مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (زمستان ۱۳۹۳)
دوره‌ی ۱ - ۳۰، شماره‌ی ۲، ص. ۱۳-۳

Original Article

بهینه‌سازی حد تعویض پیشگیرانه و برنامه بازرسی‌ها در نگه‌داری و تعمیر مبتنی بر شرایط، با فرض غیرنزولی بودن هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی

حمیدرضا گلمکانی* (دانشیار)
مرتضی پوراسماعیلی (کارشناس ارشد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه تفرش

golmakani@mie.utoronto.ca
pouresmaeeli@tafreshu.ac.ir

در نگه‌داری و تعمیر مبتنی بر شرایط دستگاه (CBM)[۱] هدف این است که با انجام بازرسی و کنترل شرایط دستگاه به عمر واقعی تعویض نزدیک شود. در اغلب مدل‌های ارائه شده تاکنون فرض بر این بوده است که هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی دستگاه در طول مدت بهره‌برداری از آن ثابت و همچنین بازرسی‌ها در فواصل زمانی ثابت و بدون هزینه است. در مدل پیشنهادی هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی، تابعی صعودی از عمر دستگاه و مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی در نظر گرفته شده است. همچنین، علاوه بر هزینه‌های تعویض، هزینه‌ی انجام بازرسی‌ها ــ اعم از بازرسی با فواصل زمانی ثابت یا غیر ثابت ــ در مدل لحاظ می‌شود. هدف تعیینِ حد تعویض پیشگیرانه و برنامه‌ی بازرسی‌ها است به‌گونه‌یی که متوسط مجموع هزینه‌ها در واحد زمان کمینه شود. برای تشریح بهتر مدل پیشنهادی، مثال عددی نیز آورده شده است.

واژگان کلیدی: نگه‌داری و تعمیر مبتنی بر شرایط، مدل تلفیقی نرخ مخاطره، هزینه‌ی تعویض متغیر، فواصل بازرسی بهینه.

۱. مقدمه

نگه‌داری و تعمیر مبتنی بر شرایط دستگاه (CBM) یک برنامه‌ی نگه‌داری و تعمیرات است که تصمیم‌گیری در آن براساس اطلاعات به دست آمده از سنجش وضعیت دستگاه صورت می‌گیرد.[۱] هدف CBM جلوگیری از فعالیت‌های نگه‌داری و تعمیرات غیرضروری است. در این استراتژی، فقط در صورت وجود شواهدی در اطلاعات سنجش وضعیت ــ که نشان‌گر رفتار غیرعادی دستگاه است ــ اجرای فعالیت‌های نگه‌داری و تعمیرات پیشنهاد می‌شود. بنابراین، اگر CBM به‌صورت مناسب طراحی و اجرا شود، هزینه‌های نگه‌داری و تعمیرات به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد. با اجرای CBM، قابلیت اطمینان سیستم نیز ــ در مقایسه با اجرایِ سایر روش‌های نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه ــ بیشتر خواهد بود.[۲]

بازرسی و سنجش وضعیت، برحسب نوع و عملکرد دستگاه، به‌صورت پیوسته یا دوره‌یی است. در سنجش وضعیت پیوسته، دستگاه معمولاً توسط حس‌گرهای نصب‌شده روی آن تحت نظارت پیوسته قرار دارد. در سنجش وضعیت دوره‌یی دستگاه در فواصل زمانی خاصی بازرسی، و مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی اندازه‌گیری می‌شود. واضح است که سنجش وضعیت دوره‌یی، ریسک از دست دادن علائم و هشدارهای مربوط به خرابی‌هایی را که در فواصل بین بازرسی‌های متوالی می‌توانند رخ دهند، نیز به‌همراه خواهد داشت.[۳و۴]

چالش اساسی در CBM با نظارت دوره‌یی، تعیین حد کنترل بهینه برای تعویض پیشگیرانه است. برای بهینه‌سازی حد کنترل دیدگاه‌های مختلفی مطرح شده است.[۵-۸]در این تحقیقات فرض بر آن است که دستگاه بعد از طی تعداد متناهی مرحله (وضعیت)، دچار خرابی می‌شود و حد کنترل برای تعویض پیشگیرانه، مشاهده‌ی نزدیک‌ترین وضعیت به وضعیت خرابی است. با این فرض که حد کنترل برای تعویض پیشگیرانه، یکی از وضعیت‌های دستگاه است، مدل‌هایی به‌منظور بهینه‌سازی حد کنترل ارائه شده است.[۹-۱۳] مع‌ذالک در اغلب این مدل‌ها، افزایش قابلیت اطمینان دستگاه هدف قرار گرفته و به تبعات اقتصادیِ تصمیم‌گیری درخصوص تعویض یا تعمیر دستگاه مورد نظر کم‌تر توجه شده است.

محققین مدلی ارائه کرده‌اند که در آن با در نظرگرفتن هزینه‌های تعویض پیشگیرانه و هزینه‌های تعویض به‌دلیل وقوع خرابی، حد کنترل برای تعویض پیشگیرانه ــ علاوه بر وضعیت دستگاه ــ به مقادیر هزینه‌های مذکور نیز وابسته است.[۴-۱۹] استراتژی

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۱/۶/۲۵، اصلاحیه ۱۳۹۱/۱۱/۱۵، پذیرش ۱۳۹۲/۲/۱۴.

تعویض بدین‌گونه است که بازرسی‌ها در فواصل زمانی ثابت صورت می‌گیرد. در هر بازرسی پس از اندازه‌گیری مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی، مقدار ریسک خرابی محاسبه می‌شود. چنانچه این مقدار از حد کنترلی که پیش‌تر تعیین شده بیشتر باشد، تعویض پیشگیرانه‌ی دستگاه انجام می‌شود، در غیر این صورت دستگاه تا بازرسی بعدی به کار خود ادامه می‌دهد. در تعیین حد کنترل بهینه در این مدل، پس از تخمین پارامترهای تابع توأم نرخ مخاطره[۲] و مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی[۳] ــ با استفاده از سوابق اطلاعاتی از بازرسی‌ها و همچنین وقوع خرابی‌ها (جمع‌آوری شده از دستگاه‌های مشابه) ــ حد کنترل بهینه برای دستگاه، با هدف کمینه‌سازی متوسط مجموعِ هزینه‌هایِ تعویضِ پیشگیرانه و هزینه‌های بلندمدت تعویض به‌دلیل وقوع خرابی محاسبه می‌شود.

یکی از مفروضات مدل ارائه شده توسط بانجویک و همکارانش[۱۴-۱۹] ثابت‌بودن هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی است. به‌عبارت دیگر در هر زمان که خرابی واقع شود، هزینه‌ی متحمل شده ثابت است. واضح است که این فرض تا حدی دور از واقعیت به نظر می‌رسد، چرا که اغلب با گذشت زمان و فرسوده شدن دستگاه هزینه‌های مضاعفی ناشی از وقوع خرابی به‌دلیل آسیب بیشتر به دیگر اجزا، تحمیل می‌شود. در مدل گسترش‌یافته‌ی این مدل،[۲۰] فرض ثابت بودن هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی حذف و هزینه‌ی این نوع خرابی، تابعی صعودی از عمر دستگاه و مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی در نظر گرفته شده است. سپس مدلی به‌منظور بهینه‌سازی تصمیمات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه با لحاظ هزینه‌های خرابی متغیر و با معیار کمینه‌سازی متوسط مجموع هزینه‌ها در واحد زمان در بلندمدت ارائه شده است.

یکی از مفروضات اصلی مدل ارائه شده[۲۰] این است که هزینه‌ی انجام بازرسی در مقابل هزینه‌ی تعویض پیشگیرانه و هزینه‌ی تعویض به‌دلیل وقوع خرابی بسیار ناچیز است و لذا هزینه‌ی بازرسی در محاسبات منظور نشده است. واضح است که در شرایطی که انجام بازرسی مستلزم صرف هزینه باشد، کاهش تعداد بازرسی‌ها از یک سو موجب کاهش هزینه‌ها خواهد بود، و از سوی دیگر خطر صورت نگرفتن اقدامات پیشگیرانه‌ی به‌موقع، به‌دلیل عدم اطلاع از وضعیت دستگاه و درنتیجه افزایش تعداد وقوع خرابی‌ها و هزینه‌های ناشی از آنها را بیشتر می‌کند. به‌عبارت دیگر، ضروری می‌نماید که در تعیین فاصله‌ی بین بازرسی‌های متوالی، هزینه‌ی بازرسی نیز ــ علاوه بر وضعیت دستگاه، هزینه‌ی تعویض پیشگیرانه و هزینه‌ی تعویض به‌دلیل وقوع خرابی ــ لحاظ شود.

در این نوشتار با فرض این که هزینه‌ی تعویض به‌دلیل وقوع خرابی تابعی صعودی از عمر دستگاه و مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی است و نیز با لحاظ هزینه‌ی بازرسی، مدل مطرح شده‌ی پیشین[۲۰] با الگوبرداری از مدل مطرح شده‌ی بعدی[۲۱] گسترش داده شده، و مدلی به‌منظور بهینه‌سازی حد کنترل و همچنین فواصل ثابت و غیر ثابت بین بازرسی‌های متوالی ارائه شده است.

در ادامه و در بخش ۲، مروری خواهیم داشت بر مدل‌سازی و روش حل ارائه شده،[۲۰] که در آن هزینه‌ی خرابی متغیر فرض شده، و سپس در بخش ۳، هزینه‌ی متوسط سیستم در واحد زمان به‌ازای یک برنامه‌ی بازرسی مشخص محاسبه می‌شود. در بخش ۴ چگونگی تعیین برنامه‌ی بازرسی بهینه با فواصل بازرسی ثابت، و در بخش ۵ تعیین برنامه‌ی بازرسی بهینه مبتنی بر عمر دستگاه ارائه خواهد شد. در هر دو بخش مذکور برای تشریح بهتر مطالب مثال عددی ارائه شده است. بخش ۶ نیز به نتیجه‌گیری مطالب مطرح شده اختصاص دارد.

