مهندسی صنایع و مدیریت شریف
دوره‌ی ۱ - ۲۷، شماره‌ی ۱، ص. ۱۲۷-۱۳۲

مدلی یک‌پارچه برای زنجیره‌یی همراه با جریان تأمین قطع‌شونده

سیدمهدی سجادی‌فر (استادیار)
بهروز پورقناد (کارشناس ارشد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه علم و فرهنگ

در این نوشتار مدلی دوسطحی با یک تأمین‌کننده و یک خرده‌فروش ــ در حالتی که در فرایند تأمین عدم قطعیت وجود دارد ــ توسعه داده خواهد شد. در این زنجیره‌ی تأمین، تأمین‌کننده و خرده‌فروش برای کنترل سیستم موجودی خود از سیاست «مرور دائم» استفاده می‌کنند. تأمین‌کننده، برای تأمین اقلام خرده‌فروش، به‌صورت تصادفی در دسترس خواهد بود. در این مدل، خرده‌فروش با یک تقاضای پواسون مواجه است. همچنین زمان‌های حمل‌ونقل ثابت فرض شده‌اند. در این زنجیره‌ی تأمین یک‌پارچه، مدت تحویل از جمع زمان حمل‌ونقل (که مقداری ثابت است) و تأخیر تصادفی‌یی که به‌علت نبود کالا در تأمین‌کننده ممکن است رخ دهد به دست می‌آید. بنابراین، مدت تحویل یک متغیر تصادفی غیرمنفی است. برای اولین بار در ادبیات موضوع، در این نوشتار دو عامل «یکپارچگی» و «عدم قطعیت» در تأمین را به‌صورت همزمان در مدل‌سازی مسئله لحاظ می‌شود. با استفاده از ایده‌ی سیستم موجودی پایه، یک برآورد مناسب برای سیستم تشریح‌شده ارائه می‌شود. در انتها، با استفاده از شبیه‌سازی نشان داده می‌شود که برآورد ارائه‌شده با خطای بسیار ناچیزی عمل می‌کند.

واژگان کلیدی: زنجیره‌ی تأمین، سیستم موجودی مرور دائم، مدت تحویل غیر صفر، تقاضای پواسون، عدم قطعیت در تأمین.

sajadifar@usc.ac.ir
b.pourghanad@usc.ac.ir

مقدمه

مدیریت کارای زنجیره‌ی تأمین نیاز به هماهنگی نزدیک بین اعضاء زنجیره‌ی تأمین دارد و از آنجا که اغلب اعضاء زنجیره‌ی تأمین سعی در بیشینه‌سازی سود خود دارند، هماهنگی بین اعضاء زنجیره‌ی تأمین یک فرایند مشکل است.[1] از میان فرایندهای مختلف در زنجیره‌ی تأمین تصمیم‌گیری در مورد انتخاب و ارزیابی تأمین‌کننده[1] یکی از مهمترین فرایندهای تصمیم‌گیری[2] در هر زنجیره‌ی تأمینی[3] است. در ادبیات موضوع دو مزیت عمده برای برون سپاری[4] ذکر شده است؛ الف) کاهش هزینه‌های تولید، ب) افزایش قابلیت انعطاف‌پذیری[5] زنجیره‌ی تامین.[2]

از این میان مدل‌هایی که عدم قطعیت در زنجیره‌ی تأمین را مورد بررسی قرار می‌دهند، سعی در مدل‌سازی ریاضی مسائل زنجیره‌ی تأمین با در نظر گرفتن عدم‌قطعیت در پارامترهایی مانند تقاضا، مدت تحویل، فرایند تأمین و غیره دارند. در این نوشتار یک زنجیره‌ی تأمین جامع که با عدم قطعیت[6] در تأمین مواجه است مورد بررسی قرار گرفته است.

در بیشتر مطالعات انجام‌شده در ادبیات زنجیره‌ی تأمین، برای ساده‌سازی مسئله از یک‌سری فرض‌های ساده‌ساز استفاده شده است. یکی از این فرضیات که در بسیاری از زنجیره‌های تأمین متداول است، فرض تأمین‌کننده‌ی قابل اطمینان[7] است. برخی معتقدند که فرض تأمین‌کننده‌ی قابل اطمینان یکی از ناپایدارترین فرضیات در هر سیستم موجودی است.[3] این فرض بیان می‌دارد که تأمین‌کننده به‌طور پیوسته و هر زمان که سفارشی انجام شود در دسترس است. خرابی تجهیزات تولیدی در تأمین‌کننده، کمبود مواد، اعتصاب و بحران‌های سیاسی از جمله مواردی هستند که در ادبیات موضوع برای لزوم در نظر گرفتن عدم قطعیت در تأمین ذکر شده‌اند.

مروری بر ادبیات موضوع عدم قطعیت در تأمین نشان می‌دهد که مطالعات انجام‌شده در این حوزه را می‌توان به دو دسته‌ی عام تقسیم کرد: سیستم‌های تولید ـ انبارش و سیستم‌های موجودی.[4] سیستم‌های تولید-انبارش سیستم‌هایی هستند که فرایند تولید و موجودی مربوط به آن را بررسی می‌کنند، در حالی که سیستم‌های موجودی عمدتاً به دنبال یافتن سیاست سفارش‌دهی بهینه برای خرده‌فروش یا تأمین‌کننده هستند. این نوشتار در دسته‌ی دوم قرار می‌گیرد و به مطالعه‌ی سیستم‌های موجودی با در نظر گرفتن عدم قطعیت در تأمین می‌پردازد.

