مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۵)
دوره‌ی ۱ - ۳۲، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۱۰۹-۱۱۶

Original Article

رویکردی جدید در نظریه‌ی بازی فازی برای ارزیابی تصمیم بهینه در مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره

محمدعلی آزاده* (استاد)
امید عمیدی گلپایگانی (دانشجوی کارشناسی ارشد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه تهران

در این تحقیق مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره را در شرایطی بررسی کرده‌ایم که بین تصمیم‌گیرندگان رقابت کامل وجود دارد. در ضمن شرط دیگر در این مسئله عدم قطعیت عملکرد معیارهاست. رویکرد اصلی در این تحقیق نظریه‌ی بازی است که در آن دو سناریو در نظر می‌گیریم. در سناریوی اول از روش شبیه‌سازی مونت کارلو برای تصویر کردن عدم قطعیت عملکردها در فضای تعداد زیادی ماتریس بازی با پیامدهای قطعی استفاده می‌کنیم و در سناریوی دوم از رتبه‌بندی فازی و استفاده از نتایج نرم‌افزار GMCR II برای به دست آوردن تعادل بازی‌های ماتریسی استفاده می‌کنیم. در آخر نیز با بیان یک مسئله‌ی انتزاعی و با استفاده از تعاریف پایداری غیرهمکارانه، تصمیم بهینه را با توجه به دو روش ارائه شده به دست آورده و با هم مقایسه می‌کنیم.

واژگان کلیدی: نظریه‌ی بازی، بازی‌های ماتریسی، تصمیم‌گیری چندمعیاره، شبیه‌سازی مونت‌کارلو، رتبه‌بندی فازی.

aazadeh@ut.ac.ir
omid.amidi@ut.ac.ir

۱. مقدمه

در ادبیات حوزه‌ی بازی‌های فازی، حل بازی غالباً منجر به حل یک برنامه‌ریزی ریاضی فازی می‌شود و تنها تعادل نش به دست می‌آید. در مقالات حوزه‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره نیز با در نظرگرفتن عناصر ماتریس تصمیم به‌صورت فازی و استفاده از مفهوم نقطه‌ی زینی یا همان برابری مینی‌ماکس و ماکسی‌مین، نقطه‌ی تعادل نش ماتریس بازی یا همان تصمیم پایدار محاسبه می‌شود.

اما در نظریه‌ی بازی‌های غیرهمکارانه براساس نگرش بازیکنان نسبت به عقلانیت و نحوه‌ی برخورد بازیکنان با حرکات یک‌جانبه‌ی دیگر بازیکنان، مفاهیم تعادل دیگری معرفی شده که در بازی‌های فازی تاکنون به آن‌ها توجهی نشده است.

ما در این تحقیق برآنیم تا روشی برای حل ماتریس‌های بازی فازی در مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره معرفی کنیم که قدرت محاسبه‌ی دیگر مفاهیم تعادل بازی‌های غیر همکارانه را نیز داشته باشد. البته روش ما وابسته به استفاده از نرم‌افزار GMCRII است که به‌دلیل در دسترس نبودن، از نتایج به دست آمده از این نرم‌افزار برای ماتریس نهایی بازی[1] و مثال عددی همین مقاله استفاده شده است.

۲. مرور ادبیات

نظریه‌ی بازی برای مطالعه‌ی تصمیم‌گیری در موقعیت‌های رقابت و بعضاً همکارانه ایجاده شده است. همچنین نظریه‌ی بازی یک فرایند محاسباتی برای انتخاب یک استراتژی بهینه تولید می‌کند که می‌توان از آن در حل مسائل تصمیم‌گیری در مهندسی بهره برد. چارچوب کاری ارائه شده برای تصمیم‌گیری در طراحی مفهوم و ارزش‌گذاری پروژه‌های حوزه نفت و گاز[2] مبتنی بر نظریه‌ی بازی‌هاست به‌طوری که مجموعه‌ی استراتژیک تصمیمات توسط یک الگوریتم ژنتیک باینری تولید می‌شود. در همین راستا روشی برای دسته‌بندی چندهدفه براساس نظریه‌ی بازی و فرایند مارکوف پیشنهاد شده،[3] و در بازی‌های ائتلافی برای اندازه‌گیری درجه‌ی رضایت بازیکن در یک گروه نیز از ارزش شیپلی استفاده شده است. برخی از محققین کاربردهای نظریه‌ی بازی همکارانه در مدیریت سیستم‌های متمرکز موجودی را بررسی کرده‌اند.[4] همچنین کارایی نظریه‌ی بازی در مدیریت منابع آب، و تحلیل رقابت‌ها در این حوزه از طریق یک سری بازی‌های رقابتی منابع آب بررسی شده است.[5] با توجه به اهمیت روزافزون بررسی عدم قطعیت در مسائل تصمیم‌گیری، کاملا منطقی به نظر می‌رسد که در دنیای واقعی ممکن است معیارها و حتی عملکرد آنها دارای عدم قطعیت باشند. ادبیات تقریباً کاملی ازکاربرد نظریه‌ی فازی در مسائل تصمیم‌گیری وجود دارد. بدین منظور یک روش جدید برنامه‌ریزی خطی فازی برای حل مسائل تصمیم‌گیری انتخاب تهیه‌کننده‌ی خارجی ارائه شده است.[6] به‌منظور بررسی عدم قطعیت تأمین‌کنندگان یا تصمیم‌گیرندگان در فرمول‌بندی ارزش عملکرد شاخصه‌های گوناگون در تصمیم‌گیری چندمعیاره، روشی مبتنی بر تاپسیس فازی همراه با سازوکاری برای تعیین ارزش زبان ـ فازی هر شاخصه پیشنهاد شده است.[7] همچنین یک مدل MCDM فازی برای تحلیل جواب‌های میان سه گزینه‌ی جایگزین در مدیریت

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۳/۴/۷، اصلاحیه ۱۳۹۳/۹/۱، پذیرش ۱۳۹۳/۹/۱۰.

