

# ارائه‌ی مدل چندهدفه‌ی زمان‌بندی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته در صنایع فولاد و متدولوژی حل ابتکاری براساس روش شاخه و کران، و تکنیک تخصیص خطی

نسیم نهاوندی\* (دانشیار)

مهدی نخعی‌نژاد (دانشجوی دکتری)

بخش مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس

تحقیق حاضر به مسئله‌ی زمان‌بندی چندهدفه‌ی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته — یکی از مهم‌ترین واحدهای صنایع فولاد — می‌پردازد. برای این منظور در این نوشتار یک مدل ریاضی غیرخطی توسعه داده شد و با راهکارهای اشاره شده، به مدل خطی ترکیبی عدد صحیح تبدیل شد. در ادامه، برای حل مدل نهایی چندهدفه‌ی استخراج شده، روشی ابتکاری در دو فاز: ۱. انشعاب و تحدید (شاخه و کران)؛ ۲. استفاده از تکنیک تخصیص خطی ارائه شد. نحوه‌ی طراحی این الگوریتم متناسب با ساختار مدل ارائه‌شده‌ی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته، کاهش انشعابات، ارائه‌ی حد بالایی اولیه، استفاده از استراتژی مناسب در شاخه‌زنی و ارائه‌ی جواب برتر از جمله ویژگی‌های الگوریتم ارائه شده است. نتایج محاسباتی نشان‌دهنده‌ی عملکرد مناسب متدولوژی پیشنهادی در حل مدل توسعه یافته است.

واژگان کلیدی: زمان‌بندی تولید، فولادسازی، ریخته‌گری پیوسته، تولید دسته‌یی، الگوریتم شاخه و کران، تخصیص خطی.

## ۱. مقدمه

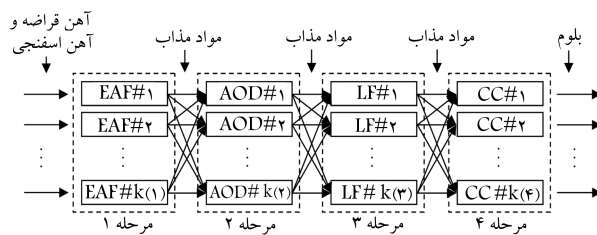
صنعت فولاد سنگ‌بنای اقتصاد صنعتی کشورهاست و لذا، تحقیق و پژوهش در آن از اهمیت بالایی برخوردار است. به‌طور کلی عملیات صورت گرفته به‌منظور تولید فولاد در سه واحد اصلی شامل: ۱. فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته؛ ۲. نورد سنگین و نورد سبک؛ ۳. تکمیل صورت می‌گیرد. در حقیقت مواد اولیه در کوره‌های قوس الکتریکی به آهن مذاب، در کوره‌های پاتیلی به فولاد مذاب، در ریخته‌گری پیوسته به بلوم و شمش، در نورد سنگین و نورد سبک به محصول نهایی، و در نهایت در واحد سوم بررسی و کنترل محصول مطابق با خواسته‌های مشتری صورت می‌گیرد. در این نوشتار بر واحد اول یعنی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته متمرکز شده‌ایم. از آنجا که در این مرحله گام آغازین تولید فولاد شکل می‌گیرد محققین آن را گلوگاه سیستم تولیدی فولاد<sup>[۱]</sup> و همچنین واحد کلیدی اصلی تولید در شرکت‌های مدرن تولید فولاد<sup>[۲]</sup> می‌دانند. چهار فرایند تولیدی صورت گرفته در این واحد عبارت‌اند از: ۱. کوره‌ی قوس الکتریکی<sup>[۱]</sup>؛ ۲. کوره‌ی پاتیلی<sup>[۲]</sup>؛ ۳. گاززدایی در خلاء (VD)<sup>[۳]</sup> و اکسیژن‌زدایی در خلاء (VOD)<sup>[۴]</sup>؛ ۴. ریخته‌گری پیوسته<sup>[۵]</sup>.

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۸/۱۵، اصلاحیه ۱۳۹۲/۳/۲۹، پذیرش ۱۳۹۲/۴/۱۸.

با توجه به اهمیت این واحد (فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته)، زمان‌بندی یکی از مهم‌ترین فاکتورهای مؤثر در افزایش بهره‌وری و کاهش هزینه‌های تولیدی این واحد است. پرواضح است که چون واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته مرحله‌ی آغازین تولید فولاد به‌شمار می‌آید، زمان‌بندی و برنامه‌ریزی مناسب آن منجر به پیوستگی خط تولید تا انتهای تولید فولاد خواهد شد. این در حالی است که عدم زمان‌بندی مناسب در این واحد به بروز مشکلاتی برای واحدهای بعدی و افزایش هزینه‌ها و در نهایت عدم تحویل به موقع محصول به مشتری منجر خواهد شد. در زمان‌بندی تولید در این واحد باید تعیین کرد که با چه توالی، در چه زمانی و روی کدام ماشین مواد مذاب از ابتدای فولادسازی (کوره قوس الکتریکی) تا انتها (ریخته‌گری پیوسته) فرایند شود.

چنان که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، ساختار واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته، اگرچه مشابه سیستم‌های تولیدی فلوشاپ هیبریدی (HFS)<sup>[۶]</sup> به نظر می‌رسد، محدودیت‌های عملی و معیارهای خاص این صنعت باعث شده تا این سیستم متفاوت از سیستم HFS باشد. در این صنعت فرایندهای تولیدی در دام بسیار بالا صورت می‌گیرند و مواد مذاب به حالت جامد (بلوم) درمی‌آیند. همچنین نیاز مبرم به پیوستگی خط و کاهش زمان در جریان (شامل زمان پردازش روی دستگاه‌های



شکل ۱. فرایندهای فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته.

روش شاخه و کران یکی از روش‌های متداول در حل مسائل زمان بندی به شمار می‌آید. در یکی از تحقیقاتی که در این زمینه منتشر شده، الگوریتم شاخه و کران برای مسئله HFS به منظور کمیته کردن زمان تکمیل کارها ارائه شد.<sup>[۱۴]</sup> همچنین برنامه ریزی خطی صفر و ۱ چندهدفه به کمک الگوریتم شاخه و کران چندمعیاره حل شد.<sup>[۱۵]</sup> مسئله زمان بندی فلوشاپ (FS) در حالتی که سه ماشین وجود داشته باشد و زمان آماده سازی به صورت مجزا در نظر گرفته شده باشد، به منظور کمیته سازی زمان تکمیل کارها به کمک الگوریتم شاخه و کران مورد بررسی قرار گرفت.<sup>[۱۶]</sup> در سال ۲۰۱۰ نیز، روش شاخه و کران در مسئله چندمعیاره‌ی انتخاب جفت‌ها<sup>۸</sup> ارائه شد.<sup>[۱۷]</sup> محققین دو الگوریتم شاخه و کران برای مسئله زمان بندی ماشین‌های موازی در حالتی که زمان فرایند کارها به صورت احتمالی باشد، ارائه کرده‌اند که این دو الگوریتم در روش به کار گرفته شده برای انشعاب با هم متفاوت‌اند.<sup>[۱۸]</sup>

در این مقاله براساس مرور ادبیات، و بررسی شرکت فولاد آلیاژی ایران واقع در یزد، مدل زمان بندی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته توسعه و الگوریتم پیشنهادی برای حل ارائه شد. مدل توسعه یافته مدلی است متفاوت از مدل‌های موجود در ادبیات که کمیته سازی دو معیار «زودکرد» و «دیرکرد» را در دستور کار خود قرار داده است. در الگوریتم پیشنهادی برای حل مدل توسعه یافته، از تکنیک تخصیص خطی<sup>۹</sup> در کنار روش شاخه و کران<sup>۱۰</sup> استفاده شده است. درحقیقت گذشته از توسعه‌ی مدل زمان بندی این واحد، استفاده از تکنیک ترکیبی شاخه و کران و تخصیص خطی برای حل مدل توسعه داده شده است. براین اساس، متدولوژی حل ارائه شده در این مقاله براساس دو فاز صورت گرفته است؛ در فاز اول جواب‌های غیرمسلط با استفاده از الگوریتم پیشنهادی بر پایه شاخه و کران محاسبه می‌شود، و در فاز دوم با استفاده از تکنیک تخصیص خطی جواب‌ها رتبه بندی می‌شوند و از میان آنها جواب برتر انتخاب خواهد شد.

مدل توسعه یافته در این مقاله مدلی غیر خطی است که با استفاده از راهکارهای اشاره شده، به مدل خطی ترکیبی عدد صحیح تبدیل شده است. این امر به کاهش چشمگیر زمان حل مسئله زمان بندی مورد بحث منجر خواهد شد. گفتنی است مدل زمان بندی توسعه داده شده با توجه به این که حالت پیچیده‌تری از سیستم HFS را نشان می‌دهد از پیچیدگی بالایی برخوردار است. در سال ۱۹۹۷ نیز محققین نشان دادند که مسئله زمان بندی دومرحله‌ی FS، چنانچه در مرحله‌ی اول ماشین‌ها به صورت موازی قرار بگیرند، از پیچیدگی بالایی برخوردار است.<sup>[۱۹]</sup> از این رو با توجه به پیچیدگی مدل توسعه داده شده، روش ابتکاری پیشنهادی ارائه خواهد شد. نتایج عملی نشان می‌دهد که مدل و الگوریتم ارائه شده روشی مؤثر برای بهینه کردن پیوستگی خط تولید و کمیته کردن هزینه‌های تولیدی در این صنعت است. در حقیقت با کمیته کردن دو معیار «زودکرد» و «دیرکرد» هزینه‌های تولیدی شامل هزینه‌های زودکرد و دیرکرد به طور مستقیم و هزینه‌های انتظار در سیستم و استفاده‌ی مناسب غیرمستقیم از ظرفیت کاهش و همچنین جریان پیوسته‌ی مواد نیز با لحاظ کردن محدودیت‌ها و تابع هدف چندهدفه‌ی مد نظر تأمین می‌شود.

در ادامه این گزارش در بخش دوم، تعریف مسئله و توسعه‌ی مدل ریاضی ارائه خواهد شد. در بخش سوم مدل غیرخطی توسعه یافته به مدل خطی تبدیل خواهد شد. در بخش چهارم متدولوژی حل مدل توسعه داده شده مبتنی بر روش شاخه و کران و تکنیک تخصیص خطی تشریح خواهد شد. سپس در بخش پنجم عملکرد مدل توسعه یافته و الگوریتم پیشنهادی براساس نمونه‌هایی کاربردی از صنعت فولاد که به صورت تصادفی ایجاد شده‌اند مورد بررسی قرار می‌گیرد. در نهایت در بخش ششم جمع بندی و نتیجه‌گیری از نتایج مطالعه ارائه می‌شود.

مختلف، زمان حمل و نقل بین دستگاه‌ها و زمان انتظار بین فرایندها) امری بسیار حیاتی است. علاوه بر آن در مرحله‌ی نهایی (ریخته‌گری پیوسته)، تولید به صورت دسته‌بندی صورت می‌گیرد. برای ترتیب پردازش کارها (شارژها) محدودیت وجود دارد به گونه‌ی که شارژها با هر ترتیبی نمی‌توانند پردازش شوند.<sup>[۲۳]</sup>

با توجه به آنچه گفته شد، اگرچه مدل‌های مربوط به زمان بندی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته به مدل‌های کلاسیک HFS شبیه تر است، و ویژگی‌های منحصر به فرد این واحد منجر به متمایز شدن آن از مدل‌های کلاسیک و بررسی مدل زمان بندی این واحد به صورت مجزا شده است. از این رو در ادبیات، مدل‌های زمان بندی این واحد به صورت مجزا مورد بررسی قرار گرفته است؛ به گونه‌ی که حل مسائل ناشی از مدیریت عملیات تولید در واحد فولادسازی از طریق مدل‌های ریاضی و رایانه‌ی یکی از مهم ترین موضوع تحقیقاتی است که اخیراً مورد توجه قرار گرفته است.<sup>[۵]</sup> در سال ۲۰۰۱، زمان بندی فولاد در چند مرحله مورد بررسی قرار گرفت؛ در مرحله‌ی اول گروه بندی شارژها، در مرحله‌ی دوم زمان بندی هر یک از گروه‌ها به طور مجزا، و نهایتاً در مرحله‌ی سوم زمان بندی تمامی گروه‌ها بررسی شد.<sup>[۶]</sup> در سال ۲۰۰۰ نیز مدل زمان بندی واحد فولادسازی به صورت غیرخطی ارائه شد که آن را با خطی کردن مدل حل کردند.<sup>[۵]</sup> محققین دیگری نیز سیستم‌های زمان بندی و برنامه ریزی برای یکپارچه سازی تولید فولاد را مورد بررسی قرار دادند.<sup>[۷]</sup> در تحقیق دیگری در سال ۲۰۰۲، زمان بندی فرایند تولید فولاد به کمک ترکیب ساده سازی لاگرانژین<sup>۷</sup>، برنامه ریزی پویا و روش‌های ابتکاری انجام شد.<sup>[۱]</sup> در نمونه‌ی دیگری از تحقیقات انجام شده در زمینه‌ی زمان بندی فولادسازی، تابع هدف بر کاهش توقفات ریخته‌گری، کاهش زمان انتظار و تحویل به موقع تمرکز دارد و محدودیت‌ها متوجه ارتباط بین مراحل و شارژهاست.<sup>[۸]</sup> در مطالعات بعدی (۲۰۰۴) مسئله‌ی ریخته‌گری پیوسته به کمک دسته خاصی از گراف‌ها به نام «گراف فاصله» حل شد.<sup>[۹]</sup> در سال ۲۰۰۷ الگوریتم‌های ابتکاری برای زمان بندی کوره‌های مورد استفاده در ریخته‌گری فولاد ارائه شد.<sup>[۱۰]</sup> و روش‌های فراابتکاری به منظور زمان بندی کوره‌ها در صنعت فولاد بررسی شدند.<sup>[۱۱]</sup> در سال ۲۰۰۸ مدل برنامه ریزی خطی با محدودیت‌های فازی برای بهینه سازی شارژ قراضه‌ی آهن در تولید فولاد ارائه شد.<sup>[۱۲]</sup>

