

رویکرد فراابتکاری ترکیبی برای حل مسئله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه با محدودیت ظرفیت و تصمیم‌گیری همزمان در مورد خرید یا اجاره‌ی وسایل نقلیه

سیدحمید میرمحمدی* (استادیار)

زینب حاجی شفیعی (کارشناس ارشد)

دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان

مهندسی صنایع و مدیریت شریف (تابستان ۱۳۹۴)
دوری ۱ - ۳۱، شماره ۱، ص. ۷۳-۸۰

بیشتر مدل‌های بررسی شده در مسئله‌ی مسیریابی وسایل حمل و نقل با هدف کاهش مسافت کل یا تعداد وسایل انجام شده است، حال آن که در عمل نحوه‌ی تأمین وسایل اثر قابل توجهی در هزینه‌ها و همچنین نحوه‌ی طراحی مسیرها دارد. در مقاله‌ی حاضر با در نظر گرفتن حالت خرید یا اجاره‌ی وسایل نقلیه، مدل این مسئله توسعه داده شده است، چرا که تصمیم بر اجاره یا خرید وسایل نقلیه بر نحوه‌ی شکل‌گیری مسیرها اثرگذار است. از آنجا که حل بهینه‌ی این مسئله فقط در ابعاد کوچک میسر است، در این مقاله یک رویکرد حل ترکیبی از الگوریتم شبیه‌سازی تیریدی موازی و الگوریتم الکترومغناطیس برای حل مدل توسعه‌یافته ارائه شده است. در پایان، روش ترکیبی پیشنهادی در تعدادی مسائل نمونه آزموده شده که نتایج حاصله نشان می‌دهد الگوریتم پیشنهادی بهتر از شبیه‌سازی تیریدی عمل کرده و نمونه‌ها نیز در زمان کوتاه‌تری نسبت به نرم‌افزار GAMS به جواب رسیده‌اند.

واژگان کلیدی: مسیریابی وسایل نقلیه با محدودیت ظرفیت اجاره و خرید، شبیه‌سازی تیریدی موازی الکترومغناطیس.

h_mirmohammadi@cc.iut.ac.ir
haji_7z@yahoo.com

۱. مقدمه

ارزش زمانی پول وارد مسئله شود. سپس الگوریتم ترکیبی شبیه‌سازی تیریدی موازی - الکترومغناطیس برای حل مدل توسعه‌یافته به این صورت ارائه شده است: بعد از آن که تمامی فرایندهای موازی SA به حالت تعادل رسیدند، جواب‌های جاری فرایندها با استفاده از الگوریتم الکترومغناطیس حرکت می‌کنند و پس از آن یک جست و جوی محلی روی جواب‌ها اعمال می‌شود. سپس فرایند کاهش دما انجام شده و شرط پایان بررسی می‌شود. این فرایند تا رسیدن به شرط پایان ادامه می‌یابد.

محققین زیادی در خصوص مسئله CVRP مطالعه داشته‌اند و روش‌های حل متفاوتی را برای این مسئله ارائه کرده‌اند.^[۳] همچنین با اضافه کردن فرض‌های متفاوت به آن توانسته‌اند مدل‌های جدیدی را ایجاد کنند. آنان با استفاده از روش دقیق شاخه و برش^۵ برای CVRP، از «جستار تابو (TS)»^۶ در برنامه‌ی صفحات برش استفاده کردند.^[۵] گروهی دیگر از محققین، از الگوریتم‌های ابتکاری برای رسیدن به یک جواب نزدیک به بهینه استفاده کردند. کلارک و رایت در ۱۹۶۴ برای حل مسائل مسیریابی وسایل نقلیه از الگوریتم صرفه‌جو^۷ استفاده کردند. محدودیت اولیه این است که یک وسیله می‌خواهد به مشتری خدمت‌رسانی کند، سپس فرض می‌شود که N مسیر و N نقطه‌ی تقاضا (مشتری) وجود دارد که باید خدمت‌رسانی

مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی نقلیه (VRP)^۱ یکی از پرکاربردترین مسائل موجود در صنایع جهان است. این مسئله اولین بار توسط دانتزینگ و رامسر (۱۹۵۹) مطرح شد و در دسته مسائل NP-hard قرار می‌گیرد. پیچیدگی این مسئله به این دلیل است که شامل دو مسئله‌ی فروشنده‌ی دوره‌گرد^۲ و مسئله‌ی بسته‌بندی^۳ است.^[۲] در این مقاله ابتدا توسعه‌ی بر مدل پایه‌ی مسئله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه با محدودیت ظرفیت^۴ (CVRP) ارائه شده است، به این صورت که تصمیم‌گیری در مورد خرید یا اجاره‌ی وسایل نقلیه را در مدل CVRP وارد کنیم و کل هزینه‌های حمل و نقل - اعم از هزینه‌های مربوط به مسیریابی و هزینه‌های مربوط به تدارک ناوگان - را با هم در نظر بگیریم و ضمن مدل‌سازی مسئله، مشخص کنیم وسایل نقلیه‌ی کدام مسیرها خریداری، و وسایل نقلیه‌ی کدام مسیرها اجاره شوند تا مجموعاً هزینه‌ی کم‌تری صرف شود.

برای این امر باتوجه به این که هزینه‌ی خرید در زمان فعلی اتفاق می‌افتد و هزینه‌ی اجاره در دوره‌های مختلف در افق برنامه‌ریزی پیش می‌آید، لازم است

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۵/۱۳، اصلاحیه ۱۳۹۲/۸/۱۴، پذیرش: ۱۳۹۲/۹/۵

شوند. هزینه‌ی صرفه‌جویی شده ناشی از ترکیب مسیرها محاسبه می‌شود و تا جایی که محدودیت ظرفیت وسیله‌ی نقلیه اجازه دهد و امکان بهبودی وجود نداشته باشد، مسیرها ترکیب می‌شود.^[۶] برخی از محققین روش‌های دومرحله‌یی^۸، شامل دو دسته‌ی خوشه - مسیر و مسیر - خوشه را ارائه کردند. در روش خوشه - مسیر ابتدا مشتریان دسته‌بندی شده و سپس مسیر هر دسته مشخص می‌شود. در روش مسیر - خوشه ابتدا مسیر کاملی از تمامی مشتریان تشکیل شده و سپس این مسیر با توجه به محدودیت‌های مختلف از قبیل محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه به مسیرهای کوچکتر (خوشه‌ها) تقسیم می‌شود.^[۶]