مشارکت به‌کار برده شده است.[8] یک متدولوژی چندمعیاره‌ی فازی نیز برای انتخاب سیاست‌های انرژی پیشنهاد شده است،[9] این متدولوژی برمبنای AHP تحت عدم قطعیت است که در آن اجازه داده می‌شود ارزیابی‌های فرد خبره اصطلاحات زبانی، اعداد دقیق یا فازی باشد. کاربرد این روش در انتخاب بهترین سیاست انرژی برای ترکیه در نظر گرفته شده است. در یکی از مطالعات انجام شده[10] یک رویکرد تصمیم‌گیری چندمعیاره‌ی فازی برای ارزیابی گزینه‌های جایگزین با توجه به ترجیح مصرف‌کنندگان پیشنهاد شده که در آن دو روش برای حل مسئله‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره ارائه شده است: ۱. AHP فازی که برای تعیین وزن‌های نسبی ارزیابی معیار مورد استفاده قرارگرفته است؛ ۲. تاپسیس فازی که برای رتبه‌بندی گزینه‌های جایگزین کاربرد داشته است. عدم قطعیت در حوزه‌ی نظریه‌ی بازی‌ها و مخصوصاً بازی‌های ماتریسی می‌تواند به نزدیک کردن مفهوم جواب در مسائل واقعی کمک کند. ممکن است تصمیم‌گیرنده دارای استراتژی‌هایی فازی باشد یا حتی پیامد نهایی بازیکن از انتخاب یک بردار تصمیم که شامل استراتژی خود و دیگر رقباست نیز قطعی نباشد که روش‌هایی برای حل هریک از این موارد ارائه شده است. در یکی از مطالعات انجام شده برای بازی مجموع صفر دونفره، در حالتی که پیامدهای بازی فازی‌اند، راه حلی ارائه شده[11] که از روش مورد استفاده برای حل بازی کلاسیک نشأت می‌گیرد؛ این شیوه منجر به حل یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی می‌شود و در آن چندین مدل مشهور برای ارزیابی اعداد فازی نیز پیشنهاد شده است. در مطالعه‌یی دیگر یک روش کلی برای حل ماتریس فازی ارائه شده،[12] که می‌توان از آن در مواردی استفاده کرد که بازیکنان شیوه‌ی رتبه‌بندی اعداد فازی‌شان را در یک رده گسترده ــ که می‌توان آن را به‌وسیله‌ی توابع خطی فازی ارائه کرد ــ انتخاب می‌کنند. این تحقیق در دو حالت مورد بررسی قرار گرفته است: ۱. بازیکنان از معیارهای یکسانی برای رتبه‌بندی اعداد فازی استفاده می‌کنند؛ ۲. بازیکنان هریک معیار رتبه‌بندی خود را دارند. برای مسئله‌ی ماتریس بازی با پیامدهای فازی یک روش حل براساس اصل دوآلیتی در برنامه‌ریزی ریاضی مورد بررسی قرار گرفته است.[13] در یکی از مطالعات پیرامون بازی‌های مجموع صفر دونفره با پیامدهای فازی،[14] معیار مورد استفاده مینی‌مکس است و سه نوع از مفاهیم استراتژی‌های متعادل آن تعریف و ویژگی‌های آنها مطالعه شده است.

بازی‌های با استراتژی‌های گسسته مانند بازی استخراج منابع آب، را می‌توان با استفاده از تعاریف پایداری غیرهمکارانه ــ نظیر پایداری نش،[15,16] ماورای عقلانیت عمومی (GMR)،[17] ماورای عقلانیت متقارن (SMR)،[16] پایداری دنباله‌یی (SEQ)،[18] پایداری دوربینانه (NMS)[19] و پایداری حرکت محدود[20,21] ــ تحلیل کرد. این تعاریف پایداری غیرهمکارانه، در مطالعات متعددی در زمینه‌ی تحلیل رقابت منابع آب مورد استفاده قرارگرفته است.[22-29] در تحقیق حاضر از تعاریف پایداری برای پیش‌گویی خروجی نهایی مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره در یک چارچوب نظری بازی استفاده شده است.

۳. تعریف مسئله

در مقالات مرور شده در ادبیات مشاهده می‌شود که بعضاً بدون دلیل خاصی یک متغیر را فازی یا تصادفی معرفی کرده‌اند و روش خاصی برای حل مسئله‌ی مزبور ارائه داده‌اند. در این تحقیق می‌خواهیم در مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره با توجه به رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها، هر مسئله‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره را به بازی معادل با این مسئله تبدیل کنیم و تصمیم بهینه را برای آنها با توجه به مفهوم تعادل نش به دست آوریم. در تبدیل یک مسئله‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره (با شاخصه‌های معیار یا گزینه‌یی) و عملکرد معیارها به یک بازی با مؤلفه‌های بازیکن، استراتژی و پیامد بازیکنان، شاخصه‌های مسئله‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره را به‌ترتیب معادل مؤلفه‌های یک بازی قرار می‌دهیم. فروضی که بر مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره داریم عبارت‌اند از: ۱. عدم قطعیت در عملکرد معیارها؛ ۲. عملکرد کاملاً رقابتی بین معیارها نسبت به هر گزینه. با توجه به این فروض، مسئله‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره به بازی‌های ماتریسی تبدیل می‌شود. سؤال اصلی در این تحقیق این است که اگر عملکرد معیارها را متغیرهایی فرض کنیم که هم بتوان برای آنها تابع توزیع احتمالی و هم تابع توزیع امکان تعریف کرد، با حل بازی‌های آنها در هریک از این دو حالت به چه نتایجی می‌رسیم؟ آیا تفاوت جواب‌ها براساس عدم قطعیت تصادفی و فازی، معنادار است؟ اگر به اشتباه در مفهوم یک متغیر، غیر قطعی بودن آن را ناشی از تصادفی یا فازی بودن در نظر بگیریم، چه مقدار در تشخیص تصمیم بهینه دچار اشتباه می‌شویم؟

۴. متدولوژی

برای حل بازی‌های ماتریسیِ معادل با مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره در حالت عدم قطعیت تصادفی عملکرد معیارها، از روش شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده می‌کنیم و مسئله را به فضای تعداد زیادی بازی ماتریسی قطعی تصویر می‌کنیم.[1] در حالتی که عملکرد معیارها را بدون قطعیت فازی در نظر می‌گیریم، از یک روش ابداعی استفاده می‌کنیم که در آن ابتدا ماتریس فازی تصمیم را با دو روش رتبه‌بندی اعداد فازی به یک ماتریس تصمیم قطعی، و سپس به ماتریس بازی متناظر تبدیل کرده و با نرم‌افزار GMCR II بازی حاصل را با توجه به مفاهیم شش‌گانه‌ی تعادل غیرهمکارانه حل می‌کنیم.