محققین با ارائه‌ی عتیقه‌چیان و همکارانش (۲۰۰۹) به ارائه‌ی الگوریتمی ترکیبی برای زمان بندی تولید در واحد ریخته‌گری فولاد،<sup>[۳]</sup> مدل برنامه ریزی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته را با در نظر گرفتن کاهش توقف ریخته‌گری، کاهش زمان انتظار شارژ در هر مرحله، و تحویل به موقع به عنوان تابع هدف به کمک تکنیک ساده سازی لاگرانژین حل کرده است.<sup>[۱۳]</sup> در یک مطالعه‌ی موردی در سال ۲۰۱۱، برنامه ریزی تولید فولاد در آلمان انجام شد و طی آن مسئله‌ی تعیین اندازه دسته‌ها و مدل ریاضی مربوط به آن را به منظور تأمین نیازهای برنامه ریزی بلندمدت و میان مدت تولید فولاد مورد بررسی قرار گرفت.<sup>[۴]</sup> در سال ۲۰۱۲ محققین رویه‌ی براساس تفکیک دسته‌ها به منظور حل مسئله‌ی زمان بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته بیان کردند.<sup>[۲]</sup>

## ۲. توسعه‌ی مدل ریاضی

انتظار منجر به کاهش دمای شارژ و در نتیجه تغییر خواص فیزیکی و شیمیایی آن می‌شود به‌گونه‌ای که امکان انجام فرایند بعدی میسر نیست.

- **انقطاع ریخته‌گری<sup>۱۶</sup>:** در مرحله‌ی ریخته‌گری پیوسته، وجود زمان انتظار بین فرایند دو شارژ متوالی در یک ریخته، هزینه‌های بالایی را به این مرحله تحمیل می‌کند. بنابراین توقف یا شکست در پیوستگی ریخته‌ها مجاز نیست.

چنان‌که اشاره شد، در زمان‌بندی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته، شارژها به‌عنوان واحدهای کاری و ریخته‌ها به‌عنوان گروه‌های کاری قلمداد می‌شوند. در «سطح برنامه‌ریزی دسته‌ها<sup>۱۷</sup>» توالی شارژها روی ماشین ریخته‌گری، با در نظر گرفتن مواردی چون سفارشات مرحله‌ی نورد، محدودیت‌های مرحله‌ی ریخته‌گری، زمان‌های تحویل و مواردی از این قبیل تعیین می‌شود.<sup>[۱]</sup> بعد از تعیین توالی شارژها، تعیین سفارشات که در هر شارژ باید قرار بگیرد به همراه توالی آن‌ها مشخص می‌شود. همچنین شارژهایی که باید در هر ریخته قرار گیرد نیز تعیین می‌شود. بعد از تعیین توالی شارژها و ریخته‌ها در سطح برنامه‌ریزی دسته‌ها توسط واحد برنامه‌ریزی تولید، تصمیم‌گیری درمورد زمان‌بندی این شارژها روی ماشین‌های موجود در واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته مسئله‌ی است که در این مقاله بدان پرداخته خواهد شد. درحقیقت در زمان‌بندی این واحد، توالی شارژها به‌عنوان ورودی مسئله‌ی زمان‌بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته از سطح برنامه‌ریزی دسته‌ها دریافت می‌شود. به‌عبارت دیگر، مسئله‌ی زمان‌بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته، براساس ترتیب شارژها و ریخته‌های از پیش تعیین شده در سطح برنامه‌ریزی دسته‌ها، زمان شروع و پایان فرایند هر شارژ را در هر مرحله مشخص، و نیز تعیین می‌کند که روی کدام ماشین از ماشین‌های موجود در آن مرحله پردازش مربوطه صورت گیرد.

با توجه به توضیحات ارائه شده، واضح است که مسئله‌ی زمان‌بندی فولادسازی از جمله مسائل زمان‌بندی است که با توجه به شرایط خاص این صنعت از دیگر مسائل زمان‌بندی قابل تمیز است. تمایز این زمان‌بندی باعث می‌شود تا تحقیق به‌منظور ارائه‌ی مدلی مناسب در راستای اجرایی و کاربردی کردن آن در این صنعت، از اهمیت بالایی برخوردار باشد. با توجه به موارد فوق، از جمله مشخصاتی که در مدل‌سازی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته باید در نظر گرفت می‌توان اشاره کرد به:

- تمامی شارژها مسیر تولید یکسانی طی می‌کنند که این مسیر شامل: ۱. کوره‌ی قوس الکتریکی؛ ۲. کوره‌های پاتیلی؛ ۳. گاززدایی در خلاء (VD) و اکسیژن‌زدایی در خلاء (VOD)؛ ۴. ریخته‌گری است. در هرکدام از این مراحل ماشین‌های یکسانی به‌صورت موازی قرار گرفته‌اند که شارژها می‌توانند روی هرکدام از آن‌ها پردازش شود (شکل ۱).
- هر ماشین در هر زمان حداکثر می‌تواند یک شارژ را پردازش کند.
- هر شارژ در هر زمان می‌تواند حداکثر روی یک ماشین پردازش شود.
- با توجه به این که شارژها موادی مذابی هستند که در حدود ۵۰ تن وزن دارند؛ از این رو در نظر گرفتن زمان نقل و انتقال آن‌ها ضروری است.
- مجموعه‌ی مشخصی از شارژها که تحت عنوان یک ریخته هستند، باید به‌صورت گروهی روی یک ماشین ریخته‌گری پردازش شوند. همچنین محدودیت‌های تقدم بین شارژهای یک گروه نیز وجود دارد.
- زمان آماده‌سازی برای تغییر تولید از گریدی به گرید دیگر، که در یک گروه قرار دارند ناچیز است اما چنانچه در ریخته‌گری پیوسته تولید از یک گرید به گرید

فرایند فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته متشکل از چهار مرحله‌ی اصلی است که هر مرحله شامل چندین ماشین است (شکل ۱). در اولین مرحله (کوره‌ی قوس الکتریکی) ناخالصی‌های مذاب از طریق اکسایش به سطح معینی کاهش می‌یابد. واحد کاری در بخش فولادسازی تحت عنوان شارژ<sup>۱۱</sup> تعریف می‌شود. این واحد کاری مجموعه مواد مذابی است که در یک کوره قرار می‌گیرد. هر شارژ براساس مشخصات شیمیایی و فیزیکی خود تحت عنوان یک گرید<sup>۱۲</sup> شناخته می‌شود و آن معیاری است برای بیان کیفیت محصول. مواد مذاب تولید شده در مرحله‌ی کوره قوس الکتریکی در پاتیل‌هایی ریخته می‌شود که این پاتیل‌ها به‌کمک جرثقیل به مرحله‌ی بعد یعنی کوره‌ی پاتیلی منتقل می‌شود. در صورتی که هیچ‌کدام از کوره‌های پاتیلی در هنگام رسیدن شارژ جدید آزاد نباشد، شارژ مورد نظر باید تا آزاد شدن یکی از کوره‌های پاتیلی منتظر بماند. این زمان انتظار منجر به کاهش دمای شارژ می‌شود که در این صورت، گرم‌کردن مجدد و حتی در مواردی بازگشت مجدد به مرحله‌ی قبل (کوره پاتیلی) را به دنبال خواهد داشت. به‌طور کلی هر قدر زمان توقف شارژ بین فرایندها کم‌تر باشد، تغییر خواص مواد مذاب (شارژها) و افت دمایی آن‌ها کم‌تر خواهد شد. بعد از کوره‌ی پاتیلی، مواد مذاب به مرحله‌ی گاززدایی در خلاء (VD) و اکسیژن‌زدایی در خلاء (VOD) منتقل می‌شود. این مرحله برای شارژهایی است که مطابق سفارش مشتری به خالص‌سازی بیشتری نیاز دارد. در مرحله‌ی بعد پاتیل‌های مذاب به ریخته‌گری پیوسته منتقل شده و به داخل تاندیش -- واحد ریخته‌گری پیوسته -- ریخته می‌شود. مدت زمان انتظار شارژها در فاصله‌ی بین کوره‌ی پاتیلی تا ریخته‌گری پیوسته نیز باید بسته به نوع گرید از محدوده‌ی مشخصی تجاوز نکند. در غیر این صورت تولید گرید مورد نظر بدون هزینه‌های اضافی امکان‌پذیر نخواهد بود. در پایان محصول نهایی از ریخته‌گری پیوسته به‌صورت بلوم<sup>۱۳</sup> های منجمد خارج می‌شود. اصطلاحاتی که در زمان‌بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته بدان‌ها اشاره می‌شود عبارت‌اند از:

- شارژ: کوچک‌ترین واحد فولادسازی که باید از مرحله‌ی اول (یعنی کوره‌ی قوس) تا مرحله‌ی نهایی (یعنی ریخته‌گری پیوسته) پردازش شود.
- گرید: نشان‌گر مشخصات فیزیکی و شیمیایی محصول است. هر گرید دستورالعمل تولیدی مشخصی دارد که مشخصات دمایی، شیمیایی و زمان‌های پردازش را در هر مرحله نشان می‌دهد. محصولات واحد فولادسازی به‌کمک گریدشان که در حقیقت بیان‌گر کیفیت محصول است، تعریف می‌شوند.
- ریخته<sup>۱۴</sup>: مجموعه‌ی شارژها که به‌طور پیوسته و با هم ریخته‌گری می‌شوند تشکیل یک ریخته را می‌دهند. در حقیقت در زمان‌بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته گروه‌هایی کاری تعریف شده‌اند که هر گروه از مجموعه گریدهایی تشکیل شده که امکان فرایند شدن آن‌ها با هم در یک ریخته امکان‌پذیر است. شارژهایی که در یک گروه قرار می‌گیرند باید محدودیت‌های فنی مشخصی را دارا باشند. به‌عنوان مثال گرید شارژها باید مشابه با یکدیگر باشند، تعداد کل شارژهایی که در یک گروه قرار می‌گیرند یک رنج مشخصی دارد و همچنین زمان تحویل شارژهایی که در یک گروه قرار می‌گیرند باید تا حد امکان به هم نزدیک باشد.
- بلوم: محصول نهایی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته است.
- زمان انتظار<sup>۱۵</sup>: اختلاف زمانی بین زمان تکمیل شارژ قبلی تا شروع شارژ بعدی روی یک ماشین است. این زمان نباید از مقدار مشخصی تجاوز کند؛ زیرا زمان

$$st_{i,j,k} * x_{i',j,k} \geq st_{i',j,k} * x_{i,j,k} + T_{i',j,k} * x_{i',j,k} + s_{i,j,k} * x_{i,j,k} * x_{i',j,k}; \quad \text{for } i = 1, \dots, I; \quad i' < i; \\ j = 1, \dots, J; \quad k = 1, \dots, k(j) \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{k(j+1)} st_{i,j+1,k} - \sum_{k=1}^{k(j)} st_{i,j,k} \geq \sum_{k=1}^{k(j)} (T_{i,j,k} * x_{i,j,k}) + t_j; \quad \text{for } i = 1, \dots, I; \quad j = 1, 2, 3 \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^{k(\tau)} st_{i,\tau,k} - \sum_{k=1}^{k(\tau)} st_{i,\tau,k} - \sum_{k=1}^{k(\tau)} (T_{i,\tau,k} * x_{i,\tau,k}) - t_\tau \leq mw; \quad \text{for } i = 1, \dots, I \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{\tau} (\sum_{k=1}^{k(j+1)} st_{i,j+1,k} - \sum_{k=1}^{k(j)} st_{i,j,k} - \sum_{k=1}^{k(j)} (T_{i,j,k} * x_{i,j,k}) - t_j) \leq mtw; \quad \text{for } i = 1, \dots, I \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^{k(j)} x_{i,j,k} = 1; \quad \text{for } i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, J \quad (7)$$

$$st_{i,j,k} \leq x_{i,j,k} * M; \quad \text{for } i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, J; \quad k = 1, \dots, k(j) \quad (8)$$

$$st_{f(g,p),\tau,k} - st_{f(g,p-1),\tau,k} - (x_{f(g,p-1),\tau,k} * T_{f(g,p-1),\tau,k}) = 0; \quad \text{for } g = 1, \dots, G; \quad p = 2, \dots, p_g; \quad k = 1, \dots, k(\tau) \quad (9)$$

$$x_{i,j,k} = 0 \text{ or } 1; \quad \text{for } i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, J; \quad k = 1, \dots, k(j) \quad (10)$$

$$st_{i,j,k} \geq 0; \quad \text{for } i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, J; \quad k = 1, \dots, k(j) \quad (11)$$

مدل توسعه یافته‌ی فوق برای زمان بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته، از دو تابع هدف شامل مینیم کردن زودکرد (رابطه ۱) و کمینه کردن دیرکرد (رابطه ۲) تشکیل یافته است. حالت ایده آل زمانی است که محصول این واحد (بلوم) بدون زودکرد و دیرکرد به واحد بعدی (نورد) تحویل داده شود. به عبارت دیگر توابع هدف در نظر گرفته شده تحویل به موقع سفارشات را برنامه ریزی می‌کند. با کمینه کردن این دو معیار نه تنها هزینه‌های زودکرد و دیرکرد کاهش می‌یابد که هزینه‌های دیگری که از مهم‌ترین آن‌ها هزینه‌های موجودی و هزینه‌های عدم استفاده از ظرفیت است نیز کاهش می‌یابد.