۲. تعیین حد کنترل بهینه در CBM با فرض هزینه‌ی خرابی غیرنزولی

۱.۲. هزینه‌ی خرابی متغیر

دستگاهی را با رفتار مارکوفی در نظر بگیرید که در طول بهره‌برداری ممکن است دچار خرابی نرم ناشی از افزایش عمر و کارکرد، یا خرابی سخت ناشی از شوک‌های مقطعی شود. همچنین فرض کنید در این مدت هیچ فعالیت تعمیراتی در راستای بهبود وضعیت دستگاه مذکور صورت نمی‌گیرد. این دستگاه به‌صورت پیشگیرانه، یا در صورت مشاهده‌ی خرابی، با یک دستگاه نو تعویض می‌شود. اگر تعویض دستگاه پیشگیرانه باشد هزینه‌ی آن برابر C خواهد بود، و چنانچه تعویض ناشی از خرابی باشد هزینه‌یی معادل $C+K(t,Z(t))$ تحمیل خواهد شد. به‌عبارت دیگر، $K(t,Z(t))$ تابع غیرنزولی معرف هزینه‌ی مازاد، به‌دلیل وقوع خرابی در مقایسه با هزینه‌ی تعویض پیشگیرانه، است. فرض بر آن است که این هزینه‌ی مازاد، تابعی از زمان وقوع خرابی t و مقدار متغیر تشخیص خرابی در این زمان، $Z(t)$، است.

برای مثال، ژنراتوری را در نظر بگیرید که در هر بازرسی میزان ارتعاشات محور اصلی آن اندازه‌گیری می‌شود. در هر بازرسی با توجه به میزان ارتعاشات، سه وضعیت $S=\{۰,۱,۲\}$ برای آن قابل تصور است؛ وضعیت صفر بهترین وضعیت و وضعیت ۲ بدترین وضعیت است. در شکل ۱ هزینه‌ی مازاد تعویض به‌دلیل وقوع خرابی در مقایسه با عمر و وضعیت دستگاه به‌هنگام وقوع خرابی، به‌صورت سه منحنی به‌ترتیب متناسب با وضعیت‌های مختلف دستگاه نشان داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود از یک سو افزایش عمر دستگاه موجب افزایش این هزینه خواهد بود و از سوی دیگر، در صورت تغییر وضعیت دستگاه نیز منحنی این هزینه به منحنی با هزینه‌ی بالاتر تغییر می‌کند. بنابراین تنزل وضعیت ژنراتور (افزایش مقدار متغیر تشخیص خرابی) و افزایش عمر آن، توأماً موجب افزایش هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی می‌شود.

با این فرض که تعویض در هر دو حالت پیشگیرانه و تعویض به‌دلیل وقوع خرابی به‌صورت لحظه‌یی بوده و زمانی برای تعویض دستگاه صرف نمی‌شود، هدف تعیین حد بهینه‌ی کنترل است، به‌نحوی که هزینه‌ی تعویض در واحد زمان کمینه شود.

۲.۲. تعیین حد کنترل بهینه در CBM

در مدل ارائه‌شده برای استفاده از اطلاعات سنجش وضعیت در تصمیم‌گیری برای زمان تعویض پیشگیرانه دستگاه،[۱۴-۱۹] حد کنترل برای تعویض پیشگیرانه ــ براساس سابقه‌ی اطلاعاتی موجود از دستگاه و با هدف کمینه‌سازی متوسط مجموع هزینه‌های

شکل ۱. منحنی‌های هزینه‌ی تعویض به‌دلیل وقوع خرابی در مقایسه با عمر و وضعیت دستگاه.

تعویض پیشگیرانه و تعویض به‌دلیل خرابی در بلندمدت ــ به دست آمده است. با انجام هر بازرسی و تعیین مقدار متغیر تشخیص خرابی، چنانچه ریسک وقوع خرابی از حد تعیین شده بیشتر باشد تعویض پیشگیرانه صورت می‌گیرد، و در غیر این صورت دستگاه تا بازرسی بعدی به کار خود ادامه خواهد داد. در صورت وقوع خرابی نیز دستگاه با یک دستگاه نو تعویض می‌شود.

زمان خرابی دستگاه را با T، و مقدار متغیر تشخیص خرابی اندازه‌گیری شده در زمان t را با $Z(t)$ نمایش می‌دهیم. فرض می‌شود که مجموعه مقادیر ممکن برای متغیر تشخیص خرابی، شمارا و متناهی باشد. دستگاه در فواصل زمانی Δ بازرسی می‌شود تا مقدار متغیر تشخیص خرابی اندازه‌گیری شود. بنابراین برای زمان‌های $t = k\Delta$ که در آن $k = 0, 1, 2, \ldots$، مقادیر $Z(t)$ مشخص است. فرض کنید $S = \{0, 1, 2, \ldots, m\}$ مجموعه مقادیر ممکن برای متغیر تشخیص خرابی در هر بازرسی باشد. مقدار متغیر تشخیص خرابی برای $k\Delta \leq t < (k+1)\Delta$ توسط وضعیت آن در زمان بازرسی kاُم، $Z(k\Delta)$، تقریب زده می‌شود.

تغییر وضعیت دستگاه در بازرسی‌ها با استفاده از ماتریس احتمال انتقال شرطی[۴]، $P(k)$، قابل تبیین است. در این ماتریس احتمال انتقال شرطی از وضعیت $i \in S$ در زمان دلخواه $t = k\Delta$ به $j \in S$ را در زمان $t + \Delta$ به‌وسیله‌ی عنصر سطر iاُم و ستون jاُم ماتریس $P(k) = [p_{ij}(k)]$ نشان می‌دهند:

$$p_{ij}(k) = P\left(Z(t+\Delta) = j \middle| T > t+\Delta, Z(t) = i\right) \qquad (1)$$

تابع توأم نرخ مخاطره‌ی دستگاه و مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی (یا اختصاراً، تابع توأم نرخ مخاطره) را با $h(t, Z(t))$ نشان داده و خواهیم داشت:

$$h(t, Z(t)) = \lim_{\delta t \to 0} \frac{P(t \leq T < t+\delta t | T > t, Z(s), 0 \leq s < t)}{\delta t} \qquad (2)$$

تخمین ماتریس احتمال انتقال و تابع توأم نرخ مخاطره، با استفاده از سوابق اطلاعاتی و مدل تلفیقی نرخ مخاطره (PHM)[۵] صورت می‌گیرد.[19] در PHM، تابع توأم نرخ مخاطره به‌صورت $h(t, Z(t)) = h_0(t)\psi(Z(t))$ در نظر گرفته می‌شود و در آن $h_0(t)$ تابع نرخ مخاطره‌ی پایه‌ی وابسته به عمر دستگاه، و $\psi(Z(t))$ تابع مثبت وابسته به مقادیر متغیرهای تشخیص است. با فرض این که $h_0(t)$ معرف تابع مخاطره‌ی پایه‌ی وایبل باشد، طبق تعریف تابع نرخ مخاطره وایبل داریم:

$$\begin{cases} h_0(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\lambda}{\eta}\right)^{\beta-1} & t > \lambda \\ \quad\;\; = 0 & \text{سایر مقادیر} \end{cases} \qquad (3)$$

با توجه به این که اغلب در مسائل تعویض، پارامتر مکان، λ، معادل صفر است و همچنین با فرض $\psi(Z(t)) = \exp\{\gamma Z(t)\}$، تابع توأم نرخ مخاطره عبارت خواهد بود از:

$$h(t, Z(t)) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\{\gamma Z(t)\}, \quad t = 0, \Delta, 2\Delta, \ldots, k\Delta \qquad (4)$$

با توجه به سوابق اطلاعاتی جمع‌آوری شده از دستگاه، پارامترهای β (پارامتر شکل)، η (پارامتر مقیاس) و γ (پارامتر تأثیر متغیر تشخیص خرابی) با استفاده از روش ماکسیمم راست‌نمایی[۶] تخمین زده می‌شود.[14,15,19]

در مدل مذکور، فرض بر این است که بازرسی‌ها با فواصل ثابت به‌طول Δ از یکدیگر اجرا می‌شوند. پس از هر بازرسی و تعیین مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی، تصمیم‌گیری درخصوص تعویض یا ادامه بهره‌برداری از دستگاه صورت می‌گیرد. با توجه به وضعیت دستگاه، اگر ریسک خرابی به حد کنترل بهینه رسیده یا بیشتر باشد تعویض پیشگیرانه انجام می‌شود و در غیر این صورت، تا زمان بازرسی بعدی بهره‌برداری از آن ادامه می‌یابد. بنابراین با توجه به ساختار تابع توأم نرخ مخاطره، مبنای تصمیم‌گیری در این استراتژی، عمر دستگاه و مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی به دست آمده از بازرسی‌هاست. چنانچه دستگاه براساس شوک‌های مقطعی دچار خرابی سخت شود نیز بلافاصله تعویض می‌شود. فرض بر این است که بعد از هر تعویض، اعم از پیشگیرانه یا به‌دلیل خرابی، دستگاه به حالت نو بازگردانده شود.

با این فرض که $t \in [0, \Delta)$ و نیز k شماره‌ی بازرسی باشد، تابع قابلیت اطمینان شرطی تا زمان $k\Delta + t$ با $R(k, Z(k\Delta), t)$ نشان داده می‌شود و معادل احتمال سالم بودن دستگاه تا زمان $k\Delta + t$ است به شرط آن که دستگاه تا زمان بازرسی kاُم سالم بوده و در آن بازرسی در وضعیت $Z(k\Delta)$ قرار داشته باشد. نتایج حاصل از مطالعات نشان داده که این مقدار از رابطه‌ی ۵ محاسبه می‌شود:

$$R(k, Z(k\Delta), t) = \exp\left\{-\int_{k\Delta}^{k\Delta+t} h_0(s)\exp\{\gamma Z(s)\}\,ds\right\},$$
$$h_0(s) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{s}{\eta}\right)^{\beta-1}. \qquad (5)$$

متوسط هزینه‌های تعویض (اعم از تعویض پیشگیرانه یا به‌دلیل وقوع خرابی) در واحد زمان و با لحاظ استراتژی حد کنترل g را با $\phi(g)$ نشان داده، مقدار آن از رابطه‌ی ۶ محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \phi(g) &= \frac{C\left(1 - P(T < T_g)\right) + \left(C + K(T, Z(T))\right)P(T < T_g)}{E_{\min}(T, T_g)} \\ &= \frac{C\left(1 - Q(g)\right) + \left(C + K(T, Z(T))\right)Q(g)}{W(g)} \\ &= \frac{C + \varphi(g)}{W(g)} \end{aligned} \qquad (6)$$

در رابطه‌ی ۶، g حد کنترل برای اجرای تعویض پیشگیرانه در شرایطی است که فاصله بین بازرسی‌های متوالی برابر با Δ باشد. T_g زمان اجرای تعویض پیشگیرانه با توجه به استراتژی حد کنترل g، C هزینه‌ی تعویض پیشگیرانه و $C + K(T, Z(T))$ هزینه‌ی تعویض به‌دلیل وقوع خرابی است. همچنین $Q(g)$ برابر با احتمال تعویض دستگاه به‌علت خرابی، $W(g)$ معادل متوسط زمان بین دو تعویض (اعم از پیشگیرانه یا به‌دلیل خرابی) و $\varphi(g)$ متوسط هزینه‌ی مازادِ تعویض به‌دلیل خرابی با فرض اجرای استراتژی حد کنترل g تعریف می‌شود.