۵. تعادلات غیر همکارانه

مفهوم جواب نش رایج‌ترین تعریف پایداری در نظریه‌ی بازی رقابتی (غیرهمکارانه) است. تعادل نش فقط رفتار یک بازیکن با تصمیم‌گیرنده‌ی کوته‌بین (غیر دوراندیش) را منعکس می‌کند که به‌طور ضمنی فرض می‌شود که یک بازیکن در خلال بازی فقط اجازه‌ی یک تصمیم (انتخاب استراتژی) را دارد. این پاسخ بازیکنان ممکن است در رقابت‌های دنیای واقعی دور از واقع باشد.

بنابراین تعریف تعادل نش اغلب برای پیش‌گویی دقیق و درست خروجی‌های رقابت‌ها در موقعیت رقابت واقعی رد می‌شود و آن به‌علت مفروضات محدودکننده‌ی منطقی بودن بازیکنان است. تصمیم‌گیرنده‌یی که از تعادل نش بازی پیروی می‌کند، امکان حرکت متقابل دیگر بازیکنان را نادیده می‌گیرد. ولی در رقابت‌های واقعی قبل از انتخاب، تصمیم‌گیرندگان اغلب حرکت‌های متقابل دیگر بازیکنان را در نظر می‌گیرند. برای بهبود بخشیدن به مفهوم حل نش، تعریف پایداری دیگری پیشنهاد شده است که در آن انواع مختلف رفتار بشر تحت رقابت بازتاب می‌یابد و تحلیل برای تعداد معلومی از حرکت‌ها در خلال بازی را مجاز می‌سازد (البته این تعداد محدود نیست). این تعاریف عبارت‌اند از:

۱. ماورای عقلانیت عمومی[1]؛
۲. ماورای عقلانیت متقارن[2]؛
۳. پایداری دنباله‌یی[3]؛

جدول ۱. مقایسه‌ی مفاهیم تعادل بازی‌های غیرهمکارانه.

مشخصات			توصیف پایداری	مفهوم جواب
دانش ترجیهات	عدم بهبود	پیش‌بینی		
خودمان	هرگز	کم (یک حرکت)	تصمیم‌گیرنده نمی‌تواند یک‌جانبه به حالت ارجح برود	پایداری نش
خودمان	به‌وسیله رقیب	متوسط (دو حرکت)	تمام بهبودهای یک‌جانبه توسط حرکات یک‌جانبه‌ی بعدی دیگران مسدود می‌شود	ماورای عقلانیت عمومی
خودمان	به‌وسیله رقیب	متوسط (سه حرکت)	تمام بهبودهای یک‌جانبه می‌توانند توسط بازیکنان مبدا دوباره مسدود شوند	ماورای عقلانیت متقارن
همه	هرگز	متوسط (دو حرکت)	تمام بهبودهای یک‌جانبه توسط بهبودهای یک‌جانبه‌ی بعدی دیگران مسدود می‌شود	پایداری دنباله‌یی
همه	استراتژیک	متغیر(h حرکت)	شیوه‌ی رفتار تمام بازیکنان بهینه فرض می‌شود و بیشترین تعداد انتقال‌ها مشخص می‌شود	پایداری حرکت محدود
همه	استراتژیک	نامحدود	همان ایده‌ی مفهوم فوق است که بیشینه تعداد انتقال تا بی‌نهایت می‌تواند افزایش یابد	پایداری دوربینانه

۴. پایداری حرکت ـ محدود[۴]؛

۵. پایداری دوربینانه[۵].

تعاریف پایداری را می‌توان با استفاده از سه مشخصه با هم مقایسه کرد:

۱. پیش‌بینی تعداد کل حرکات بررسی‌شده توسط تصمیم‌گیرنده قبل از تغییر یک‌جانبه‌ی تصمیمش. به‌طور کل تصمیم‌گیرندگان سطوح پیش‌بینی متفاوتی در بازی دارند که از تعداد حرکات متقابل بررسی شده قبل از هرگونه تصمیم‌گیری ناشی می‌شود.

۲. رضایت از عدم بهبود: عدم بهبود یک حرکت یک‌جانبه موقعیتی است که کم‌تر از حالت فعلی ترجیح داده می‌شود. بر پایه‌ی تعاریف تعادل متفاوت، تصمیم‌گیرندگان مختلف ممکن است مایل به عدم بهبود در خلال بازی باشند.

۳. دانش و فهم ترجیحات: تصمیم‌گیرنده در بازی ممکن است فقط از ترجیحات خودش آگاه باشد یا ممکن است از ترجیحات دیگر بازیکنان نیز آگاه باشد.

در جدول ۱ مقایسه‌یی نسبی برای تعاریف پایداری فوق‌الذکر ارائه شده است. براساس اطلاعات این جدول درمی‌یابیم که تعاریف پایداری مختلف تا چه حد می‌تواند تفاوت انواع رفتار تصمیم‌گیرندگان با ویژگی‌های گوناگون را مشخص کنند. در جدول ۱ علاوه بر دسته‌بندی تعاریف تعادل غیرهمکارانه، توضیحات مختصری از هریک از آنها ثبت شده است. بعد از این تعاریف، ابتدا مسئله‌ی مطرح شده، و سپس روش حل آن به‌صورت مختصر توضیح داده شده است.

۶. مثال عددی

در ایالت کالیفرنیا جلگه‌یی وجود دارد که هم زیستگاه گونه‌های باارزشی از ماهی‌هاست و هم تأمین‌کننده‌ی بخشی از آب اشامیدنی و بخش عمده‌یی از آب کشاورزی ایالت است. برای رفع مشکلات محیط زیستی و اقتصادی این جلگه چهار راه حل ارائه شده است:

۱. ادامه‌ی استخراج آب از جلگه مانند سابق؛

۲. ساختن یک تونل (تونل، کانال، خط لوله) برای جابه‌جا کردن آب از اطراف جلگه؛

۳. اعمال یک سیستم دوارساله، یعنی ترکیبی از دو گزینه‌ی بالا؛

۴. اتمام استخراج آب از جلگه.

