجودی افزایش می‌یابد.
- افزایش ضریب نرمال‌ساز موجب افزایش مقدار سفارش و در پی آن افزایش هزینه کل سیستم می‌شود.
- افزایش ضریب کشش خرید، مقدار سفارش را کاهش داده و در نتیجه هزینه کل موجودی نیز کاهش می‌یابد.
- با افزایش ضریب هزینه نگهداری، مقدار سفارش افزایش و هزینه کل موجودی نیز افزایش می‌یابد.
- افزایش نرخ منسوخ‌شدن، منجر به کاهش حدود ۲۴٪ در مقدار سفارش و افزایش بیش از ۳۲٪ در هزینه کل سیستم شد.
- افزایش هزینه منسوخ‌شدن باعث رفتار محتاطانه‌تر خریدار و کاهش مقدار سفارش گردید.
- افزایش تقاضا منجر به افزایش مقدار سفارش و کاهش هزینه خرید به دلیل بهره‌گیری از تخفیف کلی شد.

بینش‌های مدیریتی

یافته‌های پژوهش از جنبه‌های مختلف برای مدیران خرید و برنامه‌ریزی موجودی، به‌ویژه در صنایع دارای محصولات با عمر کوتاه یا خطر منسوخ‌شدگی بالا، کاربردی است. نتایج مدل نشان می‌دهد که در شرایطی که احتمال منسوخ‌شدن اقلام وجود دارد، تصمیم‌گیرندگان باید سیاست سفارش‌دهی را به گونه‌ای تنظیم کنند که توازن میان صرفه‌جویی ناشی از تخفیف کلی

و افزایش هزینه نگهداری وابسته به قیمت خرید برقرار شود. در واقع، مدل پیشنهادی می‌تواند به مدیران کمک کند تا در شرایط نوسان قیمت و تغییر تقاضا، مقدار سفارش بهینه را با حداقل ریسک منسوخ‌شدن انتخاب کنند.

در مقایسه با مدل‌های کلاسیک کنترل موجودی، مدل حاضر با لحاظ سه ویژگی مهم "احتمال منسوخ‌شدن تصادفی، هزینه نگهداری وابسته به قیمت خرید، و تخفیف کلی" ابزاری تحلیلی برای تصمیم‌گیری در محیط‌های رقابتی و ناپایدار فراهم می‌کند. استفاده از این مدل در صنایعی مانند تجهیزات الکترونیکی، دارویی، و کالاهای فناپذیر می‌تواند به کاهش هزینه کل سیستم و بهبود دقت تصمیمات خرید و نگهداری منجر شود.

با این حال، اجرای عملی مدل نیازمند برآورد دقیق پارامترهایی مانند نرخ منسوخ‌شدن، ضریب هزینه نگهداری و سطح تخفیف است. محدودیت داده‌های تاریخی و عدم قطعیت‌های محیطی (نوسانات تقاضا یا تغییر سیاست‌های تأمین‌کننده) می‌تواند چالش‌هایی در پیاده‌سازی کامل مدل ایجاد کند. بنابراین پیشنهاد می‌شود مدل حاضر به عنوان ابزار پشتیبان تصمیم‌گیری در کنار قضاوت کارشناسی مدیران استفاده شود.

برای تحقیقات آینده پیشنهادات زیر به محققین ارائه می‌شود:

- توسعه مدل در شرایط تولیدی با محدودیت ظرفیت تولید.
- در نظر گرفتن اثرات تورم بر قیمت خرید و میزان تقاضا.
- مدل‌سازی هزینه نگهداری به عنوان تابعی از متوسط موجودی یا زمان نگهداری.
- بررسی تقاضا به صورت احتمالی یا تابعی وابسته به تورم، قیمت و سطح موجودی کالا.

pp. ۱-۱۶.

<https://doi.org/10.1080/00207179.2025.2522856>

۷. Karimi, M. and Sadjadi, S.J., ۲۰۲۵. Optimisation of a multi-item inventory model for deteriorating items with budget constraint, time-dependent holding costs, and two-level quantity discount: a comparison. *European Journal of Industrial Engineering*, 19(۴), pp.۴۵۴-۵۰۱.
<https://doi.org/10.1080/EJIE.2025.146500>
۸. Tripathi, R.P., Singh, D., Singh, D. and Rao, P., ۲۰۱۹. Inventory model with quantity discount, pricing and partial backlogging for a deteriorating items. *International Journal of Operational Research*, 35(۲), pp.۲۰۸-۲۲۳.
<https://doi.org/10.1080/IJOR.2019.100725>
۹. Limansyah, T., Lesmono, D. and Sandy, I., ۲۰۲۰, March. Economic order quantity model with deterioration factor and all-units discount. *Journal of Physics: Conference Series*.

