مجله‌ی علمی و پژوهشی شریف
دی ۱۳۸۷، شماره‌ی چهل و پنجم، ص. ۳-۱۲

یک الگوریتم فراابتکاری برای حل مسئله‌ی تخصیص تصادفی

مجتبی عراقی (کارشناس ارشد)
کوروش عشقی (استاد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

مسئله‌ی تخصیص یکی از پرکاربردترین مسائل در زمینه‌ی تحقیق در عملیات است که گونه‌های مختلفی از آن ارائه شده است. قطعی نبودن داده‌های دنیای واقعی موجب می‌شود تا مسائل کلاسیک در عمل کاربرد چندانی نداشته و مسائل تخصیص تصادفی طراحی شوند. در این نوشتار مسئله‌ی تخصیص تصادفی برای حالتی که هزینه‌ی تخصیص فعالیت‌ها به افراد برابر با صفر است و نیز برای کمینه‌سازی تابع هدفی که براساس دو معیار تأخیر در انجام فعالیت‌ها و فعالیت‌های نیمه‌تمام تعریف می‌شود، بررسی شده است. در این مسئله فرض شده است که افراد به‌صورت تصادفی و با توزیع احتمال مشخص وارد سیستم شده و میزان حضور آن‌ها در سیستم نیز مقداری احتمالی است که از یک تابع توزیع نرمال با میانگین و واریانس مشخص به دست می‌آید. مهارت افراد نیز به‌صورت تصادفی تعیین می‌شود که تابع توزیع آن باید به‌عنوان ورودی مدل همراه با مشخصات فعالیت‌ها تعیین شود. در این نوشتار برای حل مسئله‌ی تخصیص تصادفی، از الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان و برای محاسبه‌ی میزان تابع هدف، به ازای جواب‌های تولیدشده توسط مورچگان مختلف، از شبیه‌سازی استفاده شده است. در نهایت برای چند مسئله‌ی فرضی همگرایی مدل نشان داده شده است. همچنین با مقایسه‌ی این جواب‌ها با جواب‌های حاصل از دو الگوریتم آزمند ــ که براساس اطلاعات به‌روز شده به حل مسئله‌می‌پردازند ــ مطلوبیت جواب حاصل آزمایش شده است.

واژگان کلیدی: مسئله تخصیص، الگوریتم بهینه‌سازی مجموعه‌ی مورچگان، روش‌های فراابتکاری.

araghi@mie.u.toronto.ca
eshghi@sharif.edu

۱. مقدمه

مسئله‌ی تخصیص که ۵۰ سال قبل برای حل شکل استاندارد آن الگوریتم چندجمله‌یی ارائه شد، در طول این مدت یکی از پرکاربردترین مسائل در زمینه‌ی تحقیق در عملیات بوده است. هدف این مسئله تطبیق بهینه‌ی اجزای دو یا چند مجموعه است که در آن بعد مسئله نمایانگر تعداد مجموعه‌های اجزا است که باید منطبق شوند.[۱] در حالت دوبعدی مسئله، این دو مجموعه به فعالیت‌ها و خدمت‌دهنده‌ها تقسیم می‌شوند. مسئله‌ی تخصیص کلاسیک، یک مسئله‌ی دوبعدی برای جست‌وجوی تطابق یک‌به‌یک میان n خدمت‌دهنده و n فعالیت است، که در آن تابع هدف به‌صورت کمینه‌کردن مجموع هزینه‌ی تخصیص تعریف می‌شود. مثال‌های معمول این مسئله تخصیص فعالیت‌ها به ماشین‌ها، فعالیت‌ها به کارگران، و یا کارگران به ماشین‌ها است. مدل ریاضی مسئله‌ی کلاسیک تخصیص به‌صورت رابطه‌ی ۱ است:

$$
\begin{aligned}
&Minimize \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
&Subject\ to: \quad \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad j = 1,\cdots,n \\
&\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad i = 1,\cdots,n \qquad\qquad x_{ij} = 0\ or\ 1
\end{aligned} \tag{1}
$$

که در آن $x_{ij} = 1$ است، اگر خدمت‌دهنده‌ی i به فعالیت j تخصیص پیدا کند و در غیر این‌صورت $x_{ij} = 0$ است. همچنین مقدار c_{ij} برابر با هزینه‌ی تخصیص خدمت‌دهنده‌ی i به فعالیت j است. مجموعه‌ی اول محدودیت‌ها تضمین‌می‌کند که هریک از فعالیت‌ها دقیقاً به یک نفر تخصیص پیدا کند و مجموعه‌ی دوم محدودیت‌ها نیز موجب می‌شود که هریک از تمامی خدمت‌دهنده‌ها دقیقاً به یک فعالیت مختص شوند. مسئله‌ی تخصیص، همانند بسیاری از مسائل دیگر، برای پیاده‌سازی در شرایط و کاربردهای واقعی با مشکلات فراوانی روبه‌رو خواهد بود. یکی از اساسی‌ترین این مشکلات وجود عدم قطعیت در دنیای داده‌های واقعی است. مشکل دیگر در راه کاربردهای عملی مسئله‌ی تخصیص، وجود محدودیت‌های غیر قطعی است که نمی‌توان همواره آن‌ها را به‌صورت ساده مدل‌سازی کرد. محدودیت‌هایی که در فرموله‌کردن مسائل تخصیص قطعی، به‌راحتی صرف‌نظر شده یا به‌صورت قطعی در نظرگرفته می‌شوند، در عمل قادرند جواب بهینه‌ی مسئله‌ی قطعی را به یک جواب نامناسب و حتی غیر موجه تبدیل کنند. وجود این مشکلات برای مدل‌سازی مسائل تخصیص در دنیای واقع منجر به خلق دسته‌ی جدیدی از این مسائل، با عنوان «مسائل تخصیص تصادفی» شده است. در مسائل تخصیص تصادفی هریک از ابعاد مسئله می‌توانند خصوصیات تصادفی داشته باشند و درنتیجه ساختار و نحوه‌ی

حل مسئله به‌طورکلی با روش قطعی متفاوت خواهد بود و بنابراین باید با توجه به هر مسئله و کاربردهای مورد نظر آن، به دنبال راهی برای یافتن جواب مناسب بود.

در مسئله‌ی تخصیص تصادفی مورد بررسی در این نوشتار، فرض بر آن است که خدمت‌دهندگان از ابتدا در سیستم نبوده و با تابع توزیع احتمال مشخص در طول زمان وارد سیستم می‌شوند. مهارت داوطلبین نیز به‌صورت تصادفی و براساس یک تابع توزیع مشخص تعیین می‌شود. زمان ماندن افراد در سیستم نیز در این مسئله به‌صورت احتمالی در نظر گرفته شده است تا بتوان مسئله را در شرایطی هرچه شبیه‌تر به دنیای واقعی مدل‌سازی کرد.

هدف از مدل‌سازی، تعیین تخصیص بهینه‌ی افراد به فعالیت‌ها است به‌نحوی که تابع هدف مدل ــ که براساس میزان تأخیر در انجام فعالیت‌ها و فعالیت‌های نیمه‌تمام باقی‌مانده در انتهای افق برنامه‌ریزی تعریف می‌شود ــ بهینه شود. فرضیات مطرح شده برای مسئله‌ی تخصیص تصادفی مورد بررسی در این نوشتار، در عمل مطابق با شرایط تخصیص نیروهای امدادی پس از وقوع حادثه است. با وقوع حادثه و اعلام نیاز به کمک‌های مردمی، خدمت‌دهندگان تدریجاً و در طول زمان با مهارت‌های گوناگون به محل حادثه مراجعه کرده و به فعالیت‌های موجود تخصیص می‌یابند. بهترین جواب مسئله، تخصیصی خواهد بود که منجر به کمینه‌شدن میزان تأخیر انجام فعالیت‌های امدادی شود. موقعیت دیگری که می‌توان با یک مدل‌سازی مشابه به دنبال جواب بهینه بود، تخصیص بودجه و درآمدهای غیر قطعی (همانند کمک‌های خیریه) به فعالیت‌های غیر انتفاعی است. این درآمدها ثابت نیستند و با توزیع تصادفی به دست توزیع‌کننده می‌رسند.

با توجه به اولویت نیازها می‌بایست این درآمدها به‌نحوی تخصیص یابد که نیاز تأمین نشده در پایان افق برنامه‌ریزی را کمینه کند. در حالت کلی، در موقعیت‌هایی که منابع موجود نیستند و به‌صورت تصادفی در طول زمان حاصل می‌شوند، می‌توان از این مدل برای حل مسئله استفاده کرد. در بخش دوم این نوشتار مسئله‌ی تخصیص تصادفی بررسی می‌شود. در بخش سوم نیز الگوریتم بهینه‌سازی مجموعه‌ی مورچگان[1]، به‌عنوان راه حلی مناسب برای حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی، توضیح داده می‌شود. بخش چهارم این نوشتار به بررسی راه حل‌های مورد استفاده برای حالت غیر قطعی مسائل بهینه‌سازی ترکیبی می‌پردازد. سپس در بخش پنجم مسئله‌ی تخصیص تصادفی مورد نظر به‌صورت دقیق تعریف، و راه‌حل پیشنهادی برای مسئله توضیح داده شده است. و در نهایت، در بخش ششم نتایج اجرای مدل بررسی می‌شود. بخش هفتم نیز به نتیجه‌گیری نوشتار اختصاص یافته است.