این چهار گزینه نسبت به دو معیار «متوسط هزینه‌ی سالیانه» و «احتمال و امکان زیست ماهیان جلگه» سنجیده می‌شود. نتایج حاصله در جدول ۲ ارائه شده است.

ما در این تحقیق دو سناریو برای درایه‌های ماتریس تصمیم در نظر می‌گیریم: در سناریوی اول درایه‌های ماتریس تصمیم تصادفی را با توزیع یکنواخت در نظر گرفته و به‌اختصار روشی برای حل این ماتریس‌ها با استفاده از روش ترکیبی مونت‌کارلو ـ نظریه‌ی بازی[۱] توضیح می‌دهیم؛ در سناریوی دوم درایه‌های ماتریس تصمیم را اعداد فازی مثلثی در نظر گرفته و بازی ماتریسی حاصل را براساس مفاهیم حل بازی غیرهمکارانه حل و دو جواب را در دو سناریو با هم مقایسه می‌کنیم.

۱.۶. حل مثال عددی با درایه‌های تصادفی در ماتریس تصمیم

با این یادآوری که داده‌های جدول به‌صورت بازه‌یی است و برخی از محققین این بازه‌ها را با توزیع یکنواخت در نظر گرفته‌اند،[۱] و نیز با شبیه‌سازی مونت‌کارلو و با نمونه‌گیری تعداد زیادی داده از این بازه‌ها، در هر بار نمونه‌گیری یک ماتریس تصمیم به یک ماتریس بازی تبدیل شده، و تعادلات هر بازی نسبت به شش مفهوم تعادل ذکر شده بررسی می‌شود، ماتریس تصمیم مثال برای معیارها و گزینه‌های بیان‌شده، با در نظر گرفتن درایه‌های تصادفی برای ماتریس چنین معرفی شده است:

در هر نمونه‌گیری یک ماتریس تصمیم ۲×۴ به دست می‌آید و داده‌های جدول به‌صورت ترتیبی (یعنی بزرگ‌ترین مقدار هر ستون عدد ۴ و کوچک‌ترین مقدار هر ستون مقدار ۱) مرتب می‌شود. به این ترتیب، با استفاده از داده‌های

جدول ۲. مقادیر معیار برای گزینه‌های مثال.

احتمال زیست ماهیان جلگه (درصد)	متوسط هزینه‌ی سالیانه (بیلیون $ در سال)	گزینه‌ها
۵ − ۳۰	۰٫۵۵ − ۱٫۸۶	ادامه استخراج
۱۰ − ۴۰	۰٫۲۵ − ۰٫۸۵	ساختن تونل
۱۰ − ۴۰	۰٫۲۵ − ۱٫۲۵	سیستم دو ارساله
۳۰ − ۶۰	۱٫۵ − ۲٫۵	اتمام استخراج

ترتیبی به‌جای داده‌های اصلی، حجم محاسبات به‌شدت کاهش می‌یابد و این موضوع در تعداد زیاد نمونه‌گیری شده در شبیه‌سازی مونت کارلو بسیار حائز اهمیت است. مثلاً اگر ماتریس تصمیم ۲ × ۴ با داده‌های ترتیبی زیر را داشته باشیم:

$$\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \\ ۲ & ۱ \\ ۴ & ۳ \end{bmatrix} \qquad (۱)$$

ماتریس بازی متناظر با آن ماتریسی ۴ × ۴ و به‌صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{bmatrix} (۲,۱) & (۲,۱) & (۲,۱) & (۲,۱) \\ (۲,۱) & (۲,۱) & (۴,۳) & (۲,۱) \\ (۲,۱) & (۱,۲) & (۲,۱) & (۲,۱) \\ (۳,۴) & (۲,۱) & (۲,۱) & (۲,۱) \end{bmatrix} \qquad (۲)$$

در این ماتریس بازی دو بازیکن معیار قرار می‌گیرد و پیامد بازیکنان فقط در صورتی تغییر می‌کند که هر دو بازیکن تصمیم به انتخاب یک استراتژی مشترک بگیرند، در غیر این صورت پیامد آنها همان پیامد حاصل از وضعیت موجود (ادامه‌ی استخراج آب به‌صورت معمول) خواهد بود.

با حل بازی‌های به دست آمده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو و با ۶۰۰۰۰ عدد نمونه‌گیری بعد از دسته‌بندی، این تعداد با توجه به داده‌های ترتیبی به ۹۷ مورد تقلیل یافته است (جدول ۳). برای حل بازی‌ها از نرم‌افزار GMCR II استفاده شده است و همچنین به‌علت سختی وارد کردن ۹۷ ماتریس بازی در نرم‌افزار، ماتریس‌هایی که احتمال رخدادشان بیشتر از ۰٫۵٪ بوده مد نظر قرار گرفته و به این ترتیب تعداد بازی‌هایی که باید بررسی می‌شد به ۳۰ مورد کاهش یافته است.

جدول ۳ نتایج روش مونت کارلو ـ نظریه‌ی بازی[۶] را نشان می‌دهد. احتمالات رخداد مستقل‌اند و ممکن است بیشتر از یک خروجی برای یک بازی داده شده، وجود داشته باشد. وضعیت موجود (ادامه‌ی استخراج) یک خروجی ممکن (تعادل) برای تمام بازی‌های مدل شده است و اتمام استخراج آب هرگز یک تعادل نیست. گزینه‌های تونل و سیستم دو ارساله تقریباً در خروجی نهایی بودن شانس یکسانی دارند و هر دو با احتمال رخداد کم‌تر از گزینه‌ی ادامه‌ی استخراج آب‌اند. ستون سوم جدول ۳ نشان‌گر احتمال رخداد تجمعی یک تعادل قوی بودن است. تعادل قوی بودن یک خروجی یعنی آن خروجی نسبت به شش مفهوم تعادلِ به کار برده شده پایدار است. گزینه‌ی تونل دارای بیشترین احتمال تجمعی برای تعادل قوی‌بودن است. یعنی نسبت به شش مفهوم تعادل در بیش از نیمی از اوقات (۴۸ درصد از ۹۰ درصد) پایدار است. تعادل قوی بعدی سیستم دو ارساله است که شانس بیشتری برای پایدار بودن نسبت به مفاهیم جواب در مقایسه با وضعیت موجود دارد.