منابع

۱. Heizer, J., Render, B. and Munson, C., ۲۰۲۰. *Operations management: Sustainability and supply chain management*. Pearson.
۲. Silver, E.A., Pyke, D.F. and Thomas, D.J., ۲۰۱۶. *Inventory and production management in supply chains*. CRC press.
۳. Nahmias, S. and Olsen, T.L., ۲۰۱۵. *Production and operations analysis*. Waveland Press.
۴. Chopra, S., Meindl, P. and Kalra, D.V., ۲۰۰۱. *Strategy, Planning, and Operation: Supply Chain Management*.
۵. Goyal, S.K. and Giri, B.C., ۲۰۰۱. Recent trends in modeling of deteriorating inventory. *European Journal of operational research*, 134(۱), pp.۱-۱۶.
[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(00\)00248-4](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00248-4)
۶. Tadj, L., ۲۰۲۵. Dynamic inventory control and planned obsolescence management. *International Journal of Production Research*,

- products with replenishment rate dependent on inventory level. *International Journal of Mathematics Trends and Technology-IJMTT*, 70(۱۰), pp. ۱۴-۲۱. <https://doi.org/10.14445/22315373/IJMTT-V70.I10.P103>
۱۸. Rana, S.K. and Kumar, A., ۲۰۲۴. December. Two-Warehouse Inventory Control for Deteriorating Items Using Hybrid and Stock-Dependent Demand with Partial Backlogging. *Operations Research Forum*, 5(۴), pp. ۱-۱۸. <https://doi.org/10.1007/s۴۳۰۶۹-۰۲۴-۰۰۳۶۶-۰>
 ۱۹. Khosravi, S. and Mirmohammadi, S. ۲۰۱۸. Stochastic Dynamic Lot- Sizing Problem with Total Quantity Discount. *Sharif Journal of Industrial Engineering & Management*, 34(۱۱), pp. ۳۹-۵۰. <https://doi.org/10.2۴۲۰۰/j۶۵,۲۰۱۸,۵۵۴۶> [In Persian].
 ۲۰. Karimi, M., Khademi Zare, H., Zare Mehrjerdi, Y. and Fakhrzad, M. ۲۰۲۱. Presenting a Novel Vendor Managed Inventory Model FOR Retailer Selection in Competitive Condition. *Sharif Journal of Industrial Engineering & Management*, 37(۱), pp. ۱۰۳-۱۱۵. <https://doi.org/10.2۴۲۰۰/j۶۵,۲۰۲۱,۵۶۲۶۳,۲۱۴۲> [In Persian].
 ۲۱. Keshavarz, T. and Farasat, M. ۲۰۲۳. Developing An Integrated Model for Pricing and Inventory Control of Perishable Goods in A Two-Stage Supply Chain: A Case Study of Green Mortar. *Sharif Journal of Industrial Engineering & Management*, 39(۱), pp. ۳۵-۴۸. <https://doi.org/10.2۴۲۰۰/j۶۵,۲۰۲۲,۵۷۹۰۷,۲۲۱۸> [In Persian].
 ۲۲. Hajian Heydari, M., Fatemi Qomi, S.M.T and Karimi, B., ۲۰۱۴. Modeling a Distribution Network of Deteriorating Items in Supply Chain Considering Discount Policy, *Supply Chain Management*, 15(۴۲), pp. ۱۸-۲۵, <https://civilica.com/doc/۱۶۹۵۰۹۹> [In Persian].
 ۲۳. Ghandehari, M., Abdi, M., ۲۰۲۱. An integrated production-inventory policy in a two-layer supply chain for a deteriorating item with quantity discount, *Sharif Journal of Industrial Engineering & Management*, 36(۲,۲), pp. ۶۳-۷۶, <https://doi.org/10.2۴۲۰۰/j۶۵,۲۰۲۰,۵۴۷۶۱,۲۰۷۲> [In Persian].
 ۲۴. Dezhtaherian, M., Ghandehari, M. and ketabi, S., ۲۰۲۱. Developing a production-inventory-routing model considering discounting and environmental issues for deteriorating items in a green supply chain, *Research in Production* ۱۴۹.(۱), p. ۱۲۰۵۲. <https://doi.org/10.1۰۸۸/۱۷۴۲-۶۵۹۶/۱۴۹۰/۱/۱۲۰۵۲>
 ۱۰. Banerjee, S. and Agrawal, S., ۲۰۱۷. Inventory model for deteriorating items with freshness and price dependent demand: Optimal discounting and ordering policies. *Applied Mathematical Modelling*, 52, pp.۵۳-۶۴. <https://doi.org/10.1۰۱۶/j.apm.۲۰۱۷.۰۷.۰۲۰>
 ۱۱. Pervin, M., Roy, S. K., Sannyashi, P., and Weber, G. W., ۲۰۲۳. Sustainable inventory model with environmental impact for non-instantaneous deteriorating items with composite demand. *RAIRO-Operations Research*, 57(۱), pp. ۲۳۷-۲۶۱. <https://doi.org/10.1۰۵۱/ro/۲۰۲۳.۰۵>
 ۱۲. Kaushik, J., ۲۰۲۳. The inventory model for deteriorating items with permissible delay in payment and investment in preservative technology: a pragmatic approach. *International Journal of Applied and Computational Mathematics*, 9(۶), pp. ۱۲۸. <https://doi.org/10.1۰۰۷/s۴۰۸۱۹-۰۲۳-۰۱۶۰۶-۳>
 ۱۳. Sharma, S., Tyagi, A., Verma, B. B., and Kumar, S., ۲۰۲۲. An inventory control model for deteriorating items under demand dependent production with time and stock dependent demand. *International Journal of Operations and Quantitative Management*, 27(۴), pp. ۳۲۱-۳۳۶. <https://search.eitaa.com/?url=https://doi.org/10.۴۶۹۷۰/۲۰۲۱,۲۷,۴,۲>
 ۱۴. Mahapatra, A. S., Dasgupta, A., Shaw, A. K., and Sarkar, B., ۲۰۲۲. An inventory model with uncertain demand under preservation strategy for deteriorating items. *RAIRO-Operations Research*, 56(۶), pp. ۴۲۵۱-۴۲۸۰. <https://doi.org/10.1۰۵۱/ro/۲۰۲۲۱۴۵>
 ۱۵. Verma, P. and Mishra, V.K., ۲۰۲۴. Inventory optimization of deteriorating items: A comprehensive review of carbon-control policies and their impact on shelf life, greening effects, and rework policies. *WPOM-Working Papers on Operations Management*, 15(۱) pp.۳۹-۵۶. <https://doi.org/10.۴۹۹۵/wpom.۲۰۲۴۸>
 ۱۶. Xu, C., Liu, X., Wu, C. and Yuan, B., ۲۰۲۰. Optimal inventory control strategies for deteriorating items with a general time-varying demand under carbon emission regulations. *Energies*, 13(۴), p.۹۹۹. <https://doi.org/10.۳۳۹۰/en۱۳.۴.۹۹۹>
 ۱۷. Singh, D. and Sharma, K.C., ۲۰۲۴. A deterministic inventory model for deteriorating