۲. مسئله‌ی تخصیص تصادفی

می‌توان رفتار تصادفی و عدم قطعیت را برای مسائل تخصیص ناشی از دو عامل مختلف در نظر گرفت. عدم قطعیت ممکن است از یک سو ناشی از نامشخص بودن هزینه‌های تخصیص باشد و از سوی دیگر ناشی از ورود تصادفی و در دسترس نبودن تمامی فعالیت‌ها و یا خدمت‌دهنده‌ها در زمان تصمیم‌گیری باشد که در ادامه هریک از این حالات توضیح داده می‌شوند:

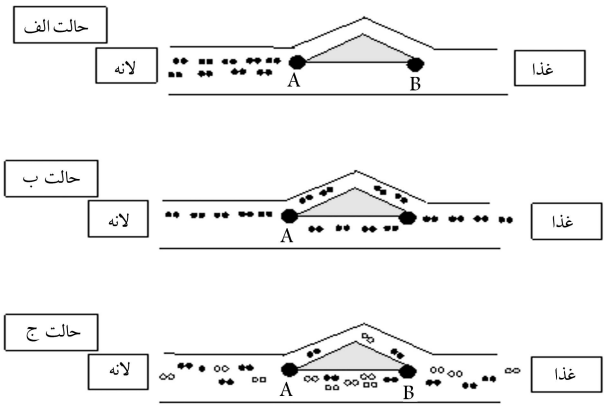
مسائل تخصیص با هزینه‌های تصادفی. در این دسته از مسائل، تعریف فعالیت‌ها و خدمت‌دهنده‌ها و همچنین محدودیت‌های مسئله همانند حالت قطعی بوده و تنها میزان هزینه‌های مدل به‌صورت تصادفی در نظر گرفته می‌شود. برای این دسته از مسائل باید امید ریاضی تابع هدف را محاسبه، و جواب بهینه را براساس آن تعیین کرد. نسخه‌یی از این مسائل، مسائل حداکثر-حداقل تأسف و حداقل-حداکثر تأسف است که ثابت شده در سناریوهای گسسته و داده‌های بازه‌یی از نوع مسائل NP-hard هستند و با فرض $P \neq NP$ در زمان چندجمله‌یی قابل حل نیستند.[۲ و ۳]

مسائل تخصیص با زمان ورود تصادفی. در این دسته از مسائل که به‌صورت یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی پویای تصادفی مطرح می‌شوند، خدمت‌دهندگان یا فعالیت‌ها در لحظه‌ی شروع برنامه حاضر نیستند و به‌تدریج براساس تابع توزیع مشخصی وارد می‌شوند. این مسائل کاربردهای فراوانی دارند و برای آن‌ها راه‌حل‌های مختلفی برمبنای برنامه‌ریزی پویای تصادفی ارائه شده است. از مهم‌ترین این مسائل می‌توان به مسئله‌ی تخصیص فعالیت‌ها با ورود و پاداش تصادفی به مجموعه‌یی از خدمت‌دهنده‌ها اشاره کرد که با هر ورود می‌بایست خدمت‌دهنده‌ی مناسب برای انجام فعالیت انتخاب شود، با این شرط که در هر لحظه به هیچ خدمت‌دهنده‌یی بیش از یک فعالیت، و به هیچ فعالیتی بیش از یک خدمت‌دهنده تخصیص نیابد. برمبنای سیاست بهینه‌ی مشخص‌شده[۴]، برای تخصیص هر فعالیت در زمان ورود تصمیم‌گیری می‌شود. این مسئله را می‌توان به روش‌های دیگری نیز بیان کرد؛ مثلاً در جایی این مسئله با فرض یک خدمت‌دهنده با ظرفیت محدود در نظر گرفته شده[۵] که می‌توان کاربرد عملی آن را در تصمیم‌گیری برای انتخاب یک یا چند سرمایه‌گذاری از میان فرصت‌های سرمایه‌گذاری‌که در طول زمان حاصل می‌شوند، دانست.

۳. الگوریتم فراابتکاری مجموعه‌ی مورچگان

الگوریتم مورچگان ابتدا به‌عنوان روشی برای حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی پیچیده، مانند مسئله‌ی فروشنده‌ی دوره‌گرد، و مسئله‌ی تخصیص کوادراتیک معرفی شد.[۶] از آن زمان تاکنون فعالیت‌های زیادی برای توسعه‌ی این روش و پیاده‌سازی آن برای مسائل بهینه‌سازی مختلف انجام شده است. برای حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی به‌وسیله‌ی الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان باید آن‌ها را به‌صورت گراف ساختاری $G = (V, L)$ نمایش داد؛ G گراف کاملی است که در آن رئوس V اجزای جواب‌اند و یال‌های L ارتباطات میان این اجزا را نشان می‌دهند و یک جواب برای مسئله، متناظر با یک مسیر موجه در G است.[۷] در الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان، مجموعه‌یی از مورچه‌های مصنوعی به‌صورت احتمالی و در تکرارهای متعدد به حل مسئله می‌پردازند. فرایند حل مسئله در این روش ملهم از رفتار مورچگان در طبیعت است. در گونه‌های متفاوت مورچه‌ها، هریک از مورچه‌ها می‌توانند در حین حرکت بر روی زمین از خود فرومون[2] ــ ماده‌ی شیمیایی خاصی که مورچه‌ها می‌توانند استشمام کنند ــ بر جا بگذارند. با ایجاد این رد آن‌ها مسیر لانه تا منبع غذا را علامت‌گذاری می‌کنند تا به این ترتیب سایر مورچه‌ها بتوانند مسیر غذای یافته‌شده را دنبال کنند. برای مورچه‌ها مسیری مطلوب‌تر است که مقدار فرومون بیشتری داشته باشد. طریقه‌ی یافتن کوتاه‌ترین مسیر با استفاده از فرومون در شکل ۱ نشان داده شده است.

در شکل ۱ (حالت الف) مورچه‌ها به یک دوراهی رسیده‌اند و باید برای حرکت به سمت بالا یا مستقیم تصمیم بگیرند. در این لحظه، چون هیچ پیش‌زمینه‌یی درمورد بهترین انتخاب وجود ندارد، مورچه‌ها مسیر حرکت را به‌صورت تصادفی انتخاب می‌کنند. می‌توان انتظار داشت که به‌طور متوسط نیمی از مورچه‌ها مسیر بالا و نیمی دیگر مسیر مستقیم را برای ادامه‌ی حرکت خود انتخاب کنند (حالت ب). از آنجا که مسیر مستقیم پایینی کوتاه‌تر از مسیر بالایی است، و نیز با فرض مساوی بودن سرعت حرکت مورچه‌ها، تعداد مورچه‌ی بیشتری می‌توانند این مسیر را در واحد زمان طی کنند که این امر موجب تجمع سریع‌تر فرومون در این مسیر می‌شود. به‌این ترتیب،



شکل ۱. طریقه‌ی یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه توسط مورچه‌ها.

اختلاف فرومون دو مسیر تدریجاً زیاد می‌شود و پس ازمدتی اختلاف فرومون در دو مسیر به‌اندازه‌یی می‌شود که بر تصمیم مورچه‌های جدید در انتخاب مسیر تأثیرگذار خواهد بود (حالت ج) از این مرحله به بعد، مورچه‌ها به‌دلیل یافتن فرومون بیشتر در مسیر پایینی به‌طور احتمالی ترجیح می‌دهند تا این مسیر را انتخاب کنند. این فرایند با یک بازخور مثبت ادامه می‌یابد، یعنی افزایش انتخاب مسیر پایینی موجب افزایش فرومون در این مسیر و افزایش فرومون موجب افزایش احتمال انتخاب این مسیر می‌شود. پس از مدتی تمام مورچه‌ها مسیر کوتاه‌تر (مسیر مستقیم پایینی) را برای ادامه‌ی حرکت خود انتخاب می‌کنند.

