

جانمایی تجهیزات با تسهیلات متحرک در یک شبکه با در نظر گرفتن ملاحظات پدافند غیرعامل

مهدی کرباسیان* (دانشیار)

سارا تگربان (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

متحرک‌سازی تسهیلات که یکی از اصول مکان‌یابی در پدافند غیر عامل است از مسائل نوین مطرح شده در مکان‌یابی مطرح شده است. در این نوشتار دو مدل برای کمیته‌کردن جابه‌جایی‌ها در شبکه‌ی پیوسته از مشتریان و تسهیلات متحرک طراحی و توسعه داده شده است. در هر دو مدل ضمن تعریف متغیرهای بیانگر تحرک تسهیلات و مشتریان، پارامتر تقاضا برای هر یک از مشتریان، و پارامتر ظرفیت برای تسهیلات شبکه در نظر گرفته شده است. در مدل دوم پارامتر وزن (اهمیت) افزوده شده است. مدل‌های ارائه شده با استفاده از نرم‌افزار GAMS اعتبارسنجی شده، سپس مثال‌های عددی و ترسیمی از آن‌ها معرفی شده است. نوآوری مدل دوم (توسعه مدل اول) نسبت به مسائل کلاسیک متحرک، وابستگی حل مدل به حرکت نقاط بدون در نظر گرفتن متغیر زمان است.

واژگان کلیدی: تسهیلات متحرک، مشتریان متحرک، شبکه‌ی پیوسته، پدافند غیر عامل.

۱. مقدمه

امروزه یافتن مکان یا مکان‌های مناسب برای ایجاد یک فعالیت در حوزه‌ی جغرافیایی معین جزء مراحل مهم پروژه‌های اجرایی، به‌ویژه در سطح کلان و ملی، به‌شمار می‌رود. مکان‌های نهایی باید حتی‌الامکان همه شرایط و قیود مورد نظر را داشته باشند. عدم بررسی این شرایط و قیود قبل از اجرای چنین پروژه‌هایی نتایج نامطلوب فراوان به دنبال خواهد داشت. بنابراین در تعریف «مکان‌یابی» می‌توان گفت که عمل تصمیم‌گیری و تعیین مختصات استقرار مجموعه، وسیله یا تجهیز جدید در میان مجموعه‌ی از موقعیت‌های مفروض با رعایت محدودیت‌ها و در نظر گرفتن معیارهای مورد نظر است. در این تعریف وسیله یا تجهیز به امکانی اطلاق می‌شود که از خدمات آن مجموعه‌ی از نقاط و موقعیت‌های مفروض بهره‌مند می‌شوند.

علم مکان‌یابی در سه حوزه‌ی اصلی گسترش داده شده است. اولین حوزه «مدل‌های پیوسته» نامیده می‌شود که امکان مکان‌یابی تسهیلات را در هر کجایی از فضا یا زیرمجموعه‌ی آن میسر می‌سازد (تعداد نامحدودی از مکان‌های ممکن وجود دارد). حوزه‌ی دوم «مدل‌های گسسته» بی‌هستند که مکان‌های احتمالی منابع نیز در نقاط گسسته شناخته شده‌اند. حوزه‌ی سوم مسائل مکان‌یابی مبتنی بر نظریه‌ی شبکه و گراف است. از بُعدی دیگر، مسئله جانمایی همچنین به‌عنوان یک مسئله تخصیص منابع شناخته می‌شود. به‌طور کلی در مسائل جانمایی یک یا تعدادی تسهیلات خدماتی به‌منظور ارائه‌ی سرویس به مجموعه‌ی هماهنگ از تقاضاها مکان‌دهی می‌شوند.^[۱]

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۸۹/۹/۲۲، اصلاحیه ۱۳۹۰/۳/۱۶، پذیرش ۱۳۹۰/۵/۲۶.

از مسائل نوینی که در راستای مسائل مکان‌یابی مطرح می‌شود مسئله‌ی جابه‌جایی تسهیلات متحرک است. به‌طور کلی مسائل جابه‌جایی در برگرفته حرکتی هماهنگ از مجموعه‌ی از اشیاء برای دست‌یابی به هدفی کلی در شبکه است، در حالی که کمیته‌کردن بیشتر جابه‌جایی‌ها یا کل آن‌ها را برآورده می‌سازد. به‌دلیل همین کاربرد وسیع و ضرورت ذکر شده ما در این تحقیق مسائل جابه‌جایی را مورد توجه قرار می‌دهیم. در مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیل متحرک که از مسائل مکان‌یابی تسهیل با ظرفیت نامحدود (UFLP) و مسائل K-median متفاوت است هر تسهیل مشتری به یک نقطه شروع در یک گراف متریک تخصیص می‌یابد. هدف ما یافتن گره مقصد برای هر مشتری و تسهیل است به‌طوری که در آن هر مشتری به گره‌ی که مقصد تعدادی تسهیل است فرستاده شود.^[۲]

در این تحقیق یک مدل برنامه‌ریزی خطی برای کمیته‌کردن جابه‌جایی‌ها در یک شبکه‌ی پیوسته ارائه شده است. این مدل با در نظر گرفتن محدودیت‌هایی که برای مجموعه‌ی از اشیاء متحرک در شبکه وجود دارد طراحی شده است.

۲. اهمیت و ضرورت پژوهش

از آنجا که جهان امروز با پیشرفت سریع تکنولوژی همراه است ضرورت انجام فعالیت‌ها، به‌گونه‌ی که با حرکتی پیوسته و در زمان‌های مرده صورت گیرد، کاملاً محسوس است. این مسئله در حوزه‌ی مسائل مکان‌یابی نیز مورد توجه است. از این رو تسهیلات متحرکی مورد نیاز است که بتوانند به مشتریان متحرک در یک

منطقه با توجه به محدودیت‌های موجود سرویس‌دهی کنند. در این تحقیق سعی شده مسئله‌ی جانمایی تسهیلات متحرک، براساس اهمیت آن در حوزه‌های کاربردی -- نظیر حیطة مسائلی پدافند غیرعامل که در آن‌ها سعی می‌شود امداد رسانی در کم‌ترین زمان ممکن و در نقاطی که بیشترین آسیب به منطقه و شبکه وارد شده انجام شود -- مورد توجه قرار می‌گیرد. از کاربردهای دیگر این مسئله، امداد رسانی به خودروهای آسیب‌دیده در یک شبکه‌ی حرکتی از خودروهایی است که در مسیر دچار آسیب شده‌اند. این کاربردهای چشمگیر در حوزه‌ی مسائلی جانمایی تسهیلات متحرک، ضرورت و اهمیت هرچه بیشتر پرداختن به آن را روشن می‌سازد. همچنین رساندن امداد یا مهمات به قایق‌ها یا شناورهای تندرو از دیگر مصادیق استفاده از این مدل است.

۳. پیشینه‌ی مطالعات در حوزه‌ی مسائلی مکان‌یابی تسهیلات متحرک

با توجه به این‌که مسائلی مکان‌یابی تسهیلات متحرک در یک شبکه (پیوسته یا گسسته) از نقاط متحرک (مشتریان و تسهیلات) مورد بررسی قرار گرفته می‌شوند، لذا پیش از پرداختن به موضوع اصلی این مطالعه که در حوزه‌ی مسائلی مکان‌یابی تسهیلات متحرک است به بیان مقدمه‌ی از مقاله‌ها پیرامون نقاط متحرک می‌پردازیم.

از مسائلی نوینی که در راستای مسائلی مکان‌یابی مطرح می‌شود مسئله‌ی جابه‌جایی تسهیلات متحرک است. مسائلی جابه‌جایی در بزرگ‌اندازه حرکتی هماهنگ شده از مجموعه‌ی اشیاء برای دست‌یابی به یک هدف کلی در شبکه است، در حالی که کمیته‌کردن حداکثر جابه‌جایی‌ها یا کل آن‌ها را برآورده می‌سازد.^[۱]

دسته مسائلی جابه‌جایی در سال ۲۰۰۷ معرفی شد.^[۱] در آن زمان یک یا دو تقریب ساده برای کمیته‌کردن حداکثر جابه‌جایی مکان تجهیز متحرک ارائه شد، در حالی که یک تقریب برای کمیته‌کردن کل جابه‌جایی‌ها متفاوت بوده و به‌صورت یک مسئله باز باقی مانده است.^[۲]

براساس مطالعات انجام‌شده در حوزه‌ی مکان‌یابی تسهیل، هیچ تحقیقی در مورد نقاط متحرک پیوسته انجام نشده است. باید توجه داشت که ساختارهای اطلاعاتی و الگوریتم‌هایی که برای مسائلی ایستا (زمانی که مشتریان حرکت نمی‌کنند) گسترش داده شده‌اند، به‌طور مستقیم برای مجموعه نقاط متحرک -- زمانی که حرکت تسهیلات باید محدودیت‌های معین را حفظ کنند -- قابل اجرا نیست. در ادامه مدل‌های متحرک از مسائلی مکان‌یابی تسهیل کلاسیک در نظر گرفته شده است اما پیش از آن تعاریفی از مدل‌های ثابت آن ارائه می‌دهیم.

