

ارائه‌ی روش حل تقریبی برای مسئله‌ی مکان‌یابی - مسیریابی - موجودی پیوسته و چند انباره

عارفه طاهرخانی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

کوروش عشقی* (استاد)

علی‌اکبر برومندشریفی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۶ (۱۰۳-۹۵)
دوره‌ی ۱، شماره‌ی ۲/۲، ص. ۱۰۳-۹۵

در این مطالعه یک مدل ریاضی برای مسئله‌ی مکان‌یابی - مسیریابی پیوسته و چند انباره با وجود محدودیت‌های موجودی ارائه شده است. ساختار مسئله‌ی پیشنهادی این چنین است که یک زنجیره‌ی تأمین سه سطحی در نظر گرفته شده است که در سطح اول آن یک کارخانه با ظرفیت موجودی نامحدود وجود دارد و یک نوع محصول تولید می‌کند. در سطح دوم چندین مرکز توزیع وجود دارند که متعلق به کارخانه هستند و به‌عنوان توزیع‌کننده‌ی این محصول عمل می‌کنند. در سطح سوم مجموعه‌ی مشتریان قرار دارند که در نقاط مختلف جغرافیایی پراکنده شده‌اند. محل مشتریان در سطح سوم از پیش مشخص شده است اما محل مراکز توزیع نیاز به مکان‌یابی دارد که در این مسئله انبارهای میانی از یک فضای پیوسته انتخاب می‌شوند. این کارخانه به‌عنوان رهبر زنجیره به دنبال تعیین برنامه‌ی توزیع محصولات به‌گونه‌ی است که هزینه‌های کل سیستم کمینه شود. مدل ریاضی این مسئله یک مدل NP-hard است. از این رو، برای مسائل با اندازه‌ی متوسط و بزرگ یک روش فراابتکاری برای حل مسئله ارائه می‌شود که در آن یک الگوریتم سه‌مرحله‌ی توسعه داده می‌شود؛ مرحله‌ی اول با استفاده از رویکرد منطقه‌ی محدود و الگوریتم صرفه‌جویی اصلاح شده به تولید مکان و مسیریابی اولیه می‌پردازد. مرحله‌ی دوم با استفاده از الگوریتم ویزفالد به بهبود مکرر تصمیمات مکان‌یابی و مسیریابی می‌پردازد و در مرحله‌ی آخر الگوریتم با گنجاندن تنوع‌بخشی و تشدید جست‌وجو به‌طور تکرارشونده و مؤثر به دنبال جواب بهتر می‌گردد. الگوریتم ارائه شده قادر است بهترین جواب یافت شده به‌وسیله‌ی حل‌کننده‌ی گمز را در محدوده‌های زمانی 10^8 ثانیه و 10^6 ثانیه، به‌طور متوسط 0.62% درصد، با تلاش‌های محاسباتی بسیار کمتر، بهبود بخشد. همچنین، در مسائل با اندازه‌های متفاوت الگوریتم در طی سه فاز به سمت جواب بهتر حرکت می‌کند. در اندازه‌ی کوچک مسئله میانگین درصد انحراف از جواب بهینه در مراحل مختلف تنها 0.7% ، 0.5% ، 0.3% و 0.2% است. در اندازه‌های متوسط و بزرگ میانگین درصد بهبود در هر مرحله نسبت به مرحله‌ی قبلی به ترتیب 2.83% ، 1.89% و 1.29% درصد است که این مقادیر برای اعداد بزرگ بهبود چشم‌گیری است.

واژگان کلیدی: مکان‌یابی پیوسته‌ی تسهیلات، مسیریابی وسایل نقلیه، زنجیره‌ی

عرضه‌ی سه‌سطحی، مسئله‌ی مکان‌یابی - مسیریابی - موجودی.

۱. مقدمه

پاسخ به تقاضای مشتریان استفاده شود. محبوبیت بالای مدیریت زنجیره‌ی تأمین^۱ ثابت می‌کند که رویکردهای یکپارچه مزایای اقتصادی زیادی دارند و در حال تبدیل شدن به یک الزام در زنجیره‌ی تأمین هستند.^[۱] مسئله‌ی مکان‌یابی - مسیریابی موجودی شامل بررسی سه مؤلفه‌ی اصلی سیستم زنجیره‌ی تأمین یعنی مکان‌یابی

کلید اصلی بهره‌وری و سودآوری زنجیره‌ی تأمین، شبکه‌ی توزیع آن است که می‌تواند اهرمی برای رسیدن به اهداف مختلف زنجیره‌ی تأمین از کاهش هزینه‌ها تا پیشینه‌ی

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۶/۳۰، اصلاحیه ۱۳۹۴/۱۲/۲۴، پذیرش ۱۳۹۵/۲/۲۲.

