

انتخاب پروژه‌های راهسازی با استفاده از شبیه‌سازی

علی‌اکبر آشوری (کارشناس ارشد)
سید تقی اخوان‌نیاکی (استاد)
دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

شبیه‌سازی بهدلیل داشتن رابطه‌ی نزدیک با سیستم‌های واقعی، و در نظرگیری بسیاری از روابط پیچیده در آنها به منزله‌ی ابزاری قوی برای تحلیل سیستم‌ها است. در این نوشتار سیستم حمل و نقل جاده‌ی یکی از استانهای کشور شبیه‌سازی شده تا از طریق مدل به دست آمده و اجرای آزمایش توسط آن بتوان به بهترین زیرمجموعه از پروژه‌های نامزد اجراء در شبکه‌ی جاده‌ی این استان دسترسی پیدا کرد. بدین‌منظور ابتدا فهرستی از پروژه‌های نامزد اجرا تهیه، و آنگاه آمار و اطلاعات ورودی مدل شبیه‌سازی فراهم و تحلیل شد. آنگاه شبکه‌ی جاده‌ی با استفاده از زبان شبیه‌سازی GPSS/H مدل‌سازی شد. در مرحله‌ی بعد، اعتبار مدل مورد موردن ارزیابی قرار گرفت و با اجرای آزمایشی آن تعداد مجددسازی‌های مستقل تعیین شد. در انتها با انتخاب طرح مناسب آزمایش، و به دنبال آن انجام آزمایش بهترین پروژه‌های نامزد به دست آمد، طوری که بالاترین رفاه را برای کاربران این شبکه فراهم آورد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که چنانچه آمار و اطلاعات مناسب برای سیستم‌های حمل و نقل مشابه در دست باشد، می‌توان برای برنامه‌ریزی‌های کوتاه‌مدت و میان‌مدت از شبیه‌سازی به نحو مطلوب بهره گرفت.

به شدت غیرکاراست. مارک لوس و همکارانش با استفاده از روش‌های ابتکاری مانند الگوریتم صعود از تپه^۱ و به‌کمک بهینه‌سازی آماری سعی در حل این مدل کردند.^[۱] با پیشرفت علوم برنامه‌ریزی، تخصیص منابع و تحقیق در عملیات اندیشه‌ی تخصیص بهینه‌ی منابع فنی و مالی برای انتخاب پروژه‌ها در محیط‌های علمی و اجرایی گسترش یافته است. ابزارهای گوناگونی مانند نظریه‌ی احتمال و آمار، برنامه‌ریزی خطی، تحلیل شبکه، برنامه‌ریزی غیرخطی، برنامه‌ریزی عدد صحیح، نظریه‌ی تصمیم‌گیری، شبیه‌سازی، برنامه‌ریزی پویا، نظریه‌ی صفحه، کنترل موجودی و غیره برای تحلیل سیستم‌های حمل و نقل جاده‌ی وجود دارند. مطالعات انجام شده نشان می‌دهد که از این میان شبیه‌سازی، بهدلیل سادگی درک و ارتباط نزدیک آن با دنیای واقعی، سهم عمده‌ی را به خود اختصاص می‌دهد.^[۲] در این زمینه می‌توان مطالعات زیادی را که در آنها از شبیه‌سازی برای سیستم‌های حمل و نقل استفاده شده است نام برد.^[۳-۴] برخلاف سایر روش‌ها که با ساده‌سازی‌های زیاد از واقعیات دور می‌شوند، در شبیه‌سازی سعی می‌شود ضمن در نظرگرفتن شبیه‌سازی از روابط پیچیده و عوامل تصادفی، به واقعیت نزدیک‌تر شد. بهمین دلیل در این نوشتار سعی خواهد شد با بهکارگیری شبیه‌سازی در مورد تصمیم‌گیری چگونگی توسعه‌ی شبکه‌ی جاده‌ی یک استان نظریاتی ارائه شود. این شبیه‌سازی از نوع گسسته، احتمالی و پویا خواهد بود که با طی مراحلی مانند تعریف مسئله، تدوین مدل، جمع‌آوری و تحلیل اطلاعات ورودی، تهیی مدل رایانه‌یی، اعتبارسنجی، برنامه‌ریزی راهبردی و تاکتیکی انجام آزمایش‌ها، انجام آزمایش‌ها، تحلیل نتایج به

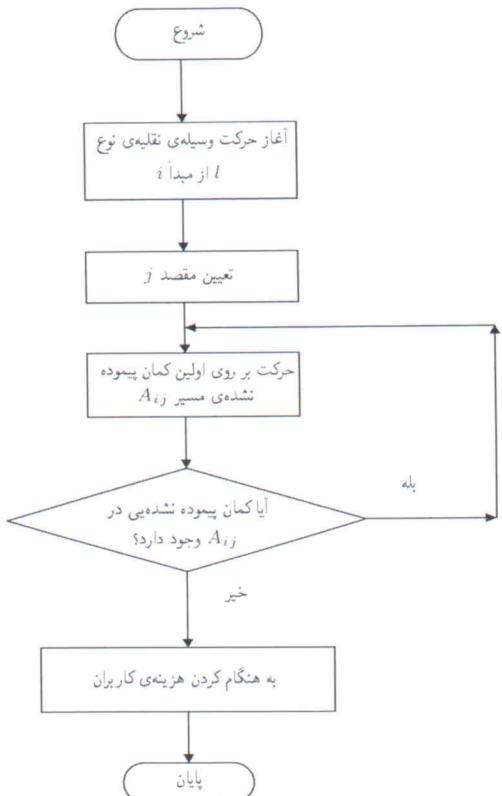
مقدمه

مطالعه و بررسی علمی سیستم‌ها در جهت طراحی، ساخت و بهبود عملکرد آنها امری لازم در روند سریع پیشرفت‌های اقتصادی، صنعتی و اجتماعی کشور است. سیستم حمل و نقل جاده‌ی کشور - اعم از درون‌شهری یا برون‌شهری - از جمله بخش‌های زیربنایی و مهم کشور است و شایسته است تا مطالعات گوناگونی برای بهبود آن صورت گیرد و برنامه‌ریزی‌های مناسبی برای استفاده از این منبع محدود و افزایش کارایی آن انجام شود.