الف) k-center

یک مجموعه S از n نقطه تقاضا در فضای d بعدی که در آن $d \geq 1$ داده شده است؛ یک مجموعه p از k نقطه‌ی عرضه پیدا می‌کنیم به‌گونه‌ی که شعاع این مجموعه به‌عنوان بیشینه فاصله بین یک نقطه‌ی تقاضا و نزدیک‌ترین نقطه‌ی عرضه تعریف شده در p کمینه شود. توجه کنید که برای بعضی از متریک‌ها چنین مجموعه‌های p لزوماً یکتا نیست.

ب) k-median

یک مجموعه S از n نقطه تقاضا در فضای d بعدی داده شده است؛ یک مجموعه p از k نقطه عرضه پیدا می‌کنیم به‌گونه‌ی که پراکندگی تعریف شده به‌عنوان مجموع

فاصل بین نقاط مشتریان و نزدیک‌ترین نقاط عرضه در p کمینه شوند. مسئله‌ی k-center متحرک (k-median متحرک) چنین تعریف می‌شود:

یک مجموعه $S = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ از n نقطه مستراً متحرک که به‌وسیله‌ی

توابع قطعیه‌ی معین $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ مشخص می‌شوند -- جایی که g_i ‌ها

$1 \leq i \leq n$ بازه زمانی $[0, T]$ را به R^d می‌نگارند -- داده شده است. توابع پیوسته

f_1, f_2, \dots, f_k در آن‌ها $f_i : [0, T] \rightarrow R^d$ تعیین‌شده و بر آن اساس در هر زمان

$t \in [0, T]$ نقاط $f_1(t), \dots, f_k(t)$ برای نقاط در مکان‌های $g_1(t), \dots, g_n(t)$

یک k-center متحرک (k-median متحرک) تشکیل می‌دهند. محققین مکان‌یابی

تسهیلات متحرک را، زمانی که مشتریان نیز حرکت دارند مورد بررسی قرار داده‌اند.

به‌طور خاص آن‌ها حدود پایین و الگوریتم‌های کارآمد برای نگه‌داری تقریبی و دقیق

از ۱-center و ۱-median برای مجموعه‌ی نقاط متحرک در یک صفحه

ارائه کرده‌اند. الگوریتم‌های آنان مبتنی بر چارچوب متحرک معرفی‌شده توسط بش^۱

و همکارانش است.^[۱] هدف آنان معرفی و مطالعه‌ی مسائلی مرتبط با مکان‌یابی

تسهیلات متحرکی است که برای مجموعه‌ی نقاط مستراً متحرک در فضای d

بعدی که در آن $d \geq 1$ است به کار گرفته می‌شود. حفظ و نگه‌داری k-median و

k-center برای نقاط متحرک در متریک L_p ، مثال‌هایی از چنین مسائلی است.^[۵]

این امر در مواردی چون شبکه‌های ارتباطی بدون سیم -- آن زمان که برد وسیعی

باید در بزرگ‌اندازه همه‌ی مشتریان برای خدمت‌رسانی در زمینه‌ی تلفن‌های خانگی

باشد -- کاربرد دارد. این تنها یکی از مثال‌هایی است که در زمینه‌ی مسائلی مشابه

در یک سیستم متحرک از نقاط، مطرح می‌شود. کاربرد دیگر این مسائلی در تعیین

محل یک رباط جوشکاری در یک کارخانه‌ی تولید اتومبیل است. هرکدام از این

مسائلی به‌لحاظ نظری و تجربی قابل توجه است.

الگوریتم‌های بیان شده توسط سگال و همکاران براساس مجموعه‌ی جدیدی از

ساختارهای داده است. در ادامه شرحی بر ساختار داده‌ی متحرک که مقاله انجام

شده توسط سگال و همکارانش بر آن اساس بوده ارائه می‌کنیم.

ساختار داده‌ی متحرک (KDS)^۲ توالی مشخصه‌های سیستم‌هایی با اشیاء

متحرک را حفظ می‌کند.^[۶] در شبکه‌های متحرک یک مجموعه از نقاط که پی در

پی تغییر می‌یابند یا حرکت می‌کنند در نظر گرفته شده است. هر نقطه یک برنامه‌ی

عزیمت (حرکت) اعلام شده را دنبال می‌کند، اما برنامه‌ی که در هر زمان ممکن با

برنامه‌ی حرکت به‌روز شده تغییر یابد، ساختار داده‌ی متحرک تابع پیکربندی مجموعه

را با نظارت بر رخدادهای حیاتی به‌عنوان اشیاء متحرک حفظ می‌کند. ساختار داده‌ی

متحرک (KDS) برای محاسبه‌ی یک مشخصه‌ی ویژه از یک مجموعه نقاط متحرک،

مجموعه‌ی از گواهی‌ها^۲ را حفظ می‌کند. گواهی مبتنی بر یک چندتایی از نقاط،

تابع پیوسته‌ی است که یک عدد حقیقی را با هر پیکربندی از این نقاط مربوط

می‌سازد. برای مثال گواهی‌های یک زیرمجموعه‌ی محدب KDS مجموعه‌ی از

سه تایی‌هایی از نقاط، هرکدام با یک موقعیت خاص هستند. در هر واحد زمان، اتصال

همه گواهی‌ها به‌وسیله‌ی ساختار داده‌ی متحرک که صحت ترکیبی از برون‌دادهایش

را اثبات می‌کند حفظ می‌شود. زمانی که نقاط حرکت می‌کنند، برخی از گواهی‌ها

ممکن است نامعتبر شوند، برای مثال یک سه‌تایی از نقاط موقعیت‌شان را تغییر

می‌دهد. زمانی که یک گواهی بی‌اعتبار می‌شود ساختار اثبات شده نیازمند اصلاح

می‌شود و ممکن است به‌روز شدن نسخه‌ی ترکیبی از تابع پیکربندی ضرورت یابد.

گواهی‌ها در یک اولویت‌بندی که به‌وسیله‌ی زمان خرابی مرتب شده‌اند ذخیره می‌شوند

و در ترتیبی که زوال می‌یابند برای اصلاح قرار داده می‌شوند. یک ساختار داده‌ی

متحرک از استمرار حرکت نقاط برای انتخاب ساختار گواهی‌هایی که در به‌روزرسانی

رویدادهای حیاتی ساده هستند، بهره‌مند می‌شود. ساختاری که چنین موقعیتی را

برآورده می‌سازد پاسخ‌گو^۴ نامیده می‌شود. «کارآمد»^۵ بودن از دیگر معیارهای KDS است، به این منظور که تعداد رویدادهایی که به وسیله‌ی KDS پردازش می‌شوند نباید بزرگ‌تر از تعداد تغییرات ترکیبی در خود تابع پیکربندی باشد. فشردگی^۶ KDS به این مفهوم است که تعداد گواهی‌های فعال در هر واحد زمان از نظر پیچیدگی حرکت نقاط متحرک تقریباً خطی‌اند. محلی بودن^۷ KDS نیز به این مفهوم است که یک برنامه‌ی عزیمت (حرکت) به‌روز شده برای هر نقطه فقط بر تعداد کمی از گواهی‌ها اثر می‌گذارد.^[۷]

۴. شرح کلی مدل

اگر یک گراف، یا به عبارتی ملموس‌تر، یک درخت در فضای متریک با مجموعه‌ی رأس‌ها و یال‌های مختص به آن را در شبکه‌ی پیوسته در نظر بگیریم، رأس‌ها یا به عبارتی گره‌ها در این شبکه به‌عنوان یک مجموعه، و مشتریان و تسهیلات به‌عنوان زیرمجموعه‌های این مجموعه — که لزوماً مکمل یکدیگر نیستند — در نظر گرفته شده‌اند. فرض بر آن است که هر مشتری و تسهیل به یک نقطه‌ی شروع در گراف تخصیص داده شده باشد و هدف یافتن یک گره مقصد برای هر مشتری و تسهیل است به‌گونه‌ی که هر مشتری به گره‌ی تخصیص یابد که مقصد یک یا چند تسهیل باشد.