نتایج تحلیل اتحاد (ستون چهارم جدول ۳) نشان‌گر آن است که اکثر اوقات تحت همکاری، بخش‌ها با یک تونل راحت‌ترند. توجه کنید که در حالت‌هایی که تنها یک تصمیم‌گیرنده مانند ایالت کالیفرنیا وجود دارد، تنها نتایج تحلیل اتحاد باید در نظر گرفته شود. اگرچه گزینه‌ی سیستم دو ارساله ضعیف‌تر و نامحتمل‌تر از گزینه‌ی تونل است، شانس قابل ملاحظه‌یی (۴۰ درصد از ۶۲ درصد) برای خروجی بودن تحت همکاری دارد. اگرچه وضعیت موجود تعادل برای تمام ساختارهای بازی است، ولی نه تعادلی قوی است و نه تحت همکاری اکثر اوقات پایدار است (۷۶ درصد از ۹۰ درصد). پیشنهاد می‌شود ادامه‌ی استخراج از جلگه یک راه حل موقتی باشد و در بلندمدت به‌وسیله‌ی گزینه‌یی دیگر جایگزین شود. چنین گزینه‌یی با احتمال زیاد تونل خواهد بود چون از سیستم دو ارساله قوی‌تر است.

۲.۶. حل بازی ماتریسی با داده‌های فازی

حال داده‌های مسئله[۱] را به‌صورت اعداد فازی در نظرگرفته و بررسی می‌کنیم. این تغییر نگرش چه تأثیری در جواب مسئله خواهد داشت.

بازی‌های فازی عموماً به دو دسته تقسیم می‌شوند: ۱. عدم قطعیت در پیامد بازیکنان؛ ۲. عدم قطعیت در استراتژی‌ها. مطالعات جامعی درخصوص روش‌های حل بازی‌های غیرهمکارانه‌ی فازی صورت گرفته[۳۰] که می‌توان از آنها برای یافتن تعادل نش بازی‌ها استفاده کرد. تمام روش‌های حل موجود برای به دست آوردن تعادل نش بازی‌های فازی به حل یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی ختم می‌شوند.

ما در این نوشتار با استفاده از روش‌های رتبه‌بندی فازی ابتدا داده‌های فازی ماتریس تصمیم را به داده‌های ترتیبی تبدیل کرده سپس بازی حاصل از آن را حل می‌کنیم. در این صورت می‌توان پیچیدگی‌ها و عدم دقت روش‌های برنامه‌ریزی خطی فازی را کنار زد و حل بازی را به یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی ساده که با حل‌گر سیمپلکس به سادگی قابل حل است، تبدیل کرد. البته ما در اینجا از نتایج نرم‌افزار GMCRII برای حل ماتریس بازی استفاده کردیم. در این تحقیق برای رتبه‌بندی اعداد فازی از شاخص دوم Yager که یکی از شاخص‌های شناخته شده و پراستفاده‌ی رتبه‌بندی اعداد فازی در ادبیات تحقیق است، و نیز از روش جدید رتبه‌دهی[۳۱] به‌علت دقت بالاتر آن از حیث

جدول ۳. نتایج حاصل از حل بازی ماتریسی مثال.

خروجی	تعادل	تعادل قوی	پایداری تعادل تحت همکاری	عدم پایداری تعادل تحت همکاری
ادامه استخراج آب از جلگه	۹۰٫۴۵	۱۴٫۱۷	۱۴٫۱۷	۷۶٫۲۸
ساختن تونل	۶۴٫۷۸	۴۸	۵۷٫۴۲	۷٫۳۵
سیستم دو ارساله	۶۲٫۲	۱۸٫۸۶	۴٫۵۳	۲۱٫۶۷
اتمام استخراج	۰	غیر کاربردی	غیر کاربردی	غیر کاربردی

کاربرد بیشتر جزئیات اعداد فازی و نیز جدیدتر بودن این شاخص استفاده می‌کنیم.

ابتدا با فرض این که اعداد مثال به‌صورت اعداد فازی مثلثی متقارن‌اند، ماتریس تصمیم را چنین بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} (1.205, 0.655) & (17.5, 12.5) \\ (0.55, 0.3) & (25, 15) \\ (0.75, 0.5) & (25, 15) \\ (2, 0.5) & (45, 15) \end{bmatrix} \tag{3}$$

۶.۲.۱. رتبه‌بندی اعداد فازی ماتریس تصمیم براساس شاخص دوم Yager

اگر $\tilde{A}$ عددی فازی باشد شاخص دوم Yager عبارت خواهد بود از:

$$F_2(\tilde{A}) = \int_0^{\alpha_{\max}} m[a_\alpha^L, a_\alpha^R] d\alpha \tag{4}$$

$$A_\alpha = \left[a_\alpha^L, a_\alpha^R\right]$$

$$m\left[a_\alpha^L, a_\alpha^R\right] = \frac{a_\alpha^L + a_\alpha^R}{2} \tag{5}$$

اگر $\tilde{A} = (a_e, a_m, a_u)$ عدد فازی مثلثی باشد، رتبه‌یی که شاخص دوم Yager به این عدد می‌دهد برابر خواهد بود با:

$$F_2(\tilde{A}) = \frac{a_e + 2a_m + a_u}{4} \tag{6}$$

اگر a_iها عملکرد آلترناتیوها (ادامه‌ی استخراج، تونل، سیستم دو ارساله و اتمام استخراج) نسبت به معیار متوسط هزینه‌ی سالانه باشد و b_iها عملکرد آلترناتیوها نسبت به معیار احتمال زیست‌پذیری ماهیان باشد:

$$\begin{aligned} &F_2(a_1) = 1.205 \qquad F_2(a_2) = 0.55 \\ &F_2(a_3) = 0.75 \qquad F_2(a_4) = 2 \\ &F_2(b_1) = 17.5 \qquad F_2(b_2) = F_2(b_3) = 25 \\ &F_2(b_4) = 45 \end{aligned} \tag{7}$$

درنتیجه براساس شاخص دوم Yager، رتبه‌بندی اعداد عملکرد آلترناتیوها نسبت به معیار هزینه‌ی متوسط سالیانه به‌صورت: $a_4 < a_1 < a_3 < a_2$ و براساس معیار زیست‌پذیری ماهیان به‌صورت: $b_1 < b_2 = b_3 < b_4$ درمی‌آید. و در نهایت ماتریس تصمیم با داده‌های ترتیبی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \tag{8}$$