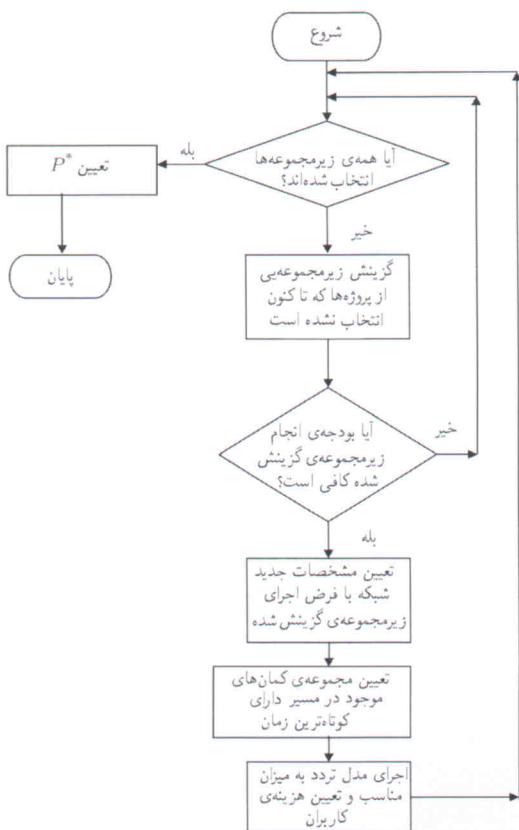
در فرایند انتخاب، ساخت و یا بهبودی جاده‌های کشور، هرچند به طور تقریبی، اولویت‌های توسعه‌ی منطقه‌یی و ملی در نظر گرفته می‌شود و در اکثر اوقات تصمیم‌گیری در احداث راه‌های کشور تحت تأثیر عوامل سیاسی، اجتماعی و فرهنگی بوده است، ولی انتخاب پروژه‌ها با روش‌های فنی و علمی بهینه‌سازی امری ضروری به نظر می‌رسد.

یکی از مسائل مهم در برنامه‌ریزی حمل و نقل، توسعه‌ی راهکاری برای تخصیص بودجه به چند پروژه‌ی حمل و نقل گوناگون است. یک نمونه از این مسئله موقعی مطرح می‌شود که با بودجه‌ی محدود چند گزینه‌ی مقاوت برای بهبودی شبکه‌ی حمل و نقل جاده‌ی وجود دارد. در این حالت می‌توان شبکه را با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی مدل‌سازی کرد، ولی مشکلاتی در حل این مدل از نظر محاسباتی پدید می‌آید. برای حل دقیق و بهینه‌ی این مدل می‌توان از تکنیک «شاخه و حد» کمک جست. ولی این روش برای مسائل با اندازه‌های واقعی

دست آمده و به کارگیری آنها سعی خواهد کرد به هدف فوق دست یابد.
این مراحل در بخش‌های بعدی این نوشتار ارائه شده‌اند.



شکل ۱. مدل تردد وسیله‌ی نقلیه‌ی نوع l از مبدأ i .



شکل ۲. ساختار کلی مطالعه‌ی شبیه‌سازی شبکه‌ی حمل و نقل جاده‌ی.

تعریف مسئله

شبکه‌ی حمل و نقل جاده‌ی $N(V, A)$ را در نظر بگیرید که در آن A مجموعه‌ی کمان‌ها و V مجموعه‌ی گره‌ها است. فرض کنید مجموعه‌ی S مجموعه‌ی گره‌هایی از شبکه است ($S \subset V$) که مبدأ و مقصد کاربران را تشکیل می‌دهد و گره‌های «مبدأ- مقصد» نام دارد. وسیله‌ی نقلیه‌ی که قصد تردد در این شبکه را دارد از مبدأ i , ($i \in S$), حرکت می‌کند و با عبور از کمان‌های شبکه به مقصد j , ($j \in S$), $j \neq i$ می‌رسد. همچنین فرض کنید P مجموعه‌ی پروژه‌های نامزد برای احداث یا بهسازی کمان‌های شبکه است و اجرای پروژه‌ی k , ($k \in P$), نیاز به هزینه‌ی معادل C_k دارد و بودجه‌ی کل در دست برای اجرای پروژه‌ها برابر B است.

اگر «هزینه‌ی کاربران» شبکه را به صورت مجموع زمان‌هایی که آنها در شبکه صرف می‌کنند تا از مبدأ خود به مقصدشان برسند تعریف کنیم، آنگاه هدف از انجام این تحقیق تعیین مجموعه‌ی پروژه‌های انتخاب شده مانند P^* , ($P^* \in P$), برای اجراء طوری است که با محدودیت $\sum_{k \in P^*} C_k \leq B$ به مقدار بیشینه‌ی هزینه‌ی کاربران بینجامد.

تدوین مدل شبیه‌سازی

فرض کنید M مجموعه‌ی انواع وسایل نقلیه‌ی است که از شبکه استفاده می‌کنند و فرایند احتمالی آغاز حرکت وسیله‌ی نقلیه‌ی نوع l , ($l \in M$), از مبدأ i به مقصد j در دست است. همچنین فرض کنید که A_{ij} , ($A_{ij} \subset A$), مجموعه‌ی کمان‌های واقع در مسیری است که دارای کوتاه‌ترین زمان سفر بین i و j است. در این صورت با فرض منطقی بودن کاربران در استفاده از شبکه، مدل تردد وسیله‌ی نقلیه‌ی l در این شبکه به این ترتیب تعریف می‌شود که این وسیله با حرکت روی کمان‌های مجموعه‌ی A_{ij} به مقصد خود می‌رسد. با توجه به این مفروضات، مدل تردد وسیله‌ی نقلیه‌ی نوع l در شبکه از مبدأ i براساس شکل ۱ خواهد بود و با در دست داشتن مدل تردد می‌توانیم ساختار کلی مطالعه‌ی شبیه‌سازی را به صورت شکل ۲ نشان دهیم.

چنان‌که در شکل ۲ مشخص است هر بار که زیرمجموعه‌ی از P ($P \sim (P)$) در محدوده‌ی بودجه‌ی کل پروژه در شبکه اجراء شود، مشخصات شبکه تغییر خواهد کرد، و به ازای آن مدل تردد همه‌ی وسایل نقلیه از تمام مبادی به هنگام می‌شود و در نهایت هزینه‌ی کاربران برای شبکه‌ی جدید به دست خواهد آمد. این روند برای همه‌ی زیرمجموعه‌های ممکن P تکرار می‌شود و ازین آنها زیرمجموعه‌ی