به بیان ساده‌تر در این مدل‌ها، هر مشتری و هر تسهیل در هر یک از گره‌های شبکه مستقر شده‌اند تا زمانی که برای مثال مشتری A بخواهد برای برآوردن نیازش به سمت گره B که یک یا چند تسهیل در آن مستقر شده حرکت کند. همچنین مثلاً تسهیل C در جایگاه خود که یکی از رؤس گراف است قرار گرفته تا زمانی که به سمت گره D که یک یا چند مشتری به‌منظور سرویس‌گیری در آن واقع شده‌اند، حرکت کند. این نکته قابل ذکر است که مشتری A و تسهیل C می‌توانند هر دو به‌منظور سرویس‌گیری و خدمت‌رسانی به سمت یک گره مانند E حرکت کنند. بنابراین در این مدل‌ها تخصیص یک مشتری به یک تسهیل به‌منظور سرویس‌دهی به آن در صورت حرکت مشتری یا تسهیل انجام می‌گیرد. در اینجا محدودیتی بر حرکت تسهیلات وجود ندارد، اما هرکدام از مشتریان یا هر یک از تسهیلات تنها می‌توانند یک جابه‌جایی از محل خودشان به سمت مقصد مورد نظرشان داشته باشند. به عبارت دیگر هر گره مشتری تنها در یک حرکت و یا تنها در یک جابه‌جایی به گره‌ی دیگر، سرویس‌دهی می‌شود. همچنین هر گره تسهیل تنها در یک حرکت و یا یک جابه‌جایی به سمت گره‌ی دیگر، به‌منظور سرویس‌دهی انتقال می‌یابد. باید توجه داشت که تعداد مشتریان مستقر شده در یک گره که مقصد یک یا چندین تسهیل بوده باید از ظرفیت تسهیلات مستقر در آن گره کم‌تر یا حداکثر مساوی باشد.

در مدل ارائه‌شده جابه‌جایی‌ها را به‌عنوان هزینه‌ی حرکت نیز می‌توان تلقی کرد که می‌کوشیم آن‌ها را کاهش دهیم و در حالت بهینه کمینه کنیم. به‌منظور درک بهتر ما جابه‌جایی‌ها را مسافت طی شده توسط مشتریان و تسهیلات در نظر می‌گیریم. مسافت‌های در نظر گرفته شده را فاصله‌ی اقلیدسی در یک فضای متریک تعریف می‌کنیم. پیوسته بودن شبکه به این مفهوم است که از هر گره به گره دیگر یک یال وجود دارد و هیچ رأس یا گره تهیایی در این شبکه وجود ندارد.

ازجمله مثال‌های کاربردی این مدل می‌توان به شبکه‌ی ATM‌ها در یک منطقه‌ی شهری اشاره کرد. ATM‌ها را در نقاطی که به‌منظور خدمت‌رسانی در نظر گرفته شده قرار می‌دهند. امکان جابه‌جایی ATM‌ها به محل‌های پرمراجعه وجود دارد. به عبارتی ما این ATM‌ها را به‌عنوان تسهیلات متحرک در نظر می‌گیریم

که می‌توانند از محل خودشان به گره‌ی دیگر که بنا بر مشاهدات، مراجعه‌کنندگان یا مشتریان بیشتری دارند انتقال یابند.

مثال دیگر در زمینه‌ی مدل‌های ارائه شده که کاربردشان کاملاً مشهود است، امداد رسانی در جاده‌ها توسط خودروهای است که برای این کار در نظر گرفته شده‌اند. اگر ما شبکه‌ی جاده‌ی را که متشکل از مسیرهای مختلف است به‌عنوان شبکه‌ی که مدل بر روی آن تعریف شده در نظر بگیریم، می‌توان توقف‌گاه‌ها یا به عبارتی پارکینگ‌هایی را که در طول یک مسیر از این شبکه وجود دارند، به‌عنوان گره‌هایی در نظر گرفت که مشتریان و تسهیلات (که در این مثال خودروهای امداد رسان در نظر گرفته شده‌اند) می‌توانند به سمت آن‌ها حرکت کنند، اما تفاوت اصلی این مثال با مدل‌های ما در آن است که در شبکه‌ی جاده‌ی مشتریان دائماً در حال حرکت‌اند و در صورت نیاز در گره‌های پارکینگ متوقف می‌شوند. خودروهای امداد رسان نیز در طول جاده در حرکت‌اند تا در صورت مشاهده مشتری نیازمند به امداد، در پارکینگ‌ها متوقف شوند.

۵. شرح جزئیات مدل

چنان که اشاره شد در مدل ما شبکه‌ی متشکل از مشتریان و تسهیلاتی که قادر به جابه‌جایی و حرکت‌اند در نظر می‌گیریم. این شبکه در واقع گرافی است که مشتریان و تسهیلات در رؤس آن قرار گرفته‌اند و همه‌ی آن‌ها توسط یال‌های آن به یکدیگر ارتباط می‌یابند، و به دلیل پیوسته بودن شبکه هیچ رأس تنها و ایزوله‌ی در شبکه وجود ندارد. علاوه بر کلیه‌ی موارد مطرح شده در حالت کلی مدل، پس از تعریف متغیرهایی که نشان‌دهنده‌ی حرکت هر مشتری یا تسهیل در شبکه است و در نظر گرفتن پارامتر تقاضا برای هر یک از مشتریان موجود در شبکه و نیز پارامتر فاصله‌ی بین هر دو گره موجود در شبکه، برای هر یک از تسهیلات پارامتر ظرفیت در نظر گرفته شده است. این پارامتر مدل را از حالت مکان‌یابی تسهیلات بدون ظرفیت (UFLP)^۸ خارج کرده و آن را توسط ظرفیت‌های تسهیلاتش محدود می‌کند. با در نظر گرفتن این پارامتر فرض بزرگ‌تر بودن مجموع ظرفیت‌های تسهیلات از مجموع تقاضاهای مشتریان و به عبارتی الزام عدم تجاوز مجموع تقاضاها از مجموع ظرفیت‌های تسهیلات به‌عنوان یک محدودیت به‌منظور شدنی بودن فضای حل مسئله به محدودیت‌های مسئله افزوده می‌شود. دیگر محدودیت‌های مسئله بیان می‌کنند که هر مشتری و تسهیل تنها به سمت یک گره مقصد می‌توانند حرکت کنند یا به عبارتی تنها یک جابه‌جایی در شبکه داشته باشند. سپس مدل با هدف کمینه کردن مجموع جابه‌جایی‌های مشتریان و تسهیلات حل می‌شود.

۱.۱.۵. فرمول‌بندی ریاضی مدل

۱.۱.۵. اندیس‌ها

v : شمارنده‌ی مجموعه‌ی گره‌های موجود در شبکه‌ی $(v = 1, 2, \dots)$. گره‌ها بر روی مجموعه‌ی V تعریف شده‌اند.

i : شمارنده‌ی مجموعه‌ی مشتریان تعریف شده در شبکه‌ی $(i = 1, 2, 3, \dots)$. مشتریان بر روی مجموعه‌ی C تعریف شده‌اند.

j : شمارنده‌ی مجموعه‌ی تسهیلات تعریف شده در شبکه‌ی $(j = 1, 2, 3, \dots)$. تسهیلات بر روی مجموعه‌ی F تعریف شده‌اند.

۲.۱.۵. پارامترها

D_i : این پارامتر بیانگر میزان تقاضای مشتری i ام است و به عنوان ضریب متغیر تصمیم‌گیری در نظر گرفته می‌شود.

d_{iv} : این پارامتر فاصله‌ی اقلیدسی مشتری i ام از گره‌ی v (متعلق به کل مجموعه گره‌ها) را که مشتری مذکور قصد حرکت به سمت آن را دارد نشان می‌دهد. این پارامتر نیز متعلق به مشتریان است.

d_{jv} : این پارامتر فاصله‌ی اقلیدسی تسهیل j ام از گره‌ی v (متعلق به کل مجموعه گره‌ها) که تسهیل مذکور قصد حرکت به سمت آن را دارد نشان می‌دهد. این پارامتر نیز متعلق به تسهیلات است.

cap_j : بیانگر ظرفیت تسهیل j ام است.