۶.۲.۲. رتبه‌بندی اعداد فازی براساس روش رتبه‌بندی[31]

در ابتدا برای عدد فازی A، مقدار متوسط وزن‌دار ($I(A)$) و دامنه‌ی وزن‌دار ($D(A)$) تعریف می‌شود:

$$I(A) = \int_0^1 (cL_A(\alpha) + (1-c)R_A(\alpha))d\alpha$$

$$D(A) = \int_0^1 (R_A(\alpha) - L_A(\alpha\alpha))f(\alpha)d\alpha \tag{9}$$

که درآن $0 \leq c \leq 1$ ضریب «خوش بینی ـ بد بینی» در اجرای عملگرها روی اعداد فازی است. تابع $f(\alpha)$ یک تابع افزایشی و غیرمنفی روی $[0, 1]$ است با شرایط $f(0) = 0$، $f(1) = 1$ و $\int_0^1 f(\alpha)d\alpha = 1/2$. تابع $f(\alpha)$ تابع وزن‌دهی نیز نامیده می‌شود. در مقاله‌ی حاضر همچون دیگر مطالعات،[1] در مسئله‌ی خود از تابع وزن‌دهی $f(\alpha) = \alpha$ استفاده می‌کنیم.

تعریف: تابع $\nabla : F \rightarrow \{-1, 1\}$ بنا به تعریف عبارت است از:

$$\forall A \in F : \nabla(A) = \begin{cases} 1 & I(A) \geq 0 \\ -1 & I(A) < 0 \end{cases} \tag{10}$$

F مجموعه‌ی تمام اعداد فازی است.

اگر $inf\ supp(A) \geq 0$ یا $inf\ L_A(\alpha) \geq 0$، سپس $\nabla(A) = 1$؛

اگر $sup\ supp(A) < 0$ یا $sup\ R_A(\alpha) < 0$، سپس $\nabla(A) = -1$؛

تعریف: برای اعداد فازی دلخواه A و B کمیت:

$$TRD\,(A, B) = \sqrt{[I\,(A) - I\,(B)]^2 + [D\,(A) - D\,(B)]^2} \tag{11}$$

TRD فاصله‌ی بین دو عدد فازی A و B نامیده می‌شود. به سادگی تحقیق می‌شود که TRD خواص یک متر را دارد. اگر تابع عضویت A_a را به‌صورت رابطه‌ی ۱۲ تعریف کنیم:

$$A_a(x) = \begin{cases} 1 & x = a \\ 0 & x \neq a \end{cases} \tag{12}$$

A_0 به‌عنوان یک مبدأ فازی در نظرگرفته می‌شود و $\forall A \in F$ خواهیم داشت:

$$TRD\,(A, A_0) = \sqrt{[I\,(A)]^2 + [D\,(A)]^2} \tag{13}$$

تعریف: برای هر $A \in F$ و با ضریب «خوش بینی ـ بدبینی» مساوی با ۰٫۵:

$$TR(A, A_0) = \nabla(A) \times TRD(A, A_0) \tag{14}$$

فاصله‌ی وزن‌دار نامیده می‌شود.

تعریف: برای هر دو عدد دلخواه $A, B \in F$ رتبه‌بندی A و B به‌وسیله‌ی TR در F تعریف می‌شود.یعنی:

$$\begin{aligned} &TR\,(A, A_0) < TR\,(B, A_0) \ \leftrightarrow\ A < B \\ &TR\,(A, A_0) > TR\,(B, A_0) \ \leftrightarrow\ A > B \\ &TR\,(A, A_0) = TRD\,(B, A_0) \ \leftrightarrow\ A \sim B \end{aligned} \tag{15}$$

طبق تعریف داریم:

$$\nabla(a_i)=\nabla(b_i)=1 \qquad 1\le i\le 4$$

$$\mu_{a_1}=\begin{cases}0 & x<0.55\\ \frac{x-0.55}{0.655} & 0.55\le x\le 1.205\\ \frac{1.86-x}{0.655} & 1.205\le x\le 1.86\\ 0 & x>1.86\end{cases}$$

$$\rightarrow\begin{cases}L_{a_1}(\alpha)=0.655\alpha+0.55\\ D_{a_1}(\alpha)=1.86-0.655\end{cases}$$

$$I_{a_1}=\int_0^1\frac{1}{2}((0.655\alpha+0.55)+(1.86-0.655))d\alpha=1.205$$

$$D_{a_1}=\int_0^1\alpha((1.86-0.655)-(0.655\alpha+0.55))d\alpha=1.31/6$$

$$TRD(a_1,A_0)=\sqrt{(1.205)^2+(1.31/6)^2}=1.225$$

$$\rightarrow TR(a_1,A_0)=\nabla(a_1)\times TRD(a_1,A_0)=1\times 1.225=1.225$$

محاسبات انجام شده دقیقاً برای بقیه‌ی عملکردها انجام می‌شود:

$$TR(a_2,A_0)=0.559 \qquad TR(a_3,A_0)=0.768$$
$$TR(a_4,A_0)=2.007 \qquad TR(b_4,A_0)=45.276$$
$$TR(b_1,A_0)=13.176 \qquad TR(b_2,A_0)=TR(b_3,A_0)=25.495$$

براین اساس، ماتریس تصمیم با داده‌های ترتیبی تبدیل می‌شود به:

$$\begin{bmatrix}2 & 1\\ 4 & 2\\ 3 & 2\\ 1 & 3\end{bmatrix} \tag{16}$$

مشاهده می‌شود که ماتریس تصمیم حاصل از دو روش با یکدیگر مساوی‌اند و ماتریس بازی متناظر با آنها عبارت است از:

$$\begin{bmatrix}(2,1) & (2,1) & (2,1) & (2,1)\\ (2,1) & (4,2) & (2,1) & (2,1)\\ (2,1) & (2,1) & (3,2) & (2,1)\\ (2,1) & (2,1) & (2,1) & (1,3)\end{bmatrix} \tag{17}$$

نتایج حاصل از حل این ماتریس بازی براساس مفاهیم شش‌گانه‌ی تعادل غیرهمکارانه، در جدول ۴ ارائه شده است.