بهترین حد کنترل، حدی است که طی آن $\phi(g)$ کم‌ترین مقدار را داشته باشد. نشان داده شده که چنانچه تابع توأم نرخ مخاطره، نسبت به زمان صعودی باشد، به‌ازای حد کنترل بهینه داریم:[19]

$$\phi(g^*) = g^* \qquad (7)$$

لذا حد کنترل بهینه (g^*) را می‌توان با استفاده از روش تکرار نقطه ثابت به دست آورد.[19] در هر تکرار، با توجه به رابطه‌ی ۶ ابتدا باید زمان متوسط بین دو تعویض

متوالی و متوسط هزینه‌ی مازادِ تعویض به‌دلیل خرابی تخمین زده شود. بدین‌منظور، به‌ازای هریک از عناصر مجموعه‌ی S، مقدار $t_g(i)$ چنین تعریف می‌شود:

$$t_g\left(i\right) = inf\left\{t \ge 0 \,|K\left(t,i\right) h\left(t,i\right) \ge g\right\}, \quad g > 0, \;\; i \in S \qquad (۸)$$

که در آن $K(t,i)$ معرف هزینه‌ی اضافی ناشی از تعویض به‌دلیل وقوع خرابی، در مقایسه با تعویض پیشگیرانه است. همچنین $h(t,i)$ مقدار تابع توأم نرخ مخاطره در زمان t، و i مقدار متغیر اندازه‌گیری شده در آخرین بازرسی است. نماد inf معرف کوچک‌ترین زمانی است که شرط مذکور برای آن صادق است. g نیز حد کنترل است،به عبارت دیگر، $t_g(i)$ معرف نخستین زمانی است که در آن، در حالی که وضعیت دستگاه i است، مقدار $K(t,i)h(t,i)$ به حد کنترل g می‌رسد. زمان‌های بازرسی قبل و بعد از هر $t_g(i)$ را به‌ترتیب با $(k_i-1)\Delta$ و $k_i\Delta$ نشان داده، داریم:

$$\left(k_i - 1\right)\Delta \le t_g\left(i\right) < k_i\Delta \qquad (۹)$$

با این فرض که عمر دستگاه از $j\Delta$ بیشتر باشد و در بازرسی jاُم در وضعیت i قرار گیرد، متوسط زمان باقی‌مانده تا تعویض بعدی را با $W(j,i)$، و متوسط هزینه‌ی مازاد تعویض به‌دلیل خرابی را با $\varphi(j,i)$ نشان داده و اگر دستگاه در بازرسی شماره‌ی صفر در زمان صفر سالم باشد، مقدارشان از رابطه‌ی ۱۰ محاسبه خواهد شد:[۱۹و۲۰]

$$\begin{aligned} &E\left(\min\left\{T,T_g\right\}\right) = W\left(0,0\right) \\ &E\left(K\left(T,Z\left(T\right)\right)\right) = \varphi\left(0,0\right) \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

برای تخمین مقادیر $W(0,0)$ و $\varphi(0,0)$ نیز از روابط بازگشتی ۱۱ و ۱۲ استفاده می‌شود:[۱۹و۲۰]

$$W(j,i) = \begin{cases} 0 & j > k_i - 1 \\ \int\limits_0^{t_g(i)-(k_i-1)\Delta} R(k_i-1,i,s)ds & j = k_i - 1 \\ \int\limits_0^{\Delta} R(j,i,s)ds + R(j,i,\Delta) & j < k_i - 1 \\ \quad \sum\limits_{r=i}^{m} W(j+1,r)p_{ir}(j) & \end{cases} \qquad (۱۱)$$

$$\varphi(j,i) = \begin{cases} 0 & j > k_i - 1 \\ \int\limits_0^{t_g(i)-(k_i-1)\Delta} V(k_i-1,i,s)ds & j = k_i - 1 \\ \int\limits_0^{\Delta} V(j,i,s)ds + R(j,i,\Delta) & j < k_i - 1 \\ \quad \sum\limits_{r=i}^{m} \varphi(j+1,r)p_{ir}(j) & \end{cases} \qquad (۱۲)$$

به‌طوری که:

$$V\left(j,i,s\right) = K\left(j\Delta + s, Z\left(j\Delta + s\right)\right) f\left(s|j,i\right) \qquad (۱۳)$$

در رابطه‌ی ۱۳ عبارت $f(s|j,i)$ تابع چگالی احتمال شرطی در زمان $j\Delta + s$ است، مشروط بر آن که دستگاه تا زمان $j\Delta$ سالم بوده و مقدار متغیر تشخیص در این زمان برابر با i باشد. براساس روش‌های آنالیز خرابی،[۲۲] تابع چگالی احتمال شرطی در زمان $j\Delta + s$ برابر است با $f(s|j,i) = h(j\Delta + s, Z(j\Delta + s))R(j,i,s)$. بنابراین با توجه به رابطه‌ی ۵ می‌توان رابطه‌ی ۱۳ را چنین بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} V(j,i,s) =& K(j\Delta + s, i)\exp\{\gamma i\}\left(\frac{\beta}{\eta}\right)\left(\frac{j\Delta + s}{\eta}\right)^{\beta-1} \\ &\times \exp\left\{-\int\limits_{j\Delta}^{j\Delta+s} \exp\{\gamma i\}\left(\frac{\beta}{\eta}\right)\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} dt\right\}, \\ & s \in [0,\Delta) \end{aligned} \qquad (۱۴)$$

چگونگی به دست آوردن روابط فوق و استفاده از آنها در تعیین حد کنترلِ بهینه در دیگر مطالعات انجام شده[۲۰] تشریح شده است.

در بخش بعد، روابطی به‌منظور محاسبه‌ی متوسط هزینه‌ی تعویض ــ اعم از هزینه‌ی تعویض پیشگیرانه، تعویض به‌دلیل خرابی و هزینه‌ی بازرسی ــ به‌ازای یک برنامه‌ی بازرسی مشخص ارائه شده است.

۳. محاسبه‌ی متوسط هزینه‌ی کل در واحد زمان به‌ازای برنامه بازرسی مشخص $[I_0, I_1, I_2, ..., I_{M-1}, I_M]$ و حد کنترل g^*

در این قسمت مدلی به‌منظور محاسبه‌ی متوسط هزینه‌ی تعویض ــ اعم از پیشگیرانه یا ناشی از خرابی ــ و هزینه‌ی بازرسی، با توجه به استراتژی حد کنترل g^* ارائه می‌شود. بدین‌منظور، یک برنامه‌ی بازرسی را در نظر می‌گیریم که در آن بازرسی اول، دوم، سوم، ...، $M-1$اُم و Mاُم به‌ترتیب در زمان‌های I_1، I_2، I_3،...، I_{M-1} و I_M انجام می‌شود. برنامه‌ی بازرسی را به‌صورت بردار $[I_0, I_1, I_2, I_3, ..., I_{M-1}, I_M]$ نشان می‌دهیم که در آن $I_0 = 0$ و هزینه‌ی هر بازرسی برابر با C_{ins} است.

در هر بازرسی پس از اندازه‌گیری مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی، $Z(t)$، تابع توأم نرخ مخاطره، $h(t, Z(t))$، محاسبه و متعاقب آن هزینه‌ی مازاد تعویض به‌دلیل خرابی، $K(t, Z(t))$، تعیین می‌شود. چنانچه نامعادله‌ی $K(t,Z(t))h(t,Z(t)) \ge g^*$ برقرار باشد، تعویض پیشگیرانه انجام می‌شود و در غیر این صورت دستگاه تا بازرسی بعدی به کار خود ادامه می‌دهد و در صورت خرابی در هر زمان، تعویض به‌دلیل خرابی انجام می‌گیرد. معذالک، بسته به زمان انجام تعویض پیشگیرانه یا به‌دلیل خرابی، هزینه‌های تعویض و بازرسی و مدت زمان چرخه‌ی دستگاه متغیر است. به‌منظور محاسبه‌ی متوسط هزینه‌های تعویض و بازرسی در واحد زمان، ابتدا متوسط هزینه‌های تعویض و بازرسی و متوسط طول چرخه را به دست می‌آوریم. باید توجه داشت که بیشینه‌ی عمر دستگاه برابر $t_{g^*}(0) = inf\{t \ge 0|K(t,0)h(t,0) \ge g^*\}$ است. در این حالت دستگاه در بهترین وضعیت خود، $Z(t) = 0$، تا زمان $t_{g^*}(0)$ مشغول به کار بوده و در زمان $t_{g^*}(0)$ با توجه به $K(t,0)h(t,0) \ge g^*$، تعویض پیشگیرانه انجام می‌شود.

فرض کنید $G(I_l, Z_l)$ و $Y(I_l, Z_l)$ برای $l \ge 0$، به‌ترتیب معرف متوسط هزینه‌ی تعویض و بازرسی باقی مانده تا تعویض و متوسط زمان باقی مانده تا تعویض باشد، مشروط بر آن که دستگاه تا بازرسی lاُم یعنی تا زمان I_l سالم و وضعیت آن در این زمان برابر با Z_l باشد $Z(I_l) = Z_l$. اگر f معرف متوسط هزینه‌ی تعویض و