۳.۱.۵. متغیرها

x_{jv} : این متغیر بر روی اندیس‌های مشتریان و کل نقاط گره‌ها تعریف می‌شود و مرتبط با مجموعه مشتریان است. چنانچه مشتری i متعلق به مجموعه C به سمت گره v از کل نقاط گره‌ها یا مجموعه V حرکت کند، مقدار آن برابر ۱ و در غیر این صورت برابر صفر است.

y_{jv} : این متغیر بر روی اندیس‌های تسهیلات و کل نقاط گره‌ها تعریف می‌شود و مرتبط با مجموعه تسهیلات است. اگر تسهیل j متعلق به مجموعه F به سمت گره v از کل نقاط گره‌ها یا مجموعه V حرکت کند، مقدار آن برابر ۱، و در غیر این صورت برابر صفر است.

یادآور می‌شود که این متغیرها به عنوان متغیرهای تصمیم‌گیری در یک مدل برنامه‌ریزی خطی معرفی می‌شوند.

۴.۱.۵. مفروضات مدل

فرض اول: این مدل در صورتی قابل حل است که در هر گره، که مشتری و تسهیل همزمان به آن وارد می‌شوند، سرویس‌دهی توسط تسهیل به مشتری امکان‌پذیر باشد. این امر ممکن نخواهد بود مگر آن که رابطه‌ی دقیق و منطقی و حساب‌شده بین تقاضای یک مشتری یا تقاضاهای مشتریان وارد شده به یک گره و همچنین ظرفیت تسهیلات موجود در آن گره وجود داشته باشد این رابطه در مدل ارائه شده چنین است:

$$\sum_{j \in F} cap_j \geq \sum_{i \in C} D_i$$

در واقع این رابطه نشان می‌دهد که برای حل‌پذیر بودن مدل باید مجموع ظرفیت‌های تسهیلات از مجموع تقاضاهای مشتریان موجود در هر گره انتخابی v بیشتر باشد.

فرض دوم: در مدل فوق مجموعه‌ی V برابر مجموعه‌ی کل گره‌ها در شبکه است. در اینجا شبکه در نظر گرفته شده پیوسته بوده به این مفهوم که هر گره i به هر گره j در شبکه متصل است و هیچ رأس تنها و ایزوله‌ی در این شبکه وجود ندارد.

فرض سوم: چنان که اشاره شد مجموعه‌ی V برابر کل گره‌های شبکه است. مجموعه‌ی C برابر با مجموعه‌ی مشتریان و مجموعه‌ی F برابر تسهیلات در نظر گرفته می‌شود. مجموعه‌ی مشتریان و تسهیلات زیرمجموعه‌هایی از کل مجموعه گره‌ها هستند که از لحاظ تعداد می‌توانند با کل مجموعه گره‌ها نیز برابر باشند. در مدل فوق هر گره می‌تواند محل استقرار یک مشتری یا محل استقرار یک تسهیل و هر دو آن‌ها باشد، یا در حالت دیگر می‌تواند فاقد هر کدام از مشتری‌ها و تسهیلات شبکه باشد.

۵.۱.۵. تابع هدف و محدودیت‌های مدل

تابع هدف به صورت کمیته‌سازی است و متشکل از دو قسمت است:

$$\text{Minimize } \sum_{i \in C} \sum_{v \in V} x_{iv} D_i d_{iv} + \sum_{j \in F} \sum_{v \in V} y_{jv} d_{jv}$$

این تابع هدف درصدد است که جابه‌جایی‌ها را در این شبکه کمیته کند. بخش اول تابع هدف مربوط به کل مسافت‌های طی شده یا به عبارتی جابه‌جایی‌های انجام شده توسط مشتریانی است که به سمت گره‌های مورد نظرشان حرکت می‌کنند. این بخش از تابع هدف توسط تقاضاهای مشتریان وزن می‌یابد. به عبارت دیگر هر قدر مشتری دارای تقاضای بیشتری باشد هزینه‌ی جابه‌جایی آن به منظور برآوردن آن تقاضا بیشتر خواهد شد. بخش دوم تابع مربوط به مجموع کل جابه‌جایی تسهیلات در شبکه است. جمع این دو بخش تابع هدف در نهایت مقدار کل مسافت‌های طی شده توسط مشتریان و تسهیلات را مشخص می‌سازد. محدودیت‌های مدل چنین در نظر گرفته شده‌اند:

$$\sum_{v \in V} x_{iv} = 1 \quad \forall i \in C \quad (1)$$

$$\sum_{v \in V} y_{jv} = 1 \quad \forall j \in F \quad (2)$$

$$\sum_{j \in F} cap_j \cdot y_{jv} \geq \sum_{i \in C} D_i \cdot x_{iv} \quad \forall v \in V \quad (3)$$

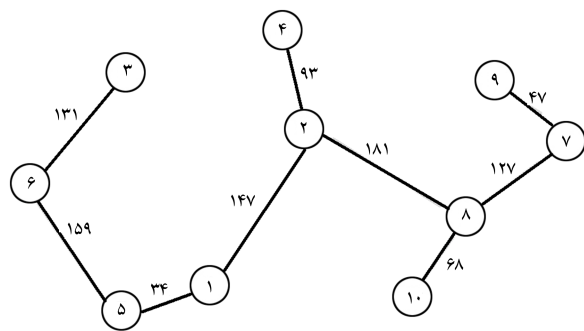
$$x_{iv} \in \{0, 1\} \quad y_{jv} \in \{0, 1\}$$

محدودیت اول بیانگر آن است که هر مشتری تنها می‌تواند به سمت یک گره حرکت کند. این محدودیت علی‌رغم آن که تراکم حرکات و جابه‌جایی‌ها را در شبکه کاهش می‌دهد، محدودیتی بر سرویس‌گیری مشتریان از بیش از یک تسهیل ایجاد نمی‌کند. محدودیت دوم بیانگر آن است که هر تسهیل می‌تواند تنها به سمت یک گره حرکت کند. این محدودیت نیز هیچ‌گونه منافاتی با سرویس‌دهی یک تسهیل به بیش از یک مشتری ندارد.

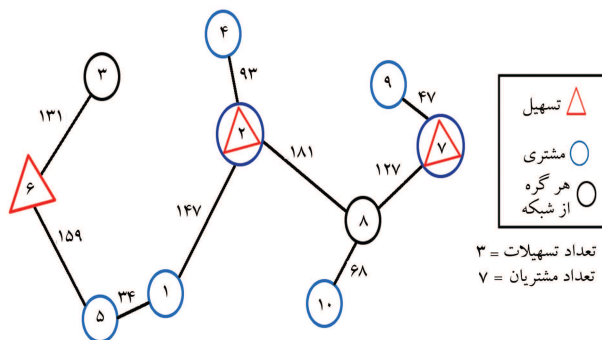
محدودیت سوم بیانگر آن است که مجموع تقاضاهای مشتریانی که به سمت گره مقصد v حرکت می‌کنند باید کم‌تر یا مساوی مجموع ظرفیت‌های تسهیلاتی باشد که به سمت همان گره حرکت می‌کنند. این محدودیت برای اطمینان از سرویس‌دهی به همه مشتریان موجود در گره ایجاد شده است.

۲.۵. مثال عددی مدل

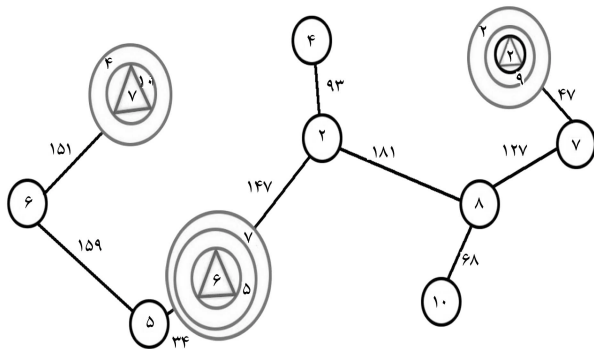
در این مثال فرض می‌کنیم شبکه متشکل از ۱۰ گره باشد که تحت مجموعه‌ی V نام‌گذاری شده‌اند. مکان‌های مشتریان در گره‌هایی واقع می‌شود که تحت مجموعه C نام‌گذاری شده و همچنین مکان‌های تسهیلات در نقاط تعریف شده تحت مجموعه F معین می‌شوند. طبق تعریف مجموعه‌های فوق ما در این شبکه دارای ۶ مشتری و ۴ تسهیل هستیم. بنابر توضیحات فوق و مجموعه‌های تعریف شده ذیل مشتریان این شبکه در مکان‌های گره‌های ۱۰، ۷، ۶، ۵، ۲ و ۱ قرار گرفته و تسهیلات در مکان‌های گره‌های ۸، ۷، ۴ و ۳ قرار می‌گیرند. با توجه به مکان‌های در نظر گرفته شده برای مشتریان و تسهیلات، قابل توجه است که گره شماره ۷ در بزرگترین یک مشتری و تسهیل است. مقادیر تقاضای مشتریان و ظرفیت تسهیلات براساس مجموعه‌های D و F تعریف می‌شوند و طبق جدول ۱ به عنوان مقادیر ورودی برنامه نرم‌افزار GAMS در نظر گرفته می‌شوند. برای تعیین فاصله‌ی بین هر دو گره به صورت تصادفی اعدادی بین ۱ تا ۱۰۰ با استفاده از دستور $(1 + \text{RAND}()) * 100$ (ROUND)



شکل ۱. گرافی متشکل از ۱۰ گره.