به داده‌ها برازش نشد، ناچاراً از جداول توزیع‌های تجربی احتمال در مدل شبیه‌سازی استفاده کردیم. سپس با استفاده از اطلاعات جمع‌آوری شده برای این وسایل نقلیه، مبادی حرکت را به صورت تخمین احتمال و بر حسب درصد به دست آوردیم. مرحله‌ی بعدی این فاز شناسایی مقصد وسایل نقلیه‌ی خروجی بود. برای این کار فرآونی مشاهده شده برای انتخاب مقاصد توسعه وسایل نقلیه‌ی خروجی از گره‌ها با استفاده از آمار موجود به دست آمد. تعیین مدت زمان حرکت در کمان‌های شبکه در مرحله‌ی بعدی این فاز قرار داشت. این زمان به نوع وسیله‌ی نقلیه، نوع راه، نوع سرزمین راه و حجم ترافیک در کمان بستگی دارد. به منظور نشان دادن اثر شلوغی بر مدت زمان حرکت در کمان می‌توان از تابعی به شکل کلی و متداول

$$t_{ij} = a_{ij} + b_{ij}x_{ij}^k \quad (1)$$

استفاده کرد^[۸] که در آن t_{ij} زمان سفر، a_{ij} زمان سفر در حالتی که حجم ترافیک نزدیک صفر باشد، b_{ij} اثر شلوغی بر زمان سفر و x_{ij} حجم جریان ترافیک در کمان z_j شبکه است. اگر ظرفیت عملی کمان در واحد زمان را برای سطح خدمت یک Q_{ij} بنامیم، آنگاه مقادیر پیشنهادی برای a_{ij} و b_{ij} به قرار زیر است:^[۹]

$$a_{ij} = t_{ij}^*, b_{ij} = \frac{0.15t_{ij}^*}{(Q_{ij}^*)^4} \quad (2)$$

و با استفاده از همین روابط در این تحقیق، مدت زمان حرکت در کمان‌ها به دست آمد. باید توجه داشت که مدت زمان حرکت در رابطه‌ی ۱ برای وسایل نقلیه‌ی سواری صادق است و برای تعیین آن به وسایل نقلیه‌ی دیگر باید از ضریبی به عنوان «ضریب سواری همسنگ»^۳ استفاده کرد. جدول ۱ این ضرایب را در بر دارد و جدول ۲ شامل ظرفیت و سرعت در انواع راه‌ها است. همین‌طور مشخصات هفت پروژه‌ی پیشنهادی برای اجراء و برآورد هزینه‌ی اجرای آنها به دست آمد. جدول ۳ مشخصات پروژه‌های پیشنهادی را به ازای کدهای مبدأ و مقصد در بر دارد. با توجه به اینکه همه‌ی پروژه‌های مطرح در جدول ۳ از نوع بهسازی‌اند و اینکه کل بودجه‌ی تخصیص یافته برای بهسازی راه‌های اصلی و فرعی کشور در اختیار بود و نیز با توجه به سهم استان مورد نظر از این بودجه، مبلغ کل بودجه برای اجرای مجموعه‌ی از پروژه‌های نامزد برابر ۱۷۴۷۶ میلیون ریال برآورد شد.

مدل رایانه‌ی سیستم

بدلیل نیاز به حجم پردازش زیاد در شبیه‌سازی سیستم‌های واقعی، استفاده از یک برنامه‌ی رایانه‌یی الزامی است. زبان‌های گوناگون برای تهیی مدل‌های شبیه‌سازی رایانه‌یی موجودند که باید با در نظر گرفتن

انتخاب می‌شود که ضمن رعایت محدودیت بودجه‌یی دارای کمترین هزینه‌ی کاربران است. بدیهی است برای مقایسه‌ی هزینه‌ی کاربران در سناریوهای مختلف، باید شبیه‌سازی را تحت شرایط احتمالی یکسان برای هر سناریو برآوریم.

جمع‌آوری و تحلیل داده‌ها

از جمله مشکلات مهم در کشورهای در حال توسعه، فقر اطلاعات و آمار است که همواره فرازی بر نامه‌های قرار دارد. مطالعه‌ی شبیه‌سازی، مانند بسیاری از روش‌های مطالعه‌ی دیگر، نیازمند اطلاعات و آمار مناسب است. بهمین دلیل سیستم مورد مطالعه باید طوری انتخاب شود که برای آن اطلاعات و آمار مناسب با هزینه‌ی کمتری در اختیار باشد.

در این تحقیق، از میان استان‌های کشور، استان کردستان انتخاب شده که اطلاعات و آمار مربوط به یک دوره‌ی آمارگیری مبدأ - مقصد در آن در اختیار بود.^[۷] در این آمارگیری از روش متوقف‌کردن وسایل نقلیه و پرسش از راننده استفاده شده است. پرسش‌های مطرح شده در این آمارگیری شامل مبدأ، مقصد، نوع و میزان بار، تعداد مسافر، زمان عبور و شماره‌ی وسیله‌ی نقلیه می‌شد که وسایل نقلیه‌ی سواری، مینی‌بوس، اتوبوس، وانت‌بار، کامیون ۵ تن، کامیون ۱۰ تن، کامیون ۱۶ تن، کامیون ۲۰ تن، و کامیون ۲۴ تن را در بر می‌گرفت.

تعداد مناطق شمارش وسایل نقلیه ۲۶ عدد بود که هر منطقه شامل دو ایستگاه در دو طرف کمان بود. به این ترتیب اطلاعات مربوط به ۵۲ ایستگاه کاری جمع‌آوری شد. گرچه این اطلاعات و آمار نیز کاملاً منطبق بر نیازهای مطالعه‌ی شبیه‌سازی موجود نبود، ولی با مقداری غربالگری و تصفیه توانستیم از آن بهره‌مند شویم. در این راستا ابتدا آخرین وضعیت شبکه‌ی جاده‌ی استان براساس نقشه‌های تهیی شده از سوی ادارات ذی‌ربط مورد بررسی قرار گرفت. سپس از میان ۴۰ گره (شهرها و روستاها) گره‌هایی برای مطالعه انتخاب شد که دست کم یکی از این سه شرط را داشته باشد: ۱. نقاط مهم جمعیتی مانند شهرستان‌ها یا شهرهای بزرگ بودن؛ ۲. گره‌هایی ورودی یا خروجی استان بودن؛ ۳. گره‌هایی واقع در انتهای فقط یک کمان بودن. این گره‌ها سپس کدگزاری شدند و آنگاه مشخصات نوع کمان‌های مربوطه (نوع کمان، مبدأ و مقصد کمان و طول آن) تهیی و کدبندی شد.

