

بررسی روش تحلیل فراخ و ارائه‌ی روشی جدید برای به دست آوردن بردار وزن قطعی از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی

علی محتمشی (استادیار)

گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، ایران

چالش اصلی در حل مسائل فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی فازی، محاسبات فازی و رتبه‌بندی اعداد فازی با استفاده از روش‌های مختلفی است که برای این کار وجود دارد. از آنجا که در روش تحلیل فراخ وزن‌های دقیق عناصر استخراج می‌شود، نیاز به محاسبات اضافی فازی و رتبه‌بندی اعداد فازی از بین می‌رود. این روش تاکنون در تحقیقات بسیار زیادی کاربرد داشته است اما در نوشتار حاضر نشان داده می‌شود که وزن‌های این روش صحیح نیست. به منظور رفع نقص روش تحلیل فراخ، در این نوشتار یک روش جدید مبتنی بر الگوریتم‌های فراابتکاری برای استخراج وزن‌های دقیق از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی معرفی می‌شود. همچنین برای نشان دادن اعتبار روش پیشنهادی، این روش با چهار روش موجود در ادبیات موضوع مقایسه شده که نتایج حاصله نشان‌دهنده اعتبار بالای روش پیشنهادی است.

واژگان کلیدی: فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی، بردار وزن، تصمیم‌گیری چندمعیاره، الگوریتم‌های فراابتکاری.

mohtashami@qiau.ac.ir

۱. مقدمه

در سال‌های گذشته، ابزارهای مختلفی برای مدل‌سازی تصمیم‌گیری‌ها معرفی و بهبود یافته است و رویکردهای تصمیم‌گیری چندمعیاره در تصمیم‌گیری‌هایی که اهداف مختلف و متضاد دارند، بسیار مفید شناخته شده است. از میان روش‌های مختلف ارائه شده در این حوزه، فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی (AHP) [۱] از جمله روش‌هایی است که توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده و مسائل بسیار زیادی با استفاده از این روش بررسی شده است. مزایای اصلی AHP در مطالعات موجود [۲] به تفصیل عنوان شده است.

نسخه‌ی اولیه‌ی AHP که تاکنون کاربرد بسیار زیادی داشته، نیازمند قضاوت‌های دقیق است. اما با توجه به پیچیدگی و عدم اطمینان در مسائل تصمیم‌گیری واقعی، ارائه‌ی قضاوت‌های دقیق غالباً غیرواقعی یا حتی غیرممکن جلوه می‌کند. بنابراین اگر بتوان این امکان را در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار داد تا به جای قضاوت‌های دقیق، از قضاوت‌های غیردقیق با استفاده از منطق فازی بهره بگیرد بسیار واقع‌گرایانه و عملی‌تر است. [۳]

روش‌های مختلفی برای رویارویی با ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی مطرح شده است. برای مثال، با استفاده از روش کم‌ترین مربعات لگاریتمی فازی (LLSM) [۴]، وزن‌های فازی مثلی از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی مثلی استخراج شد. [۲] مطالعات دیگر به این نتیجه انجامید که روش نرمال‌سازی LLSM

فازی بهینگی وزن‌ها را تخریب می‌کند [۵] که برای اصلاح این نقص یک روش نرمال‌سازی تجدیدنظر شده ارائه شد. در ادامه، یک رویکرد تعمیم‌یافته نیمه‌معکوس برای حل LLSM فازی ارائه شد. [۶] در مطالعات بعدی یک روش LLSM فازی معرفی شد، [۸] اما روش ارائه شده مبتنی بر یک شاخص فاصله در فضای قضاوت فازی بود. شاخص فاصله در مطالعه‌ی یادشده به عنوان انتگرال فاصله‌ی اقلیدسی بین مجموعه‌های سطح α دو عدد فازی تعریف شده بود. بنابراین، روش LLSM فازی ارائه شده در واقع با قضاوت‌های فاصله‌ی برای هر سطح α کار می‌کند. برخی از محققین روش مبتنی بر میانگین هندسی قضاوت‌ها و نرمال‌سازی اعداد حاصله را مطرح کردند. [۹] عده‌ی دیگری [۱۰] یک روش برنامه‌ریزی ترجیحات فازی برای استخراج وزن‌های دقیق ارائه کردند. این روش برای استخراج وزن عناصر از ماتریس مقایسه‌ی زوجی فازی، نیازمند حل مدل ریاضی خطی در سطوح مختلف برش α است که این امر نه تنها بسیار وقت‌گیر است، بلکه اغلب منجر به حصول وزن‌های مختلف یک عنصر در سطوح مختلف α می‌شود. همچنین در مدل ریاضی مذکور از پارامترهای تولرانس d_k استفاده می‌شود که با تغییر این پارامتر حتی در یک سطح α خاص، وزن‌های مختلفی از عناصر به دست می‌آید. این محققین برای کاهش نقاط ضعف روش برنامه‌ریزی ترجیح فازی، در مقاله‌ی خود روش دیگری به نام اولویت‌بندی فازی غیرخطی ارائه کردند اما نقطه ضعف اصلی این روش آن است که برای اعداد فازی مثلی طراحی شده و بنابراین از جامعیت بالایی برای حل مسائل با انواع مختلفی از اعداد فازی برخوردار نیست. نقطه ضعف دیگر این روش غیر خطی بودن آن

در سال‌های گذشته، ابزارهای مختلفی برای مدل‌سازی تصمیم‌گیری‌ها معرفی و بهبود یافته است و رویکردهای تصمیم‌گیری چندمعیاره در تصمیم‌گیری‌هایی که اهداف مختلف و متضاد دارند، بسیار مفید شناخته شده است. از میان روش‌های مختلف ارائه شده در این حوزه، فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی (AHP) [۱] از جمله روش‌هایی است که توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده و مسائل بسیار زیادی با استفاده از این روش بررسی شده است. مزایای اصلی AHP در مطالعات موجود [۲] به تفصیل عنوان شده است.

نسخه‌ی اولیه‌ی AHP که تاکنون کاربرد بسیار زیادی داشته، نیازمند قضاوت‌های دقیق است. اما با توجه به پیچیدگی و عدم اطمینان در مسائل تصمیم‌گیری واقعی، ارائه‌ی قضاوت‌های دقیق غالباً غیرواقعی یا حتی غیرممکن جلوه می‌کند. بنابراین اگر بتوان این امکان را در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار داد تا به جای قضاوت‌های دقیق، از قضاوت‌های غیردقیق با استفاده از منطق فازی بهره بگیرد بسیار واقع‌گرایانه و عملی‌تر است. [۳]

روش‌های مختلفی برای رویارویی با ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی مطرح شده است. برای مثال، با استفاده از روش کم‌ترین مربعات لگاریتمی فازی (LLSM) [۴]، وزن‌های فازی مثلی از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی مثلی استخراج شد. [۲] مطالعات دیگر به این نتیجه انجامید که روش نرمال‌سازی LLSM

است. از آنجا که در مدل ارائه شده در روش اولویت بندی فازی غیر خطی، روابط غیر خطی در محدودیت ها وجود دارد و فضای جواب لزوماً محدب نیست، حل مدل به سادگی امکان پذیر نیست و امکان به دست آوردن جواب های بهینه ی محلی (به جای جواب بهینه ی سرتاسری) بسیار زیاد است.

روش پیشنهادی استخراج وزن با استفاده از الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات،^[۱۸] قابلیت استخراج وزن عناصر از ماتریس های مقایسات زوجی فازی صرفاً مثلثی را دارد. در تحقیقات بعدی،^[۱۳] روش های ارائه شده ی پیشین^[۴] که در مطالعات برخی از محققین اصلاح شده بود^[۵] بازنگری شد. در این بازنگری، محققین دریافتند که روش LLSM فازی نمی تواند همیشه به صورت یک مدل بهینه سازی نامعقد حل شود. همچنین هنگامی که حد پایین یک وزن فازی غیرهنگار بزرگ تر از حد بالایش باشد، روش هنجاری کردن مطرح شده روش مناسبی نیست. روشی که برای استخراج وزن های بازه ای از ترجیحات بازه ای ارائه شد^[۱۲] مبتنی بر چند مدل برنامه ریزی خطی بود و با حل مدل های برنامه ریزی خطی، وزن های بازه ای محاسبه می شد. از سوی دیگر بر مبنای تعریف روابط ترجیحات فازی جمع پذیر، رویکرد جدیدی برای به دست آوردن بردارهای وزن ارائه شد.^[۱۳] بدین منظور برخی مدل های برنامه ریزی خطی برای تولید وزن های بازه ای از روابط سازگار یا ناسازگار ترجیحات فازی جمع پذیر پیشنهاد شد. در رویکردی که برای پی بردن به سازگاری یا عدم سازگاری یک رابطه ی ترجیح فازی بازه ای ارائه شد^[۱۴] روشی برای استخراج بردار وزن بازه ای از روابط سازگار ترجیحات فازی بازه ای نیز ارائه شده است. برخی از محققین روابط بین ترجیحات فازی بازه ای ضربی و ترجیحات فازی بازه ای جمع ی را ارائه کردند.^[۱۵] بر اساس روابط جدید، آنها برای استخراج وزن های بازه ای توسط تبدیل ترجیحات فازی بازه ای ضربی به ترجیحات فازی بازه ای جمع ی، جمع آوری اطلاعات سازگار جمع ی، تبدیل مجدد به اطلاعات سازگار ضربی، و نیز محاسبه ی وزن های بازه ای روشی جدید ارائه کردند.

در مطالعه یی دیگر سازگاری روابط ترجیح فازی بازه ای مورد بررسی قرار گرفت.^[۱۶] بدین منظور ابتدا یک مدل برنامه ریزی درجه دو مبتنی بر کمینه سازی تمام انحرافات روابط ترجیح فازی بازه ای از جواب ارائه شد. سپس دو رویکرد برای ساختن روابط ترجیح فازی بازه ای ضربی و جمع ی ارائه، و رابطه ی بین سازگاری فردی روابط ترجیح فازی بازه ای و سازگاری جمع ی روابط ترجیح فازی مطرح شد. در مطالعه یی دیگر^[۱۷] محققین به منظور کاهش ناسازگاری، از روابط ترجیح زبانی فازی به منظور ساخت یک ماتریس مقایسه ی زوجی استفاده کردند و روشی برای استخراج وزن ارائه کردند.