با توجه به این که این مسئله در دسته مسائل NP-hard قرار دارد،^[۷] در سال‌های اخیر دیدگاه‌های فراابتکاری بسیاری نیز برای حل CVRP استفاده شده است. جندریو و همکاران روش مسیر ممنوع^۹ را برای حل این مسئله به کار بردند. در روش مسیر ممنوع از لیست ممنوع برای جابه‌جا شدن از بهینه‌ی محلی و رسیدن به جواب‌های بهتر استفاده می‌شود.^[۸] بیکر و آیچو از الگوریتم ژنتیک (GA)^{۱۰} برای چیدن مسیرها استفاده کردند. آن‌ها جواب اولیه را به صورت تصادفی تولید کردند و برای جهش، یک روش دومنظوره به کار بردند.^[۹] وانگ و لو نیز یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی شامل سه مرحله برای این مسئله ارائه دادند.^[۱۰] مازو و همکاران یک الگوریتم مورچگان (ACO)^{۱۱} ارائه کردند.^[۱۱] لین و همکاران یک الگوریتم ترکیبی از شبیه‌سازی تبرید (SA)^{۱۲} و جست و جوی ممنوع (TS) برای حل مسئله پیشنهاد دادند.^[۶] آی و همکاران^[۱۲] نیز الگوریتم پرندگان (PSO)^{۱۳} را با دو روش کد کردن متفاوت برای نمایش جواب‌های CVRP به کار بردند. در روش اول هر وسیله با دو بعد نشان داده می‌شود و هر مشتری طبق فواصلی که از وسایل دارد با نزدیک‌ترین وسیله سرویس‌دهی می‌شود. در روش دوم هر وسیله با سه بعد مشخص می‌شود، بدین صورت که شعاع پوشش نیز برای هر وسیله مطرح می‌شود و هر وسیله مشتریانی را سرویس می‌دهد که در شعاع پوشش آن وسیله قرار دارند. طبق نتایج به دست آمده، کیفیت جواب‌های روش دوم بهتر از روش اول، ولی زمان حل طولانی‌تری بوده است. همچنین PSO پیشنهادی در کیفیت جواب و زمان حل مؤثرتر از دیگر روش‌های PSO با کدکردن‌های متفاوت دیگر برای حل این مسئله بوده است. پورت‌کران و امل^[۱۳] یک الگوریتم ترکیبی الکترومغناطیس (EM)^{۱۴} و یک نوع جست و جوی محلی (ISP)^{۱۵} برای این مسئله ارائه کردند. طبق آزمایشات، الگوریتم ترکیبی آن‌ها در مقایسه با الکترومغناطیس بهتر عمل کرد ولی به علت جست و جوی محلی، زمان حل طولانی‌تر شد. این الگوریتم ترکیبی EM و ISP با پنج الگوریتم جست و جوی ممنوع (TS)، شبیه‌سازی تبرید (SA)، الگوریتم ژنتیک (GA)، الگوریتم پرندگان (PSO)، الگوریتم مورچگان (ACO) مقایسه شد و طبق نتایج، جواب‌های بهتری از آن حاصل شد، با جواب به دست آمده تفاوت زیادی با بهترین جواب نداشت. تلفیقی از الگوریتم گسسته‌ی بهینه‌سازی تجمع ذرات (DPSO)^{۱۶} و یک جست و جوی محلی تکرارشونده برای حل CVRP پیشنهاد شده است.^[۱۴]

در سال ۲۰۱۰، مدل جدیدی از CVRP ارائه شد که در آن گفته شده که در تعیین کوتاه‌ترین مسیر در مسائل VRP معمولاً یک هدف، مثلاً کمیته‌سازی زمان سفر، کمیته‌سازی طول مسیر،... مد نظر قرار می‌گیرد^[۱۵] اما ممکن است مسیرهای متناوب با توجه به ویژگی‌های کمان‌ها، نتایج رضایت‌بخش متفاوتی را به دنبال داشته باشد که در فضای جواب قرار نگرفته‌اند. لذا در مطالعه‌ی یادشده VRP با مسیرهای متناوب در نظر گرفته شد و اثر آن بر الگوریتم‌ها و جواب‌ها مورد بررسی قرار گرفت. پژوهشگران برای حل این مسئله از یک روش دقیق برنامه‌ریزی پویا و یک الگوریتم ابتکاری استفاده کردند. ناوو و همکاران^[۱۶] نیز

مدل جدیدی از CVRP را ارائه کردند که CCVRP^{۱۷} نام گرفت. این مدل به دنبال کمیته‌سازی مجموع زمان‌های رسیدن به مشتری‌ها با رعایت محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه است، یعنی در تابع هدف به جای طول مسیر یا هزینه‌ی سفر، مجموع زمان‌های رسیدن به مشتری‌ها مد نظر است. این موضوع در مواقعی مثل نجات افراد بعد از بلایای طبیعی یا تأمین زنجیره‌ی کالاهای حیاتی اتفاق می‌افتد.

در ادامه در بخش ۲ مدل توسعه‌یافته‌ی این مسئله بر مبنای حالات اجاره یا خرید معرفی می‌شود. در بخش ۳ روش حل ترکیبی مسئله بر مبنای دو الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی موازی و الکترومغناطیس بیان می‌شود. در بخش ۴ به منظور بررسی کارایی روش حل، نتایج محاسباتی آورده شده است. و در بخش ۵ جمع‌بندی و نتیجه‌گیری مطالعه حاضر ارائه می‌شود.

۲. مدل توسعه‌یافته‌ی مسیریابی وسایل نقلیه با

در نظرگیری حالت اجاره و خرید

۱.۲. مبانی مدل توسعه یافته

تا به حال اهداف مختلفی برای مسئله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه در نظر گرفته شده است. در بیشتر مسائل فرض بر این است که باید وسایل نقلیه‌ی مورد نیاز را خرید، اما بعضی از شرکت‌ها قادرند این کار را برون‌سپاری کرده و عملیات توزیع را به شرکت دیگری بسپارند یا وسایل را اجاره کنند. از آنجا که هزینه‌ی خرید وسایل نقلیه با هزینه‌ی اجاره‌ی آن‌ها متفاوت است، مسئله‌ی مهم این است که با توجه به افق برنامه‌ریزی باید چه تعدادی از وسایل نقلیه را خرید و چه تعدادی را اجاره کرد تا مجموع ارزش فعلی هزینه‌ها کمینه شود. در حقیقت در این مقاله مسئله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه به یک مسئله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه‌ی دوره‌یی^{۱۸} تبدیل شده که تابع هدف آن کمینه کردن مجموع ارزش خالص فعلی هزینه‌هاست. در این حالت فرض شده که در دوره‌های مختلف تقاضای مشتریان ثابت و یکسان است. در نظرگیری حالت اجاره و خرید، جواب بهینه‌ی مسئله را تغییر می‌دهد. دو رویکرد متفاوت می‌توان برای در نظرگیری حالت اجاره و خرید در نظر گرفت. این دو رویکرد عبارت‌اند از:

۱. ابتدا مسئله را بدون در نظرگیری اجاره و خرید حل کرده و سپس برای هر وسیله‌ی نقلیه در جواب بهینه باید با توجه به هزینه‌ها، حالت اجاره و خرید را مشخص ساخت.
 ۲. از همان ابتدا در تابع هدف مدل حالت اجاره و خرید را منظور کرده و سپس مدل حل شود.
- اگر از رویکرد اول استفاده شود، ممکن است جواب بهینه‌ی مسئله از دست برود، چون تصمیم بر اجاره و خرید بر نحوه‌ی شکل‌گیری مسیرها تأثیر می‌گذارد.