محدودیت‌های مدل ریاضی ارائه شده، به‌گونه‌ی است که مشخصات منحصر به فرد این سیستم تولیدی را نشان می‌دهد. محدودیت (۳) در مدل ریاضی ارائه شده مربوط به ارتباط بین دو شارژ بر روی یک ماشین است. در حقیقت با این محدودیت توالی کارها یکی پس از دیگری بر روی هر یک از مراحل تولیدی امکان پذیر خواهد شد. محدودیت (۴) ارتباط بین دو مرحله را نشان می‌دهد. در هر مرحله شارژ نام می‌تواند روی هر کدام از ماشین‌هایی که در آن مرحله در دسترس هستند فرایند شود. در این حالت در فاصله زمانی بین شروع فرایند شارژ نام روی مرحله‌ی نام تا شروع آن روی مرحله‌ی ۱ + نام باید فرایند شارژ نام در مرحله‌ی نام صورت و همچنین جابجایی این شارژ به مرحله‌ی بعد نیز انجام شود. محدودیت (۵) به این مطلب اشاره دارد که برای انجام ریخته‌گری هر شارژ، داشتن حداقل دمای تعیین شده بسیار ضروری است. در حقیقت این مطلب که دمای شارژ قبل از فرایند

دیگر (گرید غیرهمگروه)، زمان آماده‌سازی نیاز خواهد بود. بنابراین در نظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی قبل از یک دسته (ریخته) ضروری است.

• بیکاری ماشین ریخته‌گری (انقطاع ریخته‌گری) بین شارژهای یک گروه (ریخته) مجاز نیست.

• زمان توقف و انتظار یک شارژ بین فرایندها منجر به افت دما و در نتیجه هزینه‌های اضافی جهت افزایش دمای شارژ می‌شود.

با توجه به اهداف و محدودیت‌هایی که در این مسئله باید مد نظر قرار گیرد، پارامترهای مسئله به شرح زیر تعریف می‌شوند:

$i = \{1, 2, \dots, I\}$  مجموعه تمامی شارژهاست که  $I$  تعداد کل شارژها را بیان می‌کند؛

$z = \{1, 2, 3, 4\}$  اندیس مراحل است. در حقیقت مراحل تولیدی در واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته ۴ مرحله است: کوره‌ی قوس الکتریکی، کوره‌ی پاتیلی، گاززدایی در خلاء (VD) و اکسیژن زدایی در خلاء (VOD)، ریخته‌گری پیوسته؛

$k(j)$  تعداد ماشین‌های موجود در مرحله‌ی  $j$  را نشان می‌دهد؛

$f(g, p)$  بیانگر  $p$  امین شارژ در ریخته‌ی (گروه  $g$ ) است؛

$p_g$  تعداد شارژها در ریخته‌ی  $g$  است؛

$G$  تعداد ریخته‌ها؛

$d_i$  زمان تحویل شارژ نام؛

$C_1$  هزینه‌ی مربوط به تکمیل سریع‌تر شارژ نام؛

$C_2$  هزینه‌ی مربوط به تکمیل دیر هنگام شارژ نام؛

$T_{i,j,k}$  زمان فرایند شارژ  $i$  در مرحله‌ی  $j$  روی ماشین  $k$ ؛

$t_j$  زمان نقل و انتقال از مرحله‌ی  $j$  به مرحله‌ی بعد  $(j + 1)$ ؛

$s_{i,j}$  زمان آماده‌سازی شارژ نام روی مرحله‌ی نام است. چنانچه شارژ نام اولین شارژ در یک دسته (ریخته)  $z = 4$  (ماشین ریخته‌گری) باشد زمان آماده‌سازی مورد نیاز است؛ در غیر این صورت  $s_{i,j}$  برابر با صفر می‌شود؛

$mw$  بیشینه زمان انتظار مجاز یک شارژ قبل از ریخته‌گری؛

$mtw$  بیشینه زمان انتظار مجاز یک شارژ از ابتدا تا انتهای فرایند؛

$M$  عددی خیلی بزرگ است.

متغیرهای تصمیم این مدل عبارت‌اند از:

$st_{i,j,k}$  زمان شروع فرایند شارژ نام در مرحله‌ی نام روی ماشین  $k$ ؛

$x_{i,j,k}$  در صورتی که سفارش نام فرایند مرحله‌ی نام آن توسط ماشین  $k$  صورت گیرد برابر با ۱، و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

با توجه به پارامترهای فوق مدل ریاضی طراحی شده برای زمان بندی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته عبارت است از:

$$\min Z_1 = \sum_{i=1}^I C_1 * \max(0, d_i - \sum_{k=1}^{k(\tau)} (st_{i,\tau,k} + x_{i,\tau,k} * T_{i,\tau,k})) \quad (1)$$

$$\min Z_2 = \sum_{i=1}^I C_2 * \max(0, \sum_{k=1}^{k(\tau)} (st_{i,\tau,k} + x_{i,\tau,k} * T_{i,\tau,k}) - d_i) \quad (2)$$

Subject to

هدف به صورت خطی به شکل زیر در می‌آیند.

$$\min Z_1 = \sum_{i=1}^I C_1^i * q_1^i \quad (12)$$

$$\min Z_2 = \sum_{i=1}^I C_2^i * q_2^i \quad (13)$$

با خطی شدن توابع هدف به صورت روابط (12) و (13) محدودیت‌های زیر به مجموعه محدودیت‌های مسئله اضافه می‌شود.

$$d_i - \sum_{k=1}^{k(i)} (st_{i,r,k} + x_{i,r,k} * T_{i,r,k}) \leq q_1^i \quad (14)$$

$$\sum_{k=1}^{k(i)} (st_{i,r,k} + x_{i,r,k} * T_{i,r,k}) - d_i \leq q_2^i \quad (15)$$

$$q_1^i \geq 0 \quad (16)$$

$$q_2^i \geq 0 \quad (17)$$

عامل دومی که منجر به غیرخطی شدن مدل توسعه داده شده است؛ محدودیت (3) است. این محدودیت چنان که قبلاً نیز اشاره شد، ارتباط بین دو شارژ متوالی که روی یک ماشین فرایند می‌شوند را نشان می‌دهد. در حقیقت این محدودیت منجر می‌شود به این که فرایند یک شارژ زمانی شروع شود که فرایند شارژ قبلی به اتمام رسیده باشد و همپوشانی یا تداخل در فرایند شدن دو شارژ اتفاق نیفتد. برای خطی کردن این محدودیت می‌توان محدودیت خطی زیر را جایگزین محدودیت (3) کرد.

$$st_{i',j,k} \geq st_{i',j,k} + T_{i',j,k} * x_{i',j,k} + s_{i',j,k} * x_{i',j,k} - M(1 - x_{i',j,k} + 1 - x_{i,j,k}); \quad \text{for } i = 1, \dots, I; \\ i' < i; \quad j = 1, \dots, 4; \quad k = 1, \dots, k(j) \quad (18)$$

در محدودیت (18) به عنوان یک عدد خیلی بزرگ است. این محدودیت خطی معادل با محدودیت قبلی است. با تغییر توابع هدف و محدودیت اول به شکل فوق، مدل توسعه داده شده به شکل خطی تبدیل خواهد شد.

#### 4. متدولوژی حل مدل توسعه داده شده

با استفاده از مدل چند هدفه توسعه داده شده زمان بندی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته انجام می‌شود. در این زمان بندی مشخص می‌شود که فرایند هر شارژ در هر مرحله روی کدام ماشین صورت گیرد و از طرف دیگر زمان شروع و پایان این فرایند چه موقع باشد؛ تا توابع هدف زودکرد و دیرکرد شارژها به حداقل ممکن برسد. نکته حائز اهمیت در متدولوژی پیشنهادی؛ لحاظ کردن چند هدفه بودن مدل توسعه داده شده است. در حقیقت یکی از نوآوری‌های این تحقیق در کنار مدل توسعه داده شده؛ طراحی الگوریتمی متناسب با ساختار مدل چند هدفه ارائه شده جهت حل آن است. الگوریتم پیشنهادی در دو مرحله طراحی شده است. در مرحله اول «جواب‌های غیرمسلط<sup>۲۰</sup>» بر پایه الگوریتم ابتکاری ارائه شده بر پایه شاخه و کران، به دست آمده و در مجموعه  $D$  ذخیره می‌شوند. در مرحله دوم اولویت و رتبه هریک از جواب‌های غیرمسلط مشخص و «جواب برتر<sup>۲۱</sup>» از بین مجموعه جواب‌های مجموعه  $D$  استخراج می‌شود. برای این منظور از تکنیک تخصیص خطی استفاده شده است. در ادامه به توضیح هریک از این فازها پرداخته شده است.

ریخته‌گری در اثر توقف بیش از حد، از حد معینی کاهش پیدا نکند، بسیار حائز اهمیت است. به همین منظور میزان انتظار شارژ<sup>۲۲</sup> جهت فرایند شدن در مرحله ریخته‌گری پیوسته از مقدار مشخصی که در این محدودیت با  $mtw$  نشان داده شده، نباید تجاوز کند. در غیر این صورت توقف بیش از حد، باعث کاهش دمای شارژ و از بین رفتن خواص فیزیکی و شیمیایی شارژ شده؛ به گونه‌ای که امکان ریخته‌گری آن وجود ندارد و باید برای ریخته‌گری، مجدداً به مراحل قبل بازگردد تا دمای مناسب را به دست آورده و مشخصات شیمیایی آن نیز مجدداً مورد بررسی قرار گیرد. محدودیت (6)، اشاره به محدودیت مجموع زمان انتظار شارژ در سیستم تولیدی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته دارد. انتظار شارژ در سیستم تولیدی از یک طرف به واسطه تغییر در مشخصات فیزیکی و شیمیایی شارژ و از طرف دیگر به واسطه هزینه‌بر بودن تاخیر در تحویل سفارشات و سرمایه راکدی که در سیستم قرار می‌گیرد؛ مناسب نیست. بنابراین مجموع زمان انتظار شارژ<sup>۲۳</sup>  $i$  در کلیه مراحل تولیدی از میزان تعیین شده ( $mtw$ ) نباید تجاوز کند. محدودیت (7)، تضمین می‌کند که در هر مرحله، فرایند یک شارژ حتماً صورت بگیرد. به عبارت دیگر این محدودیت نشان می‌دهد که فرایند شارژ<sup>۲۴</sup> در مرحله  $i$  زام حتماً توسط یک ماشین صورت می‌گیرد. محدودیت (8) به این نکته اشاره دارد که در صورتی که فرایند شارژ<sup>۲۵</sup> در مرحله  $i$  زام بر روی ماشین  $k$ ام صورت گیرد ( $x_{ijk}$  برابر با یک باشد) زمان شروع برای انجام این فرایند تعریف می‌شود ( $st_{ijk}$  مقدار می‌گیرد) در غیر این صورت  $x_{ijk}$  صفر شده و زمان شروعی برای فرایند شارژ<sup>۲۶</sup> مورد نظر تعیین نمی‌شود ( $st_{ijk}$  برابر با صفر می‌شود). در این محدودیت عدد  $M$  به عنوان یک عدد بزرگ تعریف شده است. محدودیت (9) به دسته‌بندی شارژها اشاره دارد. چنان که قبلاً نیز اشاره شد، مجموعه‌ی از شارژها که دارای مشخصات مشابهی از نظر فیزیکی و شیمیایی هستند در یک دسته یا گروه قرار می‌گیرند و تحت عنوان یک «ریخته» شناخته می‌شوند. در ریخته‌گری پیوسته، شارژهای موجود در یک ریخته باید به طور متوالی و بدون توقف انجام گیرند؛ در غیر این صورت هزینه‌های بسیار بالایی مبنی بر آماده‌سازی مجدد و تعویض تاندیش به سیستم تحمیل خواهد شد. برای این منظور باید بین ریخته‌گری شارژهای موجود در یک دسته وقفه‌ی ایجاد نشود. به عبارت دیگر زمان شروع  $p$ امین شارژ در ریخته  $q$ ام باید با زمان خاتمه  $(p-1)$ امین شارژ موجود در گروه  $q$ ام برابر باشد. محدودیت (10) نشان دهنده‌ی صفر و یک بودن  $x_{ijk}$ هاست. در نهایت محدودیت (11) بیان کننده این مطلب است که متغیرهای  $st_{ijk}$  یا به عبارت دیگر زمان شروع فرایند شارژ<sup>۲۷</sup>  $i$ ام روی ماشین  $k$  در مرحله  $j$  مقادیر بزرگ‌تر مساوی صفر می‌گیرند.