چنان که مشاهده می شود در اغلب روش های مطرح شده، برای ماتریس های مقایسات زوجی فازی نسبت به استخراج وزن های فازی اقدام می کنند و پس از عملیات تجمیع، وزن های نهایی آلترناتیوها همچنان به صورت عدد فازی یا مجموعه های فازی باقی خواهند ماند. به دلیل حجم زیادی از عملیات جمع، ضرب و تقسیم اعداد فازی، وزن های فازی نهایی اغلب هم پوشانی زیادی با یکدیگر دارند. افزون بر این، روش نرمال سازی فازی که در برخی از این روش ها کاربرد دارد ممکن است حتی به امتیازهای نهایی غیرمنطقی بینجامد، به طوری که حد بالای نرمال شده از حد وسط نرمال شده کم تر، و حد وسط نرمال شده از حد پایین کم تر باشد.^[۱۸] روش های اولویت بندی مطرح شده در بالا برای مشخص کردن رتبه بندی نهایی آلترناتیوها نیازمند روش های اضافی رتبه بندی وزن های نهایی فازی هستند، اما روش های مختلف رتبه بندی اعداد فازی ممکن است منجر به رتبه بندی های مختلف شود.^[۱۹] برای غلبه بر نواقص مطرح شده، روش تحلیل فراخ به منظور استخراج وزن های قطعی از ماتریس های مقایسات زوجی فازی مثلثی ارائه شد^[۲۰] که به دلیل استخراج

وزن های قطعی از ماتریس های مقایسات زوجی فازی و همچنین به دلیل سادگی محاسبات آن مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است.^[۲۱] اما این روش برای استخراج وزن عناصر از ماتریس های مقایسات زوجی فازی و حتی قطعی مناسب نیست و منجر به ارائه ی وزن های ناصحیح نسبی و کلی می شود. بنابراین هدف نوشتار حاضر، اولاً ارائه ی روشی است که قادر به ارائه ی وزن های دقیق از ماتریس های مقایسات زوجی فازی باشد؛ ثانیاً ضمن برخورداری از قابلیت در نظرگیری اعداد فازی مثلثی، ذوزنقه ای، شبه مثلثی، شبه ذوزنقه ای، بازه ای و ترکیب اعداد فازی مختلف در یک مسئله، اشکالات روش های قبلی را نیز تا حدی برطرف کند.

ساختار این مقاله چنین سازمان دهی شده است: در بخش ۲ خطای ایجاد شده بر اثر ساختن ماتریس های مقایسات زوجی فازی برگرفته از روش های قطعی ارائه می شود. بخش ۳ به بازنگری روش تحلیل فراخ می پردازد. در بخش ۴ مدل بهینه سازی فازی و در بخش ۵ روشی برای شبیه سازی اعداد فازی پیشنهاد می شود. بخش ۶ به تشریح الگوریتم پیشنهادی استخراج وزن اختصاص یافته و در بخش ۷ مثال های عددی برای نشان دادن عملکرد الگوریتم پیشنهادی ارائه شده است. بخش ۸ نیز به نتیجه گیری کلی این پژوهش اختصاص دارد.

۲. ماتریس های مقایسات زوجی فازی

رویکرد ساختن ماتریس های فازی با درایه های معکوس که برگرفته از روش های اولویت بندی قطعی است، به بروز برخی اشکالات منجر می شود.^[۱۰] این رویکرد در بسیاری از روش های پیشین، نظیر روش تحلیل فراخ، به چشم می خورد. برای تشریح این مسئله یک عدد فازی مثلثی را در نظر بگیرید که توسط سه عدد حقیقی $a \leq b \leq c$ تعریف شده و دارای تابع عضویت پیوسته ی $\mu_{\tilde{N}}(x)$ با مشخصات زیر است:

۱. دارای یک نگاشت پیوسته ی \mathbb{R} بر بازه بسته ی $[a, c]$ است؛

۲. $\mu_{\tilde{N}}(x) = 0$ برای تمامی $x \in [-\infty, a]$ و برای تمامی $x \in [c, +\infty]$ ؛

۳. در بازه $[a, b]$ اکیداً صعودی، و در بازه $[b, c]$ اکیداً نزولی است؛

۴. $\mu_{\tilde{N}}(x) = 1$ برای $x = b$.

مسئله ی اولویت بندی با n اولویت نامعلوم $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ را در نظر بگیرید، به طوری که قضاوت های مقایسه یی زوجی توسط اعداد فازی مثلثی $a_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij})$ بیان شده باشد. بسیاری از روش هایی که پیش تر مطرح شد مانند LLSM فازی، تجدید نظرهای LLSM فازی، روش تحلیل فراخ و غیره نیازمند مجموعه ی کامل $m = n(n-1)/2$ قضاوت برای ساختن ماتریس مقایسه ی زوجی $\tilde{A} = \{a_{ij}\}$ هستند:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 1 & \tilde{a}_{12} & \dots & \tilde{a}_{1n} \\ \tilde{a}_{21} & 1 & \dots & \tilde{a}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{n1} & \tilde{a}_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

به طوری که $\tilde{a}_{ji} = 1/\tilde{a}_{ij} = (1/u_{ij}, 1/m_{ij}, 1/l_{ij})$ این روش ساخت ماتریس کامل مقایسه ی زوجی که برگرفته از روش های اولویت بندی قطعی است، منجر به بروز برخی مسائل می شود.

۱.۲. مثال ۱.

الف) هر سطر ماتریس مقایسه‌ی زوجی فازی \tilde{A} را با استفاده از عملیات جبر فازی، جمع جبری کنید:

$$RS_i = \sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} = \left(\sum_{j=1}^n l_{ij}, \sum_{j=1}^n m_{ij}, \sum_{j=1}^n u_{ij} \right), \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

ب) جمع سطری فوق را به‌هنگار کنید:

$$\tilde{S}_i = \frac{RS_i}{\sum_{j=1}^n RS_j} = \left(\frac{\sum_{j=1}^n l_{ij}}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n u_{kj}}, \frac{\sum_{j=1}^n m_{ij}}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n m_{kj}}, \frac{\sum_{j=1}^n u_{ij}}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n l_{kj}} \right) \quad (4)$$

ج) درجه‌ی امکان‌پذیری $\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j$ را با استفاده از رابطه‌ی ۵ محاسبه کنید:

$$V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j) = \begin{cases} 1, & \text{if } m_i \geq m_j, \\ \frac{u_i - l_j}{(u_i - m_i) + (m_j - l_j)}, & \text{if } l_j \leq u_i, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \\ 0, & \text{others,} \end{cases} \quad (5)$$

به‌طوری که $\tilde{S}_i = (l_i, m_i, u_i)$ و $\tilde{S}_j = (l_j, m_j, u_j)$. تعریف درجه‌ی امکان‌پذیری در شکل ۱ نشان داده شده است.

د) درجه‌ی امکان‌پذیری این که \tilde{S}_i بزرگ‌تر یا مساوی همه‌ی $(n-1)$ عدد فازی دیگر باشد را محاسبه کنید:

$$V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j | j = 1, \dots, n; j \neq i) = \min_{j \in \{1, \dots, n\}, j \neq i} V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j), \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

هـ) در نهایت بردار وزن $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ برای ماتریس مقایسه‌ی زوجی فازی \tilde{A} را محاسبه کنید:

$$w_i = \frac{V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j | j = 1, \dots, n; j \neq i)}{\sum_{k=1}^n V(\tilde{S}_k \geq \tilde{S}_j | j = 1, \dots, n; j \neq k)}, \quad i = 1, \dots, n \quad (7)$$

۱.۳. وزن‌ها و تصمیم‌گیری‌های ناصحیح توسط روش تحلیل فراخ

یک مسئله‌ی اولویت‌بندی کاملاً سازگار دوبعدی را در نظر بگیرید که در آن تنها دو عنصر با یکدیگر مقایسه می‌شود. فرض کنید تصمیم‌گیرنده ترجیح عنصر اول به دوم را دقیقاً دو بار بیشتر می‌داند پس داریم $a_{12} = 2$. از آنجا که این مسئله یک مسئله‌ی کاملاً سازگار است، وزن عناصر اول و دوم را با استفاده از هر روش قطعی محاسبه کنیم خواهیم داشت $w_1 = 0.667$ و $w_2 = 0.333$. حال اگر فرض کنیم تصمیم‌گیرنده ترجیح عنصر اول به دوم را تقریباً دو بار بیشتر بداند، می‌توان این ترجیح را در قالب عدد فازی مثلثی $\tilde{a}_{12} = (1, 2, 3)$ بیان کرد. وزن عناصر

یک مسئله‌ی اولویت‌بندی کاملاً سازگار دوبعدی را در نظر بگیرید که در آن تنها دو عنصر با یکدیگر مقایسه می‌شوند. تصمیم‌گیرنده ترجیح عنصر اول به دوم را تقریباً پنج‌بار بیشتر می‌داند، بنابراین این ترجیح می‌تواند توسط عدد فازی مثلثی $\tilde{a}_{12} = (4, 5, 6)$ بیان شود. وزن‌های به دست آمده برای این مسئله $\tilde{w}_1 > 0$ و $\tilde{w}_2 > 0$ باید به‌گونه‌ی محاسبه شود که نسبت آنها قضاوت اولیه را تقریباً ارضا کند؛ به عبارت دیگر $\tilde{a}_{12} = \tilde{w}_1 / \tilde{w}_2 \approx \tilde{r}_{12}$. همچنین محدودیت هنجاری بودن $\tilde{w}_1 + \tilde{w}_2 = 1$ نیز باید ارضا شود. برای استفاده از برخی از روش‌های موجود -- نظیر روش تحلیل فراخ -- باید ماتریس مقایسه‌ی زوجی فازی ۱ ساخته شود؛ به این منظور داریم $\tilde{a}_{21} = (1/6, 1/5, 1/4)$. چنان که مشاهده می‌شود عدد فازی معکوس شده متقارن نیست، در حالی که قضاوت اولیه‌ی $\tilde{a}_{12} = (4, 5, 6)$ کاملاً متقارن است. این عدم تقارن قضاوت‌های معکوس در ماتریس مقایسه‌ی فازی، منجر به وزن‌های نهایی غیر متقارن می‌شود. برای مثال با استفاده از روش میانگین هندسی^[۹]، وزن‌های نهایی عبارت خواهد بود از:

$$\tilde{w}_1 = (0.678, 0.833, 1.017),$$

$$\tilde{w}_2 = (0.138, 0.167, 0.208)$$

با استفاده از عملگر تقسیم فازی خواهیم داشت:

$$\tilde{r}_{12} = \tilde{w}_1 / \tilde{w}_2 = (3.266, 5.0, 7.348)$$

مشاهده می‌شود که \tilde{r}_{12} شباهت کمی با قضاوت اولیه‌ی $\tilde{a}_{12} = (4, 5, 6)$ دارد. به‌علاوه، نسبت به دست آمده برخلاف قضاوت اولیه دارای چولگی زیادی است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در نظرگیری عناصر معکوس و ساخت ماتریس‌های کامل مقایسه‌ی زوجی فازی که در روش‌هایی چون تحلیل فراخ، LLSM فازی و غیره انجام می‌شود می‌تواند منجر به عدم صحت نتایج نهایی شود.