شکل ۲. محل استقرار مشتریان و تسهیلات پس از حل مدل.



شکل ۳. محل استقرار مشتریان و تسهیلات پس از حل مدل.

مرحله به توضیح این مثال می‌پردازیم. در مرحله‌ی اول شبکه تنها، بدون استقرار تسهیلات و مشتریان در شکل ۱ نشان داده می‌شود.

پس از بررسی کلی شبکه به صورت تصادفی محل‌های مشتریان و تسهیلات مشخص می‌شوند (شکل ۲). در این شکل گره‌های عادی شبکه با رنگ مشکی نشان داده شده‌اند اما گره‌هایی که به صورت تصادفی برای تسهیلات مشخص شده‌اند با رنگ قرمز و محل‌های مشتریان با رنگ آبی مشخص شده است. در ادامه در شکل ۳ محل استقرار مشتریان و تسهیلات پس از حل مدل مشخص شده است. چنان که مشاهده می‌شود به عنوان مثال مشتری ۲ برای دریافت خدمت به سمت گره ۹ می‌رود که تسهیل ۲ نیز به سمت همان گره حرکت کرده است. تقاضای مشتریان و ظرفیت تسهیلات در جدول ۳ آمده است. جابه‌جایی بقیه مشتریان و تسهیلات نیز طبق جدول ۴ و با توجه به توضیح فوق انجام می‌شود. به منظور توسعه‌ی مدل ارائه شده مدل دومی با در نظر گرفتن پارامتری دیگر، طراحی و توسعه داده شده است.

جدول ۱. مقادیر تقاضا و ظرفیت مثال عددی مدل اول.

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	$V=C=F$
۴۰	۰	۰	۱۰	۳۰	۱۰	۰	۰	۲۰	۱۰	$D(i)$
۰	۰	۳۰	۴۰	۰	۰	۴۰	۳۰	۰	۰	$cap(j)$

$$d(i, j) = d(j, i) \text{ مطابق ماتریس زیر } d(j, i)$$

جدول ۲. مسافت‌های بین دو گره در مثال عددی مدل اول.

	i										
	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	$d(i, j)$
۱	۲۲	۷۵	۲۸	۷۷	۱۲	۹	۴۵	۹۸	۴	۰	۱
۲	۴۹	۲۳	۲	۸۸	۹۱	۶۳	۹۹	۹۴	۰		۲
۳	۳۶	۹۷	۶۲	۱۴	۸۰	۲۷	۶۰	۰			۳
۴	۸۲	۸۶	۵۰	۲۸	۵۸	۱۵	۰				۴
۵	۲۶	۱۱	۷۹	۹۲	۹۴	۰					۵
۶	۷۰	۵۲	۴۲	۲۴	۰						۶
۷	۸۳	۳۳	۸۴	۰							۷
۸	۳۷	۹۷	۰								۸
۹	۶	۰									۹
۱۰	۰										۱۰

در نرم‌افزار EXCEL به دست آورده و آن‌ها را به عنوان اندازه فاصله بین دو گره در نظر می‌گیریم. فاصله بین دو گره i, j با نماد $d(i, j)$ تعریف می‌شود؛ برای هر دو گره i, j داریم $d(i, j) = d(j, i)$. مقادیر به دست آمده طبق جدول ۲ در یک ماتریس قرار داده می‌شوند تا مسافت‌ها و به عبارتی فواصل بین هر دو گره مشخص شود.

$$V = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$C = \{1, 2, 5, 6, 7, 10\}$$

$$D = \{10, 20, 10, 30, 10, 40\}$$

$$F = \{3, 4, 7, 8\}$$

$$cap = \{30, 40, 40, 30\}$$

همانطور که مشاهده می‌شود در یک گره ممکن است مشتری یا تسهیل، یا هر دو قرار گیرند. همچنین ممکن است هیچ‌کدام از آن‌ها در یک گره قرار داده نشوند. مثال فوق در برنامه‌نویسی GAMS به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

با در نظر گرفتن تمامی مفروضات فوق به عنوان ورودی‌های برنامه، مثال عددی مطرح شده را با استفاده از نرم‌افزار GAMS حل می‌کنیم. مقدار تابع هدف به ازای حل این مقادیر برابر ۳۵۴ بوده و زمان حل مسئله با استفاده از حل‌کننده cplex برابر ۰/۴۵ ثانیه است که در مقابل دیگر حل‌کننده‌های نرم‌افزار GAMS از نظر زمان حل قابل توجه است. حال در ادامه برای حالت‌های مختلف، پارامترهای مدل را مورد بررسی قرار داده و نتایج آن تجزیه و تحلیل می‌شود.

۳.۵. مثال ترسیمی

در این قسمت شبکه‌ی متشکل از ۱۰ گره در نظر گرفته شده است که در این شبکه ۳ تسهیل و ۷ مشتری قرار گرفته‌اند. طی سه مرحله و با رسم اشکال مرتبط با هر

جدول ۳. میزان تقاضای مشتریان و میزان ظرفیت تسهیلات مثال ترسیمی مدل اول.

مکان مشتری	میزان تقاضا	محل تسهیل	میزان ظرفیت
۹	۱۹۹	۷	۲۳۰
۱۰	۸۸	۶	۱۲۱
۲	۱۰	۲	۲۵۰
۴	۱۲۸		
۱	۴۸		
۵	۳۸		
۷	۳۵		

جدول ۴. مقاصد مشتریان و تسهیلات مثال ترسیمی مدل اول.

شماره گره مشتری	شماره گره شبکه که مشتری به سمت آن حرکت می‌کند	شماره گره تسهیل	شماره گره شبکه که تسهیل به سمت آن حرکت می‌کند
۹	۹	۲	۹
۱۰	۳	۷	۳
۲	۹	۶	۱
۴	۳		
۱	۱		
۵	۱		
۷	۱		

حرکت کنند. به منظور حل پذیری مدل این گره بدون ظرفیت و دارای تقاضایی برابر صفر است؛ در واقع هیچ مشتری در این گره وجود ندارد. نکته‌ی قابل توجه آن است که این گره مجازی بوده و تنها برای این که قابلیت حل مدل خدشه‌دار نشود برای آن در نظر گرفته می‌شود؛ در حالت واقعی چنین گره‌بی وجود خارجی ندارد.

۱.۶. فرمول‌بندی ریاضی مدل دوم

کلید اندیس‌ها و پارامترهای مدل اول در مدل دوم نیز به همان صورت تعریف شده و به‌کار گرفته می‌شوند اما در مدل دوم پارامتر وزن w را بر دیگر پارامترها افزوده و آن را چنین تعریف کرده‌ایم: w_i برابر وزن (اهمیت) مشتری i است.

۱.۱.۶. مفروضات مدل

مفروضات مدل دوم علاوه بر مفروضات مدل اول، به‌علت شرایط خاص مدل به‌صورت زیر قابل توصیف است:

۱. از آنجا که به هر مشتری در مدل یک وزن تخصیص داده می‌شود، این احتمال یا شاید رخداد قطعی وجود خواهد داشت که بعضی از مشتریان در حیطه‌ی خدمت‌رسانی قرار گرفته نشوند. در این شرایط با در نظر گرفتن یک گره مجازی t ، مشتریانی که در حیطه‌ی خدمت‌رسانی قرار نمی‌گیرند هنگام جابه‌جایی از محل فعلی‌شان به‌صورت مجازی و بدون کاستن از کلیت مسئله به‌منظور خدمت‌رسانی به سمت این گره حرکت می‌کنند. این گره را به‌عنوان گره $1 + N$ ام در حالتی که تعداد کل گره‌ها بدون گره مجازی برابر N باشد، در نظر می‌گیریم.