مطالعات اولیه در ادبیات موضوع عدم قطعیت در تأمین، از فرضیات مدل مقدار سفارش اقتصادی (EOQ)[8] استفاده کرده‌اند. این مطالعات مسئله‌ی عدم قطعیت در تأمین را تحت توزیع‌های مختلف آماری برای دوره‌های ON/OFF بررسی

تاریخ: دریافت ۱۳۸۸/۸/۲۶، اصلاحیه ۱۳۸۸/۱۲/۱۳، پذیرش ۱۳۸۹/۲/۱۲.

کرده‌اند.[۴] به‌طور معمول، در ادبیات موضوع عدم قطعیت در تأمین، تأمین‌کننده ممکن است در حالت دردسترس (ON) یا عدم‌دسترس (OFF) باشد. در تمامی مقالاتی که در تحلیل مسائل از فرضیات EOQ استفاده کرده‌اند[۳و۵-۹] در مطالعات انجام‌شده تقاضا قطعی، مدت تحویل صفر و ورود کالا به‌صورت آنی[۹] است. این مطالعات با استفاده از فرضیات مدل EOQ پایه‌ی اولیه‌ی مطالعات بعدی را فراهم کرده‌اند.

در اواخر دهه‌ی ۹۰ میلادی و بعد از آن، برخی از محققان سعی داشته‌اند که فرضیات محدودکننده‌ی مدل EOQ را که در سیستم‌های موجودیِ دارای عدم قطعیت در تأمین مورد استفاده قرارگرفته بهبود بخشند. در تعدادی از این مطالعات[۱۰-۱۲] مسئله‌ی عدم قطعیت در تأمین با در نظرگرفتن تقاضای تصادفی و مدت تحویل صفر مورد بررسی قرارگرفته است. در ادبیات موضوع عدم قطعیت در تأمین فقط در تعداد کمی از مدل‌ها، سیستم مورد نظر با مدت تحویل مخالف صفر بررسی شده است.[۱۳]

در سال ۱۹۹۷ محققین یک سیستم موجودی دارای عدم قطعیت در تأمین را در حالت مرور دائم، تقاضای تصادفی، مدت تحویل تصادفی وکمبود پس‌افت[۱۰] (منظور تقاضاهایی است که به علت نبود موجودی روی هم انباشت می‌شوند و پس از ورود سفارش، با تاخیر برآورده می‌شوند.) بررسی کردند.[۱۴] آنان با استفاده از برآوردهای ارائه‌شده‌ی قبلی،[۱۵] و با این فرض که در هر لحظه فقط یک سفارش معوقه[۱۱] وجود داشته باشد، استفاده کردند. پس از آن مدلی دقیق برای کمینه‌سازی تابع هدف برای مسئله‌یی با تقاضای پواسون، مدت تحویل قطعی، فروش از دست‌رفته[۱۲]، و توزیع نمایی[۱۳] برای طول زمان ON/OFF ارائه شد.[۱۶] در این مدل همچنین فرض شد که در هر لحظه حداکثر یک سفارش معوقه وجود داشته باشد.

چنان که پیش‌تر گفتیم، اگرچه در سیستم‌های واقعی عدم قطعیت در تأمین و مدت تحویل غیر صفر وجود دارد، مطالعات اندکی در ادبیات موضوع به بررسی چنین سیستم‌هایی پرداخته‌اند. در این نوشتار برای یک زنجیره‌ی تأمین دودویی[۱۴] دارای عدم قطعیت در تأمین یک شیوه‌ی حل تقریبی ارائه شده است. شایان ذکر است که یک زنجیره‌ی تأمین دودویی متشکل از یک خرده‌فروش و یک تأمین‌کننده است. مدل ارائه شده در این نوشتار سیستمی را مطالعه می‌کند که در آن تقاضا یک فرایند پواسون ساده، مدت تحویل غیر صفر و کمبود به‌صورت پس‌افت است. مدت تحویل غیرصفر از جمع زمان حمل‌ونقل ثابت و یک متغیر تصادفی به‌دلیل احتمال فقدان موجودی در تأمین‌کننده، تشکیل شده است. همچنین در شرایطی که تأمین‌کننده در دسترس نیست، مدت تحویلی که خرده‌فروش تجربه می‌کند افزایش می‌یابد. مثال‌های عددی و مشاهدات شبیه‌سازی ارائه‌شده در این نوشتار نشان می‌دهد که خطای تخمین ارائه‌شده بسیار ناچیز است.

از سوی دیگر تمامی مطالعات انجام‌شده در ادبیات موضوع عدم قطعیت در تأمین مربوط به حالات غیرجامع‌اند. در صورتی که امروزه، در بازار رقابتی، تأکید بر نگرش به زنجیره‌ی تأمین در حالت جامع است. در نگرش جامع تأمین‌کننده و خرده‌فروش به‌عنوان دو شریک راهبردی با یک رابطه‌ی همکاری طولانی‌مدت در نظرگرفته می‌شوند.