۲.۲. مدل ریاضی

مدل توسعه یافته شامل فرضیات زیر است:

۱. حداکثر تعداد K وسیله‌ی نقلیه قابل خریداری یا اجاره است؛
۲. مبدأ و مقصد (گره صفر) همه‌ی وسایل نقلیه یکسان است؛
۳. ظرفیت همه‌ی وسایل نقلیه یکسان و برابر با C است؛

مشتری (گره) i (یک متغیر کمکی برای حذف زیر تور K , $k = 1, \dots, K$, $\forall i \in V \setminus \{0\}$).

Objective Function :

Min $Z =$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{P}{A}, \frac{r}{r_{num}}, r_{num}N \right) \left(\frac{M}{r_{num}} \right) \\ & \sum_i \sum_j t_{ij} \sum_k HC h_k x_{ijk} + \sum_k CP p_k \\ & - \left(\frac{P}{F}, \frac{r}{r_{num}}, r_{num}N \right) \sum_k SV p_k \\ & + \left(\frac{P}{A}, \frac{r}{r_{num}}, r_{num}N \right) \left(\frac{M}{r_{num}} \right) \\ & \sum_i \sum_j t_{ij} \sum_k FC p_k x_{ijk} \\ & + \left(\frac{P}{A}, \frac{r}{r_{num}}, r_{num}N \right) \left(\frac{M}{r_{num}} \right) \\ & \sum_i \sum_j t_{ij} \sum_k NC p_k x_{ijk} \end{aligned} \quad (1)$$

Constraints :

$$\sum_{k=1}^K y_{ik} = 1, \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{j \in V} x_{jik} = y_{ik}, \quad \forall i \in V, k = 1, \dots, K \quad (3)$$

$$u_{ik} - u_{jk} + C x_{ijk} \leq C - d_j, \quad \forall i, j \in V \setminus \{0\}, i \neq j, k = 1, \dots, K \quad (4)$$

$$d_j \leq u_{jk} \leq C, \quad \forall j \in V \setminus \{0\}, k = 1, \dots, K \quad (5)$$

$$p_k + h_k \leq 1, \quad k = 1, \dots, K \quad (6)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \neq i \in V} x_{ijk} \leq |V|^3 (p_k + h_k), \quad k = 1, \dots, K \quad (7)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad (8)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad (9)$$

$$p_k \in \{0, 1\} \quad (10)$$

$$h_k \in \{0, 1\} \quad (11)$$

$$u_{ik} \geq 0 \quad (12)$$

تابع هدف این مدل در رابطه‌ی ۱ کمیته کردن ارزش خالص فعلی هزینه‌ها را نشان می‌دهد. در اینجا با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول، هزینه خرید -- شامل قیمت اولیه، هزینه سوخت، هزینه نگه‌داری و تعمیرات و ارزش اسقاطی وسیله نقلیه -- به صورت ارزش فعلی درآمد، همچنین هزینه‌ی اجاره که در طول افق برنامه‌ریزی اتفاق می‌افتد نیز به صورت ارزش فعلی درآمد و در تابع هدف قرار گرفته‌اند. رابطه‌ی ۲ تضمین می‌کند که هر مشتری توسط یک وسیله‌ی نقلیه ملاقات شود. رابطه‌ی ۳ موازنه‌ی جریان را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر این رابطه تضمین می‌کند که اگر وسیله‌ی نقلیه‌ی به یک گره وارد شود حتماً آن گره را ترک خواهد کرد. رابطه‌ی ۴ و ۵ از به وجود آمدن تورهای فرعی جلوگیری و محدودیت ظرفیت وسیله‌ی نقلیه را ارضا می‌کنند. بدین صورت که اگر $x_{ijk} = 0$ باشد، محدودیت رابطه‌ی ۴ الزام‌آور

۴. تقاضای همه‌ی مشتریان از ظرفیت وسایل نقلیه کوچک‌تر است؛

۵. در دوره‌های مختلف تقاضای مشتریان ثابت و یکسان است؛

۶. عملیات توزیع در N سال و M بار در هر سال انجام می‌گیرد؛

۷. هزینه‌ی خرید وسایل نقلیه شامل هزینه‌ی خرید، سوخت و نگه‌داری و تعمیرات است؛

۸. برای وسایل نقلیه‌ی خریداری شده ارزش اسقاطی نیز در نظر گرفته شده است؛

۹. هزینه‌ی اجاره وسایل نقلیه شامل هزینه‌ی اجاره به‌ازای هر واحد زمان در اختیار داشتن وسیله‌ی نقلیه است.

نمادها و پارامترهای مدل ریاضی مسئله در جدول ۱ آمده است. متغیرهای تصمیم مسئله عبارت‌اند از:

x_{ijk} : اگر کمان $i - j$ توسط وسیله‌ی نقلیه‌ی k پیموده شود، مقدار x_{ijk} مقدار ۱ می‌گیرد و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

y_{ik} : اگر گره i توسط وسیله‌ی نقلیه‌ی k ملاقات شود، مقدار y_{ik} مقدار ۱ می‌گیرد و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

h_k : اگر وسیله‌ی نقلیه‌ی k اجاره شود، مقدار h_k مقدار ۱ می‌گیرد و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

p_k : اگر وسیله‌ی نقلیه‌ی k خریداری شود، مقدار p_k مقدار ۱ می‌گیرد و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

u_{ik} : میزان کل تقاضای پاسخ داده شده توسط وسیله‌ی نقلیه‌ی k پس از ملاقات کردن

جدول ۱. نمادها و پارامترهای مدل پیشنهادی.