۲. در گره مجازی تعریف شده مشتری وجود ندارد، یعنی $D_t = 0$ یا به‌عبارتی تقاضای گره مذکور برابر صفر است. این فرض نشان می‌دهد که در حالت واقعی چنین گره‌بی در شبکه مورد نظر وجود ندارد.

۳. ظرفیت گره مجازی در نظر گرفته شده برابر تقاضای کل گره‌هاست. به‌عبارتی خواهیم داشت: $cap_t = \sum_{i \neq t} D_i$. این فرض به‌منظور برآورده شدن همه تقاضاهای مشتریان در نظر گرفته می‌شود.

۴. فاصله‌ی هر گره مشتری یا هر گره تسهیل از گره مجازی فوق برابر صفر است؛ به‌عبارت دیگر داریم: $d_{jt} = 0; j \in F, d_{it} = 0; i \in V$. این فرض را در راستای مجازی بودن گره t در نظر می‌گیریم.

۵. در انتها خواهیم داشت که $0 \leq W_i \leq 1$ است.

۲.۱.۶. تابع هدف و محدودیت‌های مدل

تابع هدف مدل فوق به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\text{Minimize } f_1 = \sum_{i \in C} \sum_{v \in V} x_{iv} D_i d_{iv} + \sum_{j \in F} \sum_{v \in V} y_{jv} d_{jv}$$

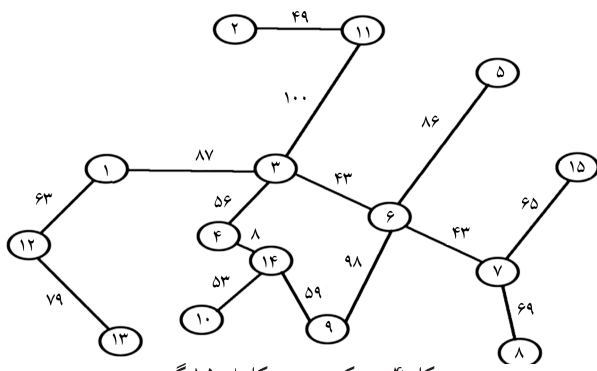
$$\text{Minimize } f_2 = - \sum_{i \in V, i \neq t} \sum_{v \in V, v \neq t} x_{iv} D_i w_i$$

تابع هدف اول -- همان هدف مورد نظر در مدل اول -- در راستای کمینه‌کردن کل جابه‌جایی‌های مشتریان و تسهیلات است و چنان که در شرح مدل اول بیان شد، قسمت اول از تابع هدف f_1 نشان‌گر مجموع جابه‌جایی‌های مشتریان است در حالی که قسمت دوم آن نشان‌گر مجموع جابه‌جایی‌های تسهیلات است.

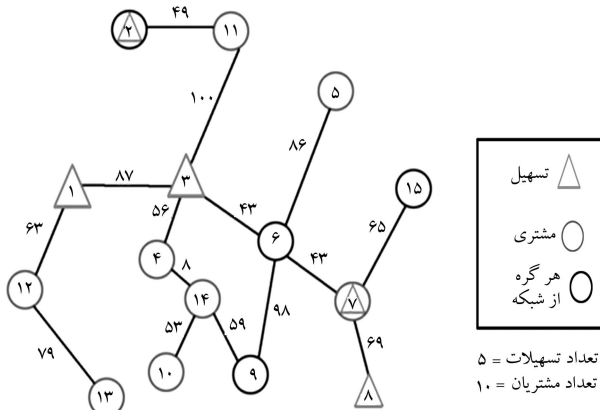
تابع هدف دوم مجموع امتیازات با علامت منفی است. این مجموع از آن جهت منفی در نظر گرفته شده که در مرحله نرمال‌کردن تابع هدف کل مسئله قابل حل

۶. توسعه‌ی مدل با در نظر گرفتن اهمیت مشتریان

مدل دوم در واقع توسعه‌ی از مدل اولیه‌ی ارائه شده است. تمامی مشخصه‌ها و شرایط بیان شده در مدل اول، و نیز تمامی متغیرها و پارامترها و محدودیت‌های آن برای مدل دوم نیز برقرار است. اما تفاوت این دو مدل در این نکته است که در مدل دوم پارامتر جدیدی به‌نام پارامتر وزن یا اهمیت به مدل اضافه می‌شود که در واقع مختص مشتریان موجود در شبکه است. به بیان دیگر هر مشتری برای سرویس‌دهی از نظر تسهیلات موجود در شبکه دارای اهمیت یا به‌عبارتی وزنی خواهد بود که به آن مشتری تخصیص می‌یابد. در نظر گرفتن پارامتر وزن در مدل، حذف بعضی از مشتریان را از حیطه‌ی خدمت‌رسانی به دنبال خواهد داشت. این واقعیت از آن جهت است که از میان مشتریانی که در محدوده‌ی خدمت‌رسانی یک تسهیل قرار می‌گیرند آن‌هایی که اهمیت بیشتری برای تسهیل مورد نظر دارند انتخاب می‌شوند، اما از آنجا که سرویس‌دهی به یک مشتری با میزان تقاضای آن ارتباط مستقیم دارد در مدل دوم حاصل‌ضرب تقاضای هر مشتری در میزان اهمیت آن، به‌عنوان پارامتری انتخاب می‌شود که گزینش یک مشتری را به‌منظور سرویس‌دهی میسر می‌سازد. در این حالت ممکن است یک مشتری دارای اهمیت بالا و تقاضای پایین، و در مقابل مشتری دیگری دارای اهمیت پایین و تقاضای بالاتر نسبت به مشتری قبلی باشد، که در این حالت با توجه به مقادیر حاصل‌ضرب این دو پارامتر گزینشی انتخابی در معرض خدمت‌رسانی قرار می‌گیرد. از آنجا که این انتخاب حذف یکی از مشتریان از حیطه‌ی خدمت‌رسانی را به دنبال دارد، برای عدم اختلال در کلیت مدل که بیان‌گر حرکت هر مشتری به سمت یک تسهیل به‌منظور سرویس‌گیری است، یک گره مجازی برای شبکه در نظر گرفته تا مشتریانی که در مرحله‌ی گزینش از محدوده‌ی خدمت‌رسانی حذف می‌شوند، برای تحقق تقاضایشان به سمت این گره



شکل ۴. شبکه‌ی، متشکل از ۱۵ گره.



تعداد تسهیلات = ۵
تعداد مشتریان = ۱۰

شکل ۵. محل استقرار تصادفی مشتریان و تسهیلات در شبکه‌ی ۱۵ گره‌ی.

جدول ۵. مقادیر تقاضای مشتریان و ظرفیت تسهیلات در مثال ترسیمی مدل دوم.

مکان مشتریان	میزان تقاضا	مکان تسهیلات	میزان ظرفیت
۱۰	۸۱	۱	۱۲۱
۴	۱۰	۲	۱۲۰
۸	۵۸	۳	۱۷۹
۱۴	۸۸	۷	۳۱
۱۲	۴۴	۸	۱۳۶
۲	۲۹	۱۶ (گره مجازی)	۵۳۷
۵	۲۳		
۱۱	۷۰		
۷	۸۷		
۱۳	۴۷		

در شکل ۶ که مقاصد تسهیلات و مشتریان را به منظور دست‌یابی به اهدافشان مشخص می‌کند نشان داده شده است. در این شکل علاوه بر گره‌های اصلی شبکه یک گره مجازی، که مدل به واسطه‌ی آن قادر به پاسخ‌گویی است، در نظر گرفته شده است. در ادامه‌ی این شکل جدولی به نمایش گذاشته شده که مقاصد یا مکان‌های جدید مشتریان و تسهیلات را بعد از جابه‌جایی از محل فعلی‌شان مشخص می‌کند. چنان‌که اشاره شد شکل ۶ نمایان‌گر مقاصد نهایی تسهیلات و مشتریان به منظور خدمت‌رسانی و دریافت خدمت است. در این شکل مشخص است که در یک گره ممکن است بیش از یک مشتری به منظور سرویس‌گیری وجود داشته باشد. طبق