مطالعات متعددی وجود دارند[۱۷و۱۸] که زنجیره‌ی تأمین را در حالت جامع در نظر می‌گیرند، اما هیچ‌یک از این مطالعات عدم قطعیت در تأمین را در مدل‌سازی خود لحاظ نکرده‌اند.

در این نوشتار یک زنجیره‌ی تأمین جامع مورد بررسی قرارگرفته که در آن تقاضا یک متغیر تصادفی پواسون، مدت تحویل غیر صفر، کمبود پس‌افت، سیاست موجودی مرور دائم و فرایند تأمین نامطمئن است. فرایند تأمین نامطمئن به این معناست که تأمین‌کننده ممکن است برای پذیرش سفارشات خرده‌فروش دسترس‌پذیر یا دسترس‌ناپذیر باشد. در این مطالعه طول مدت زمان دسترس‌پذیر بودن و دسترس‌ناپذیر بودن تأمین‌کننده به‌صورت دو متغیر تصادفی نمایی مستقل از هم فرض شده‌اند. در نظر گرفتن همزمان جامعیت و عدم قطعیت در مدل‌سازی مسئله، نقطه‌ی متمایزکننده‌ی مدل ارائه‌شده در این نوشتار با دیگر مطالعات انجام شده در ادبیات موضوع است.

در ادامه نمادها و فرضیات مورد استفاده در این نوشتار ارائه خواهد شد، و سپس تجزیه و تحلیل تابع هزینه‌ی سیستم موجودی پایه ارائه می‌شود. پس از آن مدل ریاضی مسئله استخراج شده و به‌ترتیب نتایج عددی و نتیجه‌گیری نوشتار در پایان ارائه می‌شود.

نمادها و فرضیات مسئله

در این نوشتار از نمادهای زیر برای مدل‌سازی مسئله استفاده شده است:

S_r: موقعیت موجودی در خرده‌فروش هنگامی که از سیاست سفارش‌دهی موجودی پایه استفاده می‌شود.

S_s: موقعیت موجودی در تأمین‌کننده هنگامی که از سیاست سفارش‌دهی موجودی پایه استفاده می‌شود.

L_r: زمان حمل‌ونقل مؤثر از تأمین‌کننده به خرده‌فروش، برحسب واحد زمانی، هنگامی که خرده‌فروش در دسترس است.

L'_r: زمان حمل‌ونقل موثر از تأمین‌کننده به خرده‌فروش، برحسب واحد زمانی، هنگامی که خرده‌فروش در دسترس نیست.

L_s: زمان حمل‌ونقل از تأمین‌کننده‌ی خارجی به تأمین‌کننده، برحسب واحد زمانی.

λ_r: پارامتر توزیع پواسون نشان‌دهنده‌ی شدت تقاضا در واحد زمان در خرده‌فروش.

R_r: نقطه‌ی سفارش مجدد در خرده‌فروش.

Q_r: اندازه‌ی انباشته‌ی سفارش در خرده‌فروش برحسب واحد.

h_r: هزینه‌ی نگه‌داری به‌ازای هر واحد موجودی در یک واحد زمانی در خرده‌فروش.

R_s: نقطه‌ی سفارش مجدد در تأمین‌کننده (به‌صورت مضربی از اندازه‌ی سفارش در خرده‌فروش برحسب واحد موجودی).

Q_s: اندازه‌ی انباشته‌ی سفارش تأمین‌کننده (به‌صورت مضربی از اندازه سفارش در خرده‌فروش برحسب واحد موجودی).

h_s: هزینه‌ی نگه‌داری به‌ازای هر واحد موجودی در یک واحد زمانی در تأمین‌کننده.

β: هزینه‌ی کمبود به‌ازای هر واحد موجودی در یک واحد زمانی در خرده‌فروش.

$c(S_s, S_r)$: هزینه‌ی مورد انتظار نگه‌داری و کمبود به‌ازای یک واحد تقاضا در سیستم موجودی پایه.

$c'(S_s, S_r)$: هزینه‌ی مورد انتظار نگه‌داری و کمبود به‌ازای یک واحد تقاضا در سیستم موجودی پایه، هنگامی که تأمین‌کننده در دسترس نیست.

C: متوسط هزینه‌ی نگه‌داری و کمبود برای سیستم تحت بررسی هنگامی که تأمین‌کننده در دسترس است.

C': متوسط هزینه‌ی نگه‌داری و کمبود برای سیستم تحت بررسی هنگامی که تأمین‌کننده در دسترس نیست.

ζ: پارامتر توزیع نمایی مدت زمان در دسترس بودن تأمین‌کننده برحسب واحد زمان.

ψ: پارامتر توزیع نمایی مدت زمان در دسترس نبودن تأمین‌کننده برحسب واحد زمان.

K: متوسط هزینه‌ی کل نگه‌داری و کمبود به‌ازای یک واحد تقاضا.

TC_{total}: متوسط هزینه‌ی کل سیستم موجودی تحت بررسی.