۳. بازنگری روش تحلیل فراخ در AHP فازی

ماتریس فازی مثلثی زیر را در نظر بگیرید:

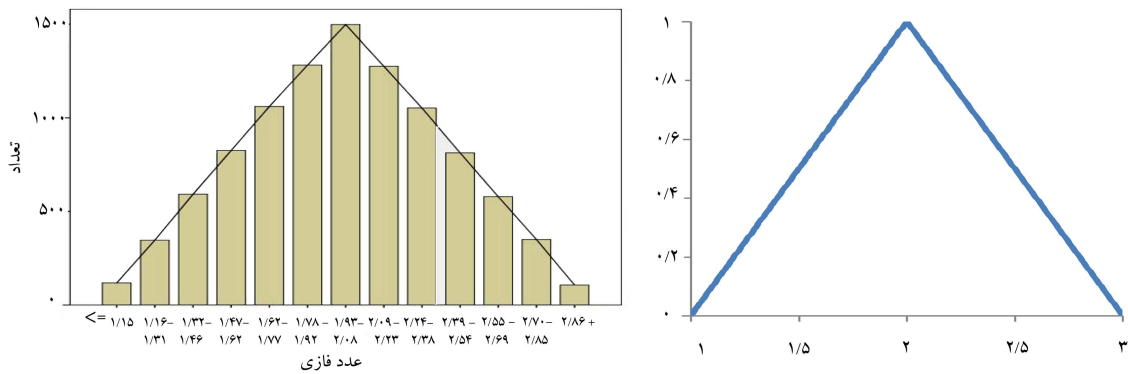
$$\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n \times n} = \begin{bmatrix} (1, 1, 1) & (l_{12}, m_{12}, u_{12}) & \dots & (l_{1n}, m_{1n}, u_{1n}) \\ (l_{21}, m_{21}, u_{21}) & (1, 1, 1) & \dots & (l_{2n}, m_{2n}, u_{2n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (l_{n1}, m_{n1}, u_{n1}) & (l_{n2}, m_{n2}, u_{n2}) & \dots & (1, 1, 1) \end{bmatrix} \quad (2)$$

به‌طوری که:

$$\tilde{a}_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}) = \tilde{a}_{ji}^{-1} = (1/u_{ji}, 1/m_{ji}, 1/l_{ji})$$

$$i, j = 1, 2, \dots, n, \quad i \neq j$$

برای محاسبه‌ی بردار وزن ماتریس مقایسه‌ی زوجی فازی ۲، یک روش تحلیل فراخ ارائه شد^[۲۰] که به‌صورت خلاصه عبارت است از:



شکل ۱. نمودار میله‌ای و منحنی تابع عضویت عدد فازی \tilde{a} .

که محاسبه‌ی مقدار دقیق لگاریتم \tilde{a}_{ij} که یک عدد فازی است امکان‌پذیر نیست. برای محاسبه‌ی تابع هدف ۸، یک روش پیشنهادی ابتکاری مبتنی بر شبیه‌سازی اعداد فازی در بخش ۶ ارائه شده است. افزون بر این، روش پیشنهادی شبیه‌سازی اعداد فازی به صورت مستقل در بخش ۵ ارائه شده است.

یکی از محدودیت‌های اصلی در استخراج بردار وزن این است که مجموع وزن عناصر برابر ۱ باشد؛ بنابراین رابطه‌ی ۹ همچنانی بودن بردار وزن به دست آمده را تضمین می‌کند. از آنجا که برای حل مدل ریاضی پیشنهادی از یک چهارچوب مبتنی بر الگوریتم ژنتیک استفاده خواهد شد، در بخش ۶ یک روش ابتکاری برای تولید اعداد تصادفی وزن عناصر $(w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ با مجموع ۱ ارائه شده است. از طرف دیگر بردار وزن $(w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ باید در رابطه‌ی ۱۰ نیز صدق کند به طوری که $w_i > 0$ ، $w_j > 0$ ، $i \neq j$. علامت \leq نیز نشان‌دهنده‌ی کوچک‌تر یا مساوی فازی است. مجموعه‌ی $m \leq n(n-1)/2$ قضاوت فازی را در نظر بگیرید که در آن حد پایین و بالای اعداد فازی به ترتیب با l_{ij} و u_{ij} نشان داده می‌شود. وقتی قضاوت‌های فازی سازگارند، بردارهای وزن متعددی برای ارضای نامعادله‌ی $l_{ij} \leq w_i/w_j \leq u_{ij}$ وجود دارد. اگر قضاوت‌ها ناسازگار باشند، هیچ بردار وزنی برای ارضای همزمان تمام قضاوت‌ها وجود ندارد، اما باید در چنین شرایطی بردار وزنی را یافت که تمام قضاوت‌ها را تا حد امکان ارضا کند. به عبارت دیگر یک جواب در حد کفایت خوب تمام قضاوت‌ها را تقریباً برآورده می‌کند، یا به عبارت دیگر $l_{ij} \leq w_i/w_j \leq u_{ij}$. در بخش ۶ یک روش ابتکاری برای ارضای این محدودیت با کم‌ترین انحراف از حدود بالا و پایین ارائه شده است.

مدل بهینه‌سازی فازی پیشنهادی، یک مدل غیر خطی مقید است. روابط غیر خطی هم در تابع هدف و هم در محدودیت‌ها وجود دارد و لذا، برای حل این مسئله نمی‌توان از روش‌های معمول استفاده کرد. برای حل مدل پیشنهادی، چارچوبی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک در بخش ۶ ارائه شده است.

۵. روش پیشنهادی شبیه‌سازی اعداد فازی

قبل از توضیح الگوریتم پیشنهادی استخراج وزن از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی (بخش ۶)، در این بخش روشی برای شبیه‌سازی اعداد فازی که در الگوریتم پیشنهادی استخراج وزن کاربرد دارد پیشنهاد می‌شود. لازم به توضیح است که روش پیشنهادی این امکان را فراهم می‌آورد که در مدل بهینه‌سازی فازی، هر نوع از اعداد فازی را با هر فرم تابع عضویت بتوان در نظر گرفت. گام‌های اجرایی روش پیشنهادی شبیه‌سازی اعداد فازی عبارت است از:

یک و دو با استفاده از روش تحلیل فراخ عبارت است از $w_1 = 1$ و $w_2 = 0$. به عبارت دیگر وزن عنصر دوم برابر صفر شده و در فرایند تصمیم‌گیری بی‌اثر خواهد بود، این در حالی است که پیش‌تر نشان داده شد که با در نظرگیری $a_{12} = 2$ ، وزن عنصر اول و دوم به ترتیب برابر $w_1 = 0.667$ و $w_2 = 0.333$ است. از طرف دیگر حاصل تقسیم w_1 به w_2 باید در بازه $[1, 3]$ قرار گیرد اما مشاهده می‌شود که این نسبت برای $w_1 = 1$ و $w_2 = 0$ به سمت بی‌نهایت میل می‌کند. همچنین حاصل تقسیم w_2 به w_1 باید در بازه $[1/3, 1]$ قرار گیرد، اما مشاهده می‌شود که این نسبت برای $w_1 = 1$ و $w_2 = 0$ برابر صفر است. پس به طور کلی می‌توان عنوان کرد که روش تحلیل فراخ ممکن است اشتباهاً به صفر شدن وزن یک عنصر بینجامد (مانند مثال فوق). به علاوه روش تحلیل فراخ ممکن است به یک شاخص تصمیم‌گیری وزن صفر داده و منجر به حذف این شاخص در تصمیم‌گیری شود. در برخی از نوشتارها با ارائه مثال‌هایی نشان داده شده است که اعداد نهایی (درجه‌ی امکان‌پذیری) حاصل از روش تحلیل فراخ، صرفاً شاخصی است برای مقایسه‌ی دو عدد فازی مثلی و نه محاسبه‌ی اهمیت نسبی عناصر^[۲۱].

۴. مدل بهینه‌سازی فازی پیشنهادی

فرض کنید ترجیح عنصر i بر عنصر j با استفاده از \tilde{a}_{ij} نشان داده شود به طوری که \tilde{a}_{ij} می‌تواند یک عدد فازی مثلی، دوزنقه‌ی، LR با تابع عضویت غیرخطی و غیره باشد، و حد پایین و بالای آن به ترتیب با l_{ij} و u_{ij} نشان داده شود. مدل بهینه‌سازی فازی پیشنهادی برای استخراج وزن‌های قطعی عبارت است از:

$$\min J = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\ln \left(\frac{w_i}{w_j} \right) - \ln (\tilde{a}_{ij}) \right)^2 \quad (8)$$

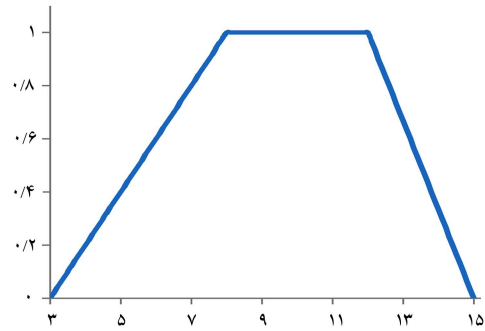
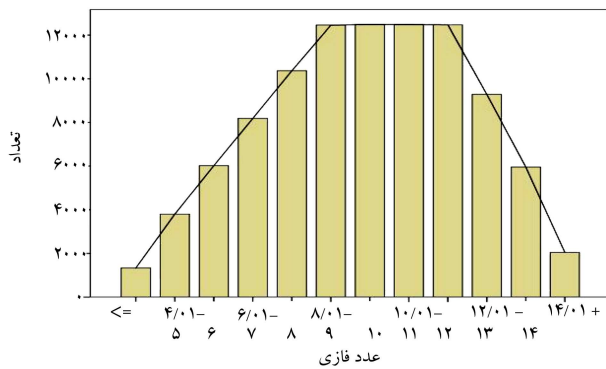
subject to

$$\sum_{k=1}^n w_k = 1 \quad (9)$$

$$l_{ij} \leq \frac{w_i}{w_j} \leq u_{ij} \quad (10)$$

$$w_k > 0, k = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

مدل بهینه‌سازی پیشنهادی فوق، یک مدل بهینه‌سازی غیر خطی مقید است. تابع هدف مدل بهینه‌سازی که در رابطه‌ی ۸ ارائه شده، وزن‌های قطعی را به نحوی محاسبه می‌کند که انحراف نسبت وزن‌ها از قضاوت‌های اولیه کمینه شود. با توجه به دقت زیاد مقادیر w_i و w_j ، محاسبه‌ی لگاریتم طبیعی w_i/w_j امکان‌پذیر است در حالی



شکل ۲. نمودار میله‌یی و منحنی تابع عضویت عدد فازی \tilde{b} .