taherkhani.arefeh@ie.sharif.edu
eshghi@sharif.edu
boroumand.aliakbar@gsme.sharif.ir

انبارها، مسیریابی وسایل نقلیه، و محدودیت‌های موجودی است. طی سال‌های اخیر مسئله مکان‌یابی - مسیریابی مورد توجه بسیاری از محققان بوده ولی در زمینه مکان‌یابی - مسیریابی پیوسته مطالعات اندکی صورت گرفته است. همچنین، بررسی زنجیره‌ی تأمین در حالت سه‌سطحی، از جمله مسائل مهم در زنجیره‌ی تأمین است که با توجه به اهمیت آن در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. بخش زیادی از مقالات مسئله را در فضای حل گسسته بررسی کرده‌اند. اولین بار در سال ۲۰۰۵ اسکوارت و دزلف^[۱] با استفاده از الگوریتم شبکه عصبی^۲ مبتنی بر نقشه‌ی خودسازمان دهنده^۳ به بررسی مسئله مکان‌یابی - مسیریابی پیوسته و تک‌انباره پرداختند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که شبکه‌ی عصبی نسبت به رویکردهای ترتیبی^۴ مبتنی بر روش صرفه‌جویی^۵ عملکرد بهتری دارد. در سال ۲۰۰۹، اسکوارت و فیشر^[۲] مسئله مکان‌یابی - مسیریابی تک‌انباره را در فضای پیوسته با فواصل اقلیدسی مورد مطالعه قرار دادند. نویسندگان نتایج اولیه منتشر شده در اسکوارت و دزلف (۲۰۰۵) را گسترش دادند و یک رویکرد شبکه عصبی مبتنی بر نقشه‌ی خودسازمان دهنده ارائه دادند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که الگوریتم ارائه شده در مقایسه با مجموعه‌ی روش‌های ترتیبی مبتنی بر مسئله‌ی بر وزنی و غیر وزنی و الگوریتم‌های صرفه‌جویی عملکرد بهتری داشته است. در سال ۲۰۰۹ صالحی و ناگی^[۳] برای حل مسئله مکان‌یابی - مسیریابی چند انباره در فضای پیوسته، یک روش ابتکاری تکراری ارائه کردند. آن‌ها محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه و بیشینه‌ی طول تور را در مسئله خود وارد و برای هر انبار مسئله‌ی و بر را حل کردند. ورودی مسئله و بر، نقاط پایانی مسیرهای از قبل یافت شده در مرحله‌ی مسیریابی است. در الگوریتم ارائه شده توسط آن‌ها مراحل مسیریابی و مکان‌یابی به‌طور مکرر حل می‌شوند و شرط توقف آن این است که بین دو تکرار متوالی بهبود چشم‌گیری در تابع هدف هزینه ایجاد نشود. نتایج نشان می‌دهد که روش ارائه شده در نتایج روش‌های ترتیبی بهبود حاصل می‌کند. در سال ۲۰۱۲، منظورالاجداد و همکارانش^[۴] به بررسی مسئله مکان‌یابی - مسیریابی تک‌انباره در فضای پیوسته با فاصله‌ی اقلیدسی پرداخته‌اند. آن‌ها یک روش حل سلسله‌مراتبی ابتکاری ارائه دادند و سازوکارهای تنوع‌بخشی^۶ و تشدید^۷ را در جست‌وجو گنجانیده‌اند. الگوریتم ابتکاری ارائه شده نشان می‌دهد که با کمی تلاش محاسباتی نسبت به روش‌های اسکوارت و دزلف (۲۰۰۵)،^[۱] اسکوارت و فیشر (۲۰۰۹)^[۲] و صالحی و ناگی (۲۰۰۹)^[۳] بهتر عمل می‌کند. چهار مقاله‌ی مطالعه شده در زمینه مکان‌یابی - مسیریابی پیوسته هیچ‌کدام به مسئله کنترل موجودی توجهی نداشتند. همچنین تنها یکی از این چهار مقاله به صورت چند انباره بررسی شده است که در آن تعداد انبارها ورودی مسئله است. هیچ‌یک از این چهار مقاله محدودیت ظرفیتی برای انبارها در نظر نگرفته‌اند و در یک زنجیره‌ی عرضه‌ی دوسطحی بررسی کرده‌اند. با بررسی مقالاتی هم که در زمینه مسئله مکان‌یابی - مسیریابی و موجودی پژوهش کرده‌اند، مشخص می‌شود که تمام آن‌ها مسئله را در فضای گسسته بررسی کرده‌اند.^[۱۳-۶]

همان‌طور که در بررسی پیشینه‌ی مسئله مکان‌یابی - مسیریابی پیوسته گفته شد تاکنون مطالعات کمی بر روی مسئله مکان‌یابی - مسیریابی با فضای حل پیوسته انجام گرفته است و در میان این تعداد اندک تنها یکی از این پژوهش‌ها چند انباره فرض شده است که در آن نیز تعداد انبارها مشخص است. بارها و بارها این موضوعات در پیشنهادات محققان برای تحقیقات آتی عنوان گردیده است. همچنین بر روی مسئله مکان‌یابی - مسیریابی و موجودی مطالعات فراوانی در حالت دوسطحی صورت پذیرفته است. بررسی زنجیره‌ی تأمین در حالت سه‌سطحی، از جمله مسائل مهم در زنجیره‌ی تأمین است، که با توجه به اهمیت آن در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است.