برای استخراج $c(S_s, S_r)$ و $c'(S_s, S_r)$ این هزینه‌ها به‌صورت میانگینی موزون از هزینه‌های متناظر سیستم موجودی پایه بیان می‌شود. در ادامه، هنگام استخراج تابع تخمینی هزینه‌ی سیستم موجودی، مستقیماً از پارامترهای λ_r، β، h_s، L_s، h_r و L_r استفاده نمی‌شود، هرچند قطعاً این پارامترها در به دست آوردن هزینه‌ی سیستم موجودی پایه و درنتیجه در تابع تخمینی هزینه‌مؤثر خواهند بود. برای به دست آوردن هزینه‌ی سیستم موجودی پایه از روش پیشنهادی در سال ۱۹۹۰ استفاده می‌شود.[۱۷] در سال ۱۹۹۳ تابع دقیق و جامع یک سیستم دودویی که در آن خرده‌فروش و تأمین‌کننده از سیستم مرور دائم استفاده می‌کنند و البته تأمین‌کننده همواره در دسترس است چنین بیان شد:[۱۹]

$$C = \frac{1}{Q_s \cdot Q_r} \sum_{j=R_s+1}^{R_s+Q_s} \sum_{k=R_r+1}^{R_r+Q_r} c(jQ_r, k) \quad (۱)$$

فرضیات در نظر گرفته شده در این نوشتار، مانند روشی که در سال ۱۹۹۰ پیشنهاد شد،[۱۷] عبارت است از:

۱. هر مشتری، که مطابق فرایند پواسون به سیستم وارد می‌شود، فقط یک واحد کالا تقاضا می‌کند.

۲. تقاضاهای پس‌افت به‌صورت FIFO پاسخ داده می‌شود.

تجزیه و تحلیل تابع هزینه‌ی سیستم موجودی پایه

از آنجا که استفاده از روش پیشنهادی در سال ۱۹۹۰[۱۷] مبنای محاسبه‌ی تابع هزینه‌ی تخمینی ارائه‌شده در این نوشتار است، ابتدا چگونگی محاسبه‌ی مقدار $c(S_s, S_r)$ در روش یادشده بیان می‌شود و سپس تابع هزینه‌ی تخمینی مدل ارائه‌شده در این نوشتار ارائه خواهد شد. در سرتاسر این بخش هرجا که از عبارت سیستم موجودی پایه نام برده می‌شود، مقصود سیستم موجودی با فرضیات روش یادشده[۱۷] است.

ابتدا فرض می‌شود که $g^{S_s}(t)$ تابع چگالی توزیع ارلنگ[۱۵](یک توزیع احتمال است که درآن هرگاه پارامتر شکل توزیع گاما یک عدد صحیح باشد، توزیع ارلنگ نامیده می‌شود.) با پارامترهای λ و S_s است. همچنین $G^{S_s}(t)$ را تابع توزیع تجمعی $g^{S_s}(t)$ در نظر می‌گیریم. بنابراین داریم:

$$g^{S_s}(t) = \frac{\lambda^{S_s} t^{S_s - 1}}{(S_s - 1)!} e^{-\lambda t} \quad (۲)$$

$$G^{S_s}(t) = \sum_{k=S_s}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \quad (۳)$$

برای محاسبه‌ی هزینه‌ی نگه‌داری مربوط به یک واحد تقاضا برای تأمین‌کننده، ملاحظه می‌شود که سفارش مربوط به یک تقاضا در آینده هنگامی باید در انبار مرکزی نگه‌داری شود که تقاضای مصرف‌کننده‌ی آن سفارش دیرتر از رسیدن سفارش، یعنی $L_\circ$، به تأمین‌کننده برسد. بنابراین اگر این هزینه را با $\gamma(S_\circ)$ نشان دهیم آنگاه طبق رابطه‌ی ۴ خواهیم داشت:

$$\gamma(S_\circ) = h_s \int_{L_s}^{\infty} (t - L_s) g^{S_s}(t) dt \quad (۴)$$

رابطه‌ی ۴ را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی ۵ نیز بازنویسی کرد.[۱۷]

$$\gamma(S_s) = \frac{h_s S_s}{\lambda}(1 - G^{S_s+1}(L_s)) - h_s L_s (1 - G^{S_s}(L_s)), \quad S_s > 0 \quad (۵)$$

همچنین، هنگامی‌که مقدار S_s برابر با صفر باشد بدیهی است که چون در انبار تأمین‌کننده موجودی نگه‌داری نمی‌شود بنابراین مقدار $\gamma(S_\circ)$ نیز برابر با صفر خواهد بود.