-- اگر $\theta > \delta_{C-1}$ و $\theta \leq \delta_C$ آنگاه یک عدد تصادفی یکنواخت بین $[N^l + (C-1)v, N^l + Cv]$ تولید کنید.

گام ۸. با تکرار گام ۷ به تعداد زیاد، عدد فازی \tilde{N} شبیه‌سازی می‌شود.

۱.۵. بررسی صحت روش پیشنهادی شبیه‌سازی اعداد فازی

برای نشان دادن توانایی روش پیشنهادی شبیه‌سازی اعداد فازی، دو عدد فازی به ترتیب مثلثی و دوزنقه‌یی $\tilde{a} = (1, 2, 3)$ و $\tilde{b} = (3, 8, 12, 15)$ را در نظر بگیرید. این دو عدد فازی با استفاده از روش پیشنهادی شبیه‌سازی شده‌اند. در شکل‌های ۱ و ۲ نتایج این شبیه‌سازی اعداد فازی نشان داده شده است. نمودار سمت چپ در این شکل‌ها نشان‌دهنده نمودار میله‌یی اعداد تولیدشده در هر طبقه برای اعداد فازی به ترتیب \tilde{a} و \tilde{b} ، و نمودار سمت راست نشان‌دهنده منحنی تابع عضویت اعداد فازی به ترتیب \tilde{a} و \tilde{b} است. با مقایسه نمودارهای سمت راست و چپ هر شکل، مشاهده می‌شود که الگوی اعداد شبیه‌سازی شده از منحنی تابع عضویت پیروی می‌کند، بنابراین روش پیشنهادی بخش ۵ قادر به شبیه‌سازی اعداد فازی با دقت بالاست.

۶. الگوریتم پیشنهادی استخراج وزن

ثابت شده است که الگوریتم‌های فراباکتاری -- به‌ویژه الگوریتم ژنتیک -- قابلیت تطبیق با طیف وسیعی از مسائل بهینه‌سازی پیچیده را دارند. محققین زیادی از این الگوریتم برای حل مسائل مختلف بهره برده‌اند.^[۲۷-۲۲] هدف اصلی الگوریتم ژنتیک جست‌وجوی تمام منطقه‌ی موجه برای یافتن نقطه‌ی بهینه/نزدیک بهینه است. در این نوشتار مقادیر ژن‌های کروموزوم‌ها با اعداد حقیقی در نظر گرفته شده است. در نظر گرفتن اعداد حقیقی برای مقادیر ژن‌ها مزایای مختلفی دارد:

الف) تطبیق بهتر با مسائل بهینه‌سازی عددی؛

ب) افزایش سرعت الگوریتم؛

ج) ساده‌تر شدن توسعه‌ی رویکردهای تلفیق الگوریتم با روش‌های جست‌وجوی محلی.^[۲۸]

الگوریتم پیشنهادی استخراج وزن‌های قطعی از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی که مبتنی بر مدل ریاضی بهینه‌سازی پیشنهادی، شبیه‌سازی اعداد فازی و الگوریتم ژنتیک است به‌صورت شبه کد در «پیوست» ذکر شده است. همچنین توضیحات الگوریتم پیشنهادی در بخش‌های ۱.۶ تا ۱.۶.۶ ارائه شده است.

گام ۱. فرض کنید N^l و N^u به ترتیب حد پایین و بالای عدد فازی \tilde{N} باشند.

گام ۲. بازه بسته $[N^l, N^u]$ را به C طبقه با فاصله‌ی طبقه v طبقه‌بندی کنید:

$$\underbrace{[N^l, N^l + v]}_{Class 1}, \underbrace{[N^l + v, N^l + 2v]}_{Class 2}, \dots, \underbrace{[N^l + (C-1)v, N^l + Cv]}_{Class C} \quad (12)$$

گام ۳. درجه‌ی عضویت نقاط حدی هر طبقه را محاسبه کنید:

$$[\mu_N(N^l), \mu_N(N^l + v)], [\mu_N(N^l + v), \mu_N(N^l + 2v)], \dots, [\mu_N(N^l + (C-1)v), \mu_N(N^l + Cv)] \quad (13)$$

گام ۴. میانگین حسابی نقاط حدی رابطه‌ی ۱۳ را محاسبه کنید:

$$\eta_1 = \frac{1}{v}(\mu_N(N^l) + \mu_N(N^l + v)),$$

$$\eta_r = \frac{1}{v}(\mu_N(N^l + v) + \mu_N(N^l + 2v)), \dots,$$

$$\eta_c = \frac{1}{v}(\mu_N(N^l + (C-1)v) + \mu_N(N^l + Cv)) \quad (14)$$

گام ۵. مقادیر $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_C$ را به‌هم‌نچار کنید.

$$\psi_1 = \eta_1 / \sum_{i=1}^C \eta_i, \psi_2 = \eta_2 / \sum_{i=1}^C \eta_i, \dots, \psi_C = \eta_C / \sum_{i=1}^C \eta_i \quad (15)$$

ψ_i نشان‌دهنده‌ی مقادیر هنجار شده‌ی η_i است.

گام ۶. مقادیر تجمعی ψ_i را محاسبه کنید:

$$\delta_1 = \psi_1, \delta_2 = \psi_1 + \psi_2, \dots, \delta_C = \sum_{i=1}^C \psi_i \quad (16)$$

گام ۷. یک عدد تصادفی یکنواخت θ تولید کنید به‌طوری که $\theta \in [0, 1]$.

-- اگر $\delta_1 \leq \theta$ آنگاه یک عدد تصادفی یکنواخت بین $[N^l, N^l + v]$ تولید کنید.

-- اگر $\delta_1 < \theta \leq \delta_2$ آنگاه یک عدد تصادفی یکنواخت بین $[N^l + v, N^l + 2v]$ تولید کنید.

⋮

۱.۶. مقداردهی اولیه‌ی پیشنهادی

بخش اول الگوریتم پیشنهادی، جمعیت کروموزوم‌ها را مقداردهی اولیه می‌کند. در روش پیشنهادی مقداردهی اولیه‌ی جمعیت، هر کروموزوم با n ژن نشان‌دهنده‌ی یک بردار اولویت است و هر ژن نشان‌دهنده‌ی وزن یک عنصر ماتریس مقایسه‌ی زوجی است. الگوریتم پیشنهادی مقداردهی اولیه به‌نحوی طراحی شده که جمع مقادیر ژن‌های هر کروموزوم برابر ۱ شود و بدین ترتیب محدودیت ۹ ارضا می‌شود. برای مقداردهی اولیه‌ی جمعیت، یک عدد تصادفی یکنواخت بین صفر و ۱ تولید شده و در w_1^c قرار می‌گیرد (L۴) به‌طوری که w_1^c نشان‌دهنده‌ی وزن عنصر ۱ در کروموزوم c است. به‌منظور تولید w_{k+1}^c (وزن عنصر $k+1$ در کروموزوم c)، مجموع w_1^c تا w_k^c محاسبه شده و «حد بالایی» نامیده می‌شود (L۸-L۱۰). سپس یک عدد تصادفی یکنواخت بین [حد بالایی، ۱] تولید شده و در w_{k+1}^c قرار می‌گیرد (L۱۱). با اجرای این عملیات مقادیر $w_1^c, w_2^c, \dots, w_{n-1}^c$ تولید خواهد شد. به‌منظور تولید مقدار w_n^c (وزن عنصر n در کروموزوم c)، مجموع w_1^c تا w_{n-1}^c محاسبه شده و در «حد بالایی» قرار می‌گیرد (L۱۴-L۱۶) و سپس مقدار «حد بالایی-۱» در w_n^c قرار می‌گیرد. با اجرای این الگوریتم برای هر کروموزوم، مقادیر $w_1^c, w_2^c, \dots, w_{n-1}^c, w_n^c$ تولید می‌شود به‌نحوی که محدودیت ۹ ارضا شود.

۲.۶. ارضای قضاوت‌های اولیه

پس از مقداردهی اولیه‌ی کروموزوم‌ها، به‌منظور دست‌یابی به کروموزوم‌هایی که به‌خوبی قضاوت‌های اولیه را ارضا می‌کنند، باید هر کروموزوم (بردار اولویت) را سنجید که آیا محدودیت ۱۰ را ارضا می‌کند یا خیر. بدین منظور، ابتدا در الگوریتم پیشنهادی ارزیابی می‌شود که آیا هر یک از کروموزوم‌ها نامعادله‌ی $l_{ij} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + step$ را به‌ازای تمام قضاوت‌ها ارضا می‌کنند (L۲۲) یا خیر (دقت شود که علامت \leq به‌معنای کوچک‌تر - مساوی قطعی است نه کوچک‌تر - مساوی فازی). اگر بردار اولویت تولید شده این نامعادلات را ارضا کند، برای تحلیل‌های بعدی باقی نگاه داشته خواهد شد. از آنجا که ممکن است بردارهای اولویت مختلفی وجود داشته باشد که ارضاکننده‌ی نامعادلات $l_{ij} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + step$ هستند، بنابراین ارزیابی دقیق‌تری برای مقایسه‌ی بردارهای اولویت مورد نیاز است تا تعیین شود که کدام یک قضاوت‌های اولیه را بهتر ارضا می‌کند. این ارزیابی دقیق در بخش ۳.۶. که در آن بارزندگی هر کروموزوم محاسبه می‌شود مورد بحث و تحلیل قرار می‌گیرد.