مدل فوق یک برنامه‌ریزی غیرخطی ترکیبی با متغیرهای صفر و یک (MZO NLP)<sup>۱۸</sup> است. در ادامه در بخش بعد برای ساده‌تر شدن حل، تبدیل مدل توسعه داده شده به یک مدل خطی ترکیبی با متغیرهای صفر و یک (MZOLP)<sup>۱۹</sup> تشریح خواهد شد.

#### 3. خطی سازی مدل توسعه داده شده

بدیهی است با خطی کردن مدل توسعه داده شده، امکان حل سریع‌تر و ساده‌تر مدل میسر می‌شود. غیرخطی بودن مدل ارائه شده به واسطه دو عامل: ۱. توابع هدف و ۲. محدودیت اول است. از این رو به بررسی هریک از این دو عامل جهت خطی کردن آن‌ها می‌پردازیم. عامل اول یعنی غیرخطی بودن تابع هدف، با جانشین‌سازی متغیرهای کمکی  $q_1^i$  و  $q_2^i$  به جای عبارات Max توابع هدف، برطرف می‌شود. در این حالت توابع

#### ۱.۴. فاز اول: جست‌وجوی جواب‌های غیر مسلط به کمک الگوریتم

##### ابتکاری بر پایه‌ی شاخه و کران

الگوریتم شاخه و کران -- انشعاب و تحدید -- یک رویه‌ی جست‌وجوست که طی آن، منطقه‌ی موجه مربوط به برنامه‌ریزی خطی هر مسئله‌ی برنامه‌ریزی عدد صحیح به‌طور پی در پی به مناطق کوچک‌تر تقسیم شده و امکان وجود جواب‌های عدد صحیح در آن مناطق بررسی می‌شود. درحقیقت الگوریتم شاخه و کران یک الگوریتم شمارش ضمنی است که از طریق کران بالا و کران پایین تعداد گره‌هایی را که باید مورد بررسی قرار گیرند کنترل می‌کند. الگوریتم با یک جواب جزئی آغاز و در ادامه با تکنیک انشعاب (شاخه‌زنی) در هر مرحله جواب حاصل را تکمیل می‌کند تا در نهایت به جواب مناسب دست یابد. توقف الگوریتم زمانی است که تمامی گره‌ها به عمق رسیده یا به جواب کامل دست یافته باشند.<sup>[۱۴]</sup>

جواب به دست آمده در هر مرحله یک کران پایین (در مسائل کمیته‌سازی) برای مسئله است، زیرا مسائلی که در ادامه با تکنیک انشعاب به وجود خواهد آمد، محدودیت بیشتری نسبت به جواب به دست آمده در این مرحله دارد. از این رو جواب به دست آمده برای آن‌ها بدتر یا به عبارتی مقدار بیشتری خواهد داشت.<sup>[۱۸]</sup> کران بالا بیان‌گر بهترین جواب شدنی است که تا آن مرحله از الگوریتم به دست آمده است. در حقیقت اگر در مرحله‌ی جواب به دست آمده محدودیت‌های عدد صحیح بودن متغیرها (در مسئله‌ی مورد بحث، صفر و ۱ بودن متغیرها) را نیز تماماً پوشش داده باشد؛ یک جواب شدنی حاصل شده است. در صورتی که این جواب از بهترین جواب به دست آمده تا این مرحله (حد بالا) بهتر باشد حد بالا با جواب به دست آمده به روز خواهد شد. به عبارت دیگر جواب‌های شدنی که در ادامه‌ی شاخه‌زنی حاصل خواهد شد در صورتی که از حد بالای به دست آمده بهتر (کوچک‌تر) باشند، پذیرفته و به‌عنوان حد بالای جدید جایگزین خواهند شد.<sup>[۱۷]</sup>

به منظور ارائه‌ی متدولوژی پیشنهادی برای حل مدل چندهدفه‌ی زمان‌بندی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته در فاز اول، پارامترهای زیر تعریف شده است:

$$S_0 = \{ijk | x_{i,j,k} \text{ is fixed to } 0\}$$

$$S_1 = \{ijk | x_{i,j,k} \text{ is fixed to } 1\}$$

$$S_* = \{ijk | x_{i,j,k} \text{ is still undecided}\}$$

$LP(S_0, S_1, S_*)$  مسئله‌ی ساده‌شده<sup>۲۲</sup>ی مربوط به مدل ارائه شده برای زمان‌بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته را نشان می‌دهد:

$$\min Z_1(st_{i,j,k}, x_{i,j,k})$$

$$\min Z_2(st_{i,j,k}, x_{i,j,k})$$

s.t :

$$(x, st) \in c$$

$$st \geq 0$$

$$x_{i,j,k} = 0; \quad (ijk \in S_0)$$

$$x_{i,j,k} = 1; \quad (ijk \in S_1)$$

$$0 \leq x_{i,j,k} \leq 1; \quad (ijk \in S_*)$$

مسئله‌ی برنامه‌ریزی فوق یک برنامه‌ریزی خطی چندهدفه را نشان می‌دهد که حل آن برای هر یک از توابع هدف به صورت مجزا، به کمک روش‌های رایج برنامه‌ریزی خطی قابل اجراء است.

•  $Z_1$  و  $Z_2$  نشان‌دهنده‌ی مقادیر توابع هدفی است که در مرحله‌ی مورد نظر برای مسئله محاسبه شده است.

• مجموعه‌ی  $D$  دربرگیرنده‌ی جواب‌هایی است که تا مرحله‌ی مورد بررسی به‌عنوان جواب‌های غیر مسلط شناسایی شده‌اند.

•  $Z_1D$  و  $Z_2D$  نشان‌گر مقدار  $Z_1$ ها و  $Z_2$ های مربوط به اعضای مجموعه  $D$  است.

با توجه به پارامترهای تعریف شده در فوق گام‌های الگوریتم شاخه‌بندی و کران طراحی شده برای مسئله‌ی زمان‌بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته در ادامه ارائه شده است:

۱. مرحله‌ی مقدماتی: در این مرحله مجموعه‌ی  $S_0$  و  $S_1$  را تهی و کلیه متغیرهای صفر و ۱ را در مجموعه‌ی  $S_*$  قرار می‌دهیم. در این مرحله همچنین مقدار اولیه‌ی  $Z_1$  و  $Z_2$  نیز باید تعیین شود. با توجه به این که مقدار اولیه‌ی  $Z_1$  و  $Z_2$  حد بالای این الگوریتم است، بدیهی است که هر قدر مقدار اولیه‌ی این پارامترها کوچک‌تر باشد، حل مسئله مستلزم صرف زمان کم‌تری خواهد بود. بنابراین ارائه‌ی راهکاری برای تعیین حد بالای اولیه در کارایی الگوریتم نقش مهمی را ایفا خواهد کرد که در ادامه (در بخش ۱.۴.۱) با ارائه‌ی یک الگوریتم ابتکاری این مقدار تعیین می‌شود.

۲. به دست آوردن جواب مسئله‌ی ساده شده: مسئله‌ی خطی  $LP(S_0, S_1, S_*)$  به کمک روش‌های حل برنامه‌ریزی خطی به صورت مجزا برای هر یک از توابع هدف حل می‌شود. اگر جواب به دست آمده یکی از توابع هدف نشدنی باشد، در این حالت ترکیب مقادیر ثابت شده  $x_{ijk}$  (اعضای  $S_0$  و  $S_1$ ) با هم در تضاد بوده و هرگز منجر به جواب گسسته‌ی نخواهد شد. از این رو گره مورد بحث به عمق رسیده و شاخه‌ی بیشتر از این مرحله لازم نیست. از این رو الگوریتم به گام پنجم منتقل خواهد شد. در غیر این صورت یک حد پایین برای هر یک از توابع هدف مسئله‌ی زمان‌بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته حاصل شده است.

۳. آزمون به عمق رسیدن یک مرحله: اگر در مرحله‌ی جواب به دست آمده از حل مسئله‌ی  $LP(S_0, S_1, S_*)$  برای تابع هدف اول از مقدار  $Z_1$ های مجموعه‌ی  $D$  ( $Z_1D$ ) بزرگ‌تر یا مساوی باشد، یا در مرحله‌ی جواب به دست آمده از حل مسئله‌ی  $LP(S_0, S_1, S_*)$  برای تابع هدف دوم از مقدار  $Z_2$ های مجموعه‌ی  $D$  ( $Z_2D$ ) بزرگ‌تر یا مساوی باشد، ترکیب فعلی از مقادیر ثابت شده در  $S_0$  و  $S_1$  هرگز منجر به جواب بهتر از  $Z_1$ ها و  $Z_2$ های مجموعه‌ی  $D$  نخواهد شد. از این رو هرگونه شاخه‌بندی به منظور ثابت کردن بیشتر متغیرهای  $x_{ijk}$  ( $ijk \in S_*$ ) منجر به مقادیر هدف با کم‌ترین  $Z_1$  و  $Z_2$  خواهد شد؛ این مقدار قطعاً از  $Z_1$ ها و  $Z_2$ های مجموعه‌ی  $D$  کم‌تر نخواهد بود. از این رو باید به گام پنجم رفت. در غیر این صورت الگوریتم به گام چهارم خواهد رفت.

۴. شاخه‌بندی: اگر متغیری در  $S_*$  باقی نمانده باشد، آنگاه تمام  $x_{ijk}$ ها ثابت شده و جواب شدنی مناسب به دست آمده است. در این صورت  $Z_1$  و  $Z_2$  حاصل از این مرحله به مجموعه‌ی  $D$  اضافه و مقادیر متغیرهای مربوطه ذخیره و مجموعه‌ی  $D$  نیز به روز خواهد شد. به روز شدن مجموعه‌ی  $D$  بدین معناست که اعضای از مجموعه‌ی  $D$  که توسط  $Z_1$  و  $Z_2$  مغلوب می‌شوند از این مجموعه حذف خواهد شد. سپس الگوریتم با گام پنجم ادامه می‌یابد. در غیر این صورت از بین  $ijk$ های متعلق به مجموعه‌ی  $S_*$  یکی از  $ijk$ ها انتخاب و برابر با ۱ قرار

شده متغیرها ابتدا مقدار ۱ می‌گیرند، سپس مقدار صفر برای آن‌ها لحاظ می‌شود. اگرچه در راهکارهایی دیگر، ابتدا صفر و سپس ۱ نیز می‌تواند انتخاب شود.

-- با توجه به این که الگوریتم ارائه شده به صورت جست‌وجوی اول عمیق<sup>۲۳</sup> عمل می‌کند بنابراین شرط توقف در الگوریتم پیشنهادی زمانی برقرار می‌شود که مجموعه‌های  $S_1$  و  $S_0$  خالی از عضو باشند. در حقیقت زمانی که شاخه‌یی به عمق برسد در الگوریتم عملیات برگشت انجام می‌شود. چنانچه این عملیات برگشت منجر به خالی شدن مجموعه‌های  $S_1$  و  $S_0$  شود، درمی‌یابیم که تمامی حالت‌های لازم مورد بررسی قرار گرفته است.

**۱.۱.۴. ارائه‌ی یک حد بالای اولیه<sup>۲۴</sup> می‌مناسب برای الگوریتم ارائه شده** اهمیت ارائه‌ی حد بالای اولیه‌ی مناسب در آن است که یکی از راه‌هایی که شاخه‌ها به عمق می‌رسند، بزرگ‌تر شدن جواب حاصل در آن مرحله از حد بالاست. در مسئله‌ی مورد بحث با توجه به این که توابع هدف کمینه‌سازی شده‌اند، بدیهی است که هر قدر این حد کوچک‌تر باشد، شاخه‌ها زودتر به عمق می‌رسند و در نتیجه، انشعابات کم‌تری صورت می‌گیرد و در نهایت انشعابات کم‌تر منجر به زمان حل کوتاه‌تری خواهد شد. در الگوریتم پیشنهادی، حد بالای اولیه ( $Z_1$  و  $Z_2$  اولیه) براساس یک روش ابتکاری مبتنی بر «پراکندگی شارژها روی ماشین‌های موجود در مراحل کوره‌ی قوس الکتریکی تا مرحله‌ی سوم و پراکندگی دسته‌ها روی مرحله‌ی نهایی یعنی ریخته‌گری پیوسته» طراحی شده است. با توجه به طراحی این روش ابتکاری براساس مشخصات خاص مسئله‌ی زمان‌بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته، شدنی بودن جواب به دست آمده تضمین می‌شود. پراکنده‌سازی دسته‌ها روی ماشین‌های مرحله‌ی نهایی و پراکنده‌سازی شارژها روی ماشین‌های مراحل کوره‌ی قوس الکتریکی تا مرحله‌ی سوم، محدودیت‌های مدل توسعه یافته را تأمین می‌کند. در حقیقت روش ابتکاری محاسبه‌ی حد بالای اولیه برای الگوریتم طراحی شده در این فاز، نه تنها شدنی بودن جواب به دست آمده را تضمین می‌کند بلکه با در نظر گرفتن توابع هدف، سعی در به دست آوردن جواب مناسب از نقطه نظر بهینه‌نگی دارد. چرا که هر قدر جواب به دست آمده به بهینه نزدیک‌تر باشد، بدیهی است که تعداد مرحله‌ی که برای رسیدن به جواب بهینه باید صورت گیرد کم‌تر خواهد بود.<sup>[۱۶]</sup>

پراکندگی شارژها روی ماشین‌های موجود در هر مرحله چنان است که در هر مرحله تخصیص شارژها به ترتیب به ماشین‌های موجود در آن مرحله صورت می‌گیرد. در صورتی که تعداد شارژها از تعداد ماشین‌ها بیشتر باشد، شارژها به ترتیب روی ماشین‌ها پراکنده می‌شوند تا همه‌ی ماشین‌ها پر شوند. سپس شارژ بعدی مجدداً از ماشین اول شروع می‌شود. الگوریتم ارائه شده برای این منظور برای  $z = 1, 2, 3$  عبارت است از:

**گام ۱:** مجموعه‌ی  $U$  متشکل از شارژهایی در نظر گرفته می‌شود که باید به ماشین‌های مرحله‌ی  $z$  تخصیص یابند. شارژها در این مجموعه براساس توالی‌شان مستقر می‌شوند. همچنین  $k = 1$  لحاظ می‌شود.