در فرایند حل یک مسئله با استفاده از الگوریتم مورچگان، مورچه‌ها برای ساختن جواب از رد فرومون به‌جا مانده (ناشی از مطلوبیت جواب‌های یافته‌شده توسط مورچگان در تکرارهای قبلی) و نیز اطلاعات ابتکاری[۳] (ناشی از ساختار مسئله) استفاده می‌کنند. ردهای فرومون، در طول زمان اجرای الگوریتم، برای ذخیره‌ی اطلاعات مربوط به جواب‌های مناسب به‌روز می‌شوند. ساختار کلی نحوه‌ی حل مسئله توسط الگوریتم مورچگان در شکل ۲ مشاهده می‌شود، و در ادامه نیز رویه‌های اصلی این ساختار خلاصه‌وار توضیح داده شده‌اند.[۷]

تولید جواب توسط مورچگان، فرایندی است که طی آن مورچه‌های مصنوعی مسیرهای مختلفی را بر روی گراف ساختاری به‌صورت گام‌به‌گام و احتمالی تولید می‌کنند. برای یک مورچه‌ی خاص، احتمال رفتن از رأس i به رأس موجه j (p_{ij})، یک تابع افزایشی از τ_{ij} و $\eta_{ij}(u)$ است که در آن τ_{ij} میزان فرومون بر روی یال (i,j) و $\eta_{ij}(u)$ میزان اطلاعات ابتکاری مرتبط با این یال است که نمایش‌گر میزان مطلوبیت انتخاب آن براساس داده‌های مسئله است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقدار اطلاعات ابتکاری ممکن است وابسته به جواب جزئی u نیز باشد.

procedure ACO metaheuristic for combinatorial optimization problems
  Set parameters, initialize pheromone trails
while (termination conditions not met)
  Ant Based Solution Construction
  Pheromone Update
  Daemon Actions {Optional}
end while

شکل ۲. شبه کد الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان.[۷]

به‌روزرسانی فرومون‌ها فرایندی است که طی آن میزان فرومون یال‌ها تغییر می‌کند. فرومون‌ها براساس قانون تبخیر که می‌بایست با توجه به مسئله تعیین کرد، در طول اجرای الگوریتم کاهش می‌یابند. این کاهش برای ممانعت از همگرایی سریع جواب به یک جواب زیر بهینه ضروری است. همچنین میزان فرومون مسیرهای جواب‌های مناسب، متناسب با مطلوبیت جواب، افزایش می‌یابد که این امر موجب می‌شود که جست‌وجوی مسیرها در تکرارهای بعدی با احتمال بیشتری به سمت جواب بهینه سوق پیدا کند.

فرایندهای خلاقانه مجموعه‌یی از فعالیت‌های اختیاری است که می‌توان با توجه به ساختار مسئله به الگوریتم اضافه کرد تا جواب‌های حاصل از آن بهبود یابد. به‌عنوان یک مثال ساده، می‌توان از الگوریتم‌های جست‌وجوی محلی نام برد که در انتهای هر تکرار برای بهبود جواب بهینه، می‌توان از آن برای جست‌وجوی همسایگی‌های جواب حاصل استفاده کرد.

۴. مسائل بهینه‌سازی ترکیبی تصادفی

در مسئله‌ی بهینه‌سازی ترکیبی تصادفی تابع هدف وابسته به ساختار احتمالی مدل است. به‌طور معمول، تابع هدف دربرگیرنده‌ی هزینه‌ی (سود) مورد انتظار خواهد بود. مسائل بهینه‌سازی تصادفی را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد: ۱. مسائلی که در چارچوب آن‌ها می‌توان یک جواب را بدون هیچ تغییری (یا با تغییرات بسیار کم) حتی بعد از مشخص‌شدن مقدار واقعی متغیرهای تصادفی، به کار برد؛ این دسته از مسائل را بهینه‌سازی پیشاپیش[۴] می‌نامند. به‌عنوان مثال، در مسئله‌ی فروشنده‌ی دوره‌گرد تصادفی، فروشنده باید با احتمال مشخصی با هر مشتری دیدار کند. با دست‌یابی به اطلاعات قطعی درمورد این که کدام مشتریان در یک روز مشخص باید بازدید شوند، این مشتریان به‌ترتیب مشخص شده در توالی اولیه بازدید می‌شوند.[۸ و ۹] ۲. مسائل بهینه‌سازی تصادفی پویا، که در آن‌ها طراحی جواب اولیه، که حتی با روشن‌شدن مقدار واقعی متغیرها تغییر نکند، غیرممکن یا نادرست است. در این حالت، باید علاوه بر آنچه که پیش از مشخص‌شدن مقادیر متغیرها انجام می‌شود، بهینه‌سازی را بعد از مشخص‌شدن این مقادیر نیز انجام داد. مثلاً می‌توان حالتی از مسئله‌ی فروشنده‌ی دوره‌گرد را در نظر گرفت که در آن مشتریان جدیدی با احتمال‌های معین در مکان‌های مشخصی پدیدار می‌شوند، در حالی‌که فروشنده‌ی دوره‌گرد، براساس توالی اولیه‌ی مشخص‌شده شروع به طی مسیر در میان مشتریان کرده است. در این حالت توالی اولیه‌ی مشخص شده باید به‌صورت پویا تغییر کند تا بتواند مشتریان جدیدی را در خود بگنجاند.[۱۰ و ۱۱]

در هر دو حالت، به‌علت تصادفی بودن متغیرها در زمان محاسبه‌ی میزان امید ریاضی عبارت تابع هدف مسئله‌ی بهینه‌سازی ترکیبی تصادفی، وقوع سه حالت را می‌توان متصور شد:[۱۲]

۱. عبارت مستقیمی برای امید ریاضی وجود داشته باشد و تابع هدف برمبنای این مقادیر قابل محاسبه باشد.

۲. عبارت مستقیمی برای محاسبه‌ی امید ریاضی وجود داشته باشد اما محاسبه‌ی تابع هدف فرایند بسیار زمان‌بری باشد که امکان تکرار آن طی بهینه‌سازی میسر نباشد. درنتیجه یک تخمین سریع براساس ساختار مسئله طراحی می‌شود و در طی دوره‌ی بهینه‌سازی به کار می‌رود.

۳. مسئله از نظر متغیرهای تصمیم‌گیری و / یا وابستگی‌های احتمالی بسیار پیچیده باشد و درنتیجه عبارت مستقیمی برای امید ریاضی وجود نداشته باشد. در این

حالت میزان تابع هدف با استفاده از شبیه‌سازی تعیین خواهد شد. در این روش براساس n سناریو تصادفی مستقل $\omega_1, \cdots, \omega_N$، میزان $\varepsilon[F(x)]$ به‌عنوان یک تخمین‌زننده‌ی نااریب برای $F(x)$ از رابطه‌ی ۲ به دست می‌آید.

$$\varepsilon\left[F\left(x\right)\right]=\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N}f\left(x,\omega_{\nu}\right)\approx E\left(f\left(x,\omega\right)\right) \qquad (۲)$$

۵. تعریف مسئله و تعیین ساختار جواب

۱.۵. تعریف مسئله

مسئله‌ی در نظرگرفته شده در این پژوهش، مسئله‌ی تخصیص افراد در دنیای واقعی و برای زمان‌های پس از وقوع حوادث طبیعی است. مهم‌ترین تفاوت این مسئله با مسئله‌ی تخصیص کلاسیک، فرض داوطلب بودن خدمت‌دهنده‌های مراجعه‌کننده به سیستم است که موجب خواهد شد هزینه‌ی تخصیص فعالیت‌ها به افراد معادل صفر در نظر گرفته شود. درمورد نحوه‌ی تخصیص فعالیت‌ها فرض بر آن است که امکان تخصیص بیش از یک خدمت‌دهنده به هر فعالیت به‌صورت همزمان وجود دارد، اما به هر خدمت‌دهنده در هر لحظه نمی‌توان بیش از یک فعالیت تخصیص داد. عدم امکان تغییر در فعالیت تخصیص داده شده به یک خدمت‌دهنده نیز پیش‌فرض دیگر این مسئله است. در این مسئله فرض بر آن است که فعالیت‌های $m, \cdots, ۱$ مورد نیاز هستند. هر فعالیت x دارای مهلت پایان D_x و میزان زمان مورد نیاز برای انجام آن T_x است که براساس نفرساعت مشخص شده است. فرض دیگر نیاز به داشتن مهارت لازم برای انجام هریک از فعالیت‌ها است، هرچند با توجه به شرایط مسئله همواره احتمال دارد که به‌ناچار خدمت‌دهنده با مهارتی غیر متناسب به یک فعالیت تخصیص یابد. در این حالت خدمت‌دهنده ازکارایی کم‌تری برای آن فعالیت برخوردار است و زمان لازم برای انجام فعالیت توسط وی بیش از زمان معمول خواهد بود.

در این مسئله زمان بین دو ورود متوالی خدمت‌دهنده‌ها متغیری تصادفی با تابع توزیع مشخص فرض شده است. محدودیت افق مسئله (T) را نیز باید در نظر داشت، چرا که بعد ازگذشت زمان مشخصی از پایان مهلت انجام فعالیت‌ها، انجام فعالیت‌ها دیگر ثمری نخواهد داشت. همچنین فرض شده است که هر خدمت‌دهنده x با احتمال P_i دارای مهارت i است، به‌نحوی که $\sum_i P_i = ۱,\ i = ۱, \cdots, m$؛ و از آن‌جا که افراد به‌میزان ثابتی در مدل فعالیت نمی‌کنند، میزان فعالیت هر فرد در سیستم نیز متغیری تصادفی با پارامترهای مشخص در نظر گرفته شده است.