اگر کروموزوم اول (بردار اولویت تولید شده‌ی اول) نامعادلات $l_{ij} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + step$ را به‌ازای تمام قضاوت‌ها برآورده نکند، الگوریتم پیشنهادی این کروموزوم را با یک کروموزوم جدید تعویض (کروموزوم جدید با استفاده از روش تشریح شده در بخش ۱.۶. تولید می‌شود - L۳۲)، و بررسی می‌کند که آیا کروموزوم جدید نامعادلات را ارضا می‌کند یا خیر. مجدداً اگر کروموزوم جایگزین شده نامعادلات را ارضا نکند، این کروموزوم با یک کروموزوم جدید دیگر تعویض و ارزیابی مجدد انجام می‌شود. این عملیات حداکثر به تعداد δ بار انجام می‌شود (δ توسط تصمیم‌گیرنده در ابتدای الگوریتم تعیین می‌شود) تا بردار اولویت یافت شود که نامعادلات را به‌ازای تمام قضاوت‌ها برآورده کند.

۱.۲.۶. پیدا کردن کمینه مقدار تخطی از قضاوت‌های اولیه

اگر قضاوت‌ها ناسازگار باشند، نمی‌توان بردار اولویت یافت که به‌طور هم‌زمان تمام قضاوت‌های فازی را ارضا کند. بنابراین، در δ بار جایگزینی کروموزوم اول با کروموزوم‌های جدید، اگر در الگوریتم بردار اولویت پیدا نشود که نامعادلات

این عملیات تکرار می‌شود تا جایی که به‌ازای یک مقدار $step$ ، یک بردار اولویت پیدا شود که نامعادلات $l_{ij} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + step$ را برای تمام قضاوت‌ها ارضا کند. هرچه مقدار $step$ بیشتر باشد، انحراف نسبت‌های اوزان از قضاوت‌های اولیه بیشتر خواهد بود. با انجام این الگوریتم، کم‌ترین مقدار ممکن $step$ پیدا می‌شود که منجر به کمینه شدن تخطی کروموزوم‌ها از نامعادلات $l_{ij} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + step$ می‌شود. از آنجا که در این مرحله کم‌ترین مقدار $step$ تعیین می‌شود و الگوریتم بردارهای اولویت را پیدا می‌کند که نامعادلات $l_{ij} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + step$ را برای تمام قضاوت‌ها به‌ازای یک مقدار مشخص $step$ ارضا می‌کند. این مقدار $step$ برای بقیه‌ی کروموزوم‌ها ثابت است و در بقیه‌ی مراحل الگوریتم (تقاطع و جهش) مورد استفاده قرار می‌گیرد. از آنجا که فرایند یافتن کم‌ترین مقدار $step$ فقط یک بار در کل الگوریتم انجام می‌شود، بهتر است در ابتدای الگوریتم یک مقدار بسیار بزرگ برای δ و یک مقدار بسیار کوچک برای ε تعیین شود تا بدین وسیله کوچک‌ترین مقدار ممکن برای $step$ یافت شود.

لازم به توضیح است که در شروع بررسی ارضای قضاوت‌های اولیه، تنها در صورتی الگوریتم وارد فرایند تعیین کم‌ترین مقدار ممکن $step$ می‌شود که اولین کروموزوم جمعیت نتواند نامعادلات $l_{ij} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + step$ را به‌ازای تمام قضاوت‌ها ارضا کند. به‌عبارت دیگر چنانچه کروموزوم اول نامعادلات $l_{ij} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + step$ را به‌ازای تمام قضاوت‌ها ارضا نکند، الگوریتم متوجه می‌شود که می‌تواند بردارهای اولویت را بیابد که نامعادلات $l_{ij} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + step$ را به‌ازای تمام قضاوت‌ها ارضا کند، و بنابراین وارد فرایند تعیین کم‌ترین مقدار ممکن $step$ نمی‌شود و مقدار $step$ تا پایان الگوریتم برابر صفر باقی می‌ماند. برای توضیح بیشتر فرض کنید اولین کروموزوم جمعیت، نامعادلات $l_{ij} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + step$ را به‌ازای تمام قضاوت‌ها ارضا کرده ولی دومین کروموزوم جمعیت نتواند نامعادلات $l_{ij} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + step$ را به‌ازای تمام قضاوت‌ها ارضا کند. در این حالت الگوریتم کروموزوم دوم را در یک حلقه (با $step = 0$) قرار داده (L۳۷-L۲۴) و تا زمانی که بردار اولویت برای کروموزوم دوم یافت نشود که نامعادلات $l_{ij} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + step$ را به‌ازای تمام قضاوت‌ها

ارضا کند، این کروموزوم از حلقه بیرون نمی‌آید. این عملیات برای مابقی کروموزوم‌های جمعیت نیز به همین صورت انجام می‌شود.

۳.۶. روش پیشنهادی محاسبه‌ی برازندگی والد‌ها

به منظور ارزیابی برازندگی کروموزوم‌های والد براساس تابع هدف مدلهای بهینه‌سازی پیشنهادی ۸، هر قضاوت فازی \tilde{a}_{ij} به تعداد η بار شبیه‌سازی شده و مقادیر آن در a_{ijf} قرار می‌گیرد (L۴۳-L۴۱). سپس مقدار برازندگی هر کروموزوم به تعداد η بار براساس η مقادیر a_{ijf} و با استفاده از رابطه‌ی ۱۷ محاسبه می‌شود. در نهایت، میانگین این η مقدار به عنوان برازندگی کروموزوم در نظر گرفته می‌شود (L۵۰). چنان که در بخش ۲ توضیح داده شد، رویکرد ساختن قضاوت‌های فازی معکوس که برگرفته از روش‌های بهینه‌سازی قطعی است، باعث بروز برخی مسائل می‌شود. از طرف دیگر چنان که در بخش ۴ توضیح داده شد، محاسبه‌ی مقدار دقیق لگاریتم طبیعی اعداد فازی امکان‌پذیر نیست. چنان که مشاهده می‌شود رابطه‌ی ۱۷ این نقایص را حل کرده است، چرا که هر دو a_{ijf} و $1/a_{ijf}$ اعداد قطعی‌اند و بنابراین نیازی به محاسبه‌ی معکوس اعداد فازی نیست؛ همچنین لگاریتم طبیعی اعداد قطعی به‌سادگی قابل محاسبه است.

$$fitness_f^c = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{(\ln(W_i^c/W_j^c) - \ln(a_{ijf}))^2}{(\ln(W_j^c/W_i^c) - \ln(1/a_{ijf}))^2} + \right) \quad (17)$$

۴.۶. انتخاب

الگوریتم ژنتیک از رویکرد انتخاب برای گزینش والد‌هایی از جمعیت برای تقاطع استفاده می‌کند. والد‌های انتخاب شده پس از اعمال عملگر تقاطع منجر به تولید فرزندان می‌شود. محققین نشان دادند که روش انتخاب مسابقه‌ی بهتری است دست‌کم برابر روش‌های دیگر به لحاظ کیفیت جواب‌ها و زمان حل عمل می‌کند. [۲۹] بنابراین در نوشتار حاضر از روش انتخاب مسابقه‌ی برای انتخاب والد‌ها استفاده شده است (L۵۳).

۵.۶. تقاطع و جهش

در هر تکرار، یک جفت از کروموزوم‌های والد انتخاب شده و منجر به تولید جواب‌های جدید می‌شوند. [۳۳] در این مقاله از روش تقاطع تک‌نقطه‌ی بی با نرخ احتمال تقاطع استفاده شده است (L۵۴). عملگر جهش از قرار گرفتن الگوریتم در بهینه‌ی موضعی جلوگیری کرده و در نتیجه امکان رسیدن به جواب بهینه را افزایش می‌دهد. [۳۰] در الگوریتم پیشنهادی این نوشتار از روش وارونگی برای عملگر جهش استفاده شده است (L۶۸). در هر دو عملگرهای تقاطع و جهش، الگوریتم باید کروموزوم فرزند را در نامعادلات $l_{ij} - step \leq w_i^c / w_j^c \leq u_{ij} + step$ برای تمام قضاوت‌ها بررسی کند. اگر کروموزوم جهش یافته نامعادلات را ارضا نکند، الگوریتم به جست‌وجوی کروموزومی می‌پردازد که تمام نامعادلات را ارضا کند، و سپس این کروموزوم را جایگزین کروموزوم قبلی می‌کند.

۶.۶. جایگزینی و توقف

پس از به‌کارگیری عملگرهای ژنتیک برای تولید فرزندان، با استفاده از انتخاب مسابقه‌ی جمعیت والد و جمعیت فرزندان تجمیع می‌شود تا نسل جدید برای اجرای مجدد عملگرها ایجاد شود (L۸۴). در این نوشتار برای توقف الگوریتم از روش بیشترین تعداد تکرارها استفاده شده است.

۷. مثال عددی

برای نشان دادن صحت روش پیشنهادی در به دست آوردن وزن‌های قطعی از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی، در این بخش ۵ مثال عددی ارائه شده است. نتایج حاصل از روش پیشنهادی با چهار روش موجود در ادبیات موضوع مقایسه شده و صحت روش پیشنهادی نشان داده شده است.

مثال ۱. یک مسئله‌ی اولویت‌بندی کاملاً سازگار دوبعدی را در نظر بگیرید به طوری که در آن تنها دو عنصر به صورت زوجی مورد مقایسه‌اند. فرض کنید تصمیم‌گیرنده عنصر اول را بر عنصر دوم ترجیح می‌دهد و این قضاوت را در قالب عدد فازی $\tilde{a}_{12} = (1, 2, 3)$ بیان می‌کند. در جدول ۱ بردار وزن به دست آمده توسط روش پیشنهادی و چهار روش موجود ارائه شده است. چنان که مشاهده می‌شود جواب‌های روش پیشنهادی در بازه جواب‌های ارائه شده توسط ون لارهون و با کلی [۹۳] قرار دارد و با روش‌های میخیایل‌اف و جوان‌برگ [۱۱۰] اختلاف ناچیزی دارد. بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که نتایج روش پیشنهادی منطقی و قابل اتکاست.

مثال ۲. مسئله‌ی مطرح شده توسط بوندرو و همکاران [۵] را در نظر بگیرید که طی آن تصمیم‌گیرنده‌ی ماتریس مقایسات زوجی را برای سه معیار با استفاده از اعداد فازی مثلثی تشکیل داده است به طوری که $\tilde{a}_{21} = (2, 3, 5)$ ، $\tilde{a}_{12} = (4, 5, 6)$ و $\tilde{a}_{22} = (1, 5, 2, 2, 5)$. جدول ۲ بردار وزن به دست آمده توسط روش پیشنهادی و چهار روش موجود را نشان می‌دهد. چنان که مشاهده می‌شود جواب‌های روش پیشنهادی در بازه جواب‌های روش ون لارهون و با کلی [۹۳] قرار دارد و با روش‌های میخیایل‌اف و جوان‌برگ [۱۱۰] اختلاف ناچیزی دارد، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که نتایج روش پیشنهادی منطقی و قابل اتکاست.