پارامتر	تعریف
K	تعداد بیشینه وسایل نقلیه در دسترس
C	ظرفیت هر وسیله‌ی نقلیه
r	نرخ بهره‌ی سالانه
r_{num}	تعداد مرکب شدن نرخ بهره در سال
V	مجموعه‌ی مشتریان و مبدا حرکت وسایل نقلیه
$ V $	اندازه‌ی مجموعه‌ی V
N	افق برنامه‌ریزی برحسب تعداد سال
M	تعداد توزیع در هر سال
CP	هزینه‌ی خرید هر وسیله‌ی نقلیه
SV	ارزش اسقاطی وسایل نقلیه‌ی خریداری شده در پایان دوره برنامه‌ریزی
FC	هزینه‌ی سوخت وسایل نقلیه به‌ازای هر واحد زمان
HC	هزینه‌ی اجاره وسایل نقلیه به‌ازای هر واحد زمان
NC	هزینه‌ی نگه‌داری و تعمیرات وسایل نقلیه به‌ازای هر واحد زمان
t_{ij}	زمان حرکت بین هر دو گره (شامل مشتریان و مبدا حرکت)
d_j	تقاضای مشتری $(j = 1, \dots, n)$ زام.

نیست و زائد است، زیرا براساس رابطه ۵ داریم: $u_{jk} \geq d_j$ و $u_{ik} \leq C$ ، اگر $x_{ijk} = 1$ باشد آن‌گاه $u_{jk} \geq u_{ik} + d_j$ که با توجه به تعریف متغیر u_{ik} سرویس دهی به مشتری z بعد از مشتری i و برآورده کردن تقاضای آن منجر به حذف زیرتور می‌شود. رابطه ۶ نشان می‌دهد که هر وسیله نقلیه را می‌توان اجاره کرد یا خرید. رابطه ۷ نشان می‌دهد که در صورت کاربردی بودن وسیله نقلیه k (طی کماتی توسط آن) لازم است آن وسیله اجاره یا خریداری شده باشد. روابط ۸ تا ۱۲ محدودیت‌های تعریف متغیرهای تصمیم‌اند.

۳. روش حل

مدل توسعه‌یافته در مقاله حاضر در دسته مسائل MINLP قرار دارد، در صورتی که مدل کلاسیک مسیریابی وسایل نقلیه یک مدل MIP است. به دلیل وجود مسئله مسیریابی در مسئله مورد نظر و از آنجا که مدل کلاسیک مسیریابی وسایل نقلیه در دسته مسائل NP-hard قرار دارد، مسئله مذکور نیز در دسته مسائل NP-hard قرار می‌گیرد. بنابراین از الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی موازی - الکترومغناطیس (PSAEM) [۱۹] به منظور حل مسئله استفاده شده است تا به مزیت‌های هر دو الگوریتم دست یابیم. قدرت الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی (SA) در فرار از نقاط بهینه محلی است. از طرف دیگر الگوریتم الکترومغناطیس گوناگونی و تنوع عالی در جمعیت جواب‌ها ایجاد می‌کند. [۱۷]

۳.۱. الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی موازی

الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی موازی^۲، حالت توسعه‌یافته الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی (SA) است. شبیه‌سازی تبریدی یک روش احتمالی جست‌وجو است که از ذوب فیزیکی مواد جامد برای یافتن جواب مسئله بهینه‌سازی ترکیبی تقلید می‌کند. [۱۸] از آنجا که این الگوریتم جمعیت‌گرا نیست و از نقطه‌یی از فضای جواب جست‌وجو را آغاز می‌کند، در اینجا از چندین فرایند شبیه‌سازی تبریدی به صورت موازی برای جست‌وجوی فضای جواب استفاده شده است.

۳.۲. الگوریتم الکترومغناطیس

الگوریتم‌های از نوع الکترومغناطیس (EM) اولین بار توسط بریل و فانگ [۱۹] در سال ۲۰۰۳ ارائه شد. سپس از الگوریتم الکترومغناطیس ترکیبی برای حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی استفاده شد. [۲۰] این اولین مطالعه‌یی بود که در آن از EM برای حل مسائل ترکیبی استفاده شد.

در حقیقت، الگوریتم الکترومغناطیس یک روش فراابتکاری مبتنی بر جمعیت است. این رویکرد با انتخاب تصادفی نقاطی از فضای ممکن شروع می‌شود، هر نقطه (ذره) یک جواب است و مقداری شارژ دارد. مقدار این شارژ نیز وابسته به کیفیت تابع هدف است، بدین صورت که مقدار بهینه تابع هدف، شارژ بیشتری را نتیجه می‌دهد. سپس بر مبنای همین مقدار شارژ، یک سازوکار ربایش - رانش برای حرکت نقاط به سمت جواب بهینه اجرا می‌شود، بدین صورت که یک نقطه بهینه، نقاط دیگر را به سمت خود جذب می‌کند و یک نقطه بد، نقاط دیگر را از خود دفع می‌کند. نیروی الکترواستاتیکی بین دو نقطه، رابطه مستقیم با بزرگی شارژ دو نقطه و رابطه عکس با مربع فاصله‌ی دو نقطه دارد. شارژ ثابت هر ذره نیز عبارت

است از:

$$q^i = \exp \left(-n \frac{f(x^i) - f(x^{best})}{\sum_{k=1}^m (f(x^k) - f(x^{best}))} \right) \quad (13)$$

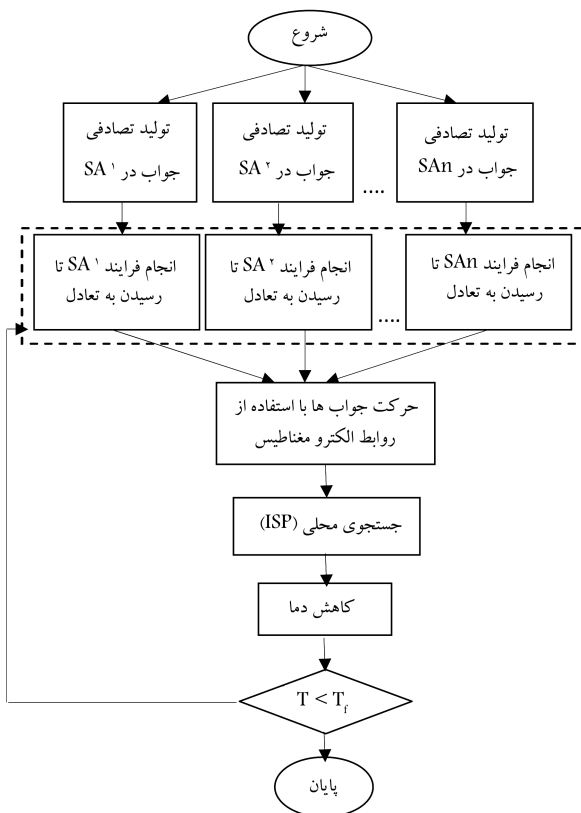
که در آن q^i شارژ ذره i است، $f(x^i)$ ، $f(x^{best})$ و $f(x^k)$ مقدار تابع هدف ذره i ، بهترین جواب و ذره k را نشان می‌دهد. m نیز اندازه جمعیت است و n بعد فضای جواب را نشان می‌دهد. اثر نیروی وارد بر i از بقیه ذره‌ها عبارت است از:

$$F^i = \begin{cases} \sum_{j \neq i}^m (x^j - x^i) \frac{q^i q^j}{\|x^i - x^j\|^r} & \text{if } f(x^j) < f(x^i) \\ \sum_{j \neq i}^m (x^i - x^j) \frac{q^i q^j}{\|x^i - x^j\|^r} & \text{if } f(x^j) \geq f(x^i) \end{cases} \quad \forall i \quad (14)$$