از آنجا که میزان هزینه‌ی انجام یک فعالیت توسط یک خدمت‌دهنده مورد نظر مدل نیست، برخلاف مسائل کلاسیک تخصیص نمی‌توان تابع هدف را کمینه‌سازی مجموع هزینه‌ی تخصیص فعالیت‌ها دانست. برای مدل مورد بررسی، ابتدا چهار معیار میزان تأخیر از مهلت مقرر انجام فعالیت‌ها، میزان حجم باقی‌مانده از فعالیت‌های نیمه‌تمام، میزان تخصیص‌های صورت‌گرفته با مهارت نامتناسب و میزان بی‌کار ماندن افراد در سیستم به‌عنوان معیارهای بررسی مطلوبیت جواب در نظرگرفته شد. با توجه به نحوه‌ی تعریف مسئله مشاهده شد که معیارهای سوم و چهارم توسط دو معیار اول پوشیده می‌شوند و به محاسبه‌ی مجدد آن‌ها در تابع هدف نیازی نیست. ساده‌ترین و شاید پرکاربردترین تعریف تابع هدف را بتوان به‌صورت کمینه‌سازی جریمه‌ی ناشی از دیرکرد فعالیت‌ها در نظر گرفت. در این تعریف جریمه‌یی برای هریک از دو معیار اول مشخص می‌شود و تابع هدف به کمینه‌سازی مجموع این جریمه‌ها تبدیل می‌شود.

۲.۵ ساختار جواب و انتخاب الگوریتم حل

درصورتی که بتوان با ورود هر فرد، با توجه به مهارت‌ها و نیز با در نظرگرفتن سایر افراد تخصیص داده شده و فعالیت‌های موجود، توزیع ورود و مهارت افرادی که در آینده وارد خواهند شد، فعالیت مناسب را مشخص کرد، می‌توان به کسب جواب بهینه امیدوار بود. اما با توجه به فرایند ورود داده‌ها و زمان‌بر بودن حل مسئله از یک سو، و وارد شدن افراد با فاصله زمانی کوتاه از سوی دیگر، این روش پاسخ‌گو نیست و باید جواب را به‌صورت یک توالی اولیه مشخص کرد.

برای مسئله‌ی مورد مطالعه در این نوشتار، توالی اولیه مشخص می‌سازد که به هر فرد به‌ترتیب ورود چه فعالیتی تخصیص داده می‌شود. بعد از تعیین توالی زمان ورود هر فرد، فعالیت مورد نظر به وی تخصیص پیدا خواهد کرد و پس از خروج آخرین فرد میزان تابع هدف اندازه‌گیری خواهد شد. با توجه به تصادفی‌بودن زمان ورود و تخصص افراد این میزان ثابت نیست و به‌ازای هر توالی اولیه باید امید ریاضی این مقدار را محاسبه کرد. باید توجه داشت که در صورت اتمام فعالیت تخصیص‌یافته به یک فرد پیش از زمان ورود او، می‌توان فعالیت جدیدی را به وی تخصیص داد. این امر ممکن است به‌صورت تصادفی، براساس مهارت وی، براساس حجم فعالیت‌های باقی‌مانده و یا ترکیبی از دو مورد آخر صورت گیرد.

با توجه به پیچیدگی مسئله و حضور متغیرهای تصادفی، نمی‌توان از الگوریتم‌های قطعی برای رسیدن به جواب استفاده کرد. از سوی دیگر، برای استفاده از برنامه‌ریزی پویای تصادفی، تعریف دقیق تابع هدف و محدودساختن اجزای مسئله ضروری است تا از این طریق بتوان با بهره‌گیری از شرایط خاص مسئله به سیاستی بهینه برای جواب دست یافت، که مانع بزرگی در راه کاربردی شدن مسئله و به‌کارگیری آن در شرایطی همچون شرایط بحرانی پس از یک حادثه‌ی طبیعی، به حساب می‌آید؛ زیرا در این موارد نه‌تنها تعریف تمامی شرایط مسئله از پیش وجود ندارد، بلکه امکان بروز تغییرات در آن نیز بسیار زیاد است. لذا با توجه به توانایی بالای الگوریتم‌های فرابتکاری در حل مسائل بهینه‌سازی پیچیده، الگوریتم‌مجموعه‌ی مورچگان به‌عنوان یک الگوریتم فرابتکاری برای حل مسئله مورد استفاده قرار گرفته است. انتخاب الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان از میان الگوریتم‌های فرابتکاری موجود، براساس چندین معیار صورت گرفته است. مهم‌ترین معیار، استفاده‌ی این الگوریتم از عنصر حافظه[5] (به‌صورت ردهای فرومون) است که موجب عملکرد بهتر مدل در برابر تغییرات تصادفی محیط است. البته عنصر حافظه در راهکارهای تکاملی[6] همانند الگوریتم ژنتیک[7] نیز وجود دارد، اما دیگر الگوریتم‌های فرابتکاری نظیر الگوریتم‌های شبیه‌سازی تبرید[8] یا جست‌وجوی ممنوع[9] از این امکان بی‌بهره‌اند. عامل دیگر، مدل‌سازی ساده‌ی فضای جواب در الگوریتم مورچگان، حتی در مسائل با فضای جواب پیچیده است. با توجه به ساختار مسئله‌ی مورد بحث در این پروژه می‌توان فضای جواب را به‌سادگی توسط الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان شبیه‌سازی کرد؛ اعمال تغییرات نیز در این فضا به‌راحتی صورت خواهد گرفت. دلیل دیگر انتخاب این الگوریتم، قابلیت بهره‌گیری آن از اطلاعات مسئله (به‌صورت اطلاعات ابتکاری) است که موجب سرعت‌بخشیدن به همگرایی به جواب بهینه می‌شود. لازم به ذکر است که شباهت مسئله‌ی تخصیص تصادفی تعریف‌شده در این پروژه و مسئله‌ی تخصیص تعمیم‌یافته، که الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان به‌عنوان یکی از بهترین روش‌های حل آن مطرح شده است، نیز در این انتخاب بی‌تأثیر نبوده است.

۳.۵. پیاده‌سازی الگوریتم مورچگان بر روی مسئله‌ی تخصیص تصادفی

تعیین ساختار گراف. گراف ساختاری این مسئله به‌صورت یک گراف دو بخشی $G_C = (C, L)$ تعریف می‌شود که در آن $C = I \cup J$. در این گراف I نمایانگر مجموعه‌ی افراد و J نمایانگر مجموعه فعالیت‌ها است. هر رأس از مجموعه فعالیت‌ها را می‌توان به‌راحتی به یکی از فعالیت‌ها نسبت داد. اما درمورد نحوه‌ی تعریف افراد، از آنجا که از ابتدا مشخصات افراد وجود نداشته و به‌ازای ورود هر فرد مشخصات او معین خواهد شد، نمی‌توان رأس خاصی را معرف فردی با زمان ورود و مهارت مشخص دانست. برای تمایز قائل‌شدن میان افراد به‌منظور تعیین رئوس گراف، می‌توان این رئوس را به‌ترتیب زمان ورود افراد و به‌صورت اعداد ترتیبی نام‌گذاری کرد. به بیان دیگر در این روش، جواب مسئله مشخص خواهد ساخت که به iامین نفر ورودی چه فعالیتی تخصیص یابد که نیاز به مشخص‌سازی زمان ورود افراد و مهارت آن‌ها در ابتدای حل مسئله نخواهد داشت. مشکل این تعریف مشخص‌نبودن تعداد دقیق افراد مراجعه‌کننده است که موجب می‌شود نتوان تعداد رأس‌های بخش I گراف را دقیقاً مشخص کرد. برای رفع این مشکل می‌توان با توجه به محدود بودن افق زمانی T و با در نظرگرفتن تابع توزیع مشخص زمان ورود، حد بالای احتمالی n را برای تعداد افراد ورودی در این بازه در نظر گرفت.

در جواب تعیین‌شده توسط مدل الگوریتم مورچگان، بین هر رأس i از بخش افراد و هر رأس j از بخش فعالیت‌ها یک یال (i, j) وجود خواهد داشت که به‌معنای تخصیص فعالیت j به iامین فرد ورودی خواهد بود. برای مسئله‌یی با n خدمت‌دهنده ممکن یک جواب مسئله شامل n زوج (i, j) از افراد و فعالیت‌ها خواهد بود که نمایانگر فعالیت تخصیص یافته‌ی اولیه به هر فرد است. برای بهبود جواب مسئله درصورت به پایان رسیدن فعالیت تخصیص داده شده به یک خدمت‌دهنده پیش از زمان ورود وی، فعالیت دیگری با توجه به شرایط سیستم در آن لحظه به وی تخصیص داده می‌شود. به‌بیان دیگر، تعیین این فعالیت جدید توسط مورچگان صورت نمی‌گیرد و این امر به‌صورت تجدید نظر در توالی‌اولیه می‌تواند جواب را بهبود دهد.

تعیین محدودیت‌ها. تنها محدودیت اصلی مسئله که در زمان ساخت مسیر توسط مورچگان باید در نظرگرفته شود تخصیص بیشینه‌ی یک فعالیت به هر یک از افراد است. به این منظور باید هر مورچه در مسیر خود به‌صورت متوالی میان رئوس بخش افراد (رئوس I) و رئوس بخش فعالیت‌ها (رئوس J) حرکت کند، بدون این‌که هیچ‌یک از رئوس بخش افراد در این مسیر تکرار شوند. عدم حضور فرد تخصیص‌نیافته به‌معنای تخصیص فعالیت‌ها به همه‌ی افراد ورودی و درنتیجه تعیین یک جواب برای مسئله است. برای تعیین توالی افرادی که فعالیت‌ها به آن‌ها تخصیص داده می‌شوند نیز از توالی ورود افراد استفاده خواهد شد و به بیان دیگر هر مورچه ابتدا فعالیت فرد اول، سپس فعالیت فرد دوم و... را تعیین می‌کند.