به دست آوردن توزیع احتمالی زمان‌های بین خروج انواع وسایل نقلیه از گره‌ها در مرحله‌ی بعدی این فاز مورد مطالعه قرار گرفت. برای این کار از نرم‌افزار آماری Statgraphic کمک گرفتیم و آزمون‌های نیکویی برآش نمربع k و کولموگروف-اسمیرنوف را برای داده‌ها به کار گرفتیم. با توجه به این که هیچ یک از توزیع‌های نرمال، نمایی، مربع k و

کلیه‌ی جوانب زبان مناسب را انتخاب کرد. به دلیل مزایایی مانند مراجع فراوان‌تر، ارتباط نزدیک دستورات با زبان انگلیسی، تأثیرگذاری بر زبان‌های شبیه‌سازی دیگر و قابل دسترس بودن نسخه‌ی حرفی، در این تحقیق از زبان شبیه‌سازی GPSS/H برای مدل‌سازی رایانه‌ی شبکه‌ی حمل و نقل جاده‌یی استفاده شده است.^[۱۱۱۰]

جزای اصلی شبکه‌ی جاده‌یی شامل وسائل نقلیه و کمان‌هاست که به ترتیب با استفاده از نهادهای^۴ و انبارهای^۵ در GPSS/H مدل‌سازی می‌شوند. به منظور قابل انعطاف بودن داده‌های ورودی و اجرای مدل در حالت‌های مختلف، بعضی از داده‌های ورودی از طریق چهار پرونده به اسمی ZONE، PCU، NETWORK و ROAD می‌شوند. پروندهای ROAD شامل و خروجی‌ها در یک پرونده به دست می‌آیند. پروندهای NETWORK شامل اطلاعاتی مانند کد نوع راه، کد نوع سرزمین، ظرفیت راه و سرعت آزاد است. در سطر اول پروندهای NETWORK اطلاعاتی مانند تعداد گره‌های شبکه، تعداد کمان‌های شبکه، تعداد گره‌های مبدأ – مقصد، تعداد کل وسائل نقلیه مورد استفاده در هر بار اجرای مدل تردد، تعداد وسائل نقلیه برای رسیدن به حالت تعادل و تعداد مجددسازی‌های مستقل شبیه‌سازی وجود دارد. سایر سطرهای این پرونده شامل اطلاعاتی مانند کد گرهی شروع، کد گرهی پایان، طول کمان، کد نوع سرزمین، کد وضعیت فعلی راه، کد وضعیت آتی راه و هزینه‌ی پروژه هستند. سطر اول پروندهای PCU فقط شامل تعداد انواع وسائل نقلیه است و سایر سطرهای این پرونده نشان‌دهنده ضرایب سواری هم‌سنگ برای هر یک از آنهاست. هر سطر از پروندهای ZONE شامل شماره‌ی گرهی است که برای رفتن به هر یک از مناطق حمل و نقلی باید انتخاب شود. چنانچه این شماره برابر ۱ - باشد بدان معناست که برای رفتن به منطقه‌ی حمل و نقلی مزبور امکان استفاده از چند گره وجود دارد و فرایند انتخاب از بین آنها تصادفی است. این فرایند همانند همه‌ی فرایندهای تصادفی دیگر مانند خروج وسائل نقلیه از گره‌های مبدأ – مقصد، تعیین مقصد وسائل نقلیه، تعیین گره برای حرکت به مناطق حمل

جدول ۱. ضرایب سواری هم‌سنگ.

نوع وسیله‌ی نقلیه	ضرایب سواری هم‌سنگ
سواری	۱
مینی‌بوس	۲
اتوبوس	۳
وان	۱
کامیون ۵ تن	۲,۵
کامیون ۱۰ تن	۳
کامیون ۱۶ تن	۴
کامیون ۲۰ تن	۴
کامیون ۲۴ تن	۵

جدول ۲. ظرفیت و سرعت در راه‌ها.

نوع راه	نوع سرزمین	ظرفیت (برحسب PCU بر ساعت)	سرعت (کیلومتر در ساعت)
فرعی	هموار	۴۰۰	۶۰
	تپه ماهور	۳۵۰	۵۰
	کوهستانی	۲۵۰	۴۰
	تپه ماهور	۸۰۰	۸۰
اصلی	کوهستانی	۷۰۰	۷۰
	هموار	۶۰۰	۶۰
فرعی نامطلوب	هموار	۲۸۰	۴۲
	تپه ماهور	۴۴۵	۳۵
	کوهستانی	۱۷۵	۲۸
	هموار	۶۴۰	۶۴
اصلی نامطلوب	تپه ماهور	۵۶۰	۵۶
	کوهستانی	۴۸۰	۴۸

جدول ۳. مشخصات پروژه‌های پیشنهادی.

شماره‌ی پروژه	کد گره مبدأ	کد گره مبدأ	طول کمان (کیلومتر)	نوع کمان	وضعیت فعلی کمان	وضعیت آتی کمان	برآورد هزینه (میلیون ریال)
۱	۲۳	۲	۳۰	کوهستانی	اصلی	اصلی نامطلوب	۴۶۶۷
۲	۱	۲۳	۴۰	تپه ماهور	اصلی	اصلی نامطلوب	۵۳۳۷
۳	۲۹	۱	۸۷	کوهستانی	اصلی	اصلی نامطلوب	۴۶۱۸۶
۴	۳۸	۲۹	۵۴	کوهستانی	اصلی	اصلی نامطلوب	۲۸۲۸۳
۵	۳۷	۳۸	۲۰	کوهستانی	اصلی	اصلی نامطلوب	۱۰۴۷۵
۶	۳۶	۳۷	۲۱	کوهستانی	اصلی	اصلی نامطلوب	۱۰۹۹۹
۷	۳۶	۵	۲	تپه ماهور	اصلی	اصلی نامطلوب	۱۰۴۸

مدل، برای مقایسه‌ی گزینه‌های مختلف کافی نیست و باید از طریق مجددسازی‌های مستقل^۷ و با بهره‌گیری از شیوه‌های آماری این مقایسات را انجام داد. ولی قبل از انجام آزمایش باید ابتدا اعتبار مدل ارزیابی شود.

اعتبارسنجی مدل رایانه‌یی

تعیین اعتبار مدل یکی از مراحل پیچیده و مهم مطالعه‌ی شبیه‌سازی است. در اینجا این پرسش مطرح است که «آیا مدل رایانه‌یی نمایشی منطقی از سیستم واقعی را فراهم می‌کند؟»^[۱۲] برای پاسخ به این پرسش، در این تحقیق از دو روش استفاده شده است. در روش اول مدل رایانه‌یی در حالت آزمایشی^۸ اجراء شد، چراکه در این حالت امکان توقف موقت اجرای مدل و بررسی نتایج به دست آمده در همه‌ی نقاط مدل فراهم است. بدین ترتیب چگونگی محاسبه‌ی ضرایب رابطه‌ی ۲ و نحوه‌ی مشخص کردن کوتاه‌ترین مسیر بین یک زوج از گره‌های مبدأ – مقصد بررسی و با نتایج حاصل از محاسبات دستی مقایسه شد و صحت آنها مورد تأیید قرار گرفت. همچنین چگونگی و مدت زمان حرکت چندین وسیله‌ی نقلیه در کمان‌ها مورد مطالعه قرار گرفت و ترتیب عبور از کمان‌های موجود در کوتاه‌ترین مسیر و مدت زمان عبور آنها بررسی شد و در تمام موارد درستی آنها تأیید شد.