روش اصلی EM شامل تعیین جمعیت اولیه، جست‌وجوی محلی و محاسبه‌ی کل نیروی حرکت ذره‌ها است. [۱۷]

۳.۳. روش ترکیبی پیشنهادی

نمودار جریان الگوریتم پیشنهادی در مقاله حاضر برای حل مدل ارائه شده مطابق شکل ۱ است. در این روش n فرایند شبیه‌سازی تبریدی به طور موازی با دمای اولیه‌ی یکسان، جست‌وجوی فضای جواب را از نقاط تصادفی آغاز می‌کنند. سپس در هر فرایند، عملیات جست‌وجو تا رسیدن به حالت تعادل طبق الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی انجام می‌گیرد. روش انجام این عملیات در هر یک از فرایندهای موازی عبارت است از: ابتدا یک جواب همسایه از جواب جاری تولید شده و مقدار تابع هدف آن محاسبه می‌شود. اگر جواب همسایه از جواب جاری برتر بود، این جواب جایگزین



شکل ۱. نمودار جریان الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی موازی - الکترومغناطیس.

در رابطه‌ی ۱۶، Δ_{\min} و Δ_{\max} کم‌ترین و بیشترین فاصله میان مقادیر تابع هدف همسایه‌ها هستند و از روابط ۱۸ و ۱۹ محاسبه می‌شوند.

$$\Delta_{\min} = \min_{i,j} \{f_i - f_j\} \quad (18)$$

$$\Delta_{\max} = \max_{i,j} \{f_i - f_j\} \quad (19)$$

۴.۳.۳. فرایند تبرید (کاهش دما)

در فرایند کاهش دما از رابطه‌ی ۲۰ استفاده شده است: [۲۲]

$$T_c = \frac{T_{c-1}}{1 + \beta T_{c-1}} \quad (20)$$

که در آن، T_c دما در مرحله‌ی c ، و β ضریب ثابت است که مقدار آن از رابطه‌ی ۲۱ به دست می‌آید:

$$\beta = \frac{T_s - T_f}{EC * T_s * T_f} \quad (21)$$

در این رابطه، EC تعداد تکرار در هر دماست.

۵.۳.۳. شرایط تعادل

تعداد مشخص تکرار در هر دما (EC) به معنای رسیدن فرایند به حالت تعادل است.

۶.۳.۳. تولید همسایگی

یکی از سه روش زیر با احتمال یکسان برای تولید همسایگی به کار می‌رود:

(الف) دو تا از عناصر آرایه‌ی جواب را به صورت تصادفی انتخاب کرده و مقادیر آن‌ها با یکدیگر تعویض می‌شوند.

(ب) سه تا از عناصر آرایه‌ی جواب را به صورت تصادفی انتخاب کرده و مقادیر آن‌ها با یکدیگر تعویض می‌شوند.

(ج) چهار تا از عناصر آرایه‌ی جواب را به صورت تصادفی انتخاب کرده و مقادیر آن‌ها با یکدیگر تعویض می‌شوند.

۷.۳.۳. نحوه‌ی محاسبه‌ی تابع هدف

جواب‌ها به صورت آرایه‌هایی از اعداد حقیقی هستند. تبدیل این آرایه‌ها به جواب طی سه مرحله انجام می‌شود:

- پیدا کردن ترتیب ملاقات مشتریان؛
- اختصاص مشتریان به وسایل نقلیه با توجه به محدودیت‌های مختلف؛
- تعیین حالت اجاره یا خرید.

در مرحله‌ی اول باید با استفاده از روش R-K، آرایه‌های اعداد حقیقی را به صورت صعودی مرتب کرد تا توالی ملاقات مشتریان مشخص شود. در مرحله‌ی بعدی باید با توجه به توالی به دست آمده از ملاقات مشتریان و محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه، مشتریان به وسایل نقلیه‌ی مختلف اختصاص یابند. برای این منظور از وسیله‌ی نقلیه‌ی اول شروع کرده و بعد از اتمام ظرفیت آن به سراغ وسیله‌ی بعد می‌رویم. پس از آن باید به‌ازای هر وسیله‌ی نقلیه حالت اجاره یا خرید را مشخص کرد. در این مرحله به‌ازای هر وسیله‌ی نقلیه، هزینه‌ی اجاره یا خرید محاسبه می‌شود؛ چنانچه هزینه‌ی اجاره کم‌تر از هزینه‌ی خرید باشد، وسیله‌ی نقلیه را اجاره و در غیر این صورت آن را خریداری می‌کنند. نهایتاً، مقدار تابع هدف محاسبه می‌شود.

جواب جاری می‌شود و در غیر این صورت جواب همسایه با احتمال p مطابق رابطه‌ی ۱۵ پذیرفته می‌شود. در این رابطه Δf تغییرات تابع هدف و T دمای جاری فرایند است.

$$p = e^{-\frac{\Delta f}{T}} \quad (15)$$

فرایند تولید همسایگی تا رسیدن به حالت تعادل ادامه می‌یابد. پس از این که تمامی فرایندهای SA به حالت تعادل رسیدند، جواب‌های جاری فرایندها با استفاده از الگوریتم الکترومغناطیس حرکت می‌کنند. در واقع جواب‌های خوب، سایر جواب‌ها را به سمت خود جذب و جواب‌های بد نیز سایر جواب‌ها را از خود دفع می‌کنند. پس از آن، یک جست‌وجوی محلی روی جواب‌ها اعمال می‌شود. سپس فرایند کاهش دما انجام شده و در صورتی که شرط پایان (رسیدن به دمای نهایی) ارضا نشده باشد، فرایندهای شبیه‌سازی تیریدی با شروع از جواب‌های جاری آغاز به فعالیت می‌کنند.

در الگوریتم ترکیبی پیشنهادی باید نحوه‌ی کدگذاری جواب‌های مسئله، تعیین جواب‌های اولیه، دمای اولیه، دمای نهایی، فرایند تبرید (کاهش دما)، حال تعادل، تولید همسایگی، نحوه‌ی محاسبه‌ی مقدار تابع هدف، نحوه‌ی حرکت جواب‌ها و نحوه‌ی جست‌وجوی محلی تعیین شود.