تعداد مورچه‌ها. در مدل طراحی شده برای مسئله‌ی تخصیص تصادفی (که در ادامه توضیح داده شده است)، نقش تعداد مورچه‌ها در هر دور از اهمیت زیادی برخوردار است چراکه در هر تکرار، تنها تعدادی سناریو از بردارهای تصادفی بررسی می‌شوند و تعدد مورچگان در هر دور موجب افزایش احتمال گریز از افتادن در دام‌بهینه‌های محلی می‌شود.

رد فرومون. فرومون در این مسئله به‌صورت مطلوبیت تخصیص فعالیت j به iامین فرد ورودی (τ_{ij}) تعریف می‌شود. این مطلوبیت در ازای تشکیل جواب توسط مورچه‌های مختلف به‌روز رسانی شده و درنهایت با پیشرفت مدل، میزان این فرومون‌ها به‌تدریج موجب همگرایی نتیجه‌ی مدل به جوابی می‌شود که بهترین نتیجه را از نظر تابع هدف خواهد داشت. همچنین در راه حل پیشنهادی، حد پایینی برای میزان فرومون‌ها در نظرگرفته شده است.

اطلاعات ابتکاری. اطلاعات ابتکاری نمایانگر مطلوبیت یک حرکت بدون در نظرگرفتن نتایج حاصل از فعالیت سایر مورچگان است. در این بررسی، اطلاعات ابتکاری (η_{ij}) حاکی از مطلوبیت ذاتی تخصیص فعالیت jام به iامین فرد ورودی خواهد بود. با توجه به این‌که در مرحله‌ی جست‌وجوی جواب هیچ اطلاعاتی درمورد زمان ورود و مهارت فرد iام در دسترس نیست، نمی‌توان این مقدار را با توجه به مشخصات نفر iام مشخص کرد و می‌بایست فعالیت‌ها را فقط براساس میزان فوریت انجام آن‌ها در اولویت تخصیص قرار داد. به بیان دیگر میزان η_{ij} فقط به فوریت فعالیت j بستگی دارد و مستقل از مشخصات iامین فرد ورودی خواهد بود. معیارهایی که ممکن است برای تعیین این فوریت مورد توجه قرار بگیرند عبارت‌اند از: مهلت مقرر انجام فعالیت‌ها، میزان نفرساعت مورد نیاز برای انجام آن‌ها، و درصد افراد دارای مهارت متناسب با فعالیت. امید ریاضی میزان نفرساعت لازم برای اتمام یک فعالیت (K_j) را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی ۳ تعریف کرد:

$$K_j = x_j z_j + \frac{x_j}{c_j}(1 - z_j) \qquad (3)$$

که در آن فعالیت j نیاز به x_j نفرساعت کار دارد، در حالی که z_j معرف درصد مردم دارای مهارت مربوطه است و c_j ضریب بهره‌وری فردی با مهارت نامتناسب را نشان می‌دهد. در تعریف اطلاعات ابتکاری می‌توان از جواب جزئی ساخته شده برای مسئله نیز استفاده کرد. برای این منظور تعداد افرادی که پیش از این به فعالیت j تخصیص پیدا کرده‌اند در فوریت تخصیص یک خدمت‌دهنده به این فعالیت نیز تأثیرگذار خواهند بود و می‌توان برای مشخص‌ساختن اولویت تخصیص فعالیت j به فرد iام، ضریب η_{ij} را به‌صورت رابطه‌ی ۴ تعریف کرد که مطابق توضیح ارائه‌شده، مستقل از i بوده و به‌ازاء تمام iها مقداری مشابه خواهد داشت:

$$\eta_{ij} = \frac{K_j}{S_j D_j} \qquad (4)$$

که در آن S_j مبین تعداد افراد تخصیص داده شده به فعالیت j در میانگین میزان فعالیت افراد در سیستم است. همانند قبل D_j نشان‌گر مهلت مقرر انجام فعالیت j و K_j امید ریاضی میزان نفرساعت لازم برای اتمام فعالیت j است.

نحوه‌ی تشکیل جواب. با توجه به تعریف فرومون و اطلاعات ابتکاری، در نهایت احتمال تخصیص فعالیت j به فرد iام مطابق رابطه‌ی ۵ است:

$$P_{ij} = \frac{\tau_{ij}^{\alpha} \eta_{ij}^{\beta}}{\sum_{j} \tau_{ij}^{\alpha} \eta_{ij}^{\beta}} \qquad (5)$$

تعیین میزان α و β در زمان اجرا باید به‌نحوی باشد که میان استفاده‌ی مورچگان از تجربه‌ی سایر مورچه‌ها و استفاده‌ی آن‌ها از اطلاعات مسئله تعادل مناسبی برقرار شود. با تعیین احتمال تخصیص هریک از فعالیت‌ها به هریک از افراد به‌راحتی یک مورچه در زمان تشکیل مسیر خود براساس احتمال مشخص شده در میان دو بخش گراف حرکت کرده و به هریک از افراد ورودی فعالیتی احتمالی را تخصیص می‌دهد. با اتمام رئوس مرتبط با افراد (و نه لزوماً فعالیت‌ها) یک جواب برای مسئله حاصل می‌شود.

به‌روزرسانی رد فرومون‌ها. میزان فرومون‌های مسیر باید در هر بار تکرار با مقداری تبخیر همراه باشد که ضریب این تبخیر برابر با ρ در نظرگرفته شده است. در این مسئله، براساس روش MIN-MAX ANT افزایش فرومون تنها به جواب بهینه‌ی

هر مرحله، و جواب بهینه‌ی کل محدود شده و میزان فرومون گذاشته شده بر روی هر یال از جواب نیز متناسب با مطلوبیت جواب است.[۱۳] مطلوبیت جواب x را می‌توان به‌صورت L_k/L_x تعریف کرد که در آن L_x بیان‌گر میزان تابع هدف به‌ازاء جواب x و L_k بیان‌گر میزان تابع هدف به‌ازاء جواب حاصل از الگوریتم آزمندی است که در بخش نتایج توضیح داده شده است. در نهایت میزان فرومون مطابق با رابطه‌ی ۶ به‌روزرسانی می‌شود که در واقع همان قانون تبخیر مدل است:

$$\tau_{ij}(t+1)=(1-\rho)\cdot\tau_{ij}(t)+c_{lb}\cdot\Delta\tau_{ij}^{lb}+c_{gb}\cdot\Delta\tau_{ij}^{gb} \qquad \forall i,j \tag{۶}$$

که در آن:

$$\Delta\tau_{ij}^{x}=\begin{cases}\dfrac{L_k}{L_x} & if\ \ arc(i,j)\ used\ in\ walk\ x\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

محاسبه‌ی میزان تابع هدف به‌ازاء هر جواب. با توجه به تصادفی بودن متغیرها، نمی‌توان میزان قطعی تابع هدف را به‌ازاء هریک از جواب‌های ارائه شده به دست آورد و در تعیین میزان مناسب بودن جواب استفاده کرد. بهترین تخمینی که می‌تواند به این منظور مورد استفاده قرار بگیرد امید ریاضی میزان تابع هدف به‌ازاء هر جواب خواهد بود. از آنجا که در این مسئله محاسبه‌ی امید ریاضی میزان تابع هدف مشکل، و انجام محاسبات آن زمان‌بر است، از شبیه‌سازی برای تخمین میزان تابع هدف استفاده می‌شود. برای این کار الگوریتم شبیه‌سازی تعریف و پیاده‌سازی شده است که با گرفتن یک جواب که مجموعه‌یی از تخصیص‌های فعالیت‌ها به افراد (به‌ترتیب ورود افراد) است و با توجه به تابع توزیع زمان ورود افراد، تابع توزیع زمان حضور افراد در سیستم و تابع توزیع مهارت آن‌ها مسئله را به‌صورت گسسته ـ پیشامد شبیه‌سازی می‌کند و در نهایت با خروج آخرین فرد از سیستم میزان تابع هدف را ارزیابی کرده و نتیجه‌ی حاصل از شبیه‌سازی را به الگوریتم مورچگان بازمی‌گرداند تا این الگوریتم برمبنای مطلوبیت جواب به دست آمده، به فعالیت خود ادامه دهد. بدیهی است که یک بار شبیه‌سازی و تشکیل یک بردار تصادفی زمان ورود و تخصص برای افراد نمی‌تواند تخمین زننده مناسبی برای مقدار تابع هدف به‌ازاء یک جواب مشخص باشد. برای این که بتوان به جواب قابل قبولی رسید باید این امر مکرراً انجام شود و میانگین این داده‌ها به‌عنوان میزان تابع هدف مورد استفاده قرار بگیرد. از سوی دیگر با توجه به تعداد زیاد مورچگان و همچنین تعداد دفعات تکراری که می‌بایست الگوریتم مورچگان انجام گیرد تا درنهایت مدل به جواب نسبتاً بهینه همگرا شود، تکرار چندین‌باره‌ی شبیه‌سازی موجب زمان‌بر شدن بیش از حد حل مسئله خواهد شد. به این منظور می‌بایست راه‌حلی برای یافتن موازنه‌ی میان دقت نتایج حاصله و زمان‌لازم برای رسیدن به جواب اندیشید.