مثال ۳. فرض کنید تصمیم‌گیرنده‌ی ماتریس مقایسه‌ی زوجی برای چهار معیار را با استفاده از اعداد فازی مثلثی ارائه کرده است به طوری که: $\tilde{a}_{12} = (1, 2, 3)$ ، $\tilde{a}_{21} = (2, 3, 4)$ ، $\tilde{a}_{13} = (5, 6, 7)$ ، $\tilde{a}_{31} = (1, 2, 3)$ ، $\tilde{a}_{23} = (2, 3, 4)$ ، $\tilde{a}_{32} = (2, 3, 4)$ و چهار روش موجود را نشان می‌دهد. چنان که مشاهده می‌شود جواب‌های روش پیشنهادی در بازه جواب‌های روش ون لارهون و با کلی [۹۳] قرار دارد و با روش‌های میخیایل‌اف و جوان‌برگ [۱۱۰] اختلاف ناچیزی دارد، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که بردار وزن روش پیشنهادی منطقی و قابل اتکاست.

مثال ۴. فرض کنید یک تصمیم‌گیرنده ماتریس مقایسه‌ی زوجی برای پنج معیار را با استفاده از اعداد فازی مثلثی ارائه کرده است به طوری که: $\tilde{a}_{12} = (2, 3, 4)$ ، $\tilde{a}_{21} = (1, 2, 3)$ ، $\tilde{a}_{13} = (4, 5, 6)$ ، $\tilde{a}_{31} = (1, 2, 3)$ ، $\tilde{a}_{23} = (2, 3, 4)$ ، $\tilde{a}_{32} = (1, 2, 3)$ ، $\tilde{a}_{41} = (1, 2, 3)$ ، $\tilde{a}_{14} = (1, 2, 3)$ ، $\tilde{a}_{24} = (2, 3, 4)$ ، $\tilde{a}_{42} = (2, 3, 4)$ و چهار روش موجود ارائه شده است. چنان که مشاهده می‌شود جواب‌های روش پیشنهادی در بازه جواب‌های ناشی از روش ون لارهون و با کلی [۹۳] قرار دارد و با روش‌های میخیایل‌اف و جوان‌برگ [۱۱۰] اختلاف ناچیزی دارد، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که بردار وزن روش پیشنهادی منطقی و قابل اتکاست.

مثال ۵. فرض کنید تصمیم‌گیرنده‌ی ماتریس مقایسه‌ی زوجی برای پنج معیار را با استفاده از اعداد فازی مثلثی ارائه کرده است به طوری که: $\tilde{a}_{21} = (4, 5, 6)$ ، $\tilde{a}_{12} = (1, 2, 3)$ ، $\tilde{a}_{23} = (1, 2, 3)$ ، $\tilde{a}_{32} = (1, 2, 3)$ ، $\tilde{a}_{13} = (2, 3, 4)$ ، $\tilde{a}_{31} = (1, 2, 3)$ ، $\tilde{a}_{24} = (2, 3, 4)$ ، $\tilde{a}_{42} = (2, 3, 4)$ و در جدول ۵ بردار وزن به دست آمده توسط روش پیشنهادی

جدول ۱. بردار وزن برای مثال ۱.

روش پیشنهادی	[۱۱]	[۱۰]	[۹]	[۳]	
۰٫۶۶۶۴	۰٫۶۶۶۸	۰٫۶۶۶۶	(۰٫۳۶۷، ۰٫۶۶۷، ۱٫۰۹۸)	(۰٫۵۰۰۰، ۰٫۶۶۶۶، ۰٫۷۵۰۰)	w _۱
۰٫۳۳۳۶	۰٫۳۳۳۲	۰٫۳۳۳۳	(۰٫۲۱۰، ۰٫۳۳۳، ۰٫۶۳۴)	(۰٫۲۴۹۹، ۰٫۳۳۳۳، ۰٫۵۰۰۰)	w _۲

جدول ۲. بردار وزن برای مثال ۲.

روش پیشنهادی	[۱۱]	[۱۰]	[۹]	[۳]	
۰٫۱۰۹۹	۰٫۱۰۹۵	۰٫۱۰۹۳	(۰٫۰۸۵۱، ۰٫۱۰۹۴، ۰٫۱۴۵۹)	(۰٫۱۰۳۱، ۰٫۱۰۹۴، ۰٫۱۱۹۲)	w _۱
۰٫۳۱۲۵	۰٫۳۱۵	۰٫۳۱۲	(۰٫۲۳۴۹، ۰٫۳۰۸۹، ۰٫۴۱۷۱)	(۰٫۲۶۹۸، ۰٫۳۰۸۹، ۰٫۳۶۰۱)	w _۲
۰٫۵۷۷۵	۰٫۵۷۵۵	۰٫۵۷۸۵	(۰٫۴۲۶۸، ۰٫۵۸۱۵، ۰٫۷۷۵۶)	(۰٫۵۲۰۶، ۰٫۵۸۱۵، ۰٫۶۲۶۹)	w _۳

جدول ۳. بردار وزن برای مثال ۳.

روش پیشنهادی	[۱۱]	[۱۰]	[۹]	[۳]	
۰٫۴۳۵۷	۰٫۴۲۸۲	۰٫۴۱۸۲	(۰٫۲۳۰۷، ۰٫۴۵۳۵، ۰٫۸۰۱۲)	(۰٫۳۲۶۴، ۰٫۴۵۳۲، ۰٫۵۳۷۲)	w _۱
۰٫۳۱۴۷	۰٫۳۲۲۴	۰٫۳۳۲۴	(۰٫۱۶۵۸، ۰٫۲۹۸۴، ۰٫۵۶۸۷)	(۰٫۲۳۵۹، ۰٫۲۹۹، ۰٫۳۷۸۹)	w _۲
۰٫۰۷۹۲	۰٫۰۶۸۶	۰٫۰۸۳۱	(۰٫۰۴۷۴، ۰٫۰۷۵۶، ۰٫۱۳۴۴)	(۰٫۰۷۴۲، ۰٫۰۷۵۳، ۰٫۰۸۱۴)	w _۳
۰٫۱۷۰۳	۰٫۱۸۰۷	۰٫۱۶۶۲	(۰٫۰۹۸۶، ۰٫۱۷۲۳، ۰٫۳۳۸۲)	(۰٫۱۴۰۳، ۰٫۱۷۲۲، ۰٫۲۲۵۳)	w _۴

جدول ۴. بردار وزن برای مثال ۴.

روش پیشنهادی	[۱۱]	[۱۰]	[۹]	[۳]	
۰٫۳۶۰۳	۰٫۳۶۹۸	۰٫۳۵۷۵	(۰٫۱۸۸۱، ۰٫۳۸۷۵، ۰٫۷۲۴۱)	(۰٫۲۹۶، ۰٫۳۸۷۸، ۰٫۴۳۷۶)	w _۱
۰٫۲۴۷۲	۰٫۲۱۵۷	۰٫۲۴۴۵	(۰٫۱۰۸، ۰٫۲۲۵۴، ۰٫۴۴۰۵)	(۰٫۱۶۶۷، ۰٫۲۲۵۴، ۰٫۲۷۱۷)	w _۲
۰٫۰۶۷۱	۰٫۰۶۷۶	۰٫۰۶۸۸	(۰٫۰۳۸۲، ۰٫۰۶۵۵، ۰٫۱۳۰۸)	(۰٫۰۶۲۶، ۰٫۰۶۵۵، ۰٫۰۷۶)	w _۳
۰٫۱۷۴۸	۰٫۱۶۹۹	۰٫۱۶۸۷	(۰٫۰۹۴، ۰٫۱۸۰۹، ۰٫۳۶۹۷)	(۰٫۱۴۶۹، ۰٫۱۸۰۷، ۰٫۲۲۵)	w _۴
۰٫۱۵۰۳	۰٫۱۷۶۸	۰٫۱۶۰۳	(۰٫۰۷۳۷، ۰٫۱۴۰، ۰٫۳۲۶۰)	(۰٫۱۱۰۶، ۰٫۱۴۰۴، ۰٫۲۰۶۴)	w _۵

بخش ۳ نشان داده شد که این روش وزن‌های صحیحی ارائه نمی‌کند. در این بخش مثال دیگری (مثال ۶) مطرح می‌شود که نشان می‌دهد استفاده از روش تحلیل فراخ می‌تواند به رتبه‌بندی کاملاً اشتباهی دست یابد و رتبه‌بندی روش تحلیل فراخ کاملاً متفاوت از روش پیشنهادی این مقاله است.

مثال ۶. یک شرکت تولیدکننده‌ی پارچه در ترکیه در پی انعقاد قرارداد با یک شرکت تهیه‌ی غذاست. گزینه‌های مد نظر، شرکت‌های Durusu، Mertol و Afiyetle هستند. هدف انتخاب بهترین شرکت از میان این سه گزینه است. معیارهای مد نظر عبارت‌اند از بهداشت (H)، کیفیت غذا (QM) و کیفیت خدمات (QS) که این شاخص‌ها در برگزیده‌ی ۱۱ زیر شاخص‌اند: [۲۱] بهداشت غذا (HM)، بهداشت کارکنان (HSP)، بهداشت وسائل خدمات (HSV)، تنوع غذا (VM)، غذاهای مکمل (CoM)، کالری غذا (CaM)، طعم غذا (TM)، رفتار کارکنان (BSP)، زمان خدمت (ST)، ارتباطات تلفنی (CP)، توانایی حل مسئله (PS).

اوزان محلی و کلی توسط دو روش تحلیل فراخ و روش پیشنهادی این مقاله محاسبه شده و در جداول ۶ و ۷ ارائه و ثبت شده است. چنان که مشاهده می‌شود روش تحلیل فراخ شرکت Mertol را به عنوان بهترین شرکت شناسایی کرده است (با وزن نهایی ۰٫۶۳۴)، در حالی که شرکت Mertol در روش پیشنهادی پایین‌ترین رتبه را به دست آورده و به عنوان بدترین شرکت شناخته شده است (با وزن نهایی ۰٫۲۹۰) و شرکت Afiyetle (با وزن نهایی ۰٫۳۹۸) به عنوان بهترین شرکت شناسایی شده

و چهار روش موجود ارائه شده است. چنان که مشاهده می‌شود جواب‌های روش پیشنهادی در بازه جواب‌های روش ون‌لارون و باکلی [۹۳] قرار دارد و با روش‌های میخائیل‌اف و جوان‌برگ [۱۱۰] اختلاف ناچیزی دارد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که بردار وزن روش پیشنهادی منطقی و قابل اتکاست.