در این پژوهش، هدف در نظر گرفتن مسائل مکان‌یابی پیوسته و مسیریابی در حالت وجود محدودیت‌های موجودی (عدم نگاه‌داری موجودی در انبارها و سیاست سفارش‌دهی بر اساس تقاضای مشتریان) در حالت سه‌سطحی است. یکی دیگر از مسائلی که در این پژوهش در نظر گرفته شده استفاده از وسایل نقلیه‌ی متفاوت برای هر یک از سطوح است. نوآوری‌های پژوهش را در حالت کلی می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

- در نظر گرفتن فضای پیوسته برای مکان‌یابی چندین انبار با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت برای آن‌ها در مسئله مکان‌یابی - مسیریابی؛
- یکپارچگی برای مسئله مکان‌یابی - مسیریابی پیوسته و چند انباره با در نظر گرفتن محدودیت موجودی در یک زنجیره‌ی عرضه‌ی سه‌سطحی (تولیدکننده، انبارهای میانی، و مشتریان)؛
- استفاده از وسایل نقلیه‌ی متفاوت با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت آن‌ها در حالت سه‌سطحی برای مسئله مکان‌یابی - مسیریابی و موجودی پیوسته و چند انباره؛
- ارائه مدل ریاضی برای مسئله مکان‌یابی پیوسته‌ی چند انباره، مسیریابی وسایل نقلیه با در نظر گرفتن محدودیت موجودی در یک زنجیره‌ی عرضه‌ی سه‌سطحی؛
- حل مسئله مکان‌یابی پیوسته‌ی چند انباره، مسیریابی وسایل نقلیه با در نظر گرفتن محدودیت موجودی در یک زنجیره‌ی عرضه‌ی سه‌سطحی با استفاده از روش‌های فراابتکاری.

در بخش بعدی مسئله پژوهش به‌طور دقیق‌تر شرح داده خواهد شد. در بخش سوم چارچوب حل مسئله و الگوریتم پیشنهادی توضیح داده می‌شود. در بخش چهارم نتایج آزمایش‌ها و محاسبات عددی این پژوهش آورده می‌شود و در بخش آخر نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آتی مطرح خواهد شد.

۲. تعریف مسئله

ساختار مسئله پیشنهادی این چنین است که یک زنجیره‌ی تأمین سه‌سطحی در نظر گرفته شده است. در سطح اول آن یک کارخانه با ظرفیت موجودی نامحدود وجود دارد که یک نوع محصول تولید می‌کند. در سطح دوم چندین مرکز توزیع وجود دارند که متعلق به کارخانه هستند و به‌عنوان توزیع‌کننده این محصول عمل می‌کنند. در سطح سوم مجموعه‌ی مشتریان قرار دارند که در نقاط مختلف جغرافیایی پراکنده شده‌اند. مختصات مکانی مشتریان در سطح سوم از پیش مشخص شده است، اما مراکز توزیع نیاز به مکان‌یابی دارند و در این مسئله مکان انبارهای میانی از یک فضای پیوسته انتخاب می‌شود. در یک افق برنامه‌ریزی تک دوره‌ی تقاضای هر یک از مشتریان برای کارخانه معلوم و قطعی است. موجودی ابتدای دوره برای مشتریان و مراکز توزیع صفر است و کمبود موجودی مجاز نیست. سیاست موجودی در این مسئله نیز بر اساس تقاضای مشتریان است. فرض شده است که هر مشتری دقیقاً به یک مرکز توزیع تخصیص می‌یابد. در این مسئله دو نوع ناوگان حمل وجود دارد که در سطوح مختلف دارای ظرفیت‌های متفاوت‌اند. هدف مسئله این است که کارخانه‌ی تولیدکننده به‌عنوان رهبر زنجیره به دنبال تعیین برنامه‌ی توزیع محصولات به‌گونه‌ی است که هزینه‌های کل سیستم کمینه شود. مدل پیشنهادی این تحقیق به صورت برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط (MINLP)^۸ مدل‌سازی می‌شود. نماگذاری مدل به صورت زیر است:

۱.۲. مجموعه‌ها

I مجموعه‌ی انبارها و J مجموعه مشتریان است که $i, j = 0, 1, 2, \dots, m, m+1$ نشان‌دهنده‌ی کارخانه، $1, 2, \dots, m, m+1, \dots, m+\bar{n}$ نشان‌دهنده‌ی مشتریان و $1, 2, \dots, m+\bar{n}$ نشان‌دهنده‌ی انبارهاست (\bar{n} حد بالا برای تعداد انبارهاست).