در سیستم موجودی پایه سفارشی که خرده‌فروش صادر می‌کند، پس از $L + \tau$ واحد زمانی به او می‌رسد (τ تأخیری تصادفی است که در سطح انبار تأمین‌کننده و در شرایطی که انبار تأمین‌کننده خالی از موجودی باشد، رخ می‌دهد). اگر سفارشی قبل از تقاضای مربوطه‌اش برسد، نگه‌داری می‌شود و هزینه‌های نگه‌داری به آن تعلق می‌گیرد. همچنین اگر این سفارش بعد از تقاضای مصرف‌کننده‌اش برسد، یک تقاضای پس‌افتاده می‌شود و هزینه‌های کمبود تا زمان رسیدن سفارش به آن تعلق می‌گیرد. بنابراین هزینه‌ی نگه‌داری و کمبود در خرده‌فروش طبق رابطه‌ی ۶ محاسبه می‌شود:[۱۷]

$$\pi^{S_r}(t) = \beta \int_0^{L_r+t} (L_r + t - \tau) g^{S_r}(t)\, dt + h_r \int_{L_r+t}^{\infty} (\tau - L_r - t) g^{S_r}(t) dt, \qquad S_r > 0 \quad (۶)$$

بدیهی است هنگامی که مقدار S_r برابر صفر باشد، در خرده‌فروش فقط هزینه‌ی کمبود وجود خواهد داشت. بنابراین:

$$\pi^{\circ}(t) = \beta(L_r + t) \quad (۷)$$

با فرض این که مقدار تأخیر تصادفی در تأمین‌کننده برابر t باشد، متوسط هزینه‌ی کمبود و نگه‌داری موجودی را برای یک واحد موجودی در خرده‌فروش می‌توان مطابق رابطه‌ی ۸ بازنویسی کرد:[۱۷]

$$\pi^{S_r}(t) = e^{-\lambda(L_r+t)} \frac{h+\beta}{\lambda} \sum_{k=0}^{S_{r-1}} \frac{(S_r - k)}{k!} (L_r + t)^k \lambda^k + \beta\left(L_r + t + \frac{S_r}{\lambda}\right) \quad (۸)$$

از آنجا که مقدار تأخیر تصادفی در تأمین‌کننده از صفر تا L_s تغییر می‌کند، بنابراین هزینه‌ی کل کمبود و نگه‌داری در خرده‌فروش به‌منظور برآورده‌کردن یک واحد تقاضا، $\pi^{S_r}(S_s)$، مطابق رابطه‌ی ۹ محاسبه می‌شود.

$$\pi^{S_r}(S_s) = \int_0^{L_s} g^{S_s}(L_s - t) \pi^{S_r}(t) dt + \left(1 - G^{S_s}(L_s)\right) \pi^{S_r}(0) \quad (۹)$$

همچنین

$$\pi^{S_r}(0) = \pi^{S_r}(L_s) \quad (۱۰)$$

افزون بر این، برای مقادیر بزرگ S_s رابطه‌ی ۱۱ برقرار است.[۱۷]

$$\pi^{S_r}(S_s) \approx \pi^{S_r}(0) \quad (۱۱)$$

باتوجه به این که هزینه‌ی سیستم جامع موجودی پایه از جمع هزینه‌ی نگه‌داری در تأمین‌کننده و هزینه‌ی نگه‌داری و کمبود در خرده‌فروش به دست می‌آید، بنابراین هزینه‌ی کل سیستم موجودی پایه را، در حالتی که نقطه‌ی سفارش تأمین‌کننده S_s و نقطه‌ی سفارش خرده‌فروش S_r است، می‌توان به‌صورت رابطه‌ی ۱۲ بیان کرد.[۱۷]

$$c(S_s, S_r) = \pi^{S_r}(S_s) + \gamma(S_s) \tag{۱۲}$$

فرایند بهینه‌سازی با پیداکردن مقدار $\bar{S}_s$ مطابق رابطه‌ی ۱۳ شروع می‌شود. اگر ε یک مقدار مثبت کوچک باشد، آنگاه:[۱۷]

$$G^{\bar{S}_s}(L_s) < \varepsilon \tag{۱۳}$$

همچنین مقدار $\pi^{S_r}(S_s)$ با استفاده از روابط برگشتی ۱۴ و ۱۵ محاسبه می‌شود.[۱۷]

$$\pi^{S_r}(S_s - 1) = \pi^{S_r - 1}(S_s) + \Big(1 - G^{S_s}(L_s)\Big) \times \Big(\pi^{S_r}(0) - \pi^{S_r - 1}(0)\Big) \tag{۱۴}$$

$$\pi^{\circ}(S_s) = G^{S_s}(L_s)\beta L_s - G^{S_s+1}(L_s)\beta \frac{S_s}{\lambda} + \beta L_r \tag{۱۵}$$

مدل ریاضی مسئله‌ی مورد بررسی در این نوشتار

در سیستم موجودی مورد بررسی، هنگامی که تأمین‌کننده در دسترس نباشد، مدت زمان حمل‌ونقل به‌ترتیب L_r و L'_r خواهد بود. L'_r از جمع مقدار ثابت زمان حمل‌ونقل بین تأمین‌کننده و خرده‌فروش (اگر در دسترس باشد) و میانگین زمان در دسترس نبودن تأمین‌کننده ($\frac{1}{\psi}$) به دست می‌آید. حالت تأمین‌کننده در سیستم تحت بررسی یک زنجیره‌ی مارکوف زمان پیوسته خواهد بود. شکل ۱ حالت تأمین‌کننده را در سیستم موجودی مورد بررسی نشان می‌دهد.