**گام ۲:** اولین شارژ مجموعه‌ی  $U$  به ماشین  $k$ ام تخصیص می‌یابد.

**گام ۳:** شارژ تخصیص یافته از مجموعه‌ی  $U$  حذف می‌شود.

**گام ۴:** یک واحد به  $k$  اضافه می‌شود ( $k = k + 1$ ). اگر  $k \leq k(j)$  الگوریتم به گام ۲ می‌رود در غیر این صورت الگوریتم به گام بعدی (گام ۵) می‌رود ( $k(j)$  نشان‌گر تعداد ماشین‌های مرحله‌ی  $z$ ام است).

**گام ۵:** پارامتر  $C_k$  (که در آن  $k = 1, \dots, k(j)$ ) برای ماشین  $k$ ام محاسبه می‌شود.

داده می‌شود. نحوه‌ی انتخاب متغیر مناسب جهت شاخه‌شدن نیز بر کارایی این الگوریتم تأثیر دارد که در ادامه (در بخش ۳.۱.۴) توضیح داده خواهد شد. در حقیقت متغیر انتخاب شده از مجموعه‌ی  $S_*$  به مجموعه‌ی  $S_1$  منتقل می‌شود. سپس الگوریتم با گام دوم ادامه خواهد یافت.

۵. بازگشت: متغیر  $x_{ijk}$  ثابت شده در آخرین مرحله، در نظر گرفته می‌شود.

• در صورتی که این متغیر وجود نداشته باشد یعنی  $S_0$  و  $S_1$  خالی باشند، این بدان معناست که در حقیقت تمامی حالت‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. بنابراین الگوریتم خاتمه یافته و مجموعه‌ی  $D$  جواب‌های غیر مسلط را نشان خواهد داد. بنابراین الگوریتم متوقف می‌شود.

• اما در حالتی که متغیر  $x_{ijk}$  وجود داشته باشد، اگر مقدار آن برابر با ۱ باشد ( $ijk \in S_1$ ) این مقدار به صفر تغییر می‌یابد. به عبارت دیگر  $ijk$  از  $S_1$  به  $S_0$  منتقل می‌شود و با گام دوم الگوریتم ادامه می‌یابد. اما اگر مقدار متغیر برابر با صفر باشد ( $ijk \in S_0$ ) هر دو حالت صفر و ۱ برای متغیر مورد بحث بررسی شده است؛ زیرا مقداردهی متغیر در این الگوریتم با ۱ شروع می‌شود. از این رو این متغیر به حالت بدون مقدار تغییر می‌یابد یعنی  $ijk$  از  $S_0$  به  $S_*$  منتقل می‌شود و گام پنجم مجدداً تکرار می‌شود.

از جمله نکاتی که در به‌کارگیری گام‌های فوق به‌منظور حل مدل ارائه شده باید در نظر گرفت می‌توان اشاره داشت به:

-- هنگام حل مسئله‌ی  $LP(S_0, S_1, S_*)$  ممکن است مقدار به دست آمده برای تمامی  $ijk \in S_*$  دقیقاً مقدار صفر یا ۱ باشد. وقوع این حالت بدین معناست که یک جواب شدنی برای مدل توسعه یافته حاصل شده است. در این حالت شاخه‌بندی به کمک گام چهارم برای این مرحله لازم نیست و الگوریتم در این مرحله به عمق رسیده است. در حقیقت  $Z_1$  و  $Z_2$  به دست آمده در این مرحله به مجموعه‌ی  $D$  اضافه و مقادیر متغیرهای مربوطه ذخیره و مجموعه‌ی  $D$  نیز به‌روز خواهد شد و از طریق گام پنجم عمل بازگشت صورت می‌گیرد.

-- در هر گره از درخت جست‌وجو برنامه‌ریزی خطی تک‌هدفه (برای هر تابع هدف به‌طور مجزا) حل می‌شود. به‌ازای حل مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی تک‌هدفه برای تابع هدف اول ( $Z_1$ ) مقدار تابع هدف دوم ( $Z_2$ ) محاسبه می‌شود و همین‌طور به‌عکس؛ یعنی به‌ازای حل مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی تک‌هدفه برای تابع هدف دوم ( $Z_2$ ) مقدار تابع هدف اول ( $Z_1$ ) محاسبه می‌شود. مقدار ( $Z_1, Z_2$ ) حاصل از حل مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی تک‌هدفه به‌ازای تابع هدف اول و همچنین مقدار ( $Z_1, Z_2$ ) حاصل از حل مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی تک‌هدفه به‌ازای تابع هدف دوم در صورتی که غیر مسلط باشند به مجموعه‌ی  $D$  اضافه می‌شود. در صورت اضافه شدن این جواب‌ها به مجموعه‌ی  $D$ ، جواب‌هایی از این مجموعه که به‌واسطه‌ی جواب‌های جدید چیره می‌شوند نیز از این مجموعه حذف می‌شود.

-- در الگوریتم طراحی شده زمانی که  $ijk \in S_*$  به مجموعه‌ی  $S_1$  منتقل شود (متغیر مربوطه مقدار ۱ بگیرد) استراتژی‌های متفاوتی می‌توان برای انتخاب یکی از اعضای مجموعه‌ی  $S_*$  برای شاخه‌بندی در نظر گرفت که در ادامه این استراتژی‌های متناسب با ساختار مدل توسعه یافته، ارائه خواهد شد.

-- زمانی که  $x_{ijk}$  ثابت شدن انتخاب می‌شود، تصمیم‌گیری در مورد این که این متغیر ابتدا مقدار ۱ را بگیرد یا صفر هنوز باقی می‌ماند. در الگوریتم ارائه

پارامتر  $C_k$  بیان‌گر مجموع زمان‌های شارژهایی است که روی ماشین  $k$  تا این مرحله پردازش شده است.

**گام ۶:** کمینه مقدار  $C_k$  در نظر گرفته می‌شود. اولین شارژ مجموعه‌ی  $U$  به ماشین  $k$ ، یعنی ماشین با کم‌ترین  $C_k$  اختصاص می‌یابد.

**گام ۷:** شارژ تخصیص یافته از مجموعه‌ی  $U$  حذف می‌شود.

**گام ۸:** در صورتی که مجموعه‌ی  $U$  خالی باشد الگوریتم متوقف می‌شود و در غیر این صورت به گام ۵ می‌رود.

نحوه‌ی پراکنش دسته‌های روی ماشین‌های ریخته‌گری پیوسته نیز به همین شکل خواهد بود. به عبارت دیگر برای پراکنش ریخته‌ها در  $z = 4$  (ماشین ریخته‌گری) دقیقاً همین گام‌های الگوریتم فوق صورت می‌گیرد با این تغییر که گام‌های این الگوریتم به جای انجام شدن روی «شارژها» روی «ریخته‌ها» صورت می‌گیرد.

#### ۲.۱.۴. کاهش انشعابات به کمک خاصیت گروه‌بندی شارژها در مرحله‌ی ریخته‌گری پیوسته

منظور از کاهش انشعابات در این بخش، کاهش تعداد متغیرهای صفر و ۱ موجود در مسئله است. بدیهی است که هرچه تعداد متغیرهای صفر و ۱ در مسئله کم‌تر باشد تعداد شاخه‌هایی که در این الگوریتم ایجاد می‌شود کم‌تر و در نتیجه زمان حل کوتاه‌تر خواهد شد. بنابراین راهکاری که در این قسمت برای کاهش انشعابات استفاده خواهد شد، با توجه به تأثیر مستقیم آن در کاهش زمان حل مسئله، در کارایی الگوریتم بسیار مفید خواهد بود. کاهش انشعابات در این بخش براساس مشخصه‌ی بسیار مهم مدل زمان‌بندی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته، یعنی دسته‌ی بودن شارژها در مرحله‌ی ریخته‌گری پیوسته صورت می‌گیرد. منظور از دسته‌ی بودن شارژها، پردازش گروهی شارژهایی است که از مشخصه‌های شیمیایی یکسانی برخوردارند. گروهی یا دسته‌ی بودن شارژها تنها در مرحله‌ی چهارم (ریخته‌گری پیوسته) اتفاق می‌افتد. در حقیقت تمامی شارژهایی که در یک دسته قرار دارند، روی یک ماشین از مرحله‌ی چهارم پردازش می‌شود. این خصوصیت، این امکان را فراهم می‌آورد تا به جای این که در مرحله‌ی چهارم برای تک‌تک شارژهای موجود در یک دسته تصمیم‌گیری شود، تنها برای شارژ اول از هر دسته تصمیم‌گیری انجام و این تصمیم برای سایر شارژهای موجود در آن دسته تعمیم داده شود. این راهکار باعث می‌شود تا تعداد متغیرهای صفر و ۱ در مرحله‌ی ریخته‌گری پیوسته از  $i * k(4)$  به  $i * k(4)$  تغییر یابد. با توجه به این که  $G$  (تعداد دسته‌ها) از  $i$  (تعداد شارژها) کوچک‌تر است، تعداد متغیرهای صفر و ۱ در مسئله کاهش خواهد یافت. در حقیقت مسئله‌ی زمان‌بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته با  $i * k(4) + i * k(3) + i * k(2) + i * k(1)$  تعداد متغیر صفر و ۱ به مسئله‌ی  $i * k(4) + G * k(4) + i * k(3) + i * k(2) + i * k(1)$  تبدیل می‌شود.

#### ۳.۱.۴. بررسی استراتژی‌های متفاوت شاخه‌زنی (انشعاب) در الگوریتم ارائه شده

در الگوریتم پیشنهادی برای حل، منظور از شاخه‌زنی یا انشعاب ترتیب انتخاب متغیرهای صفر و ۱ از مجموعه‌ی  $S_*$  است. زیرا چنان که قبلاً نیز اشاره شد مجموعه‌ی  $S_*$  بیان‌گر متغیرهایی است که هنوز تصمیم‌گیری در مورد صفر و ۱ شدن آن‌ها یا به عبارتی انتقال آن‌ها به مجموعه‌های  $S_1$  و  $S_2$  صورت نگرفته است. در الگوریتم پیشنهادی، نحوه‌ی انشعاب چنان است که عضوی از مجموعه‌ی  $S_*$  به عنوان متغیر مناسب برای شاخه شدن (انتقال به مجموعه  $S_1$ ) انتخاب می‌شود. الگوریتم پیشنهادی برای جست‌وجوی جواب‌های غیرمسلط به دنبال شیوهی برای شاخه‌زنی

است که شاخه‌ها را زودتر به عمق برساند و در نتیجه زمان حل را تا حد امکان کاهش دهد. برای این منظور پنج استراتژی متناسب با ساختار مدل توسعه داده شده، تنظیم شده است. این استراتژی‌های عبارت‌اند از:

۱. شروع شاخه‌زنی از متغیرهای مربوط به اولین ماشین در مرحله‌ی قوس الکتریکی و ادامه‌ی شاخه‌زنی به ترتیب مراحل تا رسیدن به متغیرهای مربوط به آخرین ماشین مرحله‌ی ریخته‌گری پیوسته.

۲. شروع شاخه‌زنی از متغیرهای مربوط به آخرین ماشین مرحله‌ی ریخته‌گری پیوسته تا رسیدن به متغیرهای مربوط به اولین ماشین مرحله‌ی قوس الکتریکی (برعکس استراتژی اول).

۳. شروع شاخه‌زنی از متغیرهای مربوط به اولین شارژ تا رسیدن به متغیرهای مربوط به آخرین شارژ، بدین ترتیب که شارژ اول روی ماشین‌های کوره‌ی قوس الکتریکی سپس ماشین‌های کوره‌ی پاتیلی و به همین ترتیب تا آخرین مرحله در نظر گرفته می‌شود. دومین شارژ نیز به همین صورت در نظر گرفته می‌شود تا این که آخرین شارژ موجود مورد بررسی قرار گیرد.

۴. انتخاب متغیرها برای انشعاب براساس زمان پردازش آن‌ها. بدین معنا که هر چه زمان پردازش یک شارژ طولانی‌تر باشد زودتر برای شاخه‌زنی انتخاب خواهد شد.

۵. انتخاب متغیرها برای شاخه‌زنی براساس پراکندگی شارژها روی ماشین‌های موجود در مراحل کوره‌ی قوس الکتریکی تا مرحله‌ی سوم و پراکندگی دسته‌ها روی مرحله‌ی نهایی صورت می‌گیرد. در حقیقت در هر مرحله یک متغیر  $k_i z_i$  شاخه‌زنی می‌شود که ماشین مربوط به آن کم‌ترین فرایند را انجام داده باشد.

با توجه به توضیحات ارائه شده برای الگوریتم پیشنهادی می‌توان چارچوب متدولوژی ارائه شده برای حل مسئله‌ی چندهدفه‌ی زمان‌بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته به منظور به دست آوردن جواب‌های غیرمسلط را به صورت شکل ۲ خلاصه کرد.