باشد. اما تابع هدف اصلی دوم همان بیشینه‌کردن مجموع امتیازات با علامت مثبت است. هدف از کمینه‌کردن f_2 انتخاب مشتری با اولویت بالاتر (اهمیت بیشتر) برای خدمت‌رسانی است. محدودیت‌ها همچون محدودیت‌های مدل اول است و چنین تعریف می‌شوند:

$$\sum_{v \in V} x_{iv} = 1 \quad \forall i \in C$$

$$\sum_{v \in V} y_{jv} = 1 \quad \forall j \in F$$

$$\sum_j cap_j \cdot y_{jv} \geq \sum_{i \in C} D_i x_i \quad \forall v \in V$$

در حل مدل فوق یک‌بار مدل برای تابع هدف f_1 با هدف کمینه‌کردن حل شده، و بار دیگر با هدف بیشینه‌کردن حل می‌شود. سپس مدل فوق برای تابع هدف f_2 یک بار با هدف کمینه‌کردن و بار دیگر با هدف بیشینه‌کردن حل می‌شود. سپس مدل با تابع هدف زیر که یک تابع هدف ترکیبی است نرمال می‌شود.

$$\min(\gamma_1(f_1 \text{ min}) / (f_1 \text{ max} - f_1 \text{ min}) + \gamma_2(f_2 \text{ min}) / (f_2 \text{ max} - f_2 \text{ min}))$$

در این رابطه γ_1, γ_2 وزن‌های هر تابع هدف هستند که بین صفر و یک مقدار می‌گیرند. این ضرایب در تابع هدف نرمال‌شده بسته به شرایط موجود در مسئله و همچنین بسته به فرد تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شوند. ممکن است در نظر فرد تصمیم‌گیرنده شرایط به‌گونه‌ی باشد که کمینه‌کردن جابه‌جایی‌ها نسبت به انتخاب مشتریان با اهمیت بالاتر در اولویت بالاتری قرار گرفته باشد. در این حالت ضریب γ_1 دارای مقدار بیشتری نسبت به ضریب γ_2 در عبارت نرمال‌شده فوق خواهد بود. بنابراین مقادیر γ_1, γ_2 در عبارت فوق بسته به شرایط مسئله و نظر فرد تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شود و در این مورد محدودیتی در نظر گرفته نخواهد شد.

۳.۱.۶. مثال ترسیمی مدل دوم

در این مثال شبکه‌ی متشکل از ۱۵ گره در نظر گرفته شده است که در آن ۵ تسهیل و ۱۰ مشتری قرار دارد. در طی سه مرحله و با رسم اشکال مرتبط با هر مرحله به توضیح این مثال می‌پردازیم.

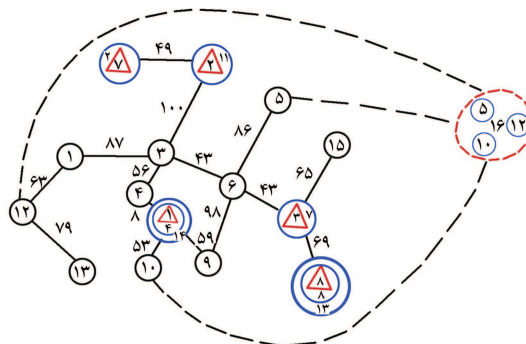
در مرحله اول شبکه تنها بدون در نظر گرفتن مشتریان و تسهیلات موجود در شبکه در شکل ۴ نشان داده می‌شود. پس از این مرحله در شکل ۵ محل استقرار تصادفی مشتریان و تسهیلات مشخص می‌شود. محل استقرار مشتریان و تسهیلات در شبکه‌ی ۱۵ گره‌ی به صورت تصادفی انتخاب شده است. مقادیر تقاضای مشتریان و ظرفیت تسهیلات نیز به صورت تصادفی معین شده‌اند (جدول ۵). باید توجه داشت زمانی که به‌عنوان مثال شماره گره مشتری برابر ۱۰ است به این مفهوم است که مشتری در شبکه‌ی اصلی در گره شماره ۱۰ شبکه مستقر می‌شود.

از جدول ۵ محل استقرار مشتریان و تسهیلات که به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند مشخص می‌شود. همچنین تمامی مقادیر تقاضای مشتریان و ظرفیت تسهیلات نیز که به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند در این جدول آورده شده است. این امر به منظور درک بهتر مثال صورت گرفته است. در مثال دوم بنابر ویژگی‌ها و مشخصه‌های مدل، برای حل مدل به یک گره مجازی نیاز است. به این منظور گره ۱۶ به‌عنوان گره مجازی در نظر گرفته شده است و این نیز به سبب فرض مدل است مبتنی بر این که شماره گره مجازی برابر $N + 1$ است (N تعداد گره‌های شبکه است).

جدول ۷. حل چند مثال عددی از مدل دوم با استفاده از نرم افزار.

تعداد گره‌ها	تعداد گره‌های تسهیلات	تعداد گره‌های مشتریان	بیشینه میزان تقاضا	ضریب ظرفیت تسهیل	فاصله گره‌ها از یکدیگر	زمان حل مسئله	مقدار تابع هدف به ازای حل بهینه	مجموع مسافت‌های طی شده توسط مشتریان و تسهیلات	مجموع امتیازات (وزن‌های) مشتریان با علامت منفی
۱۱۰	۵۲۴,۸۴	۱,۹	۱۰۰	۱,۱	۱۰۰	۵۲۴,۸۴	۱,۹	۹۶۱۰,۸۸	-۲۱۷۷,۸۱۳
۱۲۰	۲۲	۹۸	۱۰۰	۱,۱	۱۰۰	۵۸۱,۰۰۵	۱,۰۶۵	۷۳۴۲	-۲۵۹۶,۷۲
۱۳۰	۲۵	۱۰۵	۱۰۰	۱,۱	۱۰۰	۶۸۳,۹۳۵	۱,۰۷۵	۷۶۷۹,۵	-۲۶۰۲,۴۵
۱۴۰	۲۵	۱۱۵	۱۰۰	۱,۱	۱۰۰	۹۶۰,۷۹۵	۰,۷۸	۵۵۷۳,۵	-۲۹۱۹,۱۴۵
۱۵۰	۲۵	۱۲۵	۱۰۰	۱,۱	۱۰۰	۱۱۰۷,۶۰۵	۱,۳۷۳	۶۸۷۰,۶۷	۲۴۶۱,۸۰
۱۷۰	۳۵	۱۳۵	۱۰۰	۱,۱	۱۰۰	۱۷۶۲,۹۳	۰,۶	۶۷۳۴,۶۶	-۳۲۰۱,۷۴
۱۹۰	۴۵	۱۴۵	۱۰۰	۱,۱	۱۰۰	۲۳۹۳,۳۱	۰,۴۵	۵۶۹۹,۵	-۳۷۷۳,۷۷۵
۲۰۰	۵۰	۱۵۰	۱۰۰	۱,۱	۱۰۰	۳۵۱۸,۶۱	۰,۱۶	۶۰۴۹	-۴۱۹۷,۶۶۳
۲۵۰	۶۵	۱۸۵	۱۰۰	۱,۱	۱۰۰	۳۸۰۹,۲۳	۰,۴۱	۵۹۸۴	-۴۶۱۱,۶۹

مدل ارائه شده با استفاده از نرم‌افزار Gams حل شده و نتایج آن با توجه به مقادیری که به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند در جدول ۷ آورده شده است.



شکل ۶. محل استقرار مشتریان و تسهیلات پس از حل مثال ترسیمی مدل دوم.

۷. نتیجه‌گیری

چنان که اشاره شد، هدف اصلی پژوهش کمیته‌سازی جابه‌جایی‌ها در جانمایی تسهیلات متحرک در شبکه‌ی پیوسته از مشتریان و تسهیلات متحرک بود. به‌منظور دستیابی به این هدف اصلی دو مدل برنامه‌ریزی خطی ارائه شد که مدل دوم به‌عنوان توسعه‌ی مدل اول مورد مطالعه قرار گرفت. در این دو مدل به‌منظور رسیدن به هدف اصلی، پارامترها و محدودیت‌های کلیدی که در مسیر رسیدن مدل به هدف تأثیرگذارند در نظر گرفته شد.