۲۷. Zamani Bajegani, H., Gholamian, M. R., ۲۰۱۹. An inventory control model for obsolete items with consideration of all unit quantity discount and price-dependent on order quantity, *Modern Research in Decision Making*, 4(۴), pp. ۱۲۷-۱۴۶, <https://sid.ir/paper/۳۹۸۰۰۲/fa> [In Persian].
۲۸. Bagheri, M., Moradi, A., ۲۰۲۰. An Inventory Control Model for Deteriorating Items with Inventory and Inspection Costs Considering Errors in Inspection, *Industrial Management Journal*, 12(۱), pp. ۲۳۶-۲۴۸, <https://doi.org/۱۰.۲۲۰۵۹/imj.۲۰۲۰.۲۷۳۸۲۸.۱۰.۰۷۵۴۷> [In Persian].
- and Operations Management, 12(۱), pp. ۱-۳۰, <https://sid.ir/paper/۱۰۳۹۷۶۴/en> [In Persian].
۲۵. Kazemi, A., Heidari, M. and Karimi, M. ۲۰۲۳. Presenting A Three-Level Location-Inventory Model FOR Blood Supply Chain. *Sharif Journal of Industrial Engineering & Management*, 38(۲), pp. ۳-۱۳. <https://doi.org/۱۰.۲۴۲۰۰/j۶۵,۲۰۲۱,۵۶۲۲۸,۲۱۴> [In Persian].
۲۶. Ahmadi Tootkaleh, E., Afshar Najafi, B., and Seifbarghi, M., ۲۰۲۴. Inventory Control of Perishable Products in a VMI System with the Ability of Replacing Unavailable Products: Stochastic Dynamic Programming Approach, *Ind. Manag. Persp.*, 14(۲), pp. ۱۸۱-۲۰۵, <https://doi.org/۱۰.۲۸۳۰۸/jimp.۱۴,۲,۱۸۱> [In Persian].