در روش دوم تعداد کل وسایل نقلیه مشاهده شده در کمان‌ها با همین تعداد در سیستم واقعی مقایسه شد. برای این کار مدل رایانه‌یی به مدتی برابر مدت زمان آمارگیری برای هر کمان رانده شد و از گزارش‌های استاندارد GPSS/H برای به دست آوردن این رقم کمک گرفته شد. نتایج حاصله در جدول ۵ آورده شده است.

اطلاعات مندرج در جدول ۵ نشان می‌دهد که گرچه بین نتایج

به دست آمده از سیستم واقعی و مدل رایانه‌یی تفاوت‌هایی وجود دارد، ولی این مقدار تفاوت‌ها فاحش نیستند. با بررسی بیشتر روی اختلافات بزرگ‌تر به این نتیجه رسیدیم که این اختلافات مربوط به کمان‌هایی است که به لحاظ آمارگیری اشکال داشته‌اند. همچنین اگر تعداد وسایل نقلیه مشاهده شده در دوره‌ی زمانی مربوط به آمارگیری را متغیر تصادفی X و همین تعداد را در مدل شبیه‌سازی متغیر تصادفی Y بنامیم، و نیز با استفاده از قضیه حد مرکزی فرض کنیم که هر دو متغیر تقریباً از توزیع نرمال برخوردارند، آنگاه می‌توان میانگین‌های X و Y را با استفاده از نمونه‌ی به دست آمده در جدول ۵ از طریق آماری با هم مقایسه کرد. بدلیل عدم استقلال نمونه‌ها و نیز وابستگی هر یک از زوج مشاهدات در ردیف‌های مختلف جدول، می‌توان از آزمون t زوجی برای این کار استفاده کرد. مقدار آماره‌ی t زوجی برای اطلاعات موجود برابر ۱۹۹٪ به دست می‌آید و مقدار بحرانی توزیع t دانشجو به ازای ۲۰ درجه‌ی آزادی در سطح اطمینان ۹۵٪ برابر ۱/۷۲۵ است. در این صورت به لحاظ آماری نیز اختلاف معنی‌داری بین میانگین‌های

جدول ۴. اطلاعات موجود در پارامترهای نهادها.

پارامتر	اطلاعات
P _۱	نوع وسیله
P _۲	کد گره مبدأ
P _۳	کد گره مقصد
P _۴	کد اولین کمان
P _۵	کد دومین کمان
...	...

و نقل کشور با استفاده از موجودیت FUNCTION در GPSS/H مدل می‌شود.

علاوه بر داده‌هایی که توسط پرونده‌های فوق و توابع برای مدل فراهم می‌شود، باید نسبت وسایل نقلیه‌ی خروجی از هر گره مبدأ – مقصد که مبدأ حرکت آنها از گره مورد نظر است به نحوی به مدل داده شوند. برای این کار تعدادی ماکرو تعریف شده است. به این ترتیب همه‌ی اطلاعات ورودی مدل فراهم خواهد بود.

قبل از حرکت وسایل نقلیه، با توجه به وضعیت فعلی راه و سرزمین آن باید برای همه‌ی کمان‌ها ضرایب a و b رابطه‌ی ۲ را به دست آورد. سپس کمان‌های واقع بر کوتاه‌ترین مسیر بین هر زوج گره مبدأ – مقصد با استفاده از الگوریتم دایجسترا^۹ انتخاب می‌شوند. آنگاه وسایل نقلیه براساس مدل تردد وارد مدل شبیه‌سازی می‌شوند. از آنجا که هر وسیله‌ی نقلیه به صورت یک نهاد در مدل رایانه‌یی مطرح است می‌تواند همواره مقادیری را به عنوان پارامتر به همراه داشته باشد تا در صورت نیاز از آنها برای منطق مدل استفاده شود. اطلاعات موجود در این پارامترها در جدول ۴ آورده شده است.

با توجه به اطلاعات موجود در پارامترهای نهادها و اینکه هر کمان توسط یک انباره مدل‌سازی شده است، هر وسیله‌ی نقلیه شماره‌ی کمان‌های موجود در پارامترهای p۴ به بعد خود را به ترتیب مانند یک انباره ظرف مدتی که از رابطه‌ی ۲ به دست می‌آید طی می‌کند و بعد از طی کردن آخرین کمان، و بالطبع رها کردن انباره مربوطه و به‌هنگام کردن هزینه‌ی کاربران شبکه از سیستم خارج خواهد شد. این فرایند به‌طور موازی برای تمام وسایل نقلیه از تمامی گره‌های مبدأ – مقصد به‌طور همزمان اجراء می‌شود تا تعداد وسایل نقلیه‌یی که از مدل خارج می‌شوند به حد معینی برسد و هزینه‌ی جاری کاربران شبکه محاسبه شود. این عمل برای شبکه‌های تغییر یافته بر اثر انتخاب ترکیب‌های متفاوت پروژه‌ها در چارچوب محدودیت بودجه تکرار می‌شود تا برای هر زیرمجموعه‌یی از پروژه‌های انتخاب شده هزینه‌ی کاربران شبکه تخمین زده شود. باید متذکر شد که اولاً ایجاد شرایط یکسان احتمالی برای هر تغییر در شبکه واجب است، و دوماً یکبار اجرای مدل شبیه‌سازی و استفاده از نتایج حاصل، به‌دلیل ماهیت تصادفی

طولانی کرد که ستادهای حاصل از دوره‌ی گذرا^{۱۱} نسبت به ستادهای حاصل در حالت پایدار ناچیز باشد.

مدل رایانه‌ی ارائه شده در بخش پنج شامل ۱۲۹ منبع برای تولید نهاده است که هر یک از آنها با نزخه‌ای متفاوت این کار را انجام می‌دهند. لذا حالت پایدار را می‌توان چنان در نظر گرفت که در آن متوسط نزخ ورود نهادها به مدل اثبات لازم برخوردار شود. برای این‌کار مدل رایانه‌ی در مدت زمان‌های متفاوت اجراء شد و تعداد کل وسایل نقليه در اين مدت زمان‌ها به دست آمد. سپس از تقسيم تعداد کل وسایل نقليه‌ی ورودی بر مدت زمان مربوطه، متوسط نزخ ورود وسایل نقليه به مدل تخمين زده شد (جدول ۶). همان‌طور که ملاحظه می‌شود مدل بعد از اجرای حدود ۴۰ دقیقه به حالت تقریباً پایدار می‌رسد.