قضیه ۱: احتمالات حدی در دسترس بودن (P_{ON}) و در دسترس نبودن (P_{OFF}) تأمین‌کننده مطابق رابطه‌های ۱۶ و ۱۷ محاسبه می‌شود:

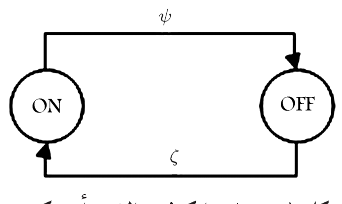
$$P_{ON} = \frac{\zeta}{\zeta + \psi} \tag{۱۶}$$

$$P_{OFF} = \frac{\psi}{\zeta + \psi} \tag{۱۷}$$

احتمالات P_{ON} و P_{OFF} به‌سادگی و با حل معادلات همزمان زیر به دست می‌آید.[۲۰]

$$\begin{cases} \zeta \times P_{ON} = \psi \times P_{OFF} \\ P_{ON} + P_{OFF} = 1 \end{cases}$$

براساس سیاست مرور دائم، هنگامی که موقعیت موجودی خرده‌فروش به R_r می‌رسد چنانچه تأمین‌کننده در دسترس باشد، خرده‌فروش یک سفارش به‌اندازه‌ی



شکل ۱. نمودار مارکوف حالات تأمین‌کننده.

Q_r به تأمین‌کننده می‌دهد. در این حالت رابطه‌ی ۱ تابع هدف دقیق مسئله را نشان می‌دهد. اما هنگامی که موقعیت موجودی خرده‌فروش به R_r می‌رسد، اگر تأمین‌کننده در دسترس نباشد زمان حمل و نقل مؤثر از تأمین‌کننده به خرده‌فروش تقریباً برابر خواهد بود با: $L'_r = L_r + \frac{1}{\psi}$. بااستفاده از L'_r به‌جای L_r و با روشی مشابه با آنچه برای محاسبه‌ی C در رابطه‌ی ۱ استفاده شده است، تابع هدف مسئله در حالتی که تأمین‌کننده در دسترس نیست (C') به دست می‌آید.

هنگامی که در محاسبه‌ی تابع هدف از L'_r به‌جای L_r استفاده می‌شود، تابع هدف دیگر دقیق نیست. علت این موضوع، استفاده‌از میانگین یک متغیر تصادفی به‌جای خود آن در این رابطه است. $\frac{1}{\psi}$ میانگین مدت زمان دردسترس نبودن تأمین‌کننده، از لحظه‌یی که موقعیت موجودی خرده‌فروش به R_r می‌رسد، تعریف می‌شود.

با استفاده از ایده‌ی احتمالات شرطی، هزینه‌ی کل نگه‌داری و کمبود به‌ازای یک واحد تقاضا به‌صورت رابطه‌ی ۱۸ محاسبه می‌شود.

$$K = P_{ON} \times E(\text{هزینه‌ی درحالت دردسترس بودن}) + P_{OFF} \times E(\text{هزینه‌ی درحالت دردسترس نبودن}) \tag{۱۸}$$

با استفاده از روابط ۱ و ۱۶ تا ۱۸ می‌توان هزینه‌ی کل نگه‌داری و کمبود به‌ازای یک واحد تقاضا را به‌صورت رابطه‌ی ۱۹ بازنویسی کرد.

$$K = \frac{\zeta}{\zeta + \psi} \times \left[\frac{1}{Q_s \cdot Q_r} \sum_{j=R_s+1}^{R_s+Q_s} \sum_{k=R_r+1}^{R_r+Q_r} c(jQ_r, k)\right] + \frac{\psi}{\zeta + \psi} \times \left[\frac{1}{Q_s \cdot Q_r} \sum_{j=R_s+1}^{R_s+Q_s} \sum_{k=R_r+1}^{R_r+Q_r} c'(jQ_r, k)\right] \tag{۱۹}$$

رابطه‌ی ۱۹ تابع هزینه‌ی تخمینی را برای یک واحد تقاضا بیان می‌دارد. از آنجا که میانگین تقاضا در زمان برابر با λ_r است، تابع هزینه‌ی تخمینی کل سیستم را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی ۲۰ بیان کرد.

$$TC_{total} = \frac{\lambda_r}{Q_s \cdot Q_r} \left[\left(\frac{\zeta}{\zeta + \psi} \sum_{j=R_s+1}^{R_s+Q_s} \sum_{k=R_r+1}^{R_r+Q_r} c(jQ_r, k)\right) + \left(\frac{\psi}{\zeta + \psi} \sum_{j=R_s+1}^{R_s+Q_s} \sum_{k=R_r+1}^{R_r+Q_r} c'(jQ_r, k)\right)\right] \tag{۲۰}$$

نتایج عددی

در این بخش برای سنجش کیفیت تخمین ارائه‌شده برای تابع هزینه‌ی سیستم تحت بررسی، از مشاهدات شبیه‌سازی استفاده می‌شود. مسائل استفاده شده در این بخش در جدول ۱ ارائه شده است. برای تولید این مسائل از تمام ترکیبات ممکن ($Q_r =$ ۱،۴؛ $Q_s =$ ۱،۴؛ $\lambda_r =$ ۰٫۱، ۱ و $\beta =$ ۵، ۲۰) استفاده شده است. در تمام این مسائل مقادیر $L_r = L_s = 1$؛ $h_r = 1$؛ $h_s = 0.1$؛ $\psi = 0.5$ و $\zeta = 0.05$ به‌صورت ثابت فرض شده‌اند.