بازرسی در واحد زمان برای برنامه‌ی بازرسی مورد نظر باشد، داریم:

$$F = G(0,0)/Y(0,0) \tag{15}$$

به‌منظور محاسبه‌ی F در رابطه‌ی ۱۵، چهار تابع شاخص تعریف می‌کنیم.[۲۱] تابع $II(t, Z(t), a)$ برابر با ۱ است اگر و فقط اگر $t + a \geq t_g(Z(t))$، در غیر این صورت برابر با صفر است. تابع $II_1(t, Z(t))$ برابر با ۱ است اگر $K(t, Z(t))h(t, Z(t)) \geq g^*$، در غیر این صورت برابر با صفر است. تابع $II_2(l)$ برابر با ۱ است اگر بازرسی lاُم آخرین بازرسی باشد یعنی $l = M$، در غیر این صورت برابر با صفر است. همچنین روابط بازگشتی ۱۶ و ۱۷ به‌ترتیب به‌منظور محاسبه‌ی $G(I_l, Z_l)$ و $Y(I_l, Z_l)$برای $l \in \{0, 1, ..., M\}$ کاربرد دارد:

$$\begin{aligned}
G(I_l, Z_l) = {} & II_1(I_l, Z_l)(C + lC_{ins}) + (1 - II_1(I_l, Z_l)) \times \\
\Bigg(& II_2(l) \left(C + MC_{ins} + \int_0^{t_g(Z_M)-I_M} V(I_M/\Delta, Z_M, t)dt \right) + \\
& (1 - II_2(l)) \times \\
& \Bigg(II(I_l, Z_l, I_{l+1} - I_l) \times \\
& \left(C + lC_{ins} + \int_0^{t_g(Z_l)-I_l} V(I_l/\Delta, Z_l, t)dt \right) + \\
& 1 - II(I_l, Z_l, I_{l+1} - I_l) \times \\
& \Bigg((1 - R(I_l/\Delta, Z_l, I_{l+1} - I_l))(C + lC_{ins}) + \\
& \int_0^{I_{l+1}-I_l} V(I_l/\Delta, Z_l, t)dt + R(I_l/\Delta, Z_l, I_{l+1} - I_l) \times \\
& \sum_{i=Z_l}^{m} (P(I_l/\Delta, I_{l+1}/\Delta))_{Z_l,i} G(I_{l+1}, i) \Bigg) \Bigg) \Bigg)
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
Y(I_l, Z_l) = {} & (1 - II_1(I_l, Z_l)) \times \\
\Bigg(& II_2(l) \left(\int_0^{t_g(Z_M)-I_M} R(I_M/\Delta, Z_M, t)dt \right) + (1 - II_2(l)) \times \\
& \Bigg(II(I_l, Z_l, I_{l+1} - I_l) \left(\int_0^{t_g(Z_l)-I_l} R(I_l/\Delta, Z_l, t)dt \right) + \\
& 1 - II(I_l, Z_l, I_{l+1} - I_l) \times \\
& \Bigg(\int_0^{I_{l+1}-I_l} R(I_l/\Delta, Z_l, t)dt + R(I_l/\Delta, Z_l, I_{l+1} - I_l) \times \\
& \sum_{i=Z_l}^{m} (P(I_l/\Delta, I_{l+1}/\Delta))_{Z_l,i} Y(I_{l+1}, i) \Bigg) \Bigg) \Bigg)
\end{aligned} \tag{17}$$

به‌منظور محاسبه‌ی $G(I_l, Z_l)$ و $Y(I_l, Z_l)$ توسط روابط ۱۶ و ۱۷، باید تابع قابلیت اطمینان $R(j, i, t)$ و تابع $V(j, i, t)$ برای $t > \Delta$ محاسبه شود. باید توجه داشت که معادله‌ی ارائه شده در روابط ۵ و ۱۴ تنها برای $t \in [0, \Delta)$ معتبر است. در ادامه به نحوه‌ی محاسبه‌ی $R(j, i, t)$ و $V(j, i, t)$ برای $t > \Delta$ اشاره شده است.

به‌منظور محاسبه‌ی تابع قابلیت اطمینان برای $t > \Delta$ باید توجه داشت که برای این که دستگاه برای $t > \Delta$ واحد زمانی سالم بماند، مشروط بر آن که دستگاه تا زمان بازرسی jاُم، یعنی $j\Delta$، سالم بوده و در آن بازرسی در وضعیت i قرار داشته است، باید تا زمان $(j + 1)\Delta$ سالم باشد، که این رویداد با احتمال $R(j, i, \Delta)$ رخ می‌دهد. در این زمان، $(j + 1)\Delta$ وضعیت دستگاه به‌ترتیب با احتمالات $p_{ii}(j)$، $p_{i,j+1}(j)$، $p_{i,j+2}(j)$، ...، $p_{i,m}(j)$ در وضعیت‌های i، $i + 1$، $i + 2$، ...، m است. بنابراین، برای $t > \Delta$ نتیجه می‌شود: $R(j, i, t) = R(j, i, \Delta) \sum_{r=i}^{m} p_{i,r}(j) R(j + 1, r, t\Delta)$.

بدین ترتیب، تابع قابلیت اطمینان شرطی دستگاه، $R(j, i, t)$، برای $t > \Delta$ ــ مشروط بر آن که دستگاه تا زمان بازرسی iاُم سالم بوده و در آن بازرسی در وضعیت i باشد ــ توسط رابطه‌ی ۱۸ به دست می‌آید:[۲۱]

$$R(j, i, t) = \begin{cases} \exp\left\{ -\int_{j\Delta}^{j\Delta+t} \exp\{\gamma i\} \left(\frac{\beta}{\eta}\right) \left(\frac{s}{\eta}\right)^{\beta-1} ds \right\}, & 0 \leq t < \Delta \\ R(j, i, \Delta) \sum_{r=i}^{m} p_{i,r}(j) R(j + 1, r, t - \Delta), & t > \Delta \end{cases} \tag{18}$$

با جایگزینی رابطه‌ی ۱۸ در رابطه‌ی ۱۴، مقدار تابع $V(j, i, t)$ نیز برای $t > \Delta$ توسط رابطه‌ی ۱۹ به دست می‌آید.

$$V(j, i, t) = \begin{cases} K(j\Delta + t) \exp\{\gamma i\} \left(\frac{\beta}{\eta}\right) \left(\frac{j\Delta+t}{\eta}\right)^{\beta-1} \times \\ \exp\left\{ -\int_{j\Delta}^{j\Delta+t} \exp\{\gamma i\} \left(\frac{\beta}{\eta}\right) \left(\frac{s}{\eta}\right)^{\beta-1} ds \right\}, & 0 \leq t < \Delta \\ R(j, i, \Delta) \sum_{r=i}^{m} p_{i,r}(j) V(j + 1, r, t - \Delta), & t > \Delta \end{cases} \tag{19}$$

همچنین در روابط ۱۶ و ۱۷، $P(I_l/\Delta, I_{l+1}/\Delta)$ معرف ماتریس احتمال انتقال وضعیت چندمرحله‌یی (فواصل زمانی معادل مضربی صحیح از Δ) است. هر عضو این ماتریس نشان‌گر احتمال شرطی انتقال وضعیت از بازرسی lاُم به بازرسی $l + 1$اُم است. باید توجه داشت که ماتریس احتمال انتقال بیان شده در رابطه‌ی ۱، که در روابط ۱۱ و ۱۲ به کار رفته است، بیان‌گر احتمال انتقال یک مرحله‌یی (فاصله‌ی زمانی به‌طول Δ) است و درمورد فواصل زمانی بزرگ‌تر از Δ درست نیست. در ادامه به نحوه‌ی محاسبه‌ی ماتریس احتمال انتقال وضعیت چندمرحله‌یی اشاره شده است.

اگر $P(j\Delta, (j+\alpha)\Delta)$ بیان‌گر ماتریس احتمال انتقال چندمرحله‌یی در فاصله‌ی زمانی $j\Delta$ و $(j + \alpha)\Delta$ باشد، به‌طوری که $\alpha \geq 2$، آنگاه $P(j\Delta, (j + \alpha)\Delta)$ مطابق رابطه‌ی ۲۰ محاسبه می‌شود.[۲۱]

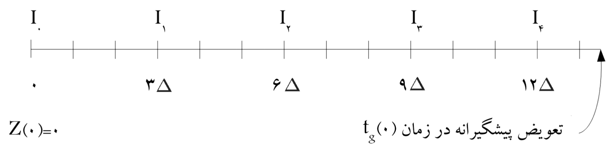
$$\begin{aligned} P(j\Delta, (j + \alpha)\Delta) = {} & R(j, \alpha\Delta)^{-1} \times \prod_{n=j}^{j+\alpha-1} R(n, \Delta) \\ & \times P(n\Delta, (n + 1)\Delta) \end{aligned} \tag{20}$$

به‌طوری که $R(j, \alpha\Delta)$ ماتریس قطری ماتریس ۲۱ است.

$$\begin{pmatrix} R(j, 0, \alpha\Delta) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R(j, 1, \alpha\Delta) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & R(j, m, \alpha\Delta) \end{pmatrix} \tag{21}$$

جدول ۱. محاسبه‌ی حد کنترل بهینه به‌ازای $\Delta = ۱$.

تکرار	$\phi(g)$	$W(۰,۰)$	$\varphi(۰,۰)$	$k_۲$	$k_۱$	$k_۰$	$t_g(۲)$	$t_g(۱)$	$t_g(۰)$	g
۱	۲٫۷۲۸۶۵	۷٫۸۰۳۶۲	۱۱٫۲۹۳۳۴	۶	۱۱	۲۱	۵٫۷۸۸۳۸	۱۰٫۸۱۵۱۴	۲۰٫۲۰۷۲۴	۵٫۰۰۰۰
۲	۲٫۴۶۴۱۲	۶٫۲۱۸۸۸	۵٫۳۲۴۰۸	۴	۷	۱۳	۳٫۶۶۲۲۸	۶٫۸۴۲۶۵	۱۲٫۷۸۴۹۷	۲٫۷۲۸۶۵
۳	۲٫۴۵۸۵۷	۵٫۹۶۵۲۹	۴٫۶۶۶۱۰	۴	۷	۱۲	۳٫۳۹۰۶۴	۶٫۳۳۵۰۷	۱۱٫۸۳۶۶	۲٫۴۶۴۱۲
۴	۲٫۴۵۸۵۷	۵٫۹۵۹۶۹	۴٫۶۵۲۳۳	۴	۷	۱۲	۳٫۳۸۴۸۷	۶٫۳۲۴۲۹	۱۱٫۸۱۶۴۵	۲٫۴۵۸۵۷



شکل ۲. برنامه‌ی بازرسی با فواصل زمانی ثابت به‌طول ۳Δ.

۴. بهینه‌سازی برنامه‌ی بازرسی با فواصل زمانی ثابت

چنان که پیش‌تر نیز اشاره شد، در صورت ناچیز بودن هزینه‌ی بازرسی در مقابل هزینه‌های تعویض، تعویض پیشگیرانه و تعویض به‌دلیل خرابی، بدیهی است انجام بازرسی در فواصل زمانی Δ، خطر ناشی از خرابی دستگاه را می‌کاهد. در این حالت می‌توان حد کنترل بهینه را به‌وسیله‌ی روابط ۶، ۱۱ و ۱۲ به دست آورد. اما در شرایطی که انجام بازرسی مستلزم صرف هزینه باشد، کاهش تعداد بازرسی‌ها از یک‌سو موجب کاهش هزینه‌ی بازرسی خواهد بود و از سویی دیگر این خطر را افزایش می‌دهد که به‌دلیل عدم اطلاع از وضعیت دستگاه، اقدامات پیشگیرانه‌ی به‌موقع، برای پیشگیری از وقوع خرابی صورت نگیرد و درنتیجه تعداد وقوع خرابی‌های غیرمترقبه و هزینه‌های ناشی از آنها افزایش یابد. به‌عکس، با افزایش تعداد بازرسی‌ها وگردآوری هرچه بیشتر اطلاعات از وضعیت دستگاه، علی‌رغم کاهش ریسک ناشی از خرابی، هزینه‌ی بازرسی به‌همان میزان افزایش می‌یابد. از این رو باید بین هزینه‌ی بازرسی و هزینه‌های ناشی از خرابی دستگاه توازنی برقرار شود.