شرایط پایان

برای تعیین شرایط پایان باید مطمئن شد که وسایل نقليه به تعداد کافی در مدل تردد کرده‌اند تا برآورده زینه‌ی کاربران حاصل بیانگر این زینه برای همه‌ی کاربران سیستم باشد. با توجه به وسعت استان مورد مطالعه که طولانی‌ترین فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی آن برابر ۳۵۴ کیلومتر است و برای پیمودن آن زمانی حدود ۷ ساعت مورد نیاز است، می‌توان تا حدود زیادی مطمئن بود که اگر شبیه‌سازی به مدت ۸ ساعت رانده

جدول ۶. تعداد وسایل نقليه‌ی ورودی به مدل در واحد زمان.

تعداد وسایل نقليه‌ی به مدل در دقیقه	تعداد وسایل نقليه‌ی ورودی به مدل	مدت زمان شبیه‌سازی (دقیقه)
۹,۵۰	۱۹	۲
۱۵,۸۰	۷۹	۵
۱۷,۸۸	۱۴۳	۸
۱۷,۹۰	۱۷۹	۱۰
۱۹,۶۰	۳۹۲	۲۰
۲۰,۶۷	۶۲۰	۳۰
۲۰,۹۰	۸۳۶	۴۰
۲۱,۰۰	۱۰۵۰	۵۰
۲۱,۲۲	۱۲۷۳	۶۰
۲۱,۱۴	۱۴۸۰	۷۰
۲۱,۲۸	۱۷۰۲	۸۰
۲۱,۳۳	۱۹۲۰	۹۰
۲۱,۳۵	۲۱۳۵	۱۰۰
۲۱,۵۱	۲۳۶۶	۱۱۰
۲۱,۵۴	۲۵۸۵	۱۲۰
۲۱,۴۸	۲۷۹۲	۱۳۰
۲۱,۴۶	۳۰۰۵	۱۴۰
۲۱,۶۳	۳۲۴۴	۱۵۰
۲۱,۵۹	۳۴۵۵	۱۶۰

جدول ۵. نتایج مدل رایانه‌ی و آمارگیری.

کد گره مبدأ	کد گره مقصد	مدت آمارگیری (ساعت)	تعداد وسایل نقليه‌ی مشاهده شده
آمارگیری	مدل شبیه‌سازی	۱۹۲۶	۱۹۱۸
۱	۲۴	۱۵	۲۶۲۷
۱	۲۳	۱۴	۲۳۱۱
۱	۲۸	۱۳	۷۳۵
۱	۲۵	۱۵	۲۶۰۷
۲	۸	۱۵	۲۴۵۰
۲۲	۲	۱۴	۳۵۸
۳	۱۰	۱۵	۲۹۲۳
۳	۴	۱۵	۸۲۰
۲۴	۳	۱۵	۱۸۶۸
۲۵	۷	۱۱	۴۷۵
۴	۳۹	۱۳	۹۳۳
۳۰	۴	۱۵	۱۱۳۸
۳۸	۱۱	۷۶	۷۹
۳۶	۳۷	۱۴	۲۵۵۱
۵	۱۵	۱۴	۲۳۷۹
۶	۵	۱۵	۱۲۱۴
۶	۱۶	۱۵	۶۶۸
۳۵	۶	۱۴	۴۲۴
۲۶	۷	۱۴	۱۵۰
۷	۴۰	۱۱	۹۸۸

دو تعداد وجود ندارد. در مجموع می‌توان به این نتیجه رسید که دست کم اعتبار مدل رایانه‌ی زیر سوال نیست.

انجام آزمایش با مدل و ارائه‌ی نتایج

بعد از تشخیص معتبر بودن مدل رایانه‌ی، مرحله‌ی بعدی در یک مطالعه‌ی شبیه‌سازی برنامه‌ریزی راهبردی و تاکتیکی انجام آزمایش با مدل است. هدف از انجام آزمایش در این مطالعه، یافتن بهترین ترکیب از عوامل قابل کنترل (زیرمجموعه‌ی از پژوهه‌های نامزد اجراء) است چنان که متغیر جواب (هزینه‌ی کاربران شبکه) را در چارچوب بودجه‌ی کل بهینه کند. در برنامه‌ریزی راهبردی و تاکتیکی شرایط انجام آزمایش شامل شرایط شروع، شرایط پایان، و تعداد مجددسازی‌های مستقل برای رسیدن به سطحی قابل اعتماد از جواب‌ها مشخص می‌شود.

شرایط شروع

با توجه به اینکه در اکثر مدل‌های تصادفی یک اریبی^۹ اولیه در حالت گذرا برای برآورده معيارهای عملکرد وجود دارد، لازم است از اطلاعات به دست آمده در این حالت چشم‌پوشی، و از نتایج حاصل در حالت پایدار^{۱۰} استفاده کرد. علاوه بر این، زمان اجرای مدل را می‌توان آنقدر

جدول ۷. نتایج حاصل از ۳۰ مجددسازی مستقل مدل.