۱.۳.۳. نحوه‌ی کدگذاری جواب‌های مسئله

الگوریتم الکترومغناطیس یک روش فراابتکاری مبتنی بر جمعیت است که برای حل کارای مسائل پیوسته پیشنهاد شده، در این صورت باید کدگذاری جواب‌ها به صورت اعداد حقیقی باشند تا در الگوریتم الکترومغناطیس قابل استفاده باشند. به این منظور از رویکرد R-K استفاده شده است. در این روش آرایه‌ی از اعداد حقیقی داریم که با مرتب‌کردن آن‌ها به صورت صعودی یا نزولی، ترتیبی از اعداد به دست می‌آید. البته در این روش برای جلوگیری از گستردگی اعداد بایستی این اعداد حقیقی در یک فاصله‌ی خاص تعریف شده باشند (جدول ۲). در این مثال اعداد حقیقی در فاصله‌ی $[0, 10]$ تعریف شده‌اند.

عیب این روش این است که زمان مرتب‌کردن مجموعه‌ی از اعداد نیز به زمان حل اضافه می‌شود.

۲.۳.۳. تعیین جواب‌های اولیه

در این روش حل، جواب‌های اولیه‌ی هر فرایند به صورت تصادفی در بازه‌ی $[l, u]$ تولید می‌شود.

۳.۳.۳. تعیین دمای اولیه و دمای نهایی

هدف از این روش، ارائه‌ی طرحی کلی برای به دست آمدن یک دمای اولیه با توجه به خصوصیات هر مسئله بوده است. برای به دست آوردن دمای اولیه، ابتدا یک جواب به صورت تصادفی، و سپس به تعداد 10^0 جواب همسایه ایجاد می‌شود. در ادامه دمای اولیه و نهایی از روابط ۱۶ و ۱۷ محاسبه می‌شود. [۲۱]

$$T_s = \Delta_{\min} + 0.1 \left(\Delta_{\max} - \Delta_{\min} \right) \quad (16)$$

$$T_f = 0.1 * 8 T_s \quad (17)$$

جدول ۲. مثالی از روش R-K

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
قبل	۰/۵	۹/۶	۳	۲/۹	۲/۲	۸	۴/۲	۰/۱	۷/۱	۵/۶
بعد	۸	۷	۵	۴	۳	۷	۱۰	۹	۶	۲

۸.۳.۳. محاسبه‌ی نیرو و حرکت جواب‌ها

در نوشتار حاضر اصلاحی بر روی روابط پیشنهادی توسط محققین^[۲۰] برای محاسبه‌ی نیروها و حرکت جواب‌ها انجام گرفته است. آن‌ها ابتدا با استفاده از رابطه‌ی ۲۲ مقدار q_{ij} را محاسبه و سپس نیروی وارد از هر ذره بر روی ذره‌ی دیگر را طبق رابطه‌ی ۲۳ حساب کردند.

$$q_{ij} = \frac{f(x^i) - f(x^j)}{f(x^{worst}) - f(x^{best})} \quad (22)$$

$$F^{ij} = (x^j - x^i) q_{ij} \quad (23)$$

به این ترتیب اگر تابع هدف $f(x^i)$ از $f(x^j)$ بزرگ‌تر باشد، ذره‌ی j ذره‌ی i را جذب می‌کند. با توجه به موارد ذکر شده، در الگوریتم یک کدگذاری از نحوه‌ی حرکت جواب‌ها آمده است.

الگوریتم ۱. محاسبه‌ی نیرو و حرکت جواب‌ها:

۱. $F^i \leftarrow 0$
۲. for $j = 1$ to m do
۳. if $x^i \neq x^j$ then
۴. $q_{ij} = \frac{f(x^i) - f(x^j)}{f(x^{worst}) - f(x^{best})}$
۵. $F^{ij} \leftarrow (x^j - x^i) q_{ij}$
۶. $x^i \leftarrow x^i + F^{ij}$
۷. end if
۸. end

پس از تعدادی تکرار، مقادیر جواب‌ها از دامنه‌ی تولید جواب‌ها خارج می‌شوند. برای جلوگیری از این امر مقادیر جواب‌ها بررسی شده و در صورتی که یکی از آن‌ها از حد بالا بزرگ‌تر یا از حد پایین کوچک‌تر باشد، مقادیر تمامی جواب‌ها در α ($0 < \alpha \leq 1$) ضرب می‌شود. به این ترتیب کلیه‌ی مقادیر جواب‌ها در کل جمعیت α برابر کوچک‌تر می‌شود. در این مقاله مقدار α برابر 0.1 فرض شده است.

۹.۳.۳. جست‌وجوی محلی: روش تعویض تکراری ISP

یکی از روش‌های جست‌وجوی محلی، روش ISP است که نسبت به سایر روش‌های جست‌وجوی محلی از قبیل ۲-Opt، ۳-Opt و... نسبتاً سریع و جدید است.^[۲۳] این روش اولین بار در سال ۲۰۰۳ به منظور بهبود جواب‌ها در چارچوب الگوریتم ژنتیک برای زمان‌بندی استفاده شد.^[۲۴] در این روش پنج جواب از جواب اصلی (Parent) تولید می‌شود. این ۵ جواب که در جدول ۳ نمایش داده شده، طی گام‌های زیر تولید می‌شوند:

گام ۱: دو عضو از جواب اصلی به صورت تصادفی انتخاب می‌شود.

گام ۲: مکان این دو عضو با هم تعویض می‌شود.

گام ۳: مکان این دو عضو با دو مکان همسایه‌شان تعویض می‌شود تا ۴ جواب تولید شود.

گام ۴: مقادیر تابع هدف این جواب‌ها محاسبه می‌شود.

گام ۵: اگر بهترین جواب از جواب اصلی بهتر بود، آن جواب جایگزین جواب اصلی می‌شود و به گام ۱ برمی‌گردد وگرنه متوقف می‌شود.

۴. نتایج محاسباتی

در این مقاله یک مدل جدید معرفی شد که هیچ نمونه و دسته مسئله‌ی در ادبیات موضوع برای این مدل جدید در دسترس نبوده است. بنابراین یک دسته نمونه‌ی کوچک (مسائل تا ۸ مشتری)، دو دسته نمونه‌ی متوسط (متوسط اول ۳۰ مشتری و متوسط دوم ۵۰ مشتری) و دو دسته نمونه‌ی بزرگ (مسائل بزرگ اول ۱۰۰ مشتری و مسائل بزرگ دوم ۲۰۰ مشتری) به صورت تصادفی تولید می‌شود تا اثر الگوریتم پیشنهادی، مورد بررسی قرار گیرد. در دسته مسائل کوچک، نتایج الگوریتم پیشنهادی با نرم‌افزار GAMS مقایسه شد و در دیگر مسائل با الگوریتم SA سنجیده شد. الگوریتم ترکیبی PSAEM با ۷ Delphi کد شد و روی رایانه‌ی با ۴GBRAM و CPU با مشخصات ۲ GHZ Intel Core ۲ Duo اجرا شد.