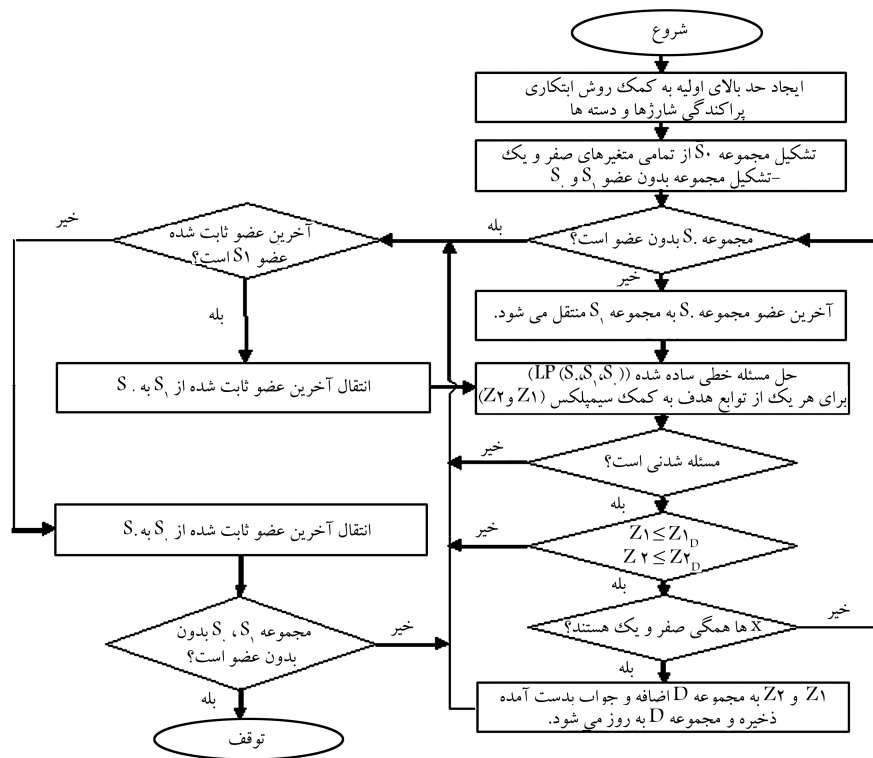
فلوچارت فوق جواب‌های غیرمسلط را شناسایی می‌کند. این جواب‌ها چنان که قبلاً نیز اشاره شد در مجموعه‌ی  $D$  قرار می‌گیرند. در بخش بعدی (فاز دوم) متدولوژی پیشنهادی به کمک روش تخصیص خطی جواب‌های غیرمسلط ارائه شده در فاز اول را رتبه‌بندی می‌کند تا تصمیم‌گیرنده بتواند جواب برتر را شناسایی کند.

#### ۲.۴. فاز دوم: تعیین رتبه‌ی هر یک از جواب‌های غیرمسلط (مجموعه $D$ ) و انتخاب جواب برتر

خروجی مرحله اول از متدولوژی پیشنهادی برای حل مدل چندهدفه‌ی زمان‌بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته، جواب‌های غیرمسلطی هستند که در مجموعه‌ی  $D$  قرار می‌گیرند. به کمک این فاز، تصمیم‌گیرنده می‌تواند جواب‌های غیرمسلط را رتبه‌بندی و از بین آن‌ها، یک جواب را به عنوان جواب نهایی انتخاب کند. رتبه‌بندی جواب‌ها این امکان را برای تصمیم‌گیرنده فراهم می‌آورد تا اگر با توجه به محدودیت‌های سیستم امکان انتخاب جواب برتر وجود نداشته باشد، اولویت انتخاب دیگر جواب‌ها مشخص باشد. به بیان دیگر، در این فاز از متدولوژی پیشنهادی، جواب‌های غیرمسلط به ترتیب اولویت مرتب و جواب برتر انتخاب می‌شود. برای این منظور روش پیشنهادی در این فاز براساس تکنیک تخصیص خطی قرار داده شده است. گام‌های این تکنیک عبارت‌اند از: [۲۰]

گام اول: در این گام رتبه‌ی هر کدام از جواب‌های غیرمسلط ( $A_i$ ) به دست آمده





شکل ۲. فلوجارت الگوریتم پیشنهادی برای جست‌وجوی جواب‌های غیرمسلط در زمان‌بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته.

در فاز اول، با توجه به توابع هدف موجود به‌طور مجزا مشخص می‌شود. صحیح می‌شود و نیازی به استفاده از برنامه‌ریزی با اعداد صحیح نیست.<sup>[۲۰]</sup> خروجی این گام ماتریس  $H^*$  است که عناصر آن  $h_{ik}$  های به دست آمده از این مرحله است. حاصل ضرب ماتریس  $H^*$  در ماتریس ستونی که عناصر آن  $A_i$  (جواب غیر مسلط  $i$ ام) است، رتبه‌ی هر یک از جواب‌های غیرمسلط را مشخص می‌کند.

با استفاده از گام‌های فوق این امکان برای تصمیم‌گیرنده فراهم می‌شود تا جواب برتر را از میان جواب‌های غیرمسلط که در فاز اول متدولوژی پیشنهادی در مجموعه‌ی  $D$  قرار گرفته‌اند، انتخاب کند. در ادامه و در بخش بعدی با استفاده از نمونه‌های محاسباتی عملکرد هر کدام از فازهای متدولوژی پیشنهادی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

گام دوم: ماتریس مرجع  $m \times m$  که در آن  $m$  نشان‌گر تعداد جواب‌های غیرمسلط است، تشکیل می‌شود. در این ماتریس در هر سطر مشخص می‌شود که جواب غیرمسلط آن سطر از نظر توابع هدف مسئله چندبار رتبه‌ی اول، چندبار رتبه‌ی دوم تا چندبار رتبه‌ی  $m$ ام بوده است. به‌ازای رتبه‌های موجود برای هر کدام از جواب‌های غیرمسلط وزن‌های معادل آن‌ها قرار داده می‌شود. با توجه به این که مطالعه‌ی موردی نشان می‌دهد که دو تابع هدف موجود از اهمیت و اولویت یکسانی برخوردار است از این رو وزن هر کدام از این توابع هدف برابر با  $0.5$  در نظر گرفته شده است.

| اولین رتبه    | ... | $m$ امین رتبه |
|---------------|-----|---------------|
| $\gamma_{11}$ | ... | $\gamma_{1m}$ |
| $\vdots$      |     | $\vdots$      |
| $\gamma_{m1}$ | ... | $\gamma_{mm}$ |

گام سوم: در این گام انتخاب جواب برتر از میان جواب‌های غیرمسلط و تعیین رتبه‌ی هر یک از جواب‌های غیرمسلط به‌کمک برنامه‌ریزی خطی زیر صورت می‌گیرد:

$$\max \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m \gamma_{ik} * h_{ik}$$

s.t. :

$$\sum_{k=1}^m h_{ik} = 1; \quad \text{for } i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m h_{ik} = 1; \quad \text{for } k = 1, \dots, m$$

$$h_{ik} = 0 \text{ or } 1 \quad \text{for } i = 1, \dots, m \quad \text{for } k = 1, \dots, m$$

در برنامه‌ریزی خطی فوق  $\gamma_{ik}$  عناصر ماتریس تشکیل‌شده در گام دوم را نشان می‌دهد. ساختار محدودیت‌ها در برنامه‌ریزی خطی فوق منجر به جواب با اعداد

## ۵. نتایج محاسباتی

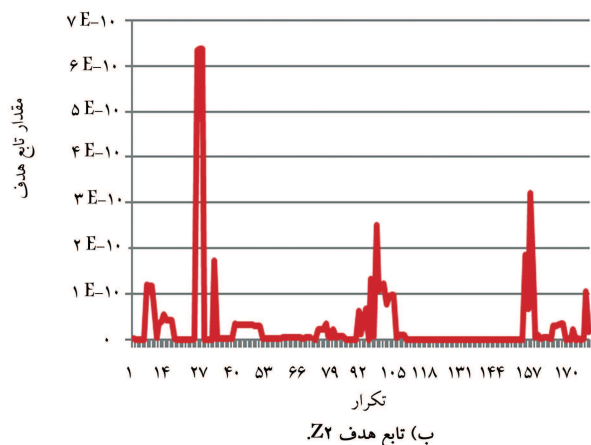
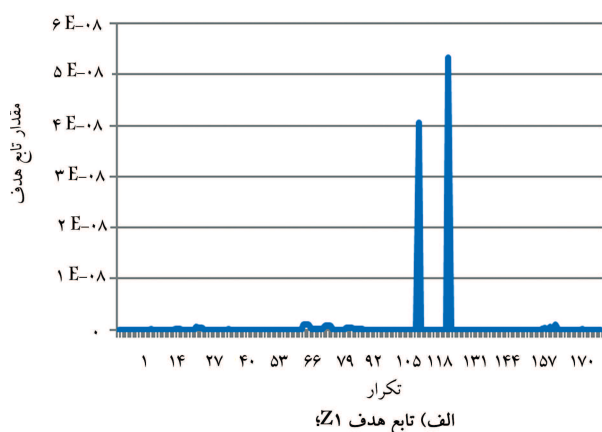
به‌منظور بررسی عملکرد مدل توسعه یافته و الگوریتم پیشنهادی در صنعت فولاد، در این بخش به حل مسائل نمونه در این زمینه پرداخته‌ایم. نمونه‌های اشاره شده با در نظر گرفتن مطالعه‌ی موردی در شرکت فولاد آلیاژی ایران واقع در یزد و به‌صورت تصادفی طراحی شده است. این شرکت یکی از بزرگ‌ترین و فعال‌ترین کارخانه‌های فعال در زمینه‌ی تولید فولاد آلیاژی است که تولیدات آن مورد استفاده‌ی بسیاری از صنایع دیگر قرار می‌گیرد. در این کارخانه هر روز کاری شامل سه شیفت است. تعداد ریخته‌ها به‌طور متوسط ۲ تا ۴ ریخته در هر روز است. هر ریخته شامل چندین شارژ (به‌طور متوسط ۳ تا ۴ شارژ) است. بر این اساس با توجه به این که تعداد شارژهایی که در هر روز فرایند می‌شوند بین ۵ تا ۱۰ شارژ متغیر است، مثال‌های طراحی شده با این تعداد شارژ در نظر گرفته شده است. کم‌ترین واحد زمانی در این شرکت برحسب دقیقه است از این رو بازه زمانی در مثال‌های زیر

بسیار مناسب الگوریتم ارائه شده در حل مسئله‌ی زمان‌بندی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته است. همچنین مقایسه‌ی زمان‌های حل نمونه‌های نشان داده شده در جدول ۱ به کمک الگوریتم پیشنهادی با زمان‌های حل این مسائل به کمک Lingo (نرم‌افزار حل مسائل برنامه‌ریزی ریاضی) عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی را نیز نشان می‌دهد. در حل مدل با Lingo در جدول ۱، تابع تک‌هدفه شامل مجموع وزنی دو تابع هدف  $Z_1$  و  $Z_2$  به صورت  $(0.5Z_1 + 0.5Z_2)$  در نظر گرفته شده است. نتایج به دست آمده از الگوریتم ابتکاری ارائه شده در مقایسه با جواب‌های به دست آمده از Lingo نشان می‌دهد که جواب‌های حاصله بر هیچ‌کدام از جواب‌های حاصل از الگوریتم پیشنهادی غالب نیست.

مجموعه عوامل اشاره شده، شامل طراحی مناسب الگوریتم در جست‌وجوی جواب‌های غیر مسلط بر پایه الگوریتم شاخه و کران، اولویت‌بندی جواب‌ها و انتخاب جواب برتر بر پایه تکنیک تخصیص خطی، تعداد گره‌های محاسباتی، زمان حل و مقایسه‌ی جواب‌ها با Lingo با تابع هدف مجموع وزنی  $Z_1$  و  $Z_2$  نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی از عملکرد و اعتبار مناسبی برخوردار است.

از جمله ویژگی‌های این الگوریتم ارائه‌ی حد بالای اولیه‌ی مناسب، استراتژی مناسب شاخه‌زنی، کاهش شاخه‌ها و طراحی الگوریتم متناسب با ساختار مدل توسعه یافته است. نتایج محاسباتی بررسی شده نشان می‌دهد که متدولوژی حل پیشنهادی با ویژگی‌های ارائه شده کاهش قابل توجهی در تعداد گره‌های محاسباتی ایجاد خواهد کرد.

در شکل ۴ نمونه‌ی تغییرات مقادیر توابع هدف اول و دوم طی تکرارهای حل



شکل ۴. تغییرات توابع هدف در تکرارهای حل مسئله به کمک الگوریتم پیشنهادی.



شکل ۳. مقایسه‌ی عملکرد استراتژی‌های ارائه شده جهت انشعاب.

یک روز است که به صورت ۱۴۴۰ دقیقه، یعنی سه شیفت ۸ ساعته لحاظ شده است.