شماره‌ی مجددسازی	زیرمجموعه‌ی انتخاب شده	هزینه‌ی پروژه (میلیون ریال)	هزینه‌ی کاربران
۱	(۱ و ۲ و ۶)	۱۱۰۵۲	۷۱۰۵۵۹,۰۲۵
۲	(۱ و ۶ و ۲)	۱۱۰۵۲	۷۱۰۲۵۶,۱۳۱
۳	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۷۱۶۲۱۳,۶۵۳
۴	(۱ و ۶ و ۲)	۱۱۰۵۲	۷۰۰۲۵۳۸,۰۲۲
۵	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۷۱۴۴۰۱,۴۴۰
۶	(۶ و ۱)	۱۰۰۰۴	۷۰۰۹۸۵۴,۳۶۷
۷	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۷۱۸۸۲۴,۲۷۹
۸	(۶ و ۱)	۱۰۰۰۴	۷۱۱۹۵۵,۱۶۳
۹	(۶ و ۱)	۱۰۰۰۴	۷۱۱۳۷۵,۰۱۶
۱۰	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۷۲۰۱۹۹,۰۰۱
۱۱	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۷۱۴۲۲۴۵,۳۲۷
۱۲	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۷۱۰۲۲۱,۰۰۴
۱۳	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۷۱۷۵۱۴,۰۴۸
۱۴	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۷۱۴۸۲۹,۷۸۳
۱۵	(۶ و ۱)	۱۰۰۰۴	۷۱۰۰۷۱,۰۶۱
۱۶	(۶ و ۱)	۱۰۰۰۴	۷۰۰۳۹۰۰,۱۱۴
۱۷	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۷۱۲۶۴۷,۰۳۰
۱۸	(۶ و ۱)	۱۰۰۰۴	۷۱۰۸۸۳,۰۸۴
۱۹	(۶ و ۱)	۱۰۰۰۴	۷۰۰۶۹۳۱,۹۴۲
۲۰	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۷۱۰۵۳۲,۷۹۴
۲۱	(۶ و ۱)	۱۰۰۰۴	۷۰۰۳۳۴۵,۰۴۲
۲۲	(۶ و ۱)	۱۰۰۰۴	۷۱۰۹۵۵,۶۸۸
۲۳	(۶ و ۱)	۱۰۰۰۴	۶۹۷۴۷۲۲,۸۳۲
۲۴	(۶ و ۱)	۱۰۰۰۴	۷۱۱۳۵۹,۹۵۰
۲۵	(۶ و ۱)	۱۰۰۰۴	۷۰۰۸۷۸۸,۸۲۳
۲۶	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۷۱۱۲۹۴۷,۷۶۲
۲۷	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۷۱۱۱۸۳,۴۰۲
۲۸	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۶۹۸۷۵۳,۴۹۰
۲۹	(۶ و ۲ و ۱)	۱۱۰۵۲	۷۰۰۶۱۱,۰۰۲
۳۰	(۶ و ۱)	۱۰۰۰۴	۷۰۰۱۲۳,۸۰۱

استاندارد، e خطای برآورد و \hat{p} تخمین نسبت انتخاب زیرمجموعه در محاسبه ای آزمایشی است.

$$n = \frac{Z_{\frac{\alpha}{\gamma}} \hat{p} (1 - \hat{p})}{e^{\gamma}} \quad (3)$$

در این صورت به ازای $\hat{p} = \frac{17}{20}$ و $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ تعداد مجددسازی‌ها برابر ۹۵ به دست می‌آید.

احایی نهایی، مدل

با شرایط تعیین شده در زیربخش های قبلی، مدل شبیه سازی مستقلًا ۹۵ بار اجرا شد و با در نظر گرفتن بودجه و هزینه هی کاربران در هر اجرا زیرمجموعه هی از پروژه انتخاب شد که از آن میان ۶۳ بار زیرمجموعه هی

شود، آنگاه همهی کاربران از سیستم بهره خواهند برداشت. اجرای مدل نیز مبین این امر بوده که اگر از اطلاعات ۴۰ دقیقه‌ی اول برای گرم شدن مدل چشم پوشی شود و اطلاعات مربوط به ۸ ساعت بعدی برای برآورد هزینه‌ی کاربران به کار رود، آنگاه در قالب تعداد وسائل نقلیه‌ی مورد نیاز، لازم است که از اطلاعات مربوط به ۵۰ وسیله‌ی نقلیه‌ی اولیه صرف نظر کرد و اطلاعات مربوط به ۷۰۰۰ وسیله‌ی بعدی را در برآورد هزینه‌ی کاربران به کار گرفت.

تعداد مجددسازی‌های مستقل

با توجه به اینکه زیان شبیه‌سازی GPSS/H در پایان هر بار اجرای مدل گزارشی از مولدهای اعداد شبه تصادفی به کار رفته در مدل رایانه‌یی را در اختیار قرار می‌دهد، برای استقلال مجددسازی‌ها باید مطمئن شد که رشتهدای اعداد شبه تصادفی به کار رفته در مجددسازی‌ها هم پوشانی ندارند. برای این کار از مولدهای اعداد شبه تصادفی شماره‌ی ۱ و ۲ با دوره‌های به ترتیب 20000 و 40000 در هر مجددسازی استفاده شد که محل شروع برای مولد شماره‌ی ۱ موقعیت اول در رشته‌ی اعداد شبه تصادفی و محل شروع برای مولد دوم 200000 امین عدد شبه تصادفی در رشته بود. همچنین از آنجا که زیرمجموعه‌ی پروژه‌ها باید تحت شرایط تصادفی یکسانی در مجددسازی‌ها با هم مقایسه شوند، رشتهدای اعداد شبه تصادفی به کار رفته برای گزینه‌های متفاوت یکسان اختیار شد.

با توجه به شرایط شروع و پایان، برای به دست آوردن تعداد مجددسازی‌های مستقل، ابتدا مدل به صورت آزمایشی به تعداد ۳۰ بار اجرا شد. جدول ۷ نتایج حاصل از این کار را در برداشت. همان‌طور که از اطلاعات جدول ۷ بر می‌آید در ۳۰ مجددسازی فقط دو زیرمجموعه‌ی (۱۱ و ۲۶) و (۱۱ و ۲) از پروژه‌ها انتخاب شده‌اند و بیشترین فراوانی انتخاب به زیرمجموعه‌ی (۱۱ و ۲) به تعداد ۱۷ بار مربوط می‌شود. وجه تمایز این دو زیرمجموعه در پروژه‌ی شماره‌ی ۲ است که با مراجعه به جدول ۳ به لحاظ هزینه و طول کم از کوچک‌ترین پروژه‌ها است و در مواردی بر هزینه‌ی کاربران مؤثر است و در موارد دیگر تأثیرگذار نیست.

از آنجاکه انتظار می‌رفت با مجددسازی‌های بیشتر زیرمجموعه‌های دیگری، غیر از دو زیرمجموعه‌ی فوق، انتخاب نشوند، و نیز اعمالِ دقت زیاد در فاصله‌ی اطمینان مربوط به نسبت دفعات انتخاب دو زیرمجموعه به دلیل کوچک بودن پیوژه‌ی شماره‌ی ۲ که وجه تفاوت دو انتخاب است ضروری به نظر نمی‌رسد، لذا با فرض اطمینان ۹۵٪ و خطای ۱٪ در برآورد نسبت انتخاب زیرمجموعه‌ها، تعداد مجددسازی‌های مستقل را می‌توان از رابطه‌ی ۳ به دست آورد که در آن n تعداد مجددسازی‌های مستقل، $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ مقدار بحرانی یک متغیر تصادفی نرمال

جدول ۸. پروژه‌های پیشنهادی برای انتخاب.