به‌منظور تعیین بهترین فاصله‌ی بازرسی و حد کنترل متناظر با آن، فرض می‌کنیم که دستگاه در فواصل مختلف (فواصل زمانی معادل مضاربی صحیح از Δ) بازرسی می‌شود. به‌عبارت دیگر انجام بازرسی در هر $\alpha\Delta$ واحد زمانی، $\alpha = \{۱, ۲, ۳, ...\}$ صورت می‌پذیرد. به‌عنوان مثال در شکل ۲ برنامه‌ی بازرسی در حالتی نشان داده شده که بازرسی‌ها در فواصل زمانی ۳Δ انجام می‌شود، $\alpha = ۳$. سپس با محاسبه‌ی متوسط هزینه‌ی کل در واحد زمان به‌ازای هر فاصله‌ی بازرسی، فاصله بازرسی دربر دارنده‌ی کم‌ترین هزینه به‌عنوان فاصله‌ی بازرسی بهینه انتخاب می‌شود.

به‌طور خلاصه، ابتدا حد کنترل بهینه با استفاده از روش تکرار نقطه ثابت و با استفاده از روابط ۶، ۱۱ و ۱۲ محاسبه می‌شود. سپس با توجه به رابطه‌ی ۱۵ الی ۱۷، با مقایسه‌ی متوسط هزینه‌ی کل در واحد زمان برای تمام فواصل ممکن در بازرسی (مقادیر مختلف $\alpha\Delta$)، بهترین مقدار $\alpha\Delta$ تعیین می‌شود.

۱.۴. مثال عددی

تابع توأم نرخ مخاطره‌ی یک دستگاه گیربکس مربوط به ماشین‌های سنگین انتقال مواد در معادن[۱۴] به‌صورت $h(t, Z(t)) = (\beta/\eta(t/\eta)^{\beta-۱}) \exp\{\gamma Z(t)\}$ فرض شده است. در هر بازرسی، میزان ذرات فلز در روغن از طریق آنالیز روغن اندازه‌گیری می‌شود. با توجه به میزان ذرات فلز اندازه‌گیری شده در هر بازرسی، سه وضعیت قابل تصور است: $S = \{۰, ۱, ۲\}$ (وضعیت صفر بهترین و وضعیت ۲ بدترین). فرض بر این است که برای تعدادی از این نوع گیربکس در یک دوره‌ی زمانی خاص، بازرسی‌ها در فواصل زمانی Δ انجام شده و پس از ثبت نتایج، با استفاده از این اطلاعات مقادیر β، η و γ مربوط به تابع مذکور معادل $\beta = ۲٫۳۲۳$، $\eta = ۲۱٫۴۵۷$ و $\gamma = ۰٫۸۲۷$ برآورد می‌شود. همچنین ماتریس احتمال انتقال وضعیت چنین تخمین زده شده است:

$$P(j) = \begin{pmatrix} ۰٫۷۴۹ & ۰٫۲۵۱ & ۰ \\ ۰ & ۰٫۸۱۱ & ۰٫۱۸۹ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{pmatrix} \quad , j = ۱, ۲, ۳, ...$$

فرض کنید هزینه‌ی تعویض پیشگیرانه $C = ۱۰$، هزینه‌ی بازرسی $C_{ins} = ۲$ و هزینه‌ی مازاد به‌دلیل خرابی، تابعی وابسته به عمر و وضعیت دستگاه چنین تخمین زده شده باشد:

$$K(t, Z(t)) = ۵۰ - ۲۰ \exp\{-t(Z(t) + ۱)\}$$

می‌خواهیم استراتژی بهینه، شامل حد کنترل بهینه و فاصله‌ی بهینه بین بازرسی‌های متوالی را برای این نوع گیربکس به دست آوریم. بدین‌منظور، ابتدا به‌ازای $\Delta = ۱$ حد کنترل بهینه را با استفاده از روش تکرار نقطه‌ی ثابت و روابط ۶، ۱۱ و ۱۲ محاسبه می‌کنیم (جدول ۱). چنان که مشاهده می‌شود، به‌ازای $\Delta = ۱$ حد بهینه و هزینه‌ی متناظر با آن معادل $g^* = ۲٫۴۵۸۵۷$ محاسبه می‌شود.

در مرحله‌ی بعد، با استفاده از روابط ۱۵ تا ۱۷، هزینه‌های تعویض و بازرسی را به‌ازای تمام فواصل زمانی فرضی ممکن بین اجرای بازرسی‌های متوالی، $\alpha\Delta$، به دست می‌آوریم. در جدول ۲ نتایج مربوط به اجرای بازرسی‌ها با فرض مقادیر $\alpha = ۱, ۲, ..., ۱۰$ خلاصه شده است.

جدول ۲. مقایسه‌ی متوسط مجموع هزینه‌ها به‌ازای فواصل مختلف بین اجرای بازرسی‌های متوالی.

α	$G(۰,۰)$	$Y(۰,۰)$	$F = G(۰,۰)/Y(۰,۰)$
۱	۲۶٫۵۷۱۷۱	۵٫۹۵۹۶۹	۴٫۴۵۸۵۷
۲	۲۱٫۷۲۰۴۰	۶٫۲۰۳۷۲	۳٫۵۰۱۱۹
۳	۲۰٫۸۳۸۳۰	۶٫۴۵۷۶۳	۳٫۲۲۶۹۳
۴	۲۰٫۷۰۶۲۸	۶٫۶۵۶۷۵	۳٫۱۱۰۵۷
۵	۲۰٫۶۴۱۴۱	۶٫۸۰۵۳۲	۳٫۰۳۳۱۳
۶	۲۱٫۶۲۱۶۷	۷٫۰۶۸۰۴	۳٫۰۵۹۰۸
۷	۲۳٫۲۰۷۶۸	۷٫۳۶۶۷۷	۳٫۱۵۰۳۲
۸	۲۵٫۵۳۳۶۲	۷٫۹۰۳۷۷	۳٫۲۳۰۵۶
۹	۲۹٫۲۲۱۷۰	۸٫۴۸۹۲۶	۳٫۴۴۲۲۰
۱۰	۳۳٫۱۷۳۸۴	۹٫۰۳۰۷۵	۳٫۶۷۳۴۳

با توجه به جدول ۲، بهترین فاصله‌ی بازرسی برای دستگاه برابر ۵Δ است. با این استراتژی متوسط کل هزینه‌ها در واحد زمان برابر با ۳٫۰۳۳۱۳ خواهد شد.

۵. بهینه‌سازی برنامه‌ی بازرسی مبتنی بر عمر دستگاه

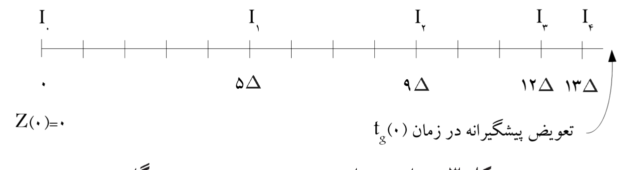
با توجه به صعودی بودن تابع توأم نرخ مخاطره، $h(t, Z(t))$، و تابع هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی، $K(t, Z(t))$، دستگاه در اوایل عمر خود از وضعیت خوبی برخوردار است و ریسک ناشی از خرابی، $K(t, Z(t))h(t, Z(t))$، کم است. با گذشت زمان و افزایش عمر، دستگاه فرسوده شده و وضعیت آن تنزل و درنتیجه ریسک ناشی از خرابی افزایش می‌یابد. معذالک، انجام بازرسی به تعداد زیاد در اوایل عمر دستگاه، با توجه به وضعیت خوب آن در اوایل عمر، اطلاعات مفیدی درمورد وضعیت آن به دست نمی‌دهد. به‌عبارت دیگر کاهشِ هزینه‌ی ناشی از کاهش ریسک خرابی به‌دلیل انجام متعدد بازرسی در اوایل عمر دستگاه، در مقایسه با هزینه‌ی تحمیلی به‌منظور انجام بازرسی‌ها، مقرون به صرفه نیست. معذالک، با افزایش عمر دستگاه و تنزل وضعیت آن، به‌منظور از دست ندادن تعویض پیشگیرانه برای جلوگیری از وقوع خرابی، بهتر است تعداد بازرسی‌ها افزایش یابد. به‌عبارت دیگر، برنامه‌ی بازرسی مبتنی بر عمر دستگاه می‌تواند توجیه بهتری داشته باشد (شکل ۳).

با توجه به تعدد برنامه‌های بازرسی ممکن در بعضی از مسائل، یافتن برنامه‌ی بازرسی بهینه مبتنی بر عمر دستگاه می‌تواند شامل بررسی تعداد معتنابهی از برنامه‌های بازرسی باشد. به‌عنوان مثال، در زمان‌های Δ، ۲Δ، ۳Δ،...، ۱۳Δ امکان اجرا یا عدم اجرای بازرسی وجود دارد (شکل ۳) که معادل $۲^{۱۳}$ برنامه بازرسی است. بدیهی است بررسی برنامه‌های بازرسی‌های ممکن و محاسبه‌ی هزینه‌ی آنها در صورتی که $t_g(۰)$ مقداری بزرگ باشد، روشی ناکارآمد و زمان‌بر است.

روش پیشنهادی شامل ۲ مرحله است:[۲۱] ۱. با توجه به روابط بیان شده در بخش ۲، ابتدا حد کنترل بهینه را در حالتی که دستگاه در فواصل زمانی $۱ = \Delta$ بازرسی می‌شود، به دست می‌آوریم. ۲. برنامه‌ی بازرسی بهینه‌ی مبتنی بر عمر دستگاه، که هزینه‌های تعویض و بازرسی را کمینه می‌کند، به‌وسیله‌ی الگوریتم جست‌وجوی A^* به دست می‌آید. در برنامه‌ی بازرسی مبتنی بر عمر دستگاه فرض می‌شود، فواصل مابین بازرسی‌ها مضربی صحیح از فاصله‌ی پایه بین بازرسی‌ها (Δ) است. باید توجه داشت که برنامه‌ی بازرسی به دست آمده در مرحله‌ی ۲ به‌وسیله‌ی الگوریتم A^*، برنامه‌ی بازرسی بهینه برای حد کنترل به دست آمده در مرحله‌ی ۱ است.