از آنجا که در تحقیق حاضر زمان‌بندی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته به گونه‌ی لحاظ شده که برای تمامی صنایع قابل استفاده باشد، طراحی مدل ارائه شده به گونه‌ی است که تحت تأثیر ویژگی‌های تولیدی خاص این شرکت قرار نگیرد و برای تمامی صنایع فولاد عمومیت داشته باشد. همچنین در نمونه‌های محاسباتی زیر برای کاهش تعداد مثال‌ها، فرض شده که تعداد ماشین‌ها در هر کدام از مراحل با هم مساوی و تعداد آن‌ها ۲، ۳ یا ۴ ماشین باشد. یادآوری می‌شود که مدل و الگوریتم توسعه یافته توانایی حل مواردی که تعداد ماشین‌ها در هر کدام از مراحل با هم برابر نباشند را نیز دارد. مثال‌های ارائه شده در جدول ۱ با استفاده از الگوریتم طراحی شده در محیط متلب و با استفاده از رایانه‌ی با مشخصات پردازنده Intel(R) Core(TM) i5-۲۴۳۰M، ۲٫۴ گیگاهرتز، ویندوز ۷ و ۷ گیگا بایت حافظه انجام شده است.

در شکل ۳ مقایسه بین استراتژی‌های ارائه شده برای شاخه‌زنی نشان داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود استراتژی چهارم با بررسی تعداد گره‌های کم‌تری به جواب می‌رسد. این استراتژی براساس زمان فرایندها طراحی شده است. بعد از استراتژی چهارم، استراتژی مناسب بعدی برای حل مدل چندهدفه‌ی زمان‌بندی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته همان استراتژی پراکندگی شارژها و دسته‌ها (استراتژی پنجم) است.

با توجه به این که استراتژی چهارم شاخه‌زنی از عملکرد مناسب‌تری (شکل ۳) برخوردار است، از این‌رو در ادامه در مثال‌های حل شده از این استراتژی استفاده شده است. جدول ۱ تعداد گره‌های بررسی شده در محاسبه‌ی جواب‌های غیرمسلط مثال‌های اشاره شده را با استفاده از متدولوژی ارائه شده مبتنی بر شاخه و کران در فاز اول، نشان می‌دهد. چنان که در این جدول آمده، تعداد گره‌های محاسبه شده برای به دست آوردن جواب‌های غیر مسلط بسیار کم است، و این مطلب نشان‌دهنده‌ی عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی در این فاز برای به دست آوردن جواب‌های غیر مسلط است. بدیهی است که هرچه تعداد گره‌های محاسباتی کم‌تر باشد زمان حل مسئله کاهش خواهد یافت.

چنان که از جدول ۱ نیز برمی‌آید عملکرد الگوریتم پیشنهادی برای به دست آوردن جواب‌های غیرمسلط با توجه به تعداد گره‌های محاسباتی بسیار مناسب است. در حقیقت تعداد گره‌های محاسباتی در جدول ۱ براساس الگوریتم ارائه شده در مقایسه با تعداد کل گره‌ها در درخت جست‌وجو که برابر با  $(2^{n+1} - 2)$  است ( $n$  نشان‌گر تعداد متغیرهای صفر و ۱ است) مقدار بسیار ناچیزی است که نشان‌گر عملکرد

جدول ۱. نتایج حاصل از متدولوژی پیشنهادی در فاز اول.

| شماره مسئله | تعداد شارژها | تعداد ماشین‌ها در هر مرحله | تعداد گره‌های بررسی شده | زمان حل Lingo (ثانیه) | زمان حل الگوریتم پیشنهادی (ثانیه) | مجموعه جواب‌های غیر مسلط به دست آمده از فاز اول ( $Z_1, Z_2$ )   | رتبه بندی جواب‌ها با استفاده از فاز دوم |
|-------------|--------------|----------------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------------------|--|---|
| ۱           | ۵            | ۲                          | ۳۴                      | ۴,۰۰                  | ۰,۷۷                              | $(0,0000e+000, 1,8566e+008);$<br>$(1,8101e+008, 0,0000e+000)$  | $(A_r, A_1)$                            |
| ۲           | ۵            | ۳                          | ۹۸                      | ۱۷,۰۱                 | ۳,۲۱                              | $(0,0000e+000, 1,7649e+008);$<br>$(2,3695e+008, 0,0000e+000)$  | $(A_r, A_1)$                            |
| ۳           | ۵            | ۴                          | ۲۸۶                     | ۳۷,۳۸                 | ۷,۳۳                              | $(0,0000e+000, 2,2465e+008);$<br>$(2,1946e+008, 0,0000e+000)$  | $(A_r, A_1)$                            |
| ۴           | ۶            | ۲                          | ۳۵۸                     | ۵۸,۷۱                 | ۹,۴۷                              | $(0,0000e+000, 2,7244e+008);$<br>$(4,7788e+008, 0,0000e+000)$  | $(A_r, A_1)$                            |
| ۵           | ۶            | ۳                          | ۴۰۴                     | ۵۹,۳۵                 | ۹,۱۳                              | $(1,9362e-011, 2,3585e+008);$<br>$(4,1395e+008, 1,0193e-016);$<br>$(5,0547e-016, 3,9233e+008);$<br>$(2,9164e+008, 2,4125e-012);$<br>$(2,9765e+008, 2,1887e-013)$ | $(A_r, A_1, A_0, A_r, A_r)$             |
| ۶           | ۶            | ۴                          | ۸۰۲                     | ۱۳۲,۰۷                | ۱۹,۱۴                             | $(0,0000e+000, 2,8009e+008);$<br>$(3,9004e+008, 0,0000e+000)$  | $(A_r, A_1)$                            |
| ۷           | ۷            | ۲                          | ۸۴۸                     | ۱۸۷,۳۱                | ۲۰,۳۶                             | $(6,8297e-018, 7,3394e+008);$<br>$(1,3396e+009, 6,4881e-015);$<br>$(1,9077e-012, 6,7237e+008);$<br>$(1,4732e+009, 1,4567e-018);$                                 | $(A_r, A_1, A_r, A_r)$                  |
| ۸           | ۷            | ۳                          | ۹۱۰                     | ۲۰۶,۶۳                | ۲۱,۷۵                             | $(4,7036e-013, 3,8082e+008);$<br>$(3,7302e+008, 5,9832e-017);$<br>$(1,3135e-016, 6,7397e+008);$  | $(A_r, A_1, A_r)$                       |
| ۹           | ۷            | ۴                          | ۹۷۸                     | ۲۳۰,۷۷                | ۲۳,۳۱                             | $(0,0000e+000, 5,1469e+008);$<br>$(6,6486e+008, 0,0000e+000)$  | $(A_r, A_1)$                            |
| ۱۰          | ۸            | ۲                          | ۱۰۵۴                    | ۲۴۲,۹۶                | ۲۳,۸۲                             | $(0,0000e+000, 6,4648e+008);$<br>$(3,9148e+008, 0,0000e+000)$  | $(A_r, A_1)$                            |
| ۱۱          | ۸            | ۳                          | ۴۶۸۸                    | ۱۱۱۲,۳۷               | ۱۰۵,۹۴                            | $(1,2726e-016, 8,1163e+008);$<br>$(6,3143e+008, 5,2156e-012);$<br>$(8,8892e+008, 1,3356e-017)$   | $(A_1, A_r, A_r)$                       |
| ۱۲          | ۸            | ۴                          | ۵۱۲۱                    | ۱۲۶۱,۴۶               | ۱۱۵,۷۳                            | $(0,0000e+012, 1,9455e+012);$<br>$(7,7104e+008, 0,0000e+009)$  | $(A_r, A_1)$                            |
| ۱۳          | ۹            | ۲                          | ۴۷۰۳                    | ۱۵۰۹,۱۸               | ۱۰۶,۲۸                            | $(0,0000e+008, 8,0470e+008)$<br>$(0,1152e+012, 0,0000e+012)$   | $(A_r, A_1)$                            |
| ۱۴          | ۹            | ۳                          | ۵۲۵۷                    | ۱۷۳۷,۱                | ۱۱۹,۸                             | $(0,0000e+010, 5,9882e+010);$<br>$(6,0445e+010, 0,0000e+010)$  | $(A_r, A_1)$                            |
| ۱۵          | ۹            | ۴                          | ۴۵۵۲                    | ۱۵۶۱,۲۲               | ۱۰۴,۷۸                            | $(0,0000e+010, 8,3057e+010);$<br>$(4,3106e+010, 0,0000e+010)$  | $(A_r, A_1)$                            |
| ۱۶          | ۱۰           | ۲                          | ۴۲۳۹                    | ۱۹۴۴,۶۵               | ۹۶,۲۷                             | $(0,0000e+011, 3,8065e+011);$<br>$(2,7403e+011, 0,0000e+011)$  | $(A_r, A_1)$                            |
| ۱۷          | ۱۰           | ۳                          | ۴۶۸۰                    | ۲۲۱۷,۱۸               | ۱۰۷,۶۳                            | $(0,0000e+012, 1,4605e+012);$<br>$(0,1144e+012, 0,0000e+012)$  | $(A_r, A_1)$                            |
| ۱۸          | ۱۰           | ۴                          | ۴۷۰۹                    | ۲۱۶۶,۹۴               | ۱۰۴,۱۸                            | $(0,0000e+011, 0,9992e+011);$<br>$(5,1760e+011, 0,0000e+011)$  | $(A_r, A_1)$                            |

با توجه به وزن در نظر گرفته شده برای هر یک از توابع هدف ( $w_2 = 0.5, w_1 = 0.5$ ) ماتریس مرجع براساس جدول فوق چنین تشکیل خواهد شد:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix}$$

گام سوم: رتبه‌بندی جواب‌ها به کمک برنامه‌ریزی خطی زیر:

$$\text{Max } (0.5h_{12} + 0.5h_{13} + 0.5h_{21} + 0.5h_{25} + 0.5h_{31} + 0.5h_{35} + h_{42} + 0.5h_{52} + 0.5h_{54})$$

s.t :

$$h_{11} + h_{12} + h_{13} + h_{14} + h_{15} = 1$$

$$h_{21} + h_{22} + h_{23} + h_{24} + h_{25} = 1$$

$$h_{31} + h_{32} + h_{33} + h_{34} + h_{35} = 1$$

$$h_{41} + h_{42} + h_{43} + h_{44} + h_{45} = 1$$

$$h_{51} + h_{52} + h_{53} + h_{54} + h_{55} = 1$$

$$h_{11} + h_{21} + h_{31} + h_{41} + h_{51} = 1$$

$$h_{12} + h_{22} + h_{32} + h_{42} + h_{52} = 1$$

$$h_{13} + h_{23} + h_{33} + h_{43} + h_{53} = 1$$

$$h_{14} + h_{24} + h_{34} + h_{44} + h_{54} = 1$$

$$h_{15} + h_{25} + h_{35} + h_{45} + h_{55} = 1$$

$$h_{ik} = 0 \text{ or } 1; \quad i = 1, \dots, 5; \quad k = 1, \dots, 5$$

با حل برنامه‌ریزی خطی فوق ماتریس  $H^*$  چنین به دست می‌آید:

$$H^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

با ضرب دو ماتریس  $H^*$  و  $A$  رتبه‌ی جواب‌های غیرمسلط به دست می‌آید:

$$H^* \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix} = (A_2, A_1, A_5, A_3, A_4)$$

با توجه به رتبه‌بندی فوق جواب برتری که تصمیم‌گیرنده باید انتخاب کند عبارت است از:

$$A_2 = (4,1395e + 008, 1,0193e - 016)$$

مسئله به کمک الگوریتم پیشنهادی در فاز اول، برای یکی از زمان‌بندی‌های صورت گرفته نشان داده شده است. این زمان‌بندی مربوط به مثال با 5 شارژ است که رفتار توابع هدف اول و دوم را در هر یک از تکرارها یا به عبارتی گره‌های درخت جست‌وجو نشان می‌دهد.

ستون آخر جدول 1، رتبه‌بندی جواب‌های غیرمسلط را که به کمک فاز دوم متدولوژی پیشنهادی به دست آمده نشان می‌دهد. برای این منظور چنان که قبلاً نیز اشاره شد از تکنیک تخصیص خطی استفاده شده است. برای این منظور ابتدا فرد تصمیم‌گیرنده باید مشخص کند که اهمیت یا به عبارتی وزن هر کدام از توابع هدف به چه میزان است. برای این منظور با توجه به مطالعه‌ی موردی صورت گرفته فرض شده که هر دو تابع هدف از درجه اهمیت یکسانی برخوردارند. از این رو  $w_1$  (اهمیت تابع هدف اول) و نیز  $w_2$  (اهمیت تابع هدف دوم) هر دو برابر با 0.5 در نظر گرفته شده است.

برای روشن‌تر شدن نحوه‌ی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در فاز دوم، در ادامه گام‌های به دست آمدن جواب برتر در مثال پنجم به تفکیک برای نمونه اشاره شده است. در این مثال زمان‌بندی 6 شارژ در حالتی که در هر یک از مراحل 3 ماشین وجود داشته باشد مد نظر است. موعد تحویل این 6 شارژ زمان 1440 دقیقه است که در حقیقت انتهای یک روز کاری را مشخص می‌کند. این 6 شارژ در دو ریخته دسته‌بندی شده‌اند به گونه‌ی که شارژهای 1، 2، 3 و در ریخته‌ی اول و شارژهای 4، 5 و 6 در ریخته‌ی دوم قرار گرفته‌اند.