چنان که پیش‌تر اشاره شد، یکی از نقاط قوت روش پیشنهادی نسبت به اغلب روش‌های پیشین، به دست آوردن وزن‌های قطعی از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی است. چنان که مشاهده می‌شود، روش ون‌لارون و باکلی [۹۳] که مورد استفاده‌ی محققین بسیاری بوده است، نمی‌تواند وزن‌های قطعی از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی ارائه کند و این امر اولویت‌بندی را در برخی مسائل دچار مشکل می‌سازد. به علاوه روش‌های میخائیل‌اف و جوان‌برگ [۱۱۰] که وزن‌های قطعی از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی استخراج می‌کنند، قابلیت در نظرگیری ترجیحات تصمیم‌گیرنده در قالب صرفاً اعداد فازی مثلثی را دارند. اما روش پیشنهادی این مقاله نه تنها وزن‌های دقیق از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی را استخراج می‌کند، بلکه چون مبتنی بر شبیه‌سازی اعداد فازی است قابلیت در نظرگیری قضاوت‌های تصمیم‌گیرنده در قالب اعداد فازی مثلثی، اعداد فازی دوزنقه‌یی، اعداد بازه‌یی، اعداد فازی شبه مثلثی، اعداد فازی شبه دوزنقه‌یی و غیره را دارد.

چنان که پیش‌تر ذکر شد روش تحلیل فراخ یکی از روش‌هایی است که قابلیت استخراج وزن‌های قطعی از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی را دارد؛ اما در

جدول ۵. بردار وزن برای مثال ۵.

روش پیشنهادی	[۱۱]	[۱۰]	[۹]	[۳]	
۰٫۳۴۹۳	۰٫۳۵۱۴	۰٫۳۳۹۱	(۰٫۱۶۳، ۰٫۳۶۲۸، ۰٫۷۱۱۲)	(۰٫۲۶۱، ۰٫۳۶۲۷، ۰٫۴۲۰۶)	w _۱
۰٫۲۷۹۳	۰٫۲۵۷۱	۰٫۲۸۵۸	(۰٫۱۳۰۸، ۰٫۲۶۹۲، ۰٫۵۵۷۶)	(۰٫۲۱۱۱، ۰٫۲۶۹۷، ۰٫۳۲۷۲)	w _۲
۰٫۰۸۲۷	۰٫۰۸۷۸	۰٫۰۸۹	(۰٫۰۴۲۱، ۰٫۰۷۶۵، ۰٫۱۶۹۶)	(۰٫۰۶۹۲، ۰٫۰۷۶۴، ۰٫۰۹۷۶)	w _۳
۰٫۱۴۳	۰٫۱۲۷۵	۰٫۱۲۶۲	(۰٫۰۷۵۱، ۰٫۱۵۹۹، ۰٫۳۴۷۳)	(۰٫۱۱۸، ۰٫۱۵۹۷، ۰٫۲۰۹۶)	w _۴
۰٫۱۴۵۴	۰٫۱۷۶	۰٫۱۵۹۵	(۰٫۰۶۹۳، ۰٫۱۳۱۴، ۰٫۲۹۵۳)	(۰٫۱۱۱۸، ۰٫۱۳۱۳، ۰٫۱۷۳۲)	w _۵

جدول ۶. وزن نهایی گزینه‌های تصمیم‌گیری توسط روش تحلیل فراخ.

معیار وزن	H			QM				QS				وزن نهایی
	HM	HSP	HSV	VM	CoM	CaM	TM	BSP	ST	CP	PS	
وزن	۰٫۷	۰٫۱۵	۰٫۱۵	۰٫۱۹	۰٫۰۵	۰٫۷۶	۰	۰	۰٫۹۹	۰	۰٫۰۱	۰٫۵۰
Durusu	۰٫۶۶	۰	۰	۰	۰٫۸۷	۰	۰	۱	۰٫۰۵	۰٫۸۶	۰	۰٫۶۳۴
Mertol	۰	۰	۰	۰٫۹۷	۰	۳۱	۰	۰	۰٫۶۴	۰	۰	۰٫۳۱۷
Afiyetle	۰٫۳۴	۱	۱	۰٫۰۳	۰٫۱۳	۰٫۶۹	۱	۰	۰٫۳۱	۰٫۱۴	۱	۰٫۳۱۷

جدول ۷. وزن نهایی گزینه‌های تصمیم‌گیری توسط روش پیشنهادی.

معیار وزن	H			QM				QS				وزن نهایی
	HM	HSP	HSV	VM	CoM	CaM	TM	BSP	ST	CP	PS	
وزن	۰٫۴۹	۰٫۲۴	۰٫۲۵	۰٫۲۲	۰٫۲۰	۰٫۴۷	۰٫۰۹	۰٫۱۴	۰٫۵۲	۰٫۰۸	۰٫۲۴	۰٫۳۱۱
Durusu	۰٫۵۲	۰٫۱۶	۰٫۲۰	۰٫۲	۰٫۴۷	۰٫۱۲	۰٫۳۴	۰٫۶۴	۰٫۲۸	۰٫۵۰	۰٫۱۷	۰٫۲۹۰
Mertol	۰٫۱۴	۰٫۲۴	۰٫۲۴	۰٫۴۵	۰٫۲۰	۰٫۲۸	۰٫۱۶	۰٫۱۷	۰٫۴۵	۰٫۱۶	۰٫۱۹	۰٫۳۹۸
Afiyetle	۰٫۳۱	۰٫۵۸	۰٫۵۵	۰٫۳۴	۰٫۳۱	۰٫۵۹	۰٫۴۹	۰٫۱۹	۰٫۲۶	۰٫۳۲	۰٫۶۳	۰٫۳۹۸

به‌علاوه، از آنجا که برای محاسبات فازی و همچنین رتبه‌بندی اعداد فازی می‌توان از روش‌های مختلفی استفاده کرد، در برخی مسائل نمی‌توان به رتبه‌بندی منحصر به فردی دست یافت. از این رو یکی از روش‌های مطرحه برای برطرف کردن این نقص «روش تحلیل فراخ» است که برای عناصر ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی مثلثی، وزن‌های دقیق را محاسبه می‌کند و ضرورت محاسبات اضافی فازی و رتبه‌بندی اعداد فازی را از بین می‌برد.

از این روش تاکنون در تحقیقات بسیار زیادی استفاده شده است، اما در این مقاله نشان داده شد که وزن‌های این روش صحیح نیست و این امر منجر به رتبه‌بندی‌های اشتباه در بسیاری از تحقیقات شده است. برای رفع نقص روش تحلیل فراخ در دست‌یابی به وزن‌های دقیق از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی، در این مقاله روش جدیدی مبتنی بر روش ابتکاری شبیه‌سازی اعداد فازی و چارچوبی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک معرفی شد. همچنین برای نشان دادن اعتبار روش پیشنهادی، این روش با چهار روش موجود در ادبیات موضوع مورد مقایسه قرار گرفت که نتایج نشان‌دهنده اعتبار بالای روش پیشنهادی است.

چنان‌که در مثال‌های عددی مشاهده شد، روش ون‌لارون و باکلی^[۹۳] قابلیت به دست آوردن وزن‌های قطعی از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی را ندارد و این امر اولویت‌بندی را در برخی مسائل دچار مشکل می‌سازد چرا که روش‌های مختلفی برای رتبه‌بندی اعداد فازی وجود دارد که بعضاً نتایج مختلفی را ارائه می‌کنند. به‌علاوه روش تحلیل فراخ و روش‌های میخیلیف و جوان‌برگ^[۹۴] که وزن‌های قطعی از

است. بنابراین به‌صورت کلی می‌توان عنوان کرد که روش تحلیل فراخ ممکن است در برخی مسائل با معرفی بدترین گزینه به‌عنوان بهترین گزینه منجر به تصمیمات اشتباه شود. دلیل تصمیم‌گیری اشتباه روش تحلیل فراخ در این مسئله این است که روش تحلیل فراخ به شاخص کیفیت خدمات عدد ۱ و به دو شاخص اصلی دیگر عدد صفر تخصیص داده است؛ بنابراین دو شاخص دیگر مدل که عبارت‌اند از بهداشت و کیفیت غذا از کل محاسبات حذف شده‌اند و هیچ اثری بر بردار وزن نهایی نداشته‌اند. از طرف دیگر با صفر شدن وزن شاخص‌های بهداشت و کیفیت غذا، ماتریس‌های مقایسات زوجی مرتبط با این شاخص‌ها نیز بلااستفاده شده‌اند و نقشی در تصمیم‌گیری نداشته‌اند که این امر در این‌گونه مسائل تصمیم‌گیری صحیح نیست.

۸. نتیجه‌گیری

روش‌های مختلفی برای رویارویی با قضاوت‌های غیردقیق تصمیم‌گیرندگان در روش فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی ارائه شده است. اغلب روش‌هایی که امکان در نظرگیری قضاوت‌های غیردقیق را در قالب اعداد فازی به تحلیل‌گر می‌دهند، وزن‌های نسبی و نهایی عناصر را در قالب اعداد فازی محاسبه و ارائه می‌کنند، که این امر محاسبات اضافی فازی و رتبه‌بندی اعداد فازی را به دنبال دارد. همچنین وزن‌های فازی نهایی آلترناتیوها غالباً هم‌پوشانی زیادی با یکدیگر خواهند داشت.

بلکه چون مبتنی بر شبیه‌سازی اعداد فازی است، قابلیت در نظرگیری قضاوت‌های تصمیم‌گیرنده در قالب اعداد فازی مثلثی، اعداد فازی دوزنقه‌ی، اعداد بازه‌ی، اعداد فازی شبه مثلثی، اعداد فازی شبه دوزنقه‌ی یا ترکیبی از اعداد فازی را دارد.

ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی را استخراج می‌کنند، صرفاً قابلیت در نظرگیری ترجیحات تصمیم‌گیرنده در قالب اعداد فازی مثلثی را دارند. اما روش پیشنهادی این مقاله نه تنها وزن‌های دقیق از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی استخراج می‌کند،

پانویس

1. Logarithmic Least Squares Method

منابع (References)

1. Saaty, T.L., *Multicriteria Decision Making: The Analytic Hierarchy Process*, RWS Publications, Pittsburgh (1988).
2. Triantaphyllou, E. and Lin, C.T. "Development and evaluation of five fuzzy multiattribute decision-making methods", *Int. J. Appr. Reason.*, **14**(4), pp. 281-310 (1996).
3. Wang, Y.M., Elhag, T.M.S. and Hua, Z. "A modified fuzzy logarithmic least squares method for fuzzy analytic hierarchy process", *Fuzzy Set. Syst.*, **157**(23), pp. 3055-3071 (2006).
4. Van Laarhoven, P.J.M. and Pedrycz, W. "A fuzzy extension of Saaty's priority theory", *Fuzzy Set. Syst.*, **11**(1-3), pp. 229-241 (1983).
5. Boender, C.G.E., De Graan, J.G. and Lootsma, F.A. "Multi-criteria decision analysis with fuzzy pairwise comparisons", *Fuzzy Set. Syst.*, **29**(2), pp. 133-143 (1989).
6. Kwiesielewicz, M. "The logarithmic least squares and the generalized pseudoinverse in estimating ratios", *Euro. J. Oper. Res.*, **93**(3), pp. 611-619 (1996).
7. Kwiesielewicz, M. "A note on the fuzzy extension of Saaty's priority theory", *Fuzzy Set. Syst.*, **95**(2), pp. 161-172 (1998).
8. Xu, R. and Zhai, X. "Fuzzy logarithmic least squares ranking method in analytic hierarchy process", *Fuzzy Set. Syst.*, **77**(2), pp. 175-190 (1996).
9. Buckley, J.J. "Fuzzy hierarchical analysis", *Fuzzy Set. Syst.*, **17**(3), pp. 233-247 (1985).
10. Mikhailov, L. "Deriving priorities from fuzzy pairwise comparison judgments", *Fuzzy Set. Syst.*, **134**, pp. 365-385 (2003).
11. Javanbarg, C., Scawthorn, J., Kiyono, B. and Shahbodaghkhan, A. "Fuzzy AHP-based multicriteria decision making systems using particle swarm optimization", *Expert Syst. Appl.*, **39**, pp. 960-966 (2012).
12. Xu, Z. and Chen, J. "Some models for deriving the priority weights from interval fuzzy preference relations", *Euro J Oper Res*, **184**, pp. 266-280 (2008).
13. Wang, J., Lan, J., Ren, P. and Luo, Y. "Some programming models to derive priority weights from additive interval fuzzy preference relation", *Knowledge-Based Syst*, **27**, pp. 69-77 (2012).
14. Geng, S., Boran, F.E., Akay, D. and Xu, Z. "Interval multiplicative transitivity for consistency, missing values and priority weights of interval fuzzy preference relations", *Inform Sci*, **180**, pp. 4877-4891 (2010).
15. Lan, J., Hu, M., Ye, X. and Sun, S. "Deriving interval weights from an interval multiplicative consistent fuzzy preference relation", *Knowledge-Based Syst*, **26**, pp. 128-134 (2012).
16. Xu, Z. "Consistency of interval fuzzy preference relations in group decision making", *Appl Soft Comput*, **11**, pp. 3898-3909 (2011).
17. Wang, T.C. and Chen, Y.H. "Applying fuzzy linguistic preference relations to the improvement of consistency of fuzzy AHP", *Inf Sci*, **178**(19), pp. 3755-3765 (2008).
18. Gogus, O. and Boucher, T. "A consistency test for rational weights in multi-criterion decision analysis with fuzzy pairwise comparisons", *Fuzzy Set. Syst.*, **86**, pp. 129-138 (1997).
19. Bortolan, G. and Degani, R. "A review of some methods for ranking fuzzy Subsets", *Fuzzy Set. Syst.*, **15**, pp. 1-19 (1985).
20. Chang, D.Y. "Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP", *Euro. J. Oper. Res.*, **95**(3), pp. 649-655 (1996).
21. Wang, Y.M., Luo, Y. and Hua, Z. "On the extent analysis method for fuzzy AHP and its applications", *Euro. J. Oper. Res.*, **186**, pp. 735-747 (2008).
22. Zhou, C., Lin, Z. and Liu, C. "Customer-driven product configuration optimization for assemble-to-order manufacturing enterprises", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **38**, pp. 185-194 (2008).
23. Amiri, M. and Mohtashami, A. "Buffer allocation in unreliable production lines based on design of experiments, simulation, and genetic algorithm", *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, **62**(1-4), pp. 371-383 (2012).
24. Zhang, R. and Wu, C. "Bottleneck identification procedures for the job shop scheduling problem with application to genetic algorithms", *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, **42**(11-12) pp. 1153-1164 (2009).
25. Kumanan, S., Jose, G. and Raja, K. "Multi-project scheduling using an heuristic and genetic algorithm", *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, **31**(3-4) pp.360-366 (2006).
26. Ke, H., Ma, W. and Ma, J. "Solving project scheduling problem with the philosophy of fuzzy random programming", *Fuzzy Optim. Decis. Mak.*, **11**(3), pp. 269-284 (2012).
27. Duenas, A. and Petrovic, D. "Multi-objective genetic algorithm for single machine scheduling problem under fuzziness", *Fuzzy Optim. Decis. Mak.*, **7**(1) pp. 87-104 (2008).

28. Yun, Y. "Hybrid genetic algorithm with adaptive local search scheme", *Comput. Ind. Eng.*, **51**(1), pp. 128-141 (2006).
29. Goldberg, D.E. and Deb, K. "A comparison of selection schemes used in genetic algorithms", *in: Foundations of Genetic Algorithms, FOGA-1*, **1**, pp. 69-93 (1991).
30. Kwak, H.G. and Kim, J. "An integrated genetic algo-

rithm complemented with direct search for optimum design of RC frames", *Comput-Aided Des.*, **41**(7), pp. 490-500 (2009).

31. Kahraman, C., Cebeci, U. and Ruan, D. "Multi-attribute comparison of catering service companies using fuzzy AHP: The case of Turkey", *Int. J. Prod. Econ.*, **87**, pp. 171-184 (2004).

L29: counter \leftarrow °

L30: **end if**

L31: **end if**

L32: generate a new priority vector

L33: **if** ($l_{ij} - \text{step} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + \text{step}$) **then go to**
the next c

L34: **else** :L35: counter \leftarrow \setminus

L36: counter \leftarrow counter \setminus + \setminus

L37: **loop until**(counter \leftarrow °)

L38: **next c**

L39: **for** t \leftarrow \setminus to a maximum number of iterations

L40: "Fitness calculation of parents"

L41: **for** f \leftarrow \setminus to η

L42: $a_{ij_f} \leftarrow$ a random number using proposed fuzzy
number simulating

L43: **next f**

L44: **for** c \leftarrow \setminus to population size

L45: $\text{sumfit}^c \leftarrow$ °

L46: **for** f \leftarrow \setminus to η

L47: $\text{fitness}_f^c \leftarrow$
$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{(\ln(w_i^c/w_j^c) - \ln(a_{ij_f}))^r + (\ln(w_j^c/w_i^c) - \ln(\setminus/a_{ij_f}))^r}{2} \right)$$

L48: $\text{sumfit}^c \leftarrow \text{sumfit}^c + \text{fitness}_f^c$

L49: **next f**

L50: $\text{fitness}^c \leftarrow (\setminus/\eta) * \text{sumfit}^c$

L51: **next c**

L52: "Selection"

L53: perform selection by tournament strategy

L54: "Crossover"

L55: perform single – point crossover at rate of crossover rate
and generate offsprings

پیوست

شبه کد الگوریتم پیشنهادی:

L1: "Initialize population"

L2: **for** c \leftarrow \setminus to population size

L3: counter \leftarrow °

L4: $w_1^c \leftarrow$ a random number $\in [0, \setminus]$

L5: **do**

L6: counter \leftarrow counter + \setminus

L7: upper limit \leftarrow °

L8: **for** k \leftarrow \setminus to counter

L9: upper limit \leftarrow $w_k^c + \text{upper limit}$

L10: **next k**

L11: $w_{k+\setminus}^c \leftarrow$ a random number $\in [0, \setminus - \text{upper limit}]$

L12: **loop until**(counter \leftarrow n – \setminus)

L13: upper limit \leftarrow °

L14: **for** k \leftarrow \setminus to counter + \setminus

L15: upper limit \leftarrow $w_k^c + \text{upper limit}$

L16: **next k**

L17: $w_n^c \leftarrow \setminus - \text{upper limit}$

L18: **next c**

L19: "Satisfaction of initial judgments"

L20: step \leftarrow °

L21: **for** c \leftarrow \setminus to population size

L22: **if** ($l_{ij} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij}$) **then go to** the next c

L23: **else** :

L24: **do**

L25: counter \leftarrow °

L26: **if** c \leftarrow \setminus **then**

L27: **if**(counter \setminus \leftarrow δ) **then**

L28: step \leftarrow step + ϵ

L56 : **if** $\left(\sum_{k=1}^n w_k^c \neq 1\right)$ **then** normalize priority vector
 L57 : **for** $c \leftarrow 1$ to population size
 L58 : **if** $(l_{ij} - \text{step} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + \text{step})$ **then go to the**
 next c
 L59 : **else** :
 L60 : **do**
 L61 : counter $\leftarrow 0$
 L62 : generate a new priority vector
 L63 : **if** $(l_{ij} - \text{step} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + \text{step})$ **then go to**
 the next c
 L64 : **else** :
 L65 : counter $\leftarrow 1$
 L66 : **loop until** (counter $\leftarrow 0$)
 L67 ; **next** c
 L68 : **“Mutation”**
 L69 : **for** $c \leftarrow 1$ to population size
 L70 : swap the amounts of two random genes at rate of
 mutation rate
 L71 : **if** $(l_{ij} - \text{step} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + \text{step})$ **then go to the**
 next c
 L72 : **else** :
 L73 : **do**
 L74 : counter $\leftarrow 0$
 L75 : generate a new priority vector
 L76 : **if** $(l_{ij} - \text{step} \leq w_i^c/w_j^c \leq u_{ij} + \text{step})$ **then go to the**
 next c
 L77 : **else** :
 L78 : counter $\leftarrow 1$
 L79 : **loop until** (counter $\leftarrow 0$)
 L80 : **next** c
 L81 : **“Fitness calculation of offsprings”**
 L82 : calculate fitness for offsprings and choose the best
 priority vector
 L83 : **“Replacement”**
 L84 : reproduce the new population by tournament
 L85 : **next** t
 L86 : repeat iterations until a satisfactory solution been
 found