۱.۵. تعیین برنامه‌ی بازرسی بهینه مبتنی بر عمر دستگاه به‌وسیله‌ی الگوریتم جست‌وجوی A^*

تعیین برنامه‌ی بازرسی بهینه را می‌توان به‌عنوان جست‌وجو در درختی متشکل از



شکل ۳. برنامه‌ی بازرسی مبتنی بر عمر دستگاه.

گره‌ها، که هر گره آن معرف یک برنامه‌ی بازرسی است، در نظر گرفت. به‌وسیله‌ی الگوریتم جست‌وجوی A^* راستای جست‌وجو و به تبع آن تولید گره‌های مابعد در درخت تصمیم‌گیری مشخص می‌شود. معیار ارزیابی و میزان امید به گره به‌وسیله‌ی تخمینی از هزینه‌ی برنامه‌ی بازرسی متناظر با آن گره مشخص می‌شود. برنامه‌ی بازرسی متناظر با یک گره ممکن است برنامه‌یی ناقص یا کامل باشد. گره متناظر با یک برنامه‌ی کامل و ناقص به‌ترتیب گره هدف و غیر هدف نامیده می‌شوند. برنامه‌ی ناقص، اصطلاحاً به برنامه‌ی قابل انشعاب اطلاق می‌شود و برنامه کامل، برنامه‌یی است که قابل انشعاب نیست. گره اولیه گره‌یی است که در آن هیچ‌گونه بازرسی برنامه‌ریزی نشده است، این گره را به‌صورت $[۰]$ نشان می‌دهیم. جست‌وجو وقتی متوقف می‌شود که گره هدف در میان گره‌های غیر هدف موجود دارای کم‌ترین هزینه باشد.[۲۳]

گره u را به‌صورت بردار با نام N_u نشان می‌دهیم. این بردار معرف یک برنامه‌ی بازرسی است و اعضای آن زمان بازرسی‌های برنامه‌ریزی شده تا حال را نشان می‌دهد. بنابراین گره u معرف برنامه‌ی بازرسی ناقصی است که تاکنون ساخته شده و ممکن است بازرسی‌های دیگری نیز به آن اضافه شود. به‌عنوان مثال گره $N_{۱۲} = [۰, ۲, ۵, ۸]$ نشان‌دهنده‌ی گره دوازدهم است که در آن ۳ بازرسی تاکنون به‌ترتیب در زمان‌های ۲، ۵ و ۸ برنامه‌ریزی شده است. از یک گره مشخص گره‌های منشعب به دو صورت تولید می‌شود: ۱. افزودن یک بازرسی به آخرین بازرسی موجود در برنامه؛ ۲. افزودن کاراکتر G به آخر برنامه‌ی بازرسی موجود که نشان می‌دهد گره مذکور به‌عنوان یک گره هدف در نظر گرفته شده و برنامه‌ی بازرسی متناظر با آن به‌عنوان یک برنامه‌ی بازرسی کامل قابل انشعاب نیست. باید توجه داشت که دستگاه حداکثر تا زمان $t_g(۰)$ قابل بازرسی است و بنابراین اگر گره کنونی $N_{۱۲} = [۰, ۲, ۵, ۸]$ باشد و حداکثر زمان انجام بازرسی برابر $t_g(۰) = ۱۱$ باشد، گره‌های منشعب از این گره به‌صورت $N_{۱۳} = [۰, ۲, ۵, ۸, ۹]$، $N_{۱۴} = [۰, ۲, ۵, ۸, ۱۰]$، $N_{۱۵} = [۰, ۲, ۵, ۸, ۱۱]$ و $N_{۱۶} = [۰, ۲, ۵, ۸, G]$ خواهد بود.

تابع هزینه‌ی $H(N)$ که برای هر گره محاسبه می‌شود، نشان‌دهنده‌ی میزان امید به گره است و جهت و سوی جست‌وجو را مشخص می‌کند.[۲۴] در الگوریتم جست‌وجوی A^*، هر تابع هزینه‌یی که نامعادله‌ی $H(N) \leq F^*(N)$ را برای تمام Nها برقرار کند، دست یافتن به جواب بهینه را تضمین می‌کند.[۲۴] $F^*(N)$، که در گره N مقدار قطعی آن مشخص نیست، معرف کم‌ترین هزینه‌یی است که در صورت انشعاب گره N حاصل می‌شود. مقدار محاسبه‌شده برای تابع هزینه‌ی $H(N)$ بر تعداد گره‌های تولید شده در درخت تصمیم‌گیری مؤثر است. هر اندازه مقدار تابع هزینه‌ی $H(N)$ به مقدار $F^*(N)$ نزدیک‌تر باشد، تعداد گره‌های منشعب برای رسیدن به گره بهینه کم‌تر خواهد بود. بنابراین باید تابع هزینه‌ی $H(N)$ طوری انتخاب شود که مقدار آن کم‌تر و در عین حال نزدیک به $F^*(N)$ باشد.[۲۴]

هزینه‌ی متوسط برای یک برنامه‌ی بازرسی، $H(N)$، شامل هزینه‌های تعویض به‌دلیل خرابی، تعویض پیشگیرانه و هزینه‌ی بازرسی است. این هزینه برای گره‌های هدف که برنامه‌ی بازرسی آنها کامل است، به‌وسیله‌ی روابط ۱۵ تا ۱۷ به‌طور دقیق قابل محاسبه است. اما درمورد گره‌های غیرهدف، که برنامه بازرسی در این‌گونه گره‌ها به‌طور کامل مشخص نشده، قابل محاسبه نیست. درمورد گره‌های غیرهدف به‌منظور تخمین $H(N)$، ابتدا برنامه‌ی بازرسی این گره‌ها را اصلاح می‌کنیم.[۲۳] برنامه‌ی بازرسی را به‌گونه‌یی تغییر می‌دهیم که با افزودن تعداد ممکن بازرسیِ بدونِ هزینه به برنامه‌ی بازرسی، آن را به یک برنامه بازرسی کامل تبدیل می‌کنیم. سپس هزینه‌ی کل در واحد زمان را برای برنامه‌ی بازرسی اصلاح‌شده محاسبه می‌کنیم.

به‌عنوان مثال اگر گره غیر هدف کنونی $N_{12} = [0, 2, 5, 8]$ باشد و بیشترین زمان انجام بازرسی برابر $t_g(0) = 11$ باشد، برنامه بازرسی اصلاح شده به‌صورت $[0, 2, 5, 8, \overline{9, 10, 11}]$ خواهد بود که در آن سه بازرسیِ بدونِ هزینه به‌ترتیب در زمان‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ اضافه شده است. با توجه به بی‌هزینه‌بودن سه بازرسی اضافه شده به برنامه‌ی بازرسی، هزینه‌ی برنامه‌ی بازرسی $[0, 2, 5, 8, \overline{9, 10, 11}]$ قطعاً از هزینه‌ی برنامه‌های بازرسی منشعب از N_{12} کم‌تر خواهد بود. بنابراین تابع هزینه‌ی $H(N)$، یافتن گره بهینه را تضمین می‌کند. روابط مورد نیاز به‌منظور محاسبه‌ی تابع هزینه برای برنامه‌های بازرسی اصلاح شده در بخش ۲.۵ ارائه شده است.

الگوریتم A^*، که به‌منظور یافتن برنامه‌ی بازرسی بهینه به کار گرفته شده، از گره اولیه که در آن هیچ‌گونه بازرسی برنامه‌ریزی نشده شروع می‌شود. در هر مرحله، از میان گره‌های تولیدشده گرهی انتخاب می‌شود که کم‌ترین هزینه‌ی $H(N)$ را دارد. اگر گره انتخاب‌شده گره هدف باشد الگوریتم متوقف می‌شود و گره هدف به‌عنوان گره بهینه، و برنامه‌ی بازرسی آن به‌عنوان برنامه بازرسی بهینه انتخاب می‌شود. اما اگر گره با کم‌ترین $H(N)$ گره غیرهدف باشد، گره‌هایی منشعب از آن گره تولید، و برای انشعاب بیشتر وارد لیستی به‌نام OPEN می‌شوند. الگوریتم A^* به شرح زیر است.

۱. گره اولیه را در لیست OPEN قرار می‌دهیم.

۲. گره N که دارای کم‌ترین $H(N)$ است از لیست OPEN خارج می‌شود. در صورتی که چند گره به‌طور همزمان دارای کم‌ترین هزینه باشند، به‌دلخواه یک گره انتخاب می‌شود.

الف) چنانچه گره N گره هدف باشد، الگوریتم متوقف می‌شود و گره N به‌عنوان گره بهینه انتخاب می‌شود.

ب) در صورتی که گره N غیر هدف باشد، گره‌هایی منشعب از گره N تولید می‌شود (N').

۳. برای هر گره N'، برنامه‌ی بازرسی متناظر با آن اصلاح، و هزینه‌ی متناظر با آن، $H(N')$، محاسبه می‌شود.

۴. گره‌های جدید تولید شده و هزینه‌ی متناظرشان در لیست OPEN قرار می‌گیرند.

۵. رجوع به گام ۲.

۲.۵. محاسبه‌ی متوسط هزینه‌ی تعویض و بازرسی در واحد زمان برای برنامه‌ی بازرسی ناقص $[I_0, I_1, ..., I_N, \overline{I_{N+1}, ..., I_{M-1}, I_M}]$

در این بخش متوسط هزینه در واحد زمان برای برنامه‌های بازرسی ناقص محاسبه می‌شود. فرض کنید در یک گره برنامه‌ی بازرسی‌ها شامل M بازرسی باشد که در آن بازرسی‌های ۱ تا N به‌اندازه‌ی C_{ins} هزینه‌بر است و $M - N$ بازرسی باقی مانده بدون هزینه است. به‌منظور محاسبه‌ی متوسط هزینه در واحد زمان، به‌طور مشابه با مطالب مطرح شده در قسمت قبل، از روابط ۱۵ تا ۱۷ استفاده می‌شود؛ معذالک به جای استفاده از رابطه‌ی ۱۶ از رابطه‌ی ۲۲ استفاده خواهد شد. در حقیقت وجود بازرسی‌های بدونِ هزینه در این رابطه لحاظ شده است.