هر دو مدل برنامه‌ریزی خطی در شبکه‌ی پیوسته از مشتریان و تسهیلات متحرک در نظر گرفته شده است، به‌طوری که این شبکه به‌صورت یک گراف در فضای متریک که تمامی فواصل موجود در آن فاصله اقلیدسی بوده، ارزیابی شد. به‌عبارت دیگر فضای مورد نظر به‌عنوان یک فضای متریک با نرم اقلیدسی مورد توجه قرار گرفته است. کلیه مشتریان و تسهیلات موجود در این شبکه می‌توانند در تمامی نقاط این گراف -- چه یال‌ها و چه رأس‌ها -- حرکت کنند اما محل‌های توقف آنان تنها در گره‌های شبکه در نظر گرفته شد. در این شبکه برای هر مشتری و تسهیل یک گره مقصد در نظر گرفته شد که مشتری و تسهیل برای سرویس‌گیری یا سرویس‌دهی (توسط تسهیل) به سمت این گره حرکت کنند. برای نمایش حرکت هر مشتری و تسهیل متغیرهایی تعریف شده که به‌عنوان متغیرهای تصمیم مدل در نظر گرفته شده‌اند.

همچنین در هر دو مدل پارامترهایی به‌عنوان تقاضای مشتریان و فاصله بین گره‌ها تعریف شد. محدودیت کلیدی مدل اول، علاوه بر محدودیت‌هایی که معین کردند، آن است که هر مشتری تنها به سمت یک گره و هر تسهیل نیز تنها به سمت یک گره حرکت کند، و محدودیت عدم تجاوز مجموع ظرفیت‌های تسهیلات از مجموع تقاضاهای مشتریان تعریف شد که این محدودیت در راستای در نظر گرفتن پارامتر ظرفیت برای تسهیلات شکل گرفت. پس از تعریف متغیرها و پارامترها و محدودیت‌ها،

جدول ۶. مقاصد تسهیلات و مشتریان مثال ترسیمی مدل دوم.

شماره گره	شماره گره شبکه که مشتری به سمت آن حرکت می‌کند	شماره گره	شماره گره شبکه که تسهیل به سمت آن حرکت می‌کند
۲	۲	۱	۱۴
۴	۱۴	۲	۱۱
۵	۱۶	۳	۷
۷	۷	۷	۲
۸	۸	۸	۸
۱۰	۱۶		
۱۱	۱۱		
۱۲	۱۶		
۱۳	۸		
۱۴	۱۴		

راهنمای گراف مشتریان با دایر آب و تسهیلات با مثلث‌های قرمز مشخص شده‌اند. دایر مشکی گره‌های اصلی شبکه را نشان می‌دهند. به‌عنوان مثال در گره ۸ اصلی که یک تسهیل و یک مشتری در آن جای گرفته بود بعد از حل مسئله مقصد مشتری ۱۳ نیز هست. با استفاده از جدول ۶ درک شکل ۶ بسیار آسان‌تر می‌شود.

با موضوع مورد بحث است. این متغیر را می‌توان با توجه به دیگر شرایط موجود در مسئله به مدل اضافه کرد.

در حوزه‌ی مسائل جانمایی تسهیلات متحرک، کاربرد مسائل پدافند غیرعامل بسیار چشمگیر است. پدافند غیرعامل مجموعه اقداماتی است که انجام می‌شود تا در صورت بروز جنگ، خسارات احتمالی به کم‌ترین میزان خود برسد. هدف از اجرای طرح‌های پدافند غیر عامل کاستن از آسیب‌پذیری نیروی انسانی و ابنیه و تجهیزات حیاتی و حساس و مهم، حفظ روحیه‌ی افراد منطقه یا کشور علی‌رغم حملات خصمانه و مخرب دشمن و استمرار فعالیت‌ها و خدمات زیربنایی و تأمین نیازهای حیاتی و تداوم اداره کشور در شرایط بحرانی ناشی از جنگ است. به‌عنوان مثالی ساده از پدافند غیرعامل می‌توان به استتار، اختفا و ایجاد سرپناه برای تأسیسات مهم و استراتژیک اشاره کرد. ارتباط این حوزه با نوشتار مورد نظر در نظر گرفتن مجموعه‌ی از هواپیماهای جنگی است که در یک منطقه‌ی جنگی به‌عنوان مشتریان مدل درحال پروازند. تسهیلات مدل را می‌توان هواپیماهای سوخت‌رسانی در نظر گرفت که در طول پرواز در صورت کمبود سوخت به هواپیماهای جنگی سوخت‌رسانی می‌کنند. از آنجا که در حوزه‌ی اخیر، مبحث کنترل موجودی‌های کاربرد فراوانی دارد، می‌توان با در نظر گرفتن هزینه‌های موجودی در مدل ارائه‌شده به توسعه‌ی آن در فضای مدل‌های برنامه‌ریزی پرداخت. این هزینه‌های موجودی خود در بردارنده‌ی هزینه‌های سفارش و هزینه‌های نگه‌داری است که می‌توان آن‌ها را به مدل اضافه کرد. از دیگر کاربردهای افزودن مبحث کنترل موجودی به مدل‌های ارائه‌شده اخیر، رفع نیاز سوخت خودروهای متحرک نیازمند سوخت در شبکه‌ی جاده‌ی توسط خودروهای متحرک سوخت‌رسان است.

مدل اول با تابع هدفی که مجموع جابه‌جایی‌های مشتریان و تسهیلات است توسط نرم‌افزار Gams حل، و اعتبارسنجی شد.

در ادامه مدل اول با در نظر گرفتن پارامتر وزن (اهمیت) برای مشتریان توسعه داده شد و پس از آن مدل دوم ارائه شد. تمامی متغیرها، پارامترها و محدودیت‌های مدل اول برای مدل دوم نیز برقرار است. به‌علاوه در مدل دوم پارامتر وزن برای مشتریان در نظر گرفته شد و تابع هدف آن علاوه بر کمینه‌کردن کل جابه‌جایی‌های مشتریان و تسهیلات درصد انتخاب مشتریان با اولویت بالاتر برای خدمت‌رسانی است. در مدل دوم پارامتر اهمیت به مدل اضافه شد و این به مفهوم حذف برخی از مشتریان از حیطه خدمت‌رسانی است، اما این موضوع با فرضیات اصلی مدل در تناقض است به همین سبب برای رفع این تناقض یک گره مجازی به شبکه اضافه شده و مدل با فرض وجود این گره مجازی در شبکه حل شد.

۸. پیشنهادهایی برای توسعه‌ی مدل ارائه‌شده

پیشنهاد اساسی در پژوهش انجام‌شده استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مدل در تعداد گره‌های زیاد و غیر قابل حل توسط نرم‌افزار است. از آنجا که مدل‌های ارائه‌شده با هدف کمینه‌کردن جابه‌جایی‌ها در جانمایی تسهیلات متحرک خطی‌اند، افزودن متغیرها و پارامترهایی دیگر در راستای مباحث مورد بررسی به‌منظور توسعه مدل و حتی تبدیل‌کردن از حالت خطی به حالت غیر خطی، پیشنهاد می‌شود. در نظر گرفتن مدت زمان خدمت‌رسانی به مشتریان از جمله متغیرهای مرتبط

پانویس‌ها

1. Basch
2. kinetic data structure
3. certificate
4. responsive
5. efficiency
6. compactness
7. locality
8. un Capacitated facility Location problem

منابع (References)

1. Tolhah, A., Zaitul, M.Z. and Sutinah, S. "A Simulated annealing approach for uncapacitated continuous location-allocation problem with zone-department fixed cost", *Matematika, Department of Mathematics, UTM*, **24**(1), pp. 67-73 (2008).
2. Demaine, E.D., Hajiaghayi, M.T., Mahini, H., Sayedi-Roshkhar, A.S., Oveisgharan, S. and Zadimoghaddam, M. "Minimizing movement", *In Proc. Of the 18th Annual*

ACM-SIAM Symp, On Discrete Algorithms (SODA), **5**(3) pp. 258-267 (2007).

3. Friggstad, Z. and Salavatipour, M.R. "Minimizing movement in mobile facility location problems", *ACM Transactions on Algorithms, Department of Computing Science, University of Alberta, Canada*, **7**(3), pp.78-99 (2011).
4. Basch, J., Guibas, L.J. and Hershberger, J. "Data structures for mobile data", *In Proc. 8th ACM-SIM Symposium on Discrete Algorithms*, **9**(14), pp. 747-756 (1997).
5. Guibas, L. "Kinetic data structures: A state of the art report", *In Proc. Workshop on Algorithmic Found*, **12**(9), pp. 191-209 (1998).
6. Chazelle, B. "A functional approach to data structures and its use in multidimensional searching", *SIAM J. of Computer Science*, **12**(34), pp. 427-462 (1988).
7. Bepamyatnikh, S., Bhattacharya, B.K., Kirkpatrick, D. and Segal, M. "Mobile facility location", *Proc. of 4th International Workshop on Discrete Algorithms and Methods for Mobile Computing and Communications*, pp. 46-53 (2000).