چنان‌که مشاهده می‌شود برای هر دو بازیکن وضعیت پایدار نشان داده می‌شود. به‌طور مثال وضعیت موجود (استخراج آب از جلگه) تحت ۴ تعریف تعادل (از ۶ مورد) برای هر دو بازیکن پایدار است. بنابراین وضعیت موجود یک تعادل است و یک خروجی محتمل بر پایه‌ی ۴ تعریف پایداری مختلف است. خروجی اتمام استخراج تحت هیچ‌کدام از تعاریف پایداری متعادل نیست. بنابراین اتمام استخراج غیرمحتمل است و چون در درازمدت هزینه‌های بالای اقتصادی دارد، پیشنهاد نمی‌شود. ستون سوم جدول قدرت پایداری هر خروجی را نشان می‌دهد.

جدول ۴. حل بازی ماتریسی مثال با داده‌های فازی.

خروجی	تعداد تطبیقات با تعاریف تعادل	قدرت پایداری	پایداربودن تحت شرایط همکاری
ادامه استخراج	۴	ضعیف	خیر
تونل	۶	قوی	بله
سیستم دو ارساله	۴	ضعیف	خیر
اتمام استخراج	۰	غیر پایدار	خیر

چنان که قبلاً گفته شد، تعادلی که تحت تعداد بیشتری از تعاریف تعادل، پایدار باشد قوی‌تر و محتمل‌تر است. تعادل قوی هرگونه انگیزه برای انحراف از آن را از بین می‌برد. در این مسئله انتخاب ادامه‌ی استخراج و سیستم دو ارساله محتمل است و می‌توانند یک تعادل ایجاد کنند، اگرچه به‌اندازه‌ی گزینه‌ی ساختن تونل قوی‌تر و محتمل‌تر نیستند. بازیکنان ممکن است از ادامه‌ی استخراج یا سیستم دو ارساله حمایت کنند یعنی آنها را انتخاب کنند ولی نهایتاً رقابت فقط با ساختن تونل به پایان می‌رسد.

۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله روش ابداعی استفاده از نظریه‌ی بازی در حل مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره با درنظرگرفتن عدم قطعیت تصادفی عملکرد آلترناتیوها نسبت به‌معیارها[1] توضیح داده شد. همچنین روش ابداعی ما در شرایطی که عملکرد معیارها عدم قطعیت فازی دارند نیز آورده شده است. در روش مونت‌کارلو ـ نظریه‌ی بازی[1] تصادفی بودن عملکردها با روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو باعث می‌شود مسئله به فضای تعداد زیادی بازی قطعی تبدیل شود. در روش ارائه شده در این تحقیق، فازی بودن عملکردها با دو روش رتبه‌بندی فازی (شاخص دوم Yager و روش رتبه‌بندی پیشین)،[31] باعث می‌شود مسئله به یک بازی با داده‌های ترتیبی تبدیل شود. نتایج حاصل از حل بازی‌ها در هر دو روش به قدرت تعادل گزینه‌ی ساخت تونل (به‌علت مطابقت با شش مفهوم پایداری غیرهمکارانه) اشاره می‌کند. ولی در روش «مونت‌کارلو ـ نظریه‌ی بازی» قدرت پایداری بیشتر نشان‌گر گزینه‌ی سیستم دو ارساله نسبت به گزینه ادامه‌ی استخراج است؛ در روش حاضر این دو گزینه از نظر پایداری تفاوتی با هم ندارند.

همچنین هر دو روش ما را به این نتیجه می‌رساند که اتمام استخراج هرگز نمی‌تواند به تعادل برسد و دو گزینه‌ی ادامه‌ی استخراج و سیستم دو ارساله فقط راهکارهایی موقتی‌اند و نهایتاً به‌علت قدرت پایداری گزینه‌ی ساخت تونل، تصمیم نهایی به ساخت تونل منجر خواهد شد. باید به این نکته توجه داشت که اگر از روش‌های معمول در حل بازی‌های فازی[30] برای حل این مثال استفاده شود تنها میتوانیم تعادل نش بازی را به دست آوریم که سه گزینه‌ی سیستم دو ارساله، تونل و ادامه‌ی استخراج اتفاقاً تعادل نش بازی مذکور بوده و قادر به تشخیص تصمیم پایدارتر در بین این سه گزینه نبودیم. این در حالی است که روش پیشنهادی در این مقاله برای حل بازی‌های ماتریسی فازی، امکان به دست آوردن شش مفهوم تعادل در بازی‌های غیرهمکارانه را به‌طور هم‌زمان به ما می‌دهد و می‌تواند تحلیل رفتاری کامل‌تری که از مفاهیم شش‌گانه تعادل برمی‌خیزد برای تعیین تصمیم بهتر در شرایط رفتارهای برهمکنشی به ما ارائه دهد.

۸. پیشنهادات برای تحقیقات آتی

۱. در روش MCGT از توابع توزیعی، غیر از تابع یکنواخت، برای بازه‌های عملکرد استفاده شود. در حالی که روش ما ــ در شرایطی که توابع عضویت مثلثی و متقارن نیستند ــ به دنبال بهترین روش رتبه‌بندی اعداد فازی بود، پیشنهاد می‌شود با استفاده از مفاهیم احتمالات فازی، تحلیلی قوی‌تر روی گزینه‌های انتخابی صورت گیرد.

۲. روش ما با دیگر روش‌های حل بازی‌های فازی، در جواب حل و عدم قطعیت جواب مقایسه شود.

۳. در تحقیق آینده قصد داریم روش AHP را در صورتی که عملکردها بازه‌هایی تصادفی‌اند، با تقسیم این بازه‌ها به بازه‌های کوچک‌تر و گرفتن مقایسات زوجی از تصمیم‌گیرنده به‌ازای تک‌تک این زیربازه‌ها طوری گسترش دهیم که بتوان از روش مونت‌کارلو برای شبیه‌سازی خروجی نمونه گرفته شده استفاده کرد.