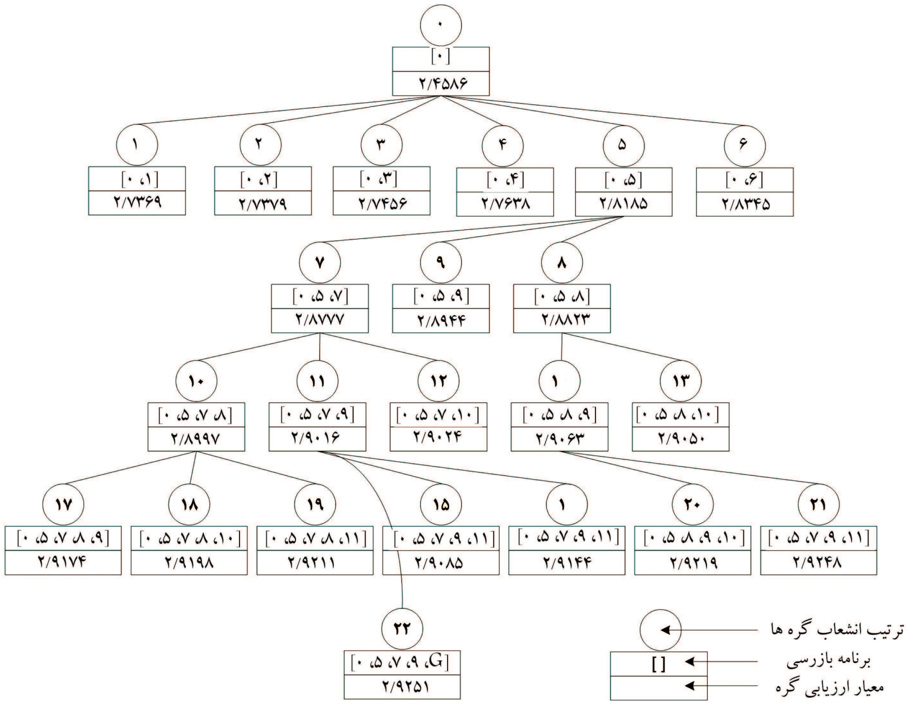
$$
\begin{aligned}
&G(I_l, Z_l) = II_3(l, N)\times\\
&\left(\begin{array}{l}
II_1(I_l, Z_l)(C + lC_{ins}) + (1 - II_1(I_l, Z_l))\times\\
\left(\begin{array}{l}
II(I_l, Z_l, I_{l+1} - I_l)\left(C + lC_{ins} + \right.\\
\left.\int\limits_0^{t_g(Z_l)-I_l} V(I_l/\Delta, Z_l, t)dt\right) + 1 - II(I_l, Z_l, I_{l+1} - I_l)\times\\
\left(\begin{array}{l}
(1 - R(I_l/\Delta, Z_l, I_{l+1} - I_l))(C + lC_{ins}) +\\
\int\limits_0^{I_{l+1}-I_l} V(I_l/\Delta, Z_l, t)dt + R(I_l/\Delta, Z_l, I_{l+1} - I_l)\times\\
\sum\limits_{i=Z_l}^{m} (P(I_l/\Delta, I_{l+1}/\Delta))_{Z_l,i}G(I_{l+1}, i)
\end{array}\right)
\end{array}\right)
\end{array}\right)\\
&+(1 - II_3(l, N))\times\\
&\left(\begin{array}{l}
II_1(I_l, Z_l)(C + NC_{ins}) + (1 - II_1(I_l, Z_l))\times\\
\left(\begin{array}{l}
II_2(l)\left(C + NC_{ins} + \right.\\
\left.\int\limits_0^{t_g(Z_M)-I_M} V(I_M/\Delta, Z_M, t)dt\right) + (1 - II_2(l))\times\\
\left(\begin{array}{l}
II(I_l, Z_l, I_{l+1} - I_l)\left(C + NC_{ins} + \right.\\
\left.\int\limits_0^{t_g(Z_l)-I_l} V(I_l/\Delta, Z_l, t)dt\right) +\\
1 - II(I_l, Z_l, I_{l+1} - I_l)\times\\
\left(\begin{array}{l}
(1 - R(I_l/\Delta, Z_l, I_{l+1} - I_l))(C + NC_{ins}) +\\
\int\limits_0^{I_{l+1}-I_l} V(I_l/\Delta, Z_l, t)dt + R(I_l/\Delta, Z_l, I_{l+1} - I_l)\times\\
\sum\limits_{i=Z_l}^{m} (P(I_l/\Delta, I_{l+1}/\Delta))_{Z_l,i}G(I_{l+1}, i)
\end{array}\right)
\end{array}\right)
\end{array}\right)
\end{array}\right)
\end{aligned}
\tag{22}
$$

در رابطه‌ی ۲۲، شاخص $II_3(l, N)$ برابر با ۱ است درصورتی که $l \leq N$ و در غیر این صورت برابر با صفر است. برای روشن‌تر شدن مدل و روش پیشنهادی، در بخش بعدی یک مثال عددی ارائه شده است.

۳.۵. مثال عددی

مثال قسمت ۱.۴. را در نظر بگیرید. هدف این است که برنامه‌ی بازرسی بهینه مبتنی بر عمر دستگاه را به دست آوریم. ابتدا با استفاده از روابط ۶، ۱۱ و ۱۲ حد کنترل بهینه به‌ازای $\Delta = 1$ را محاسبه می‌کنیم: $g^* = 2{,}45857$، (جدول ۱).

به‌منظور یافتن برنامه‌ی بازرسی بهینه‌ی مبتنی بر عمر، الگوریتم جست‌وجوی A^* به همراه روابط ۱۵ تا ۱۷ و ۲۲ مورد استفاده قرار می‌گیرد. در شکل ۴ درخت تصمیم‌گیری متشکل از گره‌های تولیدشده نشان داده شده است. الگوریتم جست‌وجو از گره صفر شروع می‌شود؛ این گره به لیست OPEN اضافه می‌شود. گام‌های اجرایی این الگوریتم عبارت‌اند از: ۱. با توجه به این که گره صفر تنها گره موجود در لیست OPEN است، از این لیست خارج می‌شود؛ ۲. گره صفر گره هدف نیست، بنابراین گام ۲الف برقرار نیست. بنا بر گام ۲ب، گره‌های منشعب از گره صفر تولید می‌شوند. با توجه به این که $t_0 = 11{,}81645$، بیشترین زمانی که در آن امکان بازرسی وجود دارد برابر با ۱۱ است. بنابراین گره‌های منشعب از گره صفر به‌صورت $[0, 1]$، $[0, 2]$، $[0, 3]$، ...، $[0, 9]$، $[0, 10]$، $[0, 11]$ و $[0, G]$ خواهد بود. ۳. برای هر گره غیر هدف برنامه‌ی بازرسی اصلاح‌شده و تابع هزینه‌ی H متناظر با آن برنامه‌ی بازرسی تعیین می‌شود. به‌عنوان مثال برای برنامه‌ی بازرسی $[0, 4]$، برنامه



شکل ۴. گره‌های تولید شده به‌وسیله‌ی الگوریتم جست‌وجوی A^*.

اصلاح‌شده [۰, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱] و هزینه‌ی آن برابر با ۲٫۷۶۳۸ محاسبه می‌شود. سپس، تمام گره‌های تولید شده به لیست OPEN اضافه می‌شود. ۴. گره با کم‌ترین هزینه از لیست OPEN خارج می‌شود. در این مثال گره [۰, ۱] با هزینه‌ی ۲٫۷۳۶۹ کم‌ترین‌هزینه را دارد. گره‌های بعدی از گره [۰, ۱] منشعب می‌شود؛ گره‌های منشعب به‌صورت [۰, ۱, ۲]، [۰, ۱, ۳]، [۰, ۱, ۴]، ...، [۰, ۱, ۹]، [۰, ۱, ۱۰]، [۰, ۱, ۱۱] و [۰, ۱, G] خواهد بود. تابع هزینه‌ی H برای هرکدام از گره‌های تولیدشده محاسبه می‌شود و این گره‌ها در لیست OPEN قرار می‌گیرد. گره بعدی که از لیست OPEN حذف می‌شود، گره [۰, ۲] است و الگوریتم ادامه می‌یابد.

در شکل ۴ شماره‌های موجود در دایره‌ها نشان‌دهنده‌ی ترتیب گره‌های خارج شده از لیست OPEN است. چنان که مشاهده می‌شود در تکرار ۲۳ الگوریتم، گره هدف کم‌ترین هزینه را در بین گره‌های موجود در لیست OPEN دارد. بنابراین گام ۲الف برقرار، جست‌وجو متوقف، گره ۲۲ به‌عنوان گره بهینه انتخاب، و برنامه‌ی بازرسی [۰, ۵, ۷, ۹, G] به‌عنوان برنامه‌ی بازرسی بهینه تعیین می‌شود. بنابراین بازرسی‌ها در زمان‌های ۵، ۷ و ۹ انجام خواهد شد. در هر بازرسی درصورت برقراری نامعادله‌ی $K(t,i)h(t,i) \geq$ ۲٫۴۵۸۵۷ تعویض پیشگیرانه انجام و در غیر این صورت دستگاه تا بازرسی بعدی به کار خود ادامه می‌دهد. هزینه‌ی این استراتژی تعویض برابر با ۲٫۹۲۵۱ است.

با مقایسه‌ی هزینه‌ی کل در این مثال و مثال مطرح شده در قسمت قبل، دیده می‌شود که برنامه‌ی بازرسی بهینه با فواصل بازرسی غیرثابت [۰, ۵, ۷, ۹] در مقایسه با برنامه‌ی بازرسی بهینه با فواصل بازرسی ثابت [۰, ۵, ۱۰]، حدود ۵٫۳۱٪ هزینه‌ی کل را کاهش می‌دهد. واضح است که انتخاب هریک از دو برنامه‌ی بازرسی فوق متأثر از امکانات اجرایی مؤسسه است. اغلب در سازمان‌ها، انجام بازرسی‌ها با فواصل زمانی ثابت و با سهولت بیشتری صورت می‌گیرد چرا که انجام بازرسی‌ها با فواصل زمانی غیر ثابت مستلزم کنترل بیشتر و برنامه‌ریزی دقیق‌تر است.

معذالک در مثال مورد بررسی در این نوشتار، اجرای برنامه‌ی بازرسی [۰, ۵, ۷, ۹] در مقایسه با برنامه‌ی [۰, ۵, ۱۰] از نقطه نظر هزینه، مقرون به صرفه‌تر خواهد بود.