گام اول: رتبه‌ی هر یک از جواب‌های غیرمسلط از نقطه‌نظر توابع هدف زودکرد و دیرکرد به صورت زیر تعیین می‌شود.

| رتبه         | تابع هدف زودکرد | تابع هدف دیرکرد |
|--------------|-----------------|-----------------|
| اولین رتبه   | $A_2$           | $A_2$           |
| دومین رتبه   | $A_5$           | $A_1$           |
| سومین رتبه   | $A_2$           | $A_2$           |
| چهارمین رتبه | $A_5$           | $A_1$           |
| پنجمین رتبه  | $A_2$           | $A_2$           |

که در آن:

$$A_1 = (1,9362e - 011, 2,3585e + 008),$$

$$A_2 = (4,1395e + 008, 1,0193e - 016),$$

$$A_3 = (5,5478e - 016, 3,9333e + 008),$$

$$A_4 = (2,9164e + 008, 2,4125e - 012),$$

$$A_5 = (2,9765e + 008, 2,1887e - 013)$$

گام دوم: تشکیل ماتریس مرجع با توجه به اطلاعات گام اول:

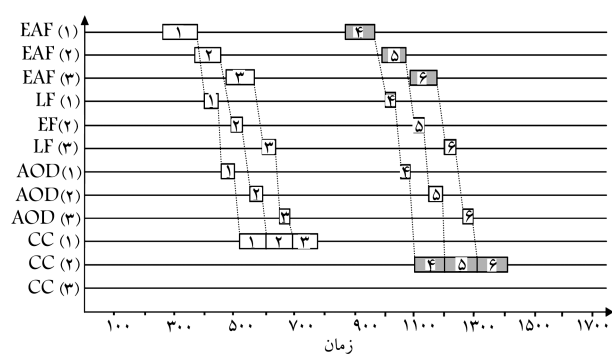
| رتبه  |   | اول | دوم | سوم | چهارم | پنجم |
|-------|---|-----|-----|-----|-------|------|
| $A_1$ | 0 | 1   | 0   | 0   | 0     | 0    |
| $A_2$ | 1 | 0   | 0   | 0   | 0     | 0    |
| $A_3$ | 1 | 0   | 0   | 0   | 0     | 0    |
| $A_4$ | 0 | 0   | 2   | 0   | 0     | 0    |
| $A_5$ | 0 | 1   | 0   | 1   | 0     | 0    |

که گام آغازین و شروع فرایند تولید فولاد را نشان می‌دهد. این نوشتار با توجه به اهمیت این واحد به زمان‌بندی آن به‌منظور تحویل به‌موقع محصولات تولیدی (بلوم) و در نتیجه کاهش هزینه‌ها پرداخته است. برای این منظور مدل چندهدفه‌ی زمان‌بندی این واحد به‌صورت یک مدل ریاضی غیرخطی توسعه داده شده است. تابع هدف در نظر گرفته شده در این مدل شامل دو تابع: ۱. کمیته‌سازی هزینه‌ی زودکرد؛ ۲. کمیته‌سازی هزینه‌ی دیرکرد است. محدودیت‌های ارتباط بین شارژها، ارتباط بین مراحل، زمان‌های انتظار، زمان‌های انتقال و دسته‌ی بودن شارژها در مرحله‌ی ریخته‌گری پیوسته از جمله محدودیت‌های لحاظ شده در مدل توسعه یافته است. با کمیته‌سازی دو معیار «زودکرد» و «دیرکرد» هزینه‌های تولیدی شامل هزینه‌های دیرکرد و زودکرد مستقیماً، و هزینه‌های انتظار در سیستم و استفاده‌ی مناسب از ظرفیت به‌طور غیر مستقیم کاهش می‌یابد. همچنین جریان پیوسته‌ی مواد نیز با لحاظ کردن محدودیت‌ها و تابع هدف چندهدفه تأمین می‌شود.

راهکارهای ارائه شده در این مقاله مدل غیرخطی توسعه داده شده را به یک مدل خطی ترکیبی با اعداد صحیح تبدیل می‌کند. نقش خطی کردن مدل توسعه داده شده در ساده و سریع‌تر حل شدن آن بسیار حائز اهمیت است. با توجه به پیچیدگی مدل توسعه داده شده، در این مقاله راهکار مناسبی برای حل مدل توسعه داده شده ارائه شده است. برای این منظور متدولوژی حل ارائه شده در دو فاز طراحی شده است. فاز اول به محاسبه جواب‌های غیرمسلط بر پایه‌ی الگوریتم شاخه و کران اختصاص دارد. حد بالای اولیه، کاهش انشعابات و ارائه‌ی استراتژی مناسب شاخه‌زنی (انشعاب) در کنار نحوه‌ی طراحی الگوریتم با توجه به ساختار مدل توسعه داده شده، از جمله ویژگی‌های برجسته‌ی الگوریتم طراحی شده در این فاز است.

در فاز دوم این امکان برای تصمیم‌گیرنده فراهم می‌شود تا جواب‌های غیرمسلط ارائه شده در فاز اول را رتبه‌بندی و در نتیجه جواب برتر را انتخاب کند. این فاز براساس تکنیک تخصیص خطی ارائه شده است. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که ویژگی‌های الگوریتم طراحی شده در فاز اول، حل مدل توسعه داده شده با تعداد گره‌های محاسباتی بسیار کم را فراهم می‌آورد. در نتایج محاسباتی همچنین نحوه‌ی رتبه‌بندی جواب‌ها و انتخاب جواب برتر نیز نشان داده شده است. رتبه‌بندی جواب‌ها این امکان را برای تصمیم‌گیرنده فراهم می‌آورد تا اگر با توجه به محدودیت‌های سیستم امکان انتخاب جواب برتر وجود نداشته باشد، اولویت انتخاب دیگر جواب‌ها مشخص باشد.

در ادامه‌ی تحقیقات زمان‌بندی واحد نورد به‌عنوان واحد بعد از فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته با توجه به زمان‌بندی صورت گرفته در این تحقیق حائز اهمیت است. علاوه بر آن زمان‌بندی واحد تکمیل این صنعت نیز می‌تواند در مطالعات آتی مورد بررسی قرارگیرد. همچنین بررسی یک‌پارچه‌سازی زمان‌بندی واحدهای صنعت فولاد نیز در ادامه تحقیقات درخور اهمیت است. تحقیق و بررسی متدولوژی‌های حل بر پایه‌ی روش‌های ابتکاری و فراابتکاری را نیز می‌توان در ادامه‌ی تحقیقات دنبال کرد.



شکل ۵. گانت چارت زمان‌بندی مثال ۵ به کمک متدولوژی پیشنهادی.

جواب‌های  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  به ترتیب در اولویت‌های بعدی قرار می‌گیرند. متغیرهای تصمیم  $(st_{ijk})$  مربوط به این جواب یا به عبارتی زمان‌های شروع هر یک از شارژها ( $i$ ) روی ماشین‌های ( $k$ ) هر مرحله ( $j$ ) براساس محاسبات فاز اول عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned}
 st_{111} &= 266, & st_{212} &= 375, & st_{313} &= 459, & st_{411} &= 872, \\
 st_{512} &= 988, & st_{613} &= 1089, & st_{121} &= 399, & st_{222} &= 498, \\
 st_{322} &= 587, & st_{421} &= 1001, & st_{522} &= 1100, & st_{622} &= 1207, \\
 st_{131} &= 453, & st_{232} &= 551, & st_{333} &= 645, & st_{431} &= 1053, \\
 st_{532} &= 1154, & st_{632} &= 1256, & st_{141} &= 507, & st_{241} &= 607, \\
 st_{341} &= 697, & st_{442} &= 1103, & st_{542} &= 1213, & st_{642} &= 1325
 \end{aligned}$$

با توجه به متغیرهای تصمیم فوق گانت چارت مربوط به این جواب در شکل ۵ ارائه شده است.

چنان که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، در جواب برتر به دست آمده هزینه‌ی دیرکرد وجود ندارد و تنها هزینه‌ی زودکرد به سیستم تحمیل می‌شود. دلیل این مطلب، هزینه بالای دیرکرد در مثال فوق در مقایسه با زودکرد است. در این گانت چارت تمامی محدودیت‌ها شامل محدودیت ارتباط بین شارژها، ارتباط بین مراحل، زمان‌های انتظار، زمان‌های انتقال و دیگر محدودیت‌های تعیین شده در مدل توسعه یافته همه رعایت شده‌اند. علاوه بر آن محدودیت دسته‌ی بودن شارژها در مرحله‌ی ریخته‌گری پیوسته نیز رعایت شده است، به‌گونه‌ی که در این گانت چارت در فرایند شارژهای یک ریخته، توقفی وجود نداشته و شارژها به‌صورت دسته‌ی (دو دسته) پردازش شده‌اند.

## ۶. نتیجه‌گیری

صنعت فولاد یکی از مهم‌ترین صنایع و سنگ بنای اقتصاد صنعتی کشورهاست. از مهم‌ترین و کلیدی‌ترین واحدهای این صنعت، فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته است

## پانویس‌ها

1. electric arc furnace (EAF)

2. ladle furnace (LF)
3. vacume degassing
4. vacume oxygen degassing
5. continues casting (CC), ingot casting (IC)

6. Hybrid Flow Shop (HFS)
7. Lagrangian relaxation
8. pairing selection
9. linear assignment
10. branch and bound
11. charge
12. Grade (gauge)
13. Bloom
14. cast
15. waiting time
16. breaking cast
17. lot planning level
18. mixed zero one non linear programming (MZONLP)
19. mixed zero one linear programming (MZOLP)
20. non-dominated solutions
21. preferred solutions
22. relaxed problem
23. depth-first search
24. initial upper bound

### منابع (References)

1. Tang, L., Luh, P.B., Liu, J. and Fang, L. "Steel-making process scheduling using Lagrangian relaxation", *International Journal of Production Research*, **40**, pp. 55-70 (2002).
2. Wei, L. and Liang-liang, S. "Steel-making and continuous/ingot casting scheduling of mixed charging plan based on batch splitting policy", *Journal of Iron and Steel Research, International*, **19**(2), pp. 17-21 (2012).
3. Atighehchian, A., Bijari, M. and Tarkesh, H. "A novel hybrid algorithm for scheduling steel-making continuous casting production", *Computers & Operations Research*, **36**, pp. 2450-2461 (2009).
4. Witt A. and VoB, S. "Application of a mathematical model to an intermediate- to long-term real-world steel production planning problem based on standard software", *European Journal of Industrial Engineering*, **5**(1), (2011).
5. Tang, L., Liu, J., Rong, A. and Yang, Z. "A mathematical programming model for scheduling steelmaking- continuous casting production", *European Journal of Operational Research*, **120**, pp. 423-435 (2000).
6. Harjunkoski, I. and Grossmann, I.E. "A decomposition approach for the scheduling of a steel plant production", *Computers and Chemical Engineering*, **25**, pp. 1647-1660 (2001).
7. Tangm, L., Lium, J., Rongm, A. and Yang, Z. "A review of planning and scheduling systems and methods for integrated steel production", *European Journal of Operational Research*, **133**, pp. 1-20 (2001).
8. Chang, C., Wang, D., Hu, K., Zheng, B. and Li, H. "Application research on case-based reasoning combined with adaptation model for dynamic scheduling of steel production", *Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation* (15-19 June 15-19 2004).
9. Lee, K., Chang, S.Y. and Hong, Y. "Continuous slab caster scheduling and interval graphs", *Production Planning and Control*, **15**(5), pp. 495-501 (2004).
10. Mathirajan, M., Chandru, V. and Sivakumar, A.I. "Heuristic algorithms for scheduling heat-treatment furnaces of steel casting industries", *Sadhana*, **32**, pp. 479-500 (2007).
11. Huegler, P.A. and Vasko, F.J. "Meta heuristics for melt shop scheduling in the steel industry", *Journal of the Operational Research Society*, **58**, pp. 791-796 (2007).
12. Rong, A. and Lahdelma, R. "Fuzzy chance constrained linear programming model for optimizing the scrap charge in steel production", *European Journal of Operational Research*, **186**, pp. 953-964 (2008).
13. Sun, L. "Scheduling of steel-making and continuous casting system using the surrogate subgradient algorithm for lagrangian relaxation", *6th Annual IEEE Conference on Automation Science and Engineering*, Toronto, Ontario, Canada (21-24 August 2010).
14. Moursli, O. and Pochet, Y. "A branch-and-bound algorithm for the hybrid flowshop", *International Journal of Production Economics*, **64**, pp. 113-125 (2000).
15. Mavrotas, G. and Diakoulaki, D. "Multi-criteria branch and bound: A vector maximization algorithm for mixed 0-1 multiple objective linear programming", *Applied Mathematics and Computation*, **171**, pp. 53-71 (2005).
16. Allahverdi, A. and Al-Anzi, F.S. "A branch-and-bound algorithm for three-machine flowshop scheduling problem to minimize total completion time with separate setup times", *European Journal of Operational Research*, **169**, pp. 767-780 (2006).
17. Kariwala, V. and Cao, Y. "Branch and bound method for multiobjective pairing selection", *Automatica*, **46**, pp. 932-936 (2010).
18. Ranjbar, M., Davari, M. and Leus, R. "Two branch-and-bound algorithms for the robust parallel machine scheduling problem", *Computers & Operations Research*, **39**, pp. 1652-1660 (2012).
19. Gupta, J.N.D., Hariri, A.M.A. and Potts, C.N. "Scheduling a two-stage hybrid flow shop with parallel machines at the first stage", *Annals of Operations Research*, **69**, pp. 171-191 (1997).
20. Asgharpoor, M.J., *Multi-Criteria Decision Making*, Publishing Tehran University, Fourth Edition, pp. 293-298 (1385)