۱.۴. تنظیم پارامتر

الگوریتم PSAEM سه پارامتر اصلی دارد: حالت تعادل (EC)، بازه‌ی تولید جواب (GR) و اندازه‌ی جمعیت که با آزمایشات به عمل آمده به ترتیب با مقادیر $[10, -10]$ ، 10 تنظیم شده‌اند.

۲.۴. نمونه‌های تصادفی

در دسته‌ی اول، ۱۰ مسئله تولید شده که افق برنامه‌ریزی آن‌ها ۵ سال، نرخ بهره‌ی سالانه ۲۲٪، هزینه‌ی نگهداری ۳ واحد پول به‌ازای هر واحد زمان از کارکرد وسیله‌ی نقلیه، هزینه‌ی سوخت و سایل نقلیه ۱۴۴ واحد پول به‌ازای هر واحد زمان، و هزینه‌ی اجاره‌ی وسایل نقلیه به‌ازای هر واحد زمان برابر با ۲۵۰ واحد پول، هزینه‌ی خرید و ارزش اسقاطی وسیله‌ی نقلیه هر وسیله‌ی نقلیه به ترتیب برابر با ۱۴۰۰۰۰۰۰ و ۸۵۰۰۰۰۰۰ است. تقاضای مشتریان ثابت و برابر ۱ واحد است و زمان بین دو گره به صورت تصادفی در بازه‌ی $[0, 100]$ تولید شده است. نتایج این مسائل در جدول ۴ آمده و نشان می‌دهد PSAEM می‌تواند مسائل کوچک را به صورت همیشه حل کند.

جدول ۳. نمونه‌ی از روش ISP.

والد	۰٫۱۵	۵٫۲	۱۱٫۱	۳٫۲	۰٫۲	۱٫۹	۹٫۲	۸٫۱	۶٫۵	۴٫۸
فرزند										
$C1$:	۰٫۱۵	۵٫۲	۱٫۹	۳٫۲	۰٫۲	۱۱٫۱	۹٫۲	۸٫۱	۶٫۵	۴٫۸
$C2$:	۰٫۱۵	۵٫۲	۱٫۹	۳٫۲	۱۱٫۱	۰٫۲	۹٫۲	۸٫۱	۶٫۵	۴٫۸
$C3$:	۰٫۱۵	۵٫۲	۱٫۹	۳٫۲	۰٫۲	۹٫۲	۱۱٫۱	۸٫۱	۶٫۵	۴٫۸
$C4$:	۰٫۱۵	۱٫۹	۵٫۲	۳٫۲	۰٫۲	۱۱٫۱	۹٫۲	۸٫۱	۶٫۵	۴٫۸
$C5$:	۰٫۱۵	۵٫۲	۵٫۲	۱٫۹	۰٫۲	۱۱٫۱	۹٫۲	۸٫۱	۶٫۵	۴٫۸

جدول ۴. مقایسه‌ی PSAEM با نتایج GAMS در دسته مسائل کوچک.

شماره	تعداد مشتریان	تعداد وسایل نقلیه	ظرفیت هر وسیله	مقدار بهینه تابع هدف (GAMS)	تابع هدف PSAEM
۱	۵	۲	۳	۴۲۶۳۵۹۰۶/۴	۴۲۶۳۵۹۰۶/۴
۲	۵	۳	۲	۵۲۴۰۹۷۴۰	۵۲۴۰۹۷۴۰
۳	۶	۲	۳	۵۱۲۲۸۹۳۱/۳	۵۱۲۲۸۹۳۱/۳
۴	۶	۲	۴	۴۴۵۸۳۴۸۴/۹	۴۴۵۸۳۴۸۴/۹
۵	۶	۳	۲	۶۰۰۱۳۲۲۵/۶	۶۰۰۱۳۲۲۵/۶
۶	۷	۲	۴	۳۹۹۵۱۸۷۶	۳۹۹۵۱۸۷۶
۷	۷	۲	۵	۳۶۱۱۶۵۵۶/۶	۳۶۱۱۶۵۵۶/۶
۸	۷	۳	۳	۴۷۴۳۳۴۸۱/۷	۴۷۴۳۳۴۸۱/۷
۹	۸	۲	۴	۵۲۲۸۳۶۴۳/۵	۵۲۲۸۳۶۴۳/۵
۱۰	۸	۳	۳	۵۵۳۹۶۸۲۳	۵۵۳۹۶۸۲۳

جدول ۵. مقایسه PSAEM و SA در دسته مسائل مختلف.

دسته مشتریان	تعداد	متوسط درصد بهبود	متوسط زمان حل	متوسط تعداد دفعات برتری	تعداد مشتریان
		PSAEM	PSAEM	SA	PSAEM در ۵۰ نمود حل شده
دوم	۳۰	۰/۸۴	۰/۲۱	۰/۲۲	۲۸
سوم	۵۰	۱/۱۲	۰/۵	۰/۵	۳۵
چهارم	۱۰۰	۳/۶۸	۱/۶۶	۰/۱۶	۴۵
پنجم	۲۰۰	۳/۱۱	۶/۲۳	۰/۶	۴۴

در دسته مسائل دیگر، زمان بین دو گره، تقاضای مشتریان و ظرفیت وسایل نقلیه به وسیله‌ی توزیع یکنواخت به ترتیب در بازه‌های $[۱۰, ۱]$ ، $[۲۰, ۱]$ ، $[۲۰۰, ۵۰]$ تعریف شده است. پارامترهای دیگر شبیه پارامترهای دسته مسائل اول اند.

تعداد مشتریان دسته مسائل دوم و سوم به ترتیب ۳ و ۵، و تعداد مشتریان دسته چهارم و پنجم ۱۰ و ۲۰ است. در هر دسته ۵۰ نمود مسئله به صورت تصادفی به روشی که گفته شد، تولید شده است و هر مسئله توسط دو روش حل شده است. درصد برتری روش PSAEM نسبت به SA در هر نمود مسئله $(\frac{SA-PSAEM}{SA})$ محاسبه شده و متوسط آن در ۵۰ نمود مسئله در ستون سوم جدول ۵ گزارش شده است. ستون چهارم و پنجم این جدول متوسط زمان حل در ۵۰ نمود مسئله برای هر کدام از دو روش را نشان می‌دهد. تعداد دفعاتی که در ۵۰ مسئله حل شده و الگوریتم PSAEM نسبت به SA جواب بهتری ارائه داده، در هر دسته مسئله در ستون ششم جدول آمده است.