برای هر مسئله تابع هدفِ بهینه و مقادیرِ بهینه‌ی نقطه‌ی سفارش تأمین‌کننده و خرده‌فروش با استفاده از تابع هزینه‌ی تخمینی محاسبه شده است. برای یافتن مقادیر بهینه‌ی تابع هدف، نقطه‌ی سفارش تأمین‌کننده و خرده‌فروش از روش بازگشتی

جدول ۱. مسائل نمونه‌یی.

شماره مسئله	Q_r	Q_s	λ_r	β
۱	۱	۱	۰٫۱	۵
۲	۱	۱	۰٫۱	۲۰
۳	۱	۱	۱	۵
۴	۱	۱	۱	۲۰
۵	۱	۴	۰٫۱	۵
۶	۱	۴	۰٫۱	۲۰
۷	۱	۴	۱	۵
۸	۱	۴	۱	۲۰
۹	۴	۱	۰٫۱	۵
۱۰	۴	۱	۰٫۱	۲۰
۱۱	۴	۱	۱	۵
۱۲	۴	۱	۱	۲۰
۱۳	۴	۴	۰٫۱	۵
۱۴	۴	۴	۰٫۱	۲۰
۱۵	۴	۴	۱	۵
۱۶	۴	۴	۱	۲۰

ارائه‌شده در روش پیشنهادی سال ۱۹۹۰ [۱۷] استفاده شده است. ضمناً در شبیه‌سازی مسئله‌ی زمان اجرا برای هر مشاهده‌ی شبیه‌سازی معادل ۱۰۰۰۰ ساعت شبیه‌سازی در نظر گرفته شده و همچنین ۲۰۰ ساعت برای شبیه‌سازی زمان گرم‌شدن سیستم در نظر گرفته شده است.

به‌علاوه، مقادیر به دست آمده برای توابع هدف با مقادیر به دست آمده از مشاهدات شبیه‌سازی مقایسه شده و مقادیر قدر مطلق خطای تابع هزینه تخمینی در ستون ششم جدول ۲ ارائه شده است. مقدار ناچیز میانگین قدر مطلق مسائل نمونه‌یی مورد بررسی در این نوشتار نشان می‌دهد که تخمین ارائه‌شده برای سیستم موجودی تحت بررسی با خطایی قابل چشم‌پوشی عمل می‌کند.

نتیجه‌گیری

در این نوشتار یک زنجیره‌ی تأمین دودویی جامع همراه با عدم قطعیت در تأمین مورد بررسی قرار گرفت. با استفاده از ایده‌ی میانگین موزون روی سیستم‌های موجودی پایه، تابع تخمینی هزینه ارائه شده است. مثال‌های عددی، به‌وضوح نشان می‌دهد که تخمین ارائه‌شده بسیار عالی عمل می‌کند به‌طوری که، در هیچ یک از ۱۶ مسئله‌ی نمونه‌یی مورد بررسی خطا به ۱٪ نمی‌رسد، و میانگین خطایی معادل ۰٫۲۱٪ به دست می‌آید.

چنان که اشاره شد، این نوشتار برای اولین‌بار در ادبیات موضوع، سیستمی جامع را که فرایند تأمین آن نامطمئن است مورد بررسی قرار داده است. همچنین، مدت تحویل یک متغیر تصادفی غیر صفر است. از آنجا که در عمل هنگام مواجهه با سیستم‌های دارای عدم قطعیت در تأمین از سیاست چند منبعی استفاده می‌شود، بررسی سیستم‌های یک‌پارچه دارای عدم قطعیت در تأمین در حالت دو یا چند منبعی تحقیقی ارزشمند برای آینده است. مدل ارائه‌شده در این نوشتار، هرچند که یک مدل دودویی را بررسی کرده‌است، می‌تواند اساسی برای تحقیقات آتی باشد.

جدول ۲. نتایج عددی و خطای تابع هزینه تخمینی ارائه شده.