شماره‌ی پروژه	کدگرهی شروع	کدگرهی پایان	طول (کیلومتر)	وضعیت فعلی	هزینه (میلیون ریال)	وضعیت آتی
۱	۲۳	۲	۳۰	اصلی نامطلوب	۴۶۶۷	اصلی
۲	۳۶	۵	۲	اصلی نامطلوب	۱۰۴۸	اصلی
۳	۲۳	۱	۴۰	اصلی نامطلوب	۵۳۳۷	اصلی
کل هزینه‌ی پروژه‌های انتخابی						۱۱۰۵۲

تحقیق به کارگرفته شد باشد، آنگاه الگوریتم دایجسترا در انتخاب کمان‌های دارای کمترین زمان سفر بین گره‌های مبدأ- مقصد نیاز به زمان بسیار بیشتری خواهد داشت. لذا باید به دنبال روش‌های کاراتر که نیاز به زمان کمتری در انتخاب دارند بود. در این زمینه می‌توان به روش‌های مرتب کردن اطلاعات و اندیسگذاری اشاره کرد.

- تهیه‌ی یک نرم‌افزار رایانه‌یی مناسب که بوسیله‌ی آن بتوان اطلاعات ورودی هر سیستم را به آسانی وارد کرد و آزمایشات مورد نظر را انجام داد پیشنهاد می‌شود.

• هدف از مطالعه‌ی حاضر گزینش زیرمجموعه‌یی از پروژه‌های نامزد اجراء در یک شبکه‌ی جاده‌یی است. با توجه به اینکه در مدل رایانه‌یی ارائه شده تردد وسایل نقلیه شبیه‌سازی می‌شود می‌توان از منطق آن برای سایر اهداف تحلیل سیستم‌های حمل و نقل نظری تحلیل تصادفات، تعیین محل تأسیسات جانبی وغیره استفاده کرد. بدیهی است امکان به کارگیری مستقیم مدل کامپیوتری تهیه شده برای اهداف دیگر نیست، ولی می‌توان با انجام اصلاحات مناسب برای هر یک از مطالعات دیگر آن را به کار گرفت.

- در این تحقیق دیده شد که برای تعیین بهترین زیرمجموعه از کل پروژه‌های نامزد همه‌ی زیرمجموعه‌های ممکن ارزیابی می‌شوند. این امر در حالاتی که تعداد پروژه‌های نامزد بسیار زیاد است باعث طولانی شدن زمان اجرای مدل شبیه‌سازی می‌شود. لذا بهتر است از روش‌های بهینه‌یابی یا شبیه‌سازی کمک گرفت.

(۱) و (۶) و (۳۲) بار زیرمجموعه‌ی (۱) و (۶) انتخاب شد. همان‌طور که قبلاً ذکر شد با توجه به اینکه وجه تمایز دو انتخاب پروژه‌ی شماره‌ی ۲ است و این که این پروژه سهم ناچیزی را از مبلغ کل بودجه به خود اختصاص می‌دهد و در مواردی باعث افزایش هزینه‌ی کاربران می‌شود، لذا پروژه‌های پیشنهادی برای انتخاب می‌تواند به صورت جدول ۸ ارائه شود.

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این تحقیق روش شبیه‌سازی رایانه‌یی برای گزینش تعدادی پروژه از میان پروژه‌های نامزد اجرا در شبکه‌ی جاده‌یی یکی از استانهای کشور به کار گرفته شد و تلاش شد تا همه‌ی مراحل لازم در یک مطالعه‌ی شبیه‌سازی — از انتخاب زبان مناسب تا آزمایش مدل شبیه‌سازی و تحلیل نتایج آن به کار گرفته شود. با توجه به اینکه اطلاعات ورودی مدل شبیه‌سازی فقط مربوط به یک دوره‌ی آمارگیری است و نیز روند تردد وسایل نقلیه در طی سال و در طول سال‌ها متغیر است، بهتر است تا از نتایج آمارگیری در مقاطع مختلف سال و همین‌طور در طی سال‌ها استفاده شود تا به برنامه‌ریزی کوتاه‌مدت و میان‌مدت بهتری برای بهبود شبکه‌ی راه استانی دست یابیم. در هر حال برای تکمیل این تحقیق و افزایش کارایی روش ارائه شده در تحلیل شبکه‌ی حمل و نقل جاده‌یی موارد زیر برای مطالعات آتی پیشنهاد می‌شود:

- اگر شبکه‌ی حمل و نقل جاده‌یی بسیار بزرگ‌تر از آنچه که در این

پانوشت

1. Branch and Bound
2. Hill-Climbing
3. Passenger Current Unit (PCU)
4. Transactions
5. Storages
6. Dijkstra
7. Independent Replications
8. Test Mode
9. Bias
10. Steady-State
11. Transient Period

منابع

1. Los, Marc and Christian Lardinois, Combinatorial Programming, Statistical Optimization and the Optimal Transportation Network Problem, Transportation Research Board, **168** (2), pp. 89-124 (1982).
2. Schriber, Thomas J., An Introduction to Simulation Using GPSS/H, John Wiley & Sons, New York (1990).

3. Andersson, P., A. Hermansson, and E. Tengvald, Analysis and Simulation of an Urban Bus Route, *Transportation Research*, **13A**, pp. 439-466 (1979).
4. List, George, M. Satish, and M. Lowen, Exploring the Multiple Factor Concept for Bus Maintenance Using Simulation, *Transportation Research Record* 1066, pp. 40-46 (1985).
5. Victor, D. J. and S. M. Santhakumar, Simulation Study of Bus Transit, *Journal of Transportation Engineering*, **112** (2), (1986).
6. Maze, T. H., G. C. Jackson, and U. Dutta, Bus Maintenance Planning with Computer Simulation, *Journal of Transportation Engineering*, **109** (3) (1983).
7. انتخاب پروژه با استفاده از شبیه‌سازی سیستم حمل و نقل جاده‌ی، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، (۱۳۷۲).
8. Morlok, E. K., An Introduction to Transportation Engineering and Planning, McGraw-Hill, New York (1982).
9. Federal Highway Administration (FHWA), U.S. Department of Transportation, Traffic Assignment (1973).
10. Banks, Jerry & John Carson, Getting Started with GPSS/H, Wolverine Software Corporation, Virginia (1989).
11. Henriksen, James & O.R.C. Crain, GPSS/H Reference Manual, Wolverine Software Corporation, Virginia (1989).
12. گس، سی. آی.، برنامه‌ریزی خطی (روش‌ها و کاربردها)، ترجمه‌ی فائزه توپنیان، موسسه‌ی چاپ و انتشارات دانشگاه فردوسی، مشهد، (۱۳۶۹).
13. Averill M. Law & W. David Kelton, Simulation Modeling and Analysis, 3rd ed., McGraw-Hill (2000).