طبق نتایج به دست آمده با افزایش تعداد مشتریان در بسیاری از مسائل، عملکرد PSAEM بهتر از SA بوده است. به عنوان مثال در دسته مسائل دوم، در ۲۲ مسئله نتایج یکسان بوده و در ۲۸ مسئله، PSAEM بهتر از SA عمل کرده است در حالی که با ۲۰۰ مشتری، در ۶ مسئله نتایج یکسان بوده و در ۴۴ مسئله PSAEM بهتر از SA عمل کرده است. البته زمان حل PSAEM به طور متوسط بیشتر از SA بوده است.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله توسعه‌ی بر مدل CVRP با در نظرگیری حالت خرید و اجاره برای وسایل نقلیه، مطرح شد. از آنجا که مسئله‌ی معرفی شده، NP-hard است، الگوریتم ترکیبی PSAEM برای حل این مسئله پیشنهاد شد و نتایج محاسباتی نشان داد که این الگوریتم در حل مسائل کوچک از کارایی بالایی برخوردار است و می‌تواند مسائل را به صورت بهینه و در زمانی کمتر از نرم‌افزار GAMS حل کند. همچنین PSAEM برای رسیدن به جواب در مسائل متوسط و بزرگ با SA مقایسه شد و عملکرد آن بهتر از SA برآورد شد.

پانویس‌ها

1. vehicle routing problem
2. travel salesman problem (TSP)
3. bin packing problem
4. capacitated vehicle Routing Problem (CVRP)
5. branch and cut
6. tabu search
7. savings algorithm
8. two-step
9. tabu route
10. genetic algorithm
11. ant colony optimization
12. simulated annealing
13. particle swarm optimization (PSO)
14. electromagnetism-like
15. iterated swap procedure
16. discrete particle swarm optimization

17. cumulative capacitated vehicle routing problem
18. periodic vehicle routing problem
19. parallel simulated annealing – electro magnetism algorithm
20. parallel simulated annealing

منابع (References)

1. Laporte, G. and Semet, F. "The vehicle routing problem", SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Application, pp. 109-125 (2001).
2. Prins, C. "A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem", *Computer & Operation Research*, **31**, pp. 1985-2002 (2004).
3. Paolo Toth, D.V. "The vehicle routing problem", Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia (2001).

4. Augerat, P., Belenguer, J.M., Benavent, E., Corberan, A. and Naddef D. "Separating capacity constraints in the CVRP using tabu search", *European Journal of Operational Research*, **106**(2), pp. 546-557 (1998).
5. Chen, P., Huang, H.-K. and Dong, X.-Y. "Iterated variable neighborhood descent algorithm for the capacitated vehicle routing problem", *Expert Systems with Applications*, **37**, pp. 1620-1627 (2010).
6. Lin, S.W., Lee, Z.-J., Ying, K.C. and Lee, C.-Y. "Applying hybrid meta-heuristics for capacitated vehicle routing problem", *Expert Systems with Applications*, **36**, pp. 1505-1512 (2009).
7. Lawrence Bodin, B.G. "Classification in vehicle routing and scheduling", *Networks*, **11**, pp. 97-108 (1981).
8. Gendreau, M. Hertz, A. and Laporte, G. "A tabu search heuristic for the vehicle routing problem", *Management Science*, **40**, pp. 1276-1290 (1994).
9. Barrie M. and Baker, M.A.A. "A genetic algorithm for the vehicle routing problem", *Computers & Operations Research*, **30**, pp. 787-800 (2003).
10. Wang, C.H. and Lu, J.-Z. "A hybrid genetic algorithm that optimizes capacitated vehicle routing problems", *Expert Systems with Applications*, **36**, pp. 2921-2936 (2009).
11. Mazzeo, S. and Loiseau, I. "An ant colony algorithm for the capacitated vehicle routing", *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, **18**, pp. 181-186 (2004).
12. Ai, T.J. and Kachitvichyanukul V. "Particle swarm optimization and two solution representations for solving the capacitated vehicle routing problem", *Computers & Industrial Engineering*, **56**, pp. 380-387 (2009).
13. Yurtkuran, A. and Emel, E. "A new hybrid electromagnetism-like algorithm for capacitated vehicle routing problems", *Expert Systems with Applications*, **37**(4), pp. 3427-3433 (2010).
14. Qi, C. "Application of improved discrete particle swarm optimization in logistics distribution routing problem", *Procedia Engineering*, **15**, pp. 3673-3677 (2011).
15. Garaix, T., Artigues, C., Feillet, D. and Josselin, D. "Vehicle routing problems with alternative paths: An application to on-demand transportation", *European Journal of Operational Research*, **204**(1), pp. 62-75 (2010).
16. Nguèveva, S.U., Prins, C. and Wolfler-Calvo, R. "An effective memetic algorithm for the cumulative capacitated vehicle routing problem", *Computers & Operations Research*, **37**, pp. 1877-1885 (2010).
17. Chang, P.C, Chen, S.H. and Fan, C.-Y. "A hybrid electromagnetism-like algorithm for single machine scheduling problem", *Expert Systems with Applications*, **36**(2Part1), pp. 1259-1267 (2009).
18. Şahin, R. and Türkbey, O. "A simulated annealing algorithm to find approximate Pareto optimal solutions for the multi-objective facility layout problem", *Int J Adv Manuf Technol*, **41**(9), pp. 1003-1018 (2009).
19. Birbil, S.I. and Fang, S.C "An electromagnetism-like mechanism for global optimization", *Journal of Global Optimization*, **25**(3), pp. 263-282 (2003).
20. Debels, D., Reyck, B.D., Leus, R. and Vanhoucke, M., "A hybrid scatter search/electromagnetism meta-heuristic for project scheduling", *European Journal of Operational Research*, **169**, pp. 638-653 (2006).
21. Connolly, D.T, "An improvement annealing scheme for the QAP", *European Journal of Operational Research*, **46**, pp. 93-100 (1990).
22. Lundy, M. and Mess, A. "Convergence of an annealing algorithm", *Mathematical Programming*, **34**, pp. 111-124 (1986).
23. William, H., George, T.S.H., Ping, J. and Henry, C.W.L. "A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **21**, pp. 548-557 (2008).
24. Ho, W. and Ji, P. "Component scheduling for chip shooter machines: A hybrid genetic algorithm approach", *Computers and Operations Research*, **30**, pp. 2175-2189 (2003).