همگرایی احتمالی یک روش تلفیقی از الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان و شبیه‌سازی اثبات شده است.[۱۴] این روش مختص مسائلی است که از قابلیت تبدیل و حل به‌وسیله‌ی الگوریتم مورچگان برخوردارند. برای حل این مسئله نیز از روش یادشده، که به‌صورت شبه‌کد در شکل ۲ ارائه شده است، بهره گرفته‌ایم. در این شیوه‌ی حل باید در هر دور از میان مسیرهای تشکیل‌شده توسط مورچه‌های مختلف (MaxNum) بهترین نتیجه برای آن دور مشخص شود. برای این کار مقدار تابع هدف حاصل از مسیر x_i با در نظرگرفتن بردار تصادفی (ω) به‌صورت $f(x_i,\omega)$ نمایش داده می‌شود. با به‌کارگیری یک بردار تصادفی مشابه و مقایسه‌ی این مقدار برای مسیرهای مختلف، بهترین جواب هر دور اجرای الگوریتم مشخص و به‌صورت مسیر x نام‌گذاری می‌شود. یادآور می‌شویم که بردار تصادفی پارامترهای مدل یک بار در هر دور تولید می‌شود و استفاده از چندین بردار تصادفی مختلف در این مرحله بهبود چندانی در

For round $m = 1,2,\ldots$

{

Generate Assignment( ) //Generate an assignment for each Ant $x1, x2, \ldots, x_{MaxNum}$;

For $i = 1,\ldots, MaxNum$ Simulate (xi) with a same core (ω) and find $f(x_i,\omega)$ for each i;

Find the best walk x out of the walks $x_1, x_2, \ldots, x_{MaxNum}$ by comparing $f(x_i,\omega)$ s;

if $(m = 1)$ set $\hat{x} = x$;

else

{

Based on N_m simulation with random cores compute a sample estimate

$$F(x) = \frac{1}{N_m}\sum_{v=1}^{N_m} f(x,\omega_v)$$

Based on N_m simulation with random cores compute a sample estimate

$$F(\hat{x}) = \frac{1}{N_m}\sum_{v'=1}^{N_m} f(\hat{x},\omega_{v'})$$

if $\varepsilon(F(x) - F(\hat{x})) < 0$ set $\hat{x} = x$;

}

Evaporation: set $\tau_{ij} = (1-\rho)\tau_{ij}$ for all $i \in I \& j \in J$;

GlobalBest reinforcement: $\tau_{ij} = \tau_{ij} + C_{gb}\Delta\tau_{ij}^{gb}$ for $\forall(i,j) \in \hat{x}$

RoundBest reinforcement: $\tau_{ij} = \tau_{ij} + C_{lb}\Delta\tau_{ij}^{lb}$ for $\forall(i,j) \in x$

}

شکل ۳. شبه‌کد الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان مورد استفاده.

مقدار تابع هدف ایجاد نمی‌کند و فقط موجب افزایش زمان محاسبه خواهد شد.[۱۵]

پس از تعیین بهترین جواب هر مرحله اجرای مدل (x)، باید این جواب با بهترین جواب به دست آمده تا این زمان ($\hat{x}$) مقایسه و بهترین جواب حاصل تا زمان فعلی به‌روزرسانی شود. مشکلی که در این مرحله از الگوریتم ظاهر می‌شود، ممکن نبودن مقایسه‌ی دقیق این دو جواب و تعیین جواب بهینه به‌صورت قطعی است. برای این منظور فقط می‌توان یک تخمین نسبتاً مناسب با استفاده از نمونه‌گیری به دست آورد. مقایسه‌ی جواب x با جواب بهینه‌ی کلی $\hat{x}$ برمبنای $F(x)$ که نمایانگر متوسط نتایج حاصله از N_m سناریوی تصادفی برای مسیر x است، انجام می‌گیرد که در آن اندیس m شماره‌ی تعداد دورهایی است که الگوریتم مورچگان تا زمان انجام مقایسه به اجرا درآمده است. توجه به این نکته ضروری است که در هر مرحله باید N_m بردار تصادفی برای هر جواب (مستقل از جواب دیگر و همچنین مستقل از بردارهای تصادفی مورد استفاده در سایر دورها) تولید شود. جوابی که در مجموع این مقایسه‌ها هزینه‌ی کم‌تری داشته باشد، به‌عنوان جواب بهینه‌ی کلی تا این دور مشخص خواهد شد. و درنهایت به‌روزرسانی فرومون‌ها انجام خواهد شد. شرط پایانی مدل. در تعیین شرط پایانی مدل باید به این نکته توجه کرد که جواب الگوریتم در تکرارهای اولیه، به‌علت کوچک‌بودن m و N_m، از دقت بالایی برخوردار نیست و درنتیجه برخلاف بیشتر الگوریتم‌های مبتنی‌بر تکرار، نمی‌توان از تغییرات تابع هدف برای تعیین شرط پایانی مدل استفاده کرد. برای رفع این مشکل، باید الگوریتم را تا رسیدن به حد بالایی تکرار کرد؛ این حد برای هر مسئله با استفاده از آزمون و خطا مشخص می‌شود. در شکل ۳ شبه کد الگوریتم مجموعه مورچگان مورد استفاده بیان شده است.

۶. نتایج محاسباتی

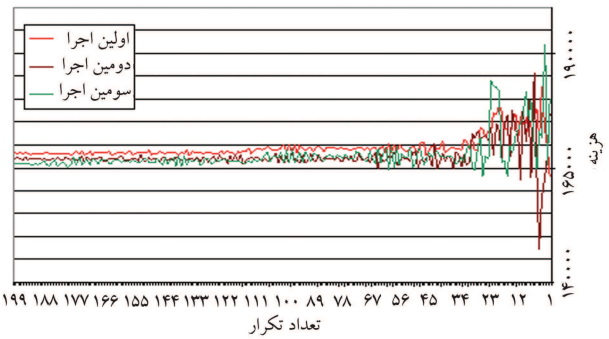
با توجه به ادبیات موضوع مورد مطالعه، برای برخی از پارامترهای مدل مقادیر مناسب مشخص شدند. مقادیر مناسب برای سایر پارامترها، با آزمودن چندین نماد از مسئله و نیز با توجه به کارایی آن پارامترها، مشخص شدند. تعداد مورچه‌ها برابر با ۱۰۰، کارایی افراد با مهارت نامتناسب برابر با ۰٫۷۵، ضرایب قانون احتمالی تعیین مسیر حرکت برابر با $\alpha = ۱,\ \beta = \frac{۱}{۲}$، ضریب تبخیر فرومون ($\rho$) برابر با ۰٫۰۲ و میزان فرومون‌ریزی برای بهترین جواب هر تکرار و بهترین جواب کل برابر با $c_{lb} = ۰٫۰۲\rho,\ c_{gb} = ۲\rho$ در نظر گرفته شد. همچنین تعداد تکرار الگوریتم ۲۰۰ بار، و تعداد سناریوهای لازم برای مقایسه در تکرار m به‌صورت $N_m = ۲m$ تعیین شد. برای تعیین $\tau_{\min}$ نیز از شرط مورد استفاده در اثبات همگرایی روش بهره گرفته شد[۱۴] و میزان آن برابر $\tau_{\min}(m) = ۰٫۲/\log(m+۱)$ قرار داده شد.

الگوریتم طراحی شده طی دو آزمون مختلف ارزیابی می‌شود. در آزمون اول، صحت رفتار الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در این آزمون باید نتایج مدل را به‌ازاء مسائل مختلف بررسی کرد. این نتایج باید دربرگیرنده‌ی همگرایی جواب الگوریتم برای هر مسئله باشد. توجه به این نکته نیز ضروری است که برای یک نماد ثابت مسئله، الگوریتم باید در تکرارهای مختلف به میزان ثابتی برای تابع هدف همگرا شود. اما تضمینی وجود ندارد که این جواب، جواب بهینه‌ی مسئله نیز باشد. از این رو باید بهینه‌بودن این جواب نیز مورد آزمایش قرار بگیرد. برای این آزمون باید با استفاده از روش‌های دیگر جواب بهینه‌ی مسئله (یا مسائل) نمونه را به دست آورد و جواب حاصل از مدل اجرا شده را با آن مقایسه کرد. در مسئله‌ی مورد بررسی در این پروژه، با توجه به تصادفی‌بودن تعدادی از متغیرهای مسئله نمی‌توان امیدی به راه‌حل‌های قطعی ریاضی، حتی برای ابعاد کوچک مسئله داشت. برای رفع این مشکل می‌توان از دو روش بهره جست؛ یک روش معمول آزمون الگوریتم‌های ابتکاری برای مسائل تصادفی، استفاده از دیگر الگوریتم‌های ابتکاری و یا فرابتکاری استفاده شده برای حل مسئله و مقایسه‌ی جواب‌های حاصله است که متأسفانه الگوریتم حل مشخصی در ادبیات موضوع برای مسئله‌ی مورد بررسی وجود ندارد و باید الگوریتم یا الگوریتم‌های خاصی برای آزمایش مدل طراحی شود. روش دیگر، طرح نمادهایی از مسئله است که بتوان با استفاده از استدلال مفهومی و بدون نیاز به محاسبات ریاضی جواب آن را محاسبه، و با جواب مدل برای این نمادها مقایسه کرد.