۶. نتیجه‌گیری

در نوشتار حاضر، مدلی به‌منظور بهینه‌سازی تصمیمات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه با لحاظ هزینه‌های خرابی متغیر و با معیار کمینه‌سازی متوسط مجموع هزینه‌ها در واحد زمان در بلندمدت ارائه شد. مدل پیشنهادی با الگوبرداری از مدل مطرح شده‌ی پیشین،[۲۱] و بسط و تکمیل آن[۲۰] مطرح شده است و این امکان را به وجود می‌آورد که فاصله‌ی زمانی بهینه بین اجرای بازرسی‌های متوالی با توجه به هزینه‌های تعویض به‌دلیل خرابی، تعویض پیشگیرانه و هزینه‌های بازرسی با فرض غیر نزولی بودن هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی، تعیین شود. در روش پیشنهادی، ابتدا هزینه‌ی کل سیستم به‌ازای یک برنامه‌ی بازرسی مشخص فرموله شده است. سپس، به‌منظور یافتن برنامه‌ی بازرسی بهینه با فواصل بازرسی ثابت، هزینه‌ی کل سیستم برای برنامه‌های بازرسی مختلف با فواصل بازرسی ثابت محاسبه و با مقایسه‌ی این مقادیر، برنامه‌ی بازرسی بهینه با فواصل بازرسی ثابت تعیین می‌شود. به‌منظور یافتن برنامه‌ی بازرسی بهینه با فواصل بازرسی غیرثابت، الگوریتم جست‌وجوی A^* برای جست‌وجو بین برنامه‌های بازرسی ممکن به کار گرفته می‌شود تا برنامه‌ی بازرسی بهینه با فواصل بازرسی غیرثابت تعیین شود. تابع هزینه‌ی ابتکاری پیشنهادی که در الگوریتم جست‌وجوی A^* برای محاسبه‌ی حدِ پایینِ هزینه‌ی کل استفاده می‌شود، راستای جست‌وجو را هدایت، تعداد گره‌های تولید شده را کمینه و به دست آوردن جواب بهینه را تضمین می‌کند.

واضح است که برنامه‌ی بازرسی بهینه با فواصل بازرسی غیرثابت در مقایسه

با برنامه‌ی بازرسی بهینه با فواصل بازرسی ثابت، هزینه‌ی کل کم‌تری دارد و لذا مرجح است. علت این امر بزرگ‌تر بودن فضای جست‌وجو در حالت اول (فواصل بازرسی غیرثابت) از فضای جست‌وجو در حالت دوم (فواصل بازرسی ثابت) است. مع‌ذالک از نقطه‌نظر عملیاتی، انتخاب هریک از برنامه‌های بازرسی مذکور متأثر از توان عملیاتی و منابع اجرایی مؤسسه است.

فهرست علائم

T: متغیر تصادفی معرف زمان خرابی دستگاه؛

$Z(t)$: مقدار متغیر تشخیص خرابی، اندازه‌گیری‌شده در زمان t؛

P: ماتریس احتمال انتقال یک مرحله‌یی (اجرای بازرسی‌ها با فاصلهٔ زمانی Δ از یکدیگر)؛

p_{ij}: احتمال اینکه دستگاه در زمان $t+\Delta$ در وضعیت j باشد به شرط آنکه در زمان t وضعیت آن i است و خرابی بعد از زمان $t+\Delta$ واقع می‌شود؛

Δ: کوچک‌ترین فاصلهٔ زمانی ممکن بین اجرای بازرسی‌های متوالی (فاصلهٔ پایه)؛

S: مجموعه مقادیر ممکن برای $Z(t)$؛

$h(t, Z(t))$: تابع توام نرخ مخاطره، وابسته به عمر دستگاه t و متغیر تشخیص خرابی $Z(t)$؛

β: پارامتر شکل در توزیع وایبل؛

η: پارامتر مقیاس در توزیع وایبل؛

λ: پارامتر مکان در توزیع وایبل؛

γ: پارامتر تاثیر متغیر تشخیص خرابی در تابع توام نرخ خرابی؛

C: هزینه هر تعویض پیشگیرانه؛

$K(t, Z(t))$: تابعی غیرنزولی معرفِ هزینه مازاد تعویض به‌دلیل خرابی، وابسته به عمر دستگاه t و متغیر تشخیص خرابی $Z(t)$؛

C_{ins}: هزینهٔ هر بازرسی؛

g: حد کنترل برای اجرای تعویض پیشگیرانه؛

T_g: زمان اجرای تعویض پیشگیرانه با توجه به استراتژی حد کنترل g؛

$t_g(i)$: اولین زمانی که در آن، به شرط آن‌که دستگاه در وضعیت i قرار دارد، ریسک خرابی به حد کنترل g میرسد؛

k_i: شمارهٔ اولین بازرسی بعد از زمان $t_g(i)$؛

$\phi(g)$: متوسط هزینه‌های تعویض در واحد زمان، در یک افق طولانی با فرض اجرای استراتژی حد کنترل g؛

$W(g)$: متوسط زمان بین دو تعویض (اعم از تعویض پیشگیرانه و یا بدلیل خرابی) با فرض اجرای استراتژی حد کنترل g؛

$Q(g)$: احتمال تعویض به علت خرابی با فرض اجرای استراتژی حد کنترل g؛

$\varphi(g)$: متوسط هزینه مازاد تعویض به‌دلیل خرابی با فرض اجرای استراتژی حد کنترل g؛

$R(j, i, t)$: تابع قابلیت اطمینان شرطی،احتمال سلامت دستگاه تا زمان $t + j\Delta$ به شرط آنکه تا بازرسی jام سالم بوده و در آن بازرسی در وضعیت i باشد؛

$f(t|j, i)$: تابع چگالی احتمال شرطی عمر دستگاه در زمان $t + j\Delta$ می‌باشد، مشروط به آنکه دستگاه تا زمان $j\Delta$ سالم بوده و مقدار متغیر تشخیص در این زمان برابر با i باشد؛

I_l: زمان بازرسی lاُم؛

Z_l: مقدار متغیر تشخیص در زمان بازرسی lاُم، $Z(I_l)$؛

$G(I_l, Z_l)$: متوسط هزینه تعویض و بازرسی باقیمانده تا تعویض بعدی، مشروط به آنکه دستگاه تا بازرسی lاُم یعنی تا زمان I_l سالم و وضعیت آن در این زمان برابر با $Z(I_l) = Z_l$ باشد؛

$Y(I_l, Z_l)$: متوسط زمان باقیمانده تا تعویض بعدی، مشروط به آنکه دستگاه تا بازرسی lاُم یعنی تا زمان I_l سالم و وضعیت آن در این زمان برابر با $Z(I_l) = Z_l$ باشد؛

$P(j\Delta, (j+\alpha)\Delta)$: ماتریس احتمال انتقال چند مرحله‌یی، (اجرای بازرسی‌ها با فاصلهٔ $\alpha\Delta$ از یکدیگر، بطوریکه $\alpha \geq ۲$).

پانوشت‌ها

1. condition-based maintenance (CBM)
2. hazard rate
3. covariates
4. transition probability matrix
5. proportional hazards model (PHM)
6. maximum likelihood method

منابع (References)

1. Jardine, A.K.S. and Tsang, A.H.C., *Maintenance, Replacement, and Reliability: Theory and Applications*, New York, Taylor and Francis Group (2006).
2. Jardine, A.K.S., Lin, D., Banjevic, D. "A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance", *Mechanical Systems and Signal Processing*, **20**, pp. 1483-1510 (2006).
3. Mobley, R.K., *An Introduction to Predictive Maintenance*, New York, Butterworth- Heinemann (1989).
4. Goldman, S., *Vibration Spectrum Analysis: A Practical Approach*, New York, Industrial Press p. 131 (1999).
5. Christer, A.H. and Wang, W. "A simple condition monitoring model for a direct monitoring process", *European Journal of Operational Research*, **82**, pp. 258-269 (1995).
6. Okumura, S. "An inspection policy for deteriorating processes using delay-time concept", *International Transactions in Operational Research*, **4**, pp. 365-375 (1997).
7. Wang, W. "Modeling condition monitoring intervals: A hybrid of simulation and analytical approaches", *Journal of the Operational Research Society*, **54**, pp. 273-282 (2003).

8. Chen, D.Y. and Trivedi, K.S. "Closed-form analytical results for condition-based maintenance", *Reliability Engineering and System Safety*, **76**(1), pp. 43-51 (2002).
9. Grall, A., Berenguer, C. and Dieulle, L. "A condition-based maintenance policy for stochastically deteriorating systems", *Reliability Engineering and System Safety*, **76**, pp. 167-180 (2002).
10. Hosseini, M.M., Kerr, R.M. and Randall, R.B. "An inspection model with minimal and major maintenance for a system with deterioration and poisson failures", *IEEE Transactions on Reliability*, **49**, pp. 88-98 (2000).
11. Kumar, D. and Westberg, U. "Maintenance scheduling under age replacement policy using proportional hazards model and TTT plotting", *European Journal of Operational Research*, **99**, pp. 507-515 (1997).
12. Chen, D.Y. and Trivedi, K.S. "Optimization for condition-based maintenance with semi-markov decision process", *Reliability Engineering and System Safety*, **90**, pp. 25-29 (2005).
13. Amari, S.V. and McLaughlin, L. "Optimal design of a condition-based maintenance model", in: *Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS)*, IEEE, Los Angeles, CA, USA, pp. 528-533 (2004).
14. Banjevic, D. and Jardine, A.K.S. "Calculation of reliability and remaining useful life for a Markov failure time process", *IMA Journal of Management Mathematics*, **17**, pp. 115-130 (2006).
15. Banjevic, D., Jardine, A.K.S., Makis, V. and Ennis, M. "A control-limit policy and software for condition-based maintenance optimization", *INFOR*, **9**, pp. 32-49 (2001).
16. Jardine, A.K.S., Joseph, T. and Banjevic, D. "Optimizing condition-based maintenance decision for equipment subject to vibration monitoring", *Journal of Quality in Maintenance Engineering* **5**(3), pp.192-202 (1999).
17. Jardine, A.K.S., Makis, V., Banjevic, D. and Ennis, M. "A decision optimization model for condition-based maintenance", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **4**(2), pp. 115-121 (1998).
18. Jardine, A.K.S., Banjevic, D., Makis, V. "Optimal replacement policy and the structure of software for condition-based maintenance", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **3**, pp. 109-119 (1997).
19. Makis, V. and Jardine, A.K.S. "Optimal replacement in the proportional hazards model", *INFOR* **30**, pp. 172-183 (1992).
20. Golmakani, H.R. and Pouresmaeeli, M. "Optimization of replacement threshold in condition-based maintenance with variable failure cost", *Sharif Journal of Science and Technology*, **31-1**(1/1), pp. 35-45 (2014).
21. Golmakani, H.R. "Optimal age-based inspection scheme for condition-based maintenance using A^* search algorithm", *International Journal of Production Research*, **50**(23), pp. 7068-7080 (2012).
22. Kalbfleisch, J.D. and Prentice, R.L., *The Statistical Analysis of Failure Time Data*, New York, Wiley (1980).
23. Golmakani, H.R. and Moakedi, H. "Optimization of periodic and non-periodic inspection intervals for a multi-component repairable system with failure interaction", *Sharif Journal of Science and Technology*, **29-1**(2), pp. 41-52 (2014).
24. Pearl, J., *Heuristics: Intelligent Search Strategies for Computer Problem Solving*, Los Angeles, Addison-Wesley (1984).