پانوشت‌ها

1. general meta rationality
2. symmetric meta rationality
3. sequential stability
4. limited move stability
5. non-myopic stability
6. Monte Carlo game theory

منابع (References)

1. Madani, K. and Lund, J.R. "Monte-Carlo game theoretic approach for multi-criteria decision making under uncertainty", *Advances in Water Resources*, **34**, pp. 607-616 (2011).
2. Castillo, L. and Dorao, C.A. "Decision making in the oil and gas project on game theory: Conceptual process design", *Energy Conversation and Management*, **66**, pp. 48-55 (Feb 2013).
3. Wu, T.-Y. and Wei, M.-J. "An approach for multi-objective categorization based on the game theory and Markova process", *Applied Soft Computing*, **11**(6), pp.4087-4096 (2011).
4. Fiestras-Janeiro, M.G., Garcıa-Jurado, I., Meca, A. and Mosquera, M.A. "Cooperative game theory and inventory management", *European Journal of Operational Research*, **210**(3), pp.459-466 (2011).
5. Li, D.F. and Wan, S.P. "Fuzzy hetegeneous multiattribute decision making method for outsourcing provider selection", *Expert Systems with Application,* **41**(6), pp. 3047-3059 (May 2014).
6. Madani, K. and Hipel, K.W. "Non-cooperative stability definitions for strategic analysis of generic water resources conflicts", *Water Resour Manage*, **25**, pp. 1949-1977 (2011).
7. Singh, R.K. and Benyoucef, L. "A fuzzy TOPSIS based approach for e-sourcing", *Engineering Applications of Artificial Intelligence,* **24**(3), pp.437-448 (2011).
8. Xi, B.D., Su, J., Huang, G.H., Qin, X.S., Jiang, Y.H., Huo, S.L., Ji, D.F. and Yao, B. "An integrated optimization approach and multi-criteria decision analysis for supporting the waste management system of the city of Beijing, China", *Engineering Applications of Artificial Intelligence,* **23**(4), pp.620-631 (2010).
9. Kahraman, C. and Kaya, İ. "A fuzzy multicriteria methodology for selection among energy alternatives", *Expert Systems with Applications,* **37**(9), pp.6270-6281 (2010).
10. Torfi, F., Farahani, R.Z. and Rezapour, S. "Fuzzy AHP to determine the relative weights of evaluation criteria and fuzzy TOPSIS to rank the alternatives", *Applied Soft Computing,* **10**(2), pp.520-528 (2010).
11. Campos, L. "Fuzzy linear programming models to solve fuzzy matrix games", *Fuzzy Sets and Systems,* **32**(3), pp. 275-289 (1989).
12. Campos, L., Gonzalez, A. and Vila, M.-A. "On the ranking function approach to solve fuzzy matrix games. In a direct way", *Fuzzy Sets and Systems,* **49**(2), pp. 193-203 (1992).
13. Bector, C.R., Chandra, S. and Vijay, V. "Duality in linear programming with fuzzy parameters and matrix games with fuzzy pay-offs", *Fuzzy Sets and Systems,* **146**(2), pp. 253-269 (2004).
14. Maeda T. "On characterization of equilibrium strategy of two-person zero-sum games with fuzzy payoffs", *Fuzzy Sets and Systems*, **139**(2), pp. 283-296 (2003).
15. Nash, J.F. *Equilibrium Points in N-person Games*, Proc Natl Acad Sci USA (1950).
16. Nash, J. "Non-cooperative games", *The Annals of Mathematics*, **54**(2), pp. 286-295 (1951).
17. Howard, N., *Paradoxes of Rationality: Theory of Metagames and Political Behavior*, Cambridge: MIT Press (1971).
18. Fraser, N.M. and Hipel, K.W. "Solving complex conflicts", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics,* **9**(12), pp. 805-816 (1979).
19. Brams, S.J. and Wittman, D. "Nomyopic equilibrium in 2×2 games", *Conflict Manage Peace Science*, **6**, pp. 39-62 (1981).
20. Zagare, F.C. "Limited-move equilibria in 2×2 games", *Theory and Decision*, **16**(1), pp. 1-19 (1984).
21. Kilgour, D.M., Hipel, K.W. and Fang, L.P. "The graph model for conflicts", *Automatica,* **23**(1), pp. 41-55 (1987).

22. Li, K.W., Kilgour, D.M. and Hipel, K.W. "Status quo analysis of the flathead river conflict", *Water Resour Res*, **40**(5), pp. 1-9 (2004).

23. Gopalakrishnan, C., Levy, J., Li, K.W. and Hipel, K.W. "Water allocation among multiple stakeholders: Conflict analysis of the Waaihoek water project, Hawaii", *International Journal of Water Resources Development*, **21**(2), pp. 283-295 (2005).

24. Ma, J., Hipel, K.W. and De, M. "Strategic analysis of the James Bay hydroelectric dispute in Canada", *Canadian Journal of Civil Engineering,* **32**(5), pp. 858-880 (2005).

25. Nandalal, K.D.W. and Hipel, K.W. "Strategic decision support for resolving conflict over water sharing among countries along the Syr Darya River in the Aral Sea Basin", *Journal of Water Resources Planning and Management*, **133**(4), pp. 289-299 (July 2007).

26. Getirana, A.C.V., de Fátima Malta, D. and de Azevedo, J.P.S. "Decision process in a water use conflict in Brazil", *Water Resources Management*, **22**(1), pp. 103-118 (2008).

27. Hipel, K.W., Obeidi, A., Fang, L. and Kilgour, D.M. "Adaptive systems thinking in integrated water resources management with insights into conflicts over water exports", *INFOR*, **46**(1), pp. 51-69 (2008).

28. Elimam, L., Rheinheimer, D., Connell, C. and Madani, K. "An ancient struggle: A game theory approach to resolving the Nile conflict", In: Roger WBJ, Raymond W, Editors, *World Environmental and Water Resources Congress.* Honolulu, Hawaii, ASCE (2008).

29. Madani K, Hipel KW. "Strategic insights into the Jordan River conflict", In: Kabbes KC, Editor, *World Environmental and Water Resources Congress*, Tampa, Florida, ASCE (2007).

30. Larbani M. "Non cooperative fuzzy games in normal form: A survey", *Fuzzy Sets and Systems,* **160**. pp. 3184-3210 (2009).

31. Allahviranloo, T., Abbasbandy, S. and Saneifard, R. "A method for ranking of fuzzy numbers using new weighted distance", *Mathematical and Computational Applications,* **16**(2), pp. 359-369 (2011).