برای انجام آزمون‌های موردنظر چندین نماد از مسئله طراحی شد. در هر نماد باید خصوصیات فعالیت‌ها شامل میزان نفرساعت مورد نیاز و مهلت مقرر انجام آن‌ها مشخص شود. همچنین خصوصیات خدمت‌دهنده‌ها ــ مانند توابع توزیع زمان ورود، طول مدت خدمت‌دهی و مهارت ــ باید برای هر نماد مشخص شود.

برای تمام نمادهای مورد بحث، افق برنامه‌ریزی مدل برابر با ۷۲ ساعت در نظر گرفته شد، و فرض شد در ۲۴ ساعت اول داوطلبین با توزیع پواسون و با میانگین ۵ نفردر هر ساعت مراجعه می‌کنند. در ۲۴ ساعت دوم و سوم نیز توزیع پواسون، با میانگین به‌ترتیب ۱۰ و ۸ نفر، برای زمان ورود افراد در نظرگرفته شد. زمان حضور افراد در سیستم از تابع نرمال با میانگین ۱۵ و واریانس ۱ به دست می‌آید و در نهایت توزیع مهارت افراد هم‌زمان با مشخصات فعالیت‌ها به‌عنوان ورودی به مدل وارد می‌شود.

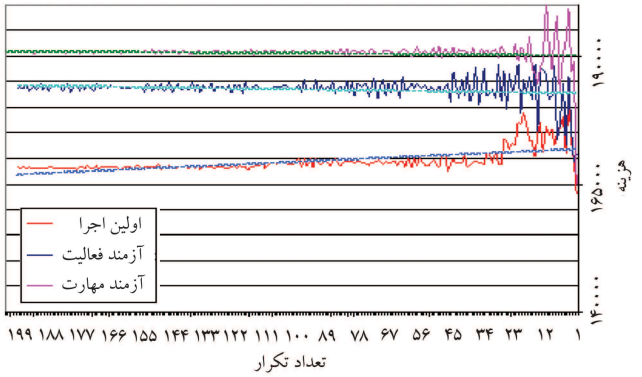
برای هر نماد طراحی‌شده در مسئله، ابتدا همگرایی مدل با استفاده از ۳ بار اجرای الگوریتم بررسی شد. هرچند عدم قطعیت مسئله مانع از دست‌یابی به جواب‌های دقیقاً برابر در این سه تکرار می‌شود، این آزمون به‌دنبال رسیدن به جواب‌های تا حد ممکن نزدیک به هم است. در شکل ۴ نتیجه‌ی این آزمون برای یک نماد توصیف‌شده در جدول ۱ ارائه شده است. چنان که مشاهده می‌شود جواب‌های الگوریتم برای این نماد به یک مقدار تقریباً مساوی همگرا است. هر سه جواب در ابتدا نوسان داشته و به‌تدریج به مقدار برابری برای تابع هدف همگرا می‌شوند. توجه به این نکته ضروری است که مقادیر تابع هدف در تکرارهای اولیه با توجه به این که تعداد سناریو تصادفی به‌کار رفته برای تولید آن‌ها کوچک بوده از دقت بالایی برخوردار نیستند و تخمین صحیحی از میزان تابع هدف برای جواب آن تکرار را مشخص نمی‌سازند. اما با افزایش تعداد تکرارها و درنتیجه افزایش تعداد سناریوهای تصادفی در نظرگرفته شده برای مسئله، دقت جواب حاصله افزایش خواهد یافت و در نهایت به جواب بهینه همگرا خواهند شد. آزمون قبل نشان از همگرایی مدل به یک جواب دارد، اما هیچ اطلاعاتی راجع به مناسب‌بودن جواب ارائه نمی‌دهد. همگرایی این الگوریتم به جواب بهینه



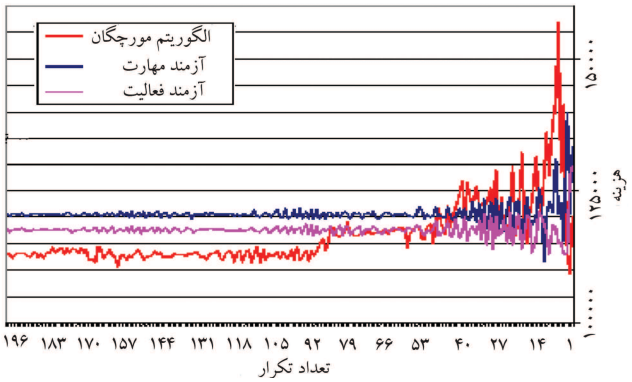
شکل ۴. رفتار مقدار بهترین جواب به دست آمده از تکرارهای الگوریتم برای سه بار اجرا برای نماد شماره ۱.

جدول ۱. خصوصیات فعالیت‌ها برای نماد فرضی شماره ۱.

شماره فعالیت	زمان مقرر انجام	میزان نفرساعت مورد نیاز	درصد خدمت‌دهندگان بامهارت متناسب
۱	۲۴	۱۵۰۰	۱۲
۲	۳۰	۲۰۰۰	۱۶
۳	۳۲	۲۰۰۰	۱۸
۴	۵۰	۵۰۰	۲۴
۵	۸۰	۲۵۰۰	۳۰



شکل ۵. مقایسه‌ی رفتار مقدار جواب حاصل از الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان با دو الگوریتم آزمند برای نماد شماره ۱.



شکل ۶. مقایسه‌ی رفتار مقدار جواب حاصل از الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان با دو الگوریتم آزمند برای نماد شماره ۲.

اثبات شده است.[۱۴] و در این جا برای بررسی بیشتر جواب، میزان تابع هدف به دست آمده از الگوریتم مورچگان با میزان تابع هدف به ازای دو الگوریتم آزمند که در حالت معمول به‌راحتی قابل استفاده‌اند، مقایسه می‌شود. الگوریتم اول، در زمان ورود هر فرد، فقط با توجه به مهارت وی کار مناسب را مشخص می‌سازد و به وی تخصیص می‌دهد. این الگوریتم موجب می‌شود که کارایی افراد به حد بالای خود برسد؛ اما از آنجا که به نیازهای سیستم توجه نمی‌کند، رفتار قابل توجهی، جز درمورد نمادهای خاص، از خود نشان نمی‌دهد. در الگوریتم دوم، تخصیص فعالیت‌ها براساس فوریت مورد نظر انجام می‌گیرد. به‌بیان دیگر، با ورود فرد، فعالیتی که از نسبت حجم فعالیت به مهلت مقرر بیشتری برخوردار است به وی تخصیص می‌یابد که می‌توان گفت روش معمول تخصیص فعالیت‌ها به افراد در زمان پس از وقوع حوادث است. در شکل ۵، جواب‌حاصل از الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان برای نماد شماره ۱ مسئله، با دو جواب حاصل از الگوریتم‌های ابتکاری توضیح داده‌شده، مقایسه شده است.

چنان‌که مشاهده می‌شود، رفتار الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان از رفتار دو الگوریتم پیشنهادی مناسب‌تر است. برای بررسی بهتر، در شکل ۵ روندهای رفتاری جواب‌ها نیز مشخص شده‌اند. چنان‌که مشاهده می‌شود، برخلاف جواب حاصل از الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان، جواب‌های حاصل از الگوریتم‌های ابتکاری مورد مطالعه روند نزولی ندارند و به‌صورت خط مستقیم‌اند. البته این نتیجه دور از انتظار نیست، چرا که تمامی تکرارهای این الگوریتم‌ها از اطلاعات یکسانی استفاده می‌کنند و بهبودی در طول زمان حل مسئله رخ نمی‌دهد و تنها به‌علت افزایش تعداد نمونه‌ها، دقت محاسبات بالاتر رفته و جواب‌ها به سمت عدد ثابتی میل می‌کنند. درمورد مسئله‌ی فرضی دیگری که در جدول ۲ مشخصات آن ارائه شده، در شکل ۶ نتیجه‌ی حل مسئله توسط الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان با نتایج حاصل از الگوریتم‌های آزمند مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که برای این مسئله نیز الگوریتم مورچگان با روند نزولی خود در نهایت به جواب بهتری از الگوریتم‌های آزمند منجر می‌شود. در نهایت مسئله‌ی فرضی شماره ۳ به‌نحوی طراحی شده که بتوان جواب مناسب مسئله را به‌صورت شهودی تخمین زد. مشخصات خصوصیات فعالیت‌ها برای نماد شماره ۳ به‌صورت جدول ۳ فرض شده است.