شماره مسئله	R_r^*	R_s^*	تابع هزینه تخمینی	تابع هزینه شبیه‌سازی	قدر مطلق خطا
۱	-۱	۰	۱٫۰۱۱۹۶	۱٫۰۰۴۳۶	۰٫۰۰۷۵۷
۲	۰	۰	۱٫۶۱۹۶۵	۱٫۶۳۳۶۹	۰٫۰۰۸۵۹
۳	۱	۴	۳٫۰۵۵۹۱	۳٫۰۶۴۷۸	۰٫۰۰۲۸۹
۴	۲	۵	۴٫۳۷۷۴۷	۴٫۳۹۰۴۶	۰٫۰۰۲۹۶
۵	-۱	۰	۱٫۱۰۳۹۵	۱٫۱۰۶۵۹	۰٫۰۰۲۳۶
۶	۰	۰	۱٫۷۵۲۶۱	۱٫۷۵۳۸۸	۰٫۰۰۰۷۳
۷	۰	۴	۳٫۱۲۱۵۵	۳٫۱۲۲۲۷	۰٫۰۰۰۲۳
۸	۱	۵	۴٫۴۴۲۰۸	۴٫۴۳۷۰۵	۰٫۰۰۱۱۳
۹	-۱	-۱	۱٫۸۰۲۶۳	۱٫۷۹۹۸۲	۰٫۰۰۱۵۶
۱۰	-۱	۰	۲٫۵۰۹۵۲	۲٫۵۰۹۳۸	۰٫۰۰۰۰۶
۱۱	۰	۲	۳٫۵۹۴۵۱	۳٫۵۸۳۸۱	۰٫۰۰۲۹۹
۱۲	۰	۴	۴٫۹۷۸۰۴	۴٫۹۸۶۹۷	۰٫۰۰۱۷۹
۱۳	-۱	-۱	۲٫۳۲۰۳۶	۲٫۳۲۰۲۱	۰٫۰۰۰۰۶
۱۴	-۱	۰	۳٫۰۴۶۳۸	۳٫۰۴۴۹۸	۰٫۰۰۰۴۶
۱۵	-۱	۳	۳٫۹۹۶۶۲	۳٫۹۹۷۱۰	۰٫۰۰۰۱۲
۱۶	-۱	۴	۵٫۵۶۹۵۷	۵٫۵۶۸۸۲	۰٫۰۰۰۱۴
میانگین قدر مطلق خطا:				۰٫۰۰۲۱۰۲۹	

پانوشت

1. supplier
2. decision making
3. supply chain
4. outsourcing
5. flexibility
6. uncertainty
7. reliable supplier
8. economic order quantity
9. instantaneous
10. backorder
11. outstanding
12. lost sale
13. exponential distribution
14. dyadic
15. erlang distribution

منابع

1. Kismuller, G.P. and Broekmeulen, R.A.C.M. "The benefit of VMI strategies in a stochastic multi-product serial two echelon system", *Computers and Operations Research,* **37**(2), pp. 406-416 (2010).
2. Abdel-Malek, L.; Areeratchakul, N. and Otegbeye, M.K. "Designing for manufacturing flexibility: a newsvendor approach", *International Journal of Industrial and Systems Engineering,* **1**(1/2), pp. 59-86 (2006).
3. Gurler, U. and Parlar, M. "An inventory problem with two randomly available suppliers", *Operations Research,* **45**(6), pp. 904-918 (1997).
4. Mohebbi, E. "A replenishment model for the supply uncertainty problem", *International Journal of Production Economics,* **87**, pp. 25-37 (2004).
5. Parlar, M. and Berkin, D. "Future supply uncertainty in EOQ models", *Naval Research Logistics,* **38**, pp. 107-121 (1991).
6. Weiss, H.J. and Rosenthal, E.C. "Optimal ordering policies when anticipating a disruption in supplier demand", *European Journal of Operational Research,* **59**, pp. 370-382 (1992).
7. Parlar, M. and Perry, D. "Optimal (Q; r; T) policies in deterministic and random yield models with uncertain future supply", *European Journal of Operational Research,* **84**, pp. 431-443 (1995).
8. Parlar, M. and Perry, D. "Inventory models of future supply uncertainty with single and multiple suppliers", *Naval Research Logistics,* **43**, pp. 192-210 (1996).
9. Parlar, M. "Probabilistic analysis of renewal cycles: An application to a non-Markovian inventory problem with multiple objectives", *Operations Research,* **48**, pp. 243-255 (2000).
10. Parlar, M.; Wang, Y. and Gerchak, Y. "A periodic review inventory model with Markovian supply availability", *International Journal of Production Economics,* **42**, pp. 131-136 (1995).
11. Arreola-Risa, A. and DeCroix, G.A. "Inventory management under random supply disruptions and partial backorders", *Naval Research Logistics,* **46**, pp. 687-703 (1998).
12. Ozekici, S. and Parlar, M. "Inventory models with unreliable suppliers in a random environment", *Annals of Operations Research,* **91**, pp. 123-136 (1999).
13. Mohebbi, E. and Hao, D. "When supplier's availability affects the replenishment lead time-An extension of the supply interruption problem", *European Journal of Operational Research,* **175**, pp. 992-1008 (2006).
14. Parlar, M. "Continuous-review inventory problem with random supply interruptions", *European Journal of Operational Research,* **99**, pp. 366-385 (1997).
15. Hadley, G. and Whitin, T.M., *Analysis of Inventory Systems,* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1963).
16. Gupta, D. "The (Q,r) inventory system with an unreliable supplier", *INFOR,* **34**, pp. 59-76 (1996).
17. Axsäter, S. "Simple solution procedures for a class of two-echelon inventory problems", *Operations Research,* **38**(1), pp.64-69 (1990).
18. Sajadifar, S.M.; Hendi, A.M. and Haji, R. "Exact evaluation of a two sourcing supply chain with order splitting and information sharing", *IEEM Conference,* Singapore (2008).
19. Axsäter, S. "Exact and approximate evaluation of batch-ordering policies for two-level inventory systems", *Operations Research,* **41**(4), pp.777-785 (1993).
20. Cooper, R.B., *Introduction to Queuing Theory,* (second edition), North Holland, StateNew York (1981).