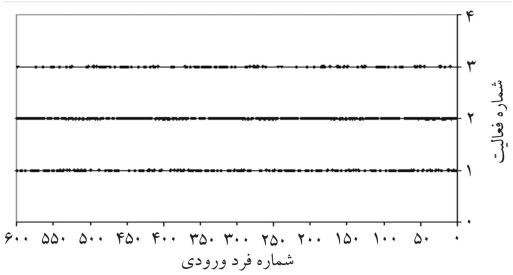
چنان که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، درمورد فعالیت‌های ۱ و ۲ زمان مقرر انجام و درصد خدمت‌دهندگان با مهارت متناسب مشابه‌اند و تنها از نظر میزان نفرساعت مورد نیاز آن‌ها با یکدیگر تفاوت دارند. درنتیجه مشخصاً باید در ابتدای زمان حل مسئله تعداد افراد بیشتری به فعالیت شماره ۲ تخصیص

جدول ۲. خصوصیات فعالیت‌ها برای نماد فرضی شماره ۲.

شماره فعالیت	زمان مقرر انجام	میزان نفرساعت مورد نیاز	درصد خدمت‌دهندگان با مهارت متناسب
۱	۱۲	۷۰۰	۱۰
۲	۱۵	۱۲۰۰	۱۲
۳	۲۰	۸۰۰	۱۸
۴	۲۵	۲۰۰۰	۲۰
۵	۳۰	۱۵۰۰	۲۵
۶	۴۰	۱۸۰۰	۱۵

جدول ۳. خصوصیات فعالیت‌ها برای مسئله‌ی فرضی شماره ۳.

شماره فعالیت	زمان مقرر انجام	میزان نفرساعت مورد نیاز	درصد خدمت‌دهندگان با مهارت متناسب
۱	۱۰	۲۰۰۰	۳۳
۲	۱۰	۴۰۰۰	۳۳
۳	۳۰	۲۰۰۰	۳۴



شکل ۷. نحوه‌ی تخصیص فعالیت‌ها به افراد، به‌ترتیب ورود برای نماد شماره ۳.

یابند. همچنین با مقایسه‌ی فعالیت‌های ۱ و ۳ مشخص می‌شود که تنها تفاوت آن‌ها از نظر زمان مقرر انجام فعالیت‌ها است. درنتیجه باید به فعالیت ۳ که زمان مقرر انجام فعالیت بیشتری دارد، در ابتدا افراد کم‌تری تخصیص یابد. در شکل ۷ نحوه‌ی تخصیص فعالیت‌ها به افراد به‌ترتیب ورود افراد مشخص شده است. در این شکل، راستای عمودی نمایانگر شماره فعالیت، و راستای افقی نمایانگر شماره افراد به‌ترتیب ورود آن‌ها است. تراکم تخصیص‌ها برای فعالیت ۲ به نسبت سایر فعالیت‌ها در این شکل به‌راحتی مشخص است. به فعالیت ۳ نیز، مطابق انتظار، در ابتدا افراد محدودی تخصیص یافته‌اند و به‌تدریج با کاهش نیاز فعالیت‌های ۱ و ۲ افراد ورودی بعدی به این فعالیت تخصیص می‌یابند.

۷. نتیجه‌گیری

مسئله‌ی تخصیص تصادفی برای حالتی که هزینه‌ی تخصیص فعالیت‌ها به افراد برابر با صفر باشد و برای کمینه‌سازی تابع هدفی که براساس دو معیار تأخیر در انجام فعالیت‌ها و فعالیت‌های نیمه‌تمام تعریف می‌شود، در این نوشتار بررسی شده است. در این مسئله فرض شده است که افراد به‌صورت تصادفی و با توزیع احتمال مشخص وارد سیستم شده و میزان حضور آن‌ها در سیستم نیز مقداری احتمالی است که از یک تابع توزیع نرمال با میانگین و واریانس مشخص به دست می‌آید. مهارت افراد نیز به‌صورت تصادفی تعیین می‌شود که تابع توزیع آن نیز باید به‌عنوان ورودی مدل همراه با مشخصات فعالیت‌ها تعیین شود. در این نوشتار برای حل مسئله‌ی تخصیص تصادفی، از الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان و برای محاسبه‌ی میزان تابع هدف به‌ازای جواب‌های تولیدشده توسط مورچگان مختلف از شبیه‌سازی استفاده شده است. در نهایت برای چند مسئله‌ی فرضی، همگرایی مدل نشان داده شده است. مناسب‌بودن جواب حاصل نیز با استفاده از مقایسه‌ی این جواب‌ها با جواب‌های حاصل از دو الگوریتم آزمند، که براساس اطلاعات به‌روز شده به حل مسئله می‌پردازند، آزمایش شده است. در این نوشتار به‌علت ماهیت تصادفی مدل و زمان‌بر بودن تعیین میزان بهبود جواب بر اثر اعمال الگوریتم‌های بهبوددهنده، بعد از تعیین بهترین جواب برای هر تکرار، از این الگوریتم‌ها صرف‌نظر شده است. برای بهبود عملکرد الگوریتم مجموعه‌ی مورچگان باید الگوریتم بهبوددهنده‌یی طراحی کرد که بتواند در زمان نسبتاً کم، جواب به دست آمده در هر مرحله را، پیش از شروع مرحله بعد، بهبود دهد. همچنین اگر بتوان در زمان حادثه اطلاعات بیشتری را به‌صورت به‌روز در اختیار داشت، می‌توان مدل را با تلفیق با الگوریتم‌های آزمند ارائه شده، به‌نحوی توسعه داد که در مقاطعی از زمان اطلاعات جدید را کسب کرده و بهینه‌سازی را مجدداً انجام دهد تا به نتایج بهتری دست یابد.

پانوشت

1. ant colony optimization algorithm
2. pheromone
3. heuristic information
4. a-priori optimization
5. memory
6. evolutionary strategies
7. genetic algorithm
8. simulated annealing
9. tabu search

منابع

1. Bazaraa, M.S.; Jarvis, J.J. and Sherali, H.D. "Linear programming and network flows", 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, (1990).
2. Yu, G. and Yang, O.J. "On the robust shortest path problem", *Computers and Operations Research*, **25**(6), pp. 457-468 (1998).
3. Aissi, H.; Bazgan, C. and vanderpooten, D. "Complexity of min-max and min-max regret assignments problems", *Operations Research Letters*, **33**, pp. 634-640 (2005).
4. Albright, S.C. "Optimal sequential assignments with random arrival times", *Management Science*, **21**(1), pp. 60-67 (1974).
5. Derman, C.; Liberman, G.J. and Ross, S.M. "A stochastic sequential (1975).allocation model", *Operations Researchm*, **23** (6), pp. 1120-1130
6. Dorigo, M.; Maniezzo, V. and Colorni. A. "Ant system: Optimization by a colony of cooperating agents", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*: Part B, 26(1), pp. 29-41 (1996).
7. Dorigoa, M. and Blumb, C. "Ant colony optimization theory: a survey", *Theoretical Computer Science*, **34**(4), pp. 243-278 (2005).
8. Bianchi, L.; Gambardella, L.M. and Dorigo, M. "An ant colony optimization approach to the probabilistic traveling salesman problem", *Proceedings of the 7th International Conference on Parallel Problem Solving from Nature* (PPSNVII), **2439** of Lecture Notes in Computer Science, Springer, London, UK, pp. 883-892 (2002).
9. Bianchi, L.; Gambardella, L.M. and Dorigo, M. "Solving the homogeneous probabilistic traveling salesman problem by the ACO metaheuristic", *Proceedings of the 3rd International Workshop on Ant Algorithms* (ANTS), **2463** of Lecture Notes in Computer Science, Springer, London, UK, pp. 176-187 (2002).
10. Bianchi, L.; Birattari, M.; Chiarandini, M.; Manfrin, M.; Mastrolilli, M.; Paquete, L.; Rossi-Doria, O. and Schiavinotto, T. "Metaheuristics for the vehicle routing problem with stochastic demands", *Proceedings of the 8th International Conference on Parallel Problem Solving from Nature* (PPSN VIII), **3242** of Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Germany, pp. 450-460 (2004).
11. Bianchi, L.; Birattari, M.; Manfrin, M.; Mastrolilli, M.; Paquete, L.; Rossi Doria, O. and Schiavinotto, T. "Hybrid metaheuristics for the vehicle routing problem with stochastic demands", *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, **1**, pp.91-110 (2006).
12. Bianchi, L.; Dorigo, M.; Gambardella, L.M. and Gutjahr, W.J. "Metaheuristics in stochastic combinatorial optimization: a survey", *Technical Report IDSIA*-08-06,

IDSIA-Dalle Molle Institute for Artificial Intelligence, Manno, Switzerland, (2006).

13. Stützle, T. and Hoosb, H.H. "MAX–MIN ant system", Future Generation Computer Systems, 16, pp. 889-914 (2000).
14. Gutjahr, W.J. "A converging ACO algorithm for stochastic combinatorial Optimization", *In Proceedings of the 2nd Symposium on Stochastic Algorithms, Foundations and Applications* (SAGA), **2827** of Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Germany, pp. 10-25 (2003).
15. Gutjahr, W.J. "S-ACO: An ant-based approach to combinatorial optimization under uncertainty", *In Proceedings of the 4th International Workshop on Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence* (ANTS), **3172** of Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin, Germany, pp. 238-249 (2004).