K مجموعه‌ی وسایل نقلیه است $k = 1, 2, \dots, \bar{l} + \bar{p}$ که $k = 1, 2, \dots, \bar{l}$ اندیس وسایل نقلیه‌ی سطح اول و $1, 2, \dots, \bar{l} + \bar{p}$ اندیس وسایل نقلیه‌ی سطح دوم است. (\bar{p} حد بالای تعداد وسایل نقلیه‌ی سطح اول و دوم است.)

۲.۲. پارامترها

$A_i(x_i, y_i)$: مختصات مشتری i ؛

(x_i, y_i) : مختصات کارخانه؛

d_j : تقاضای مشتری j ؛

V : ظرفیت ثابت هر انبار؛

VK_k : ظرفیت وسیله‌ی نقلیه‌ی k ، (در اینجا ظرفیت وسایل نقلیه‌ی هر یک از سطوح، ثابت در نظر گرفته شده است)؛

F_k : هزینه‌ی ثابت وسیله‌ی نقلیه‌ی k ، (در اینجا برای وسایل نقلیه‌ی هر یک از سطوح، یکسان در نظر گرفته شده است)؛

O_i : هزینه‌ی ثابت انبار i ، (در اینجا هزینه‌ی ثابت انبارها یکسان در نظر گرفته شده است)؛

c_{ijk} : هزینه‌ی حمل‌ونقل به ازای یک واحد جابه‌جایی.

۳.۲. متغیرهای تصمیم

$A_i(x_i, y_i) \in R^2$: مختصات انبار i ؛

y_{ijk} : مقدار موجودی باقی‌مانده در وسیله‌ی نقلیه‌ی k پس از خدمت‌دهی به گره i و هنگام ورود به گره j ؛

B_{ik} : مقدار باری که انبار i از وسیله‌ی نقلیه‌ی سطح اول k تحویل می‌گیرد؛

u_{ij} : در صورتی که مشتری j به انبار i تخصیص باید برابر ۱، در غیر این صورت برابر صفر؛

t_{ijk} : در صورتی که وسیله‌ی نقلیه‌ی k از i به j برود برابر ۱، در غیر این صورت برابر صفر.

فرمول‌بندی پیشنهادی این پژوهش به صورت زیر است:

$$\sum_{k=1}^{\bar{l}} \sum_{j \in \{0\} \cup \{I\}} t_{jik} \leq 1 \quad (i \in I) \quad (3)$$

$$\sum_{j \in \{I\} \cup \{J\} \cup \{0\}} t_{jik} = \sum_{j \in \{I\} \cup \{J\} \cup \{0\}} t_{ijk} \quad (i \in \{I\} \cup \{J\} \cup \{0\}) \quad (k \in K) \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} t_{ijk} \leq 1 \quad \forall k \in \{\bar{l} + 1, \dots, \bar{l} + \bar{p}\} \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} t_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in \{1, \dots, \bar{l}\} \quad (6)$$

$$\sum_{j \in J} d_j \sum_{i \in I \cup J} t_{ijk} \leq VK_k \quad \forall k \in \{\bar{l} + 1, \dots, \bar{l} + \bar{p}\} \quad (7)$$

$$B_{ik} \leq VK_k * \sum_{j \in \{I\} \cup \{0\}} t_{ijk} \quad (i \in I) \quad \forall k \in \{1, \dots, \bar{l}\} \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^{\bar{l}} B_{ik} = \sum_{j \in J} u_{ij} * d_j \quad (i \in I) \quad (9)$$

$$\sum_{i \in I} B_{ik} \leq VK_k \quad \forall k \in \{1, \dots, \bar{l}\} \quad (10)$$

$$\sum_{i \in I} u_{ij} = 1 \quad (j \in J) \quad (11)$$

$$\sum_{j \in J} u_{ij} * d_j \leq V \quad (i \in I) \quad (12)$$

$$y_{ijk} \leq VK_k * t_{ijk} \quad \forall i, j \in \{0\} \cup \{I\} \cup \{J\} \quad \forall k \in \{1, \dots, \bar{l} + \bar{p}\} \quad (13)$$

$$\sum_{k=l+1}^{\bar{l}+\bar{p}} \sum_{i \in I \cup J} y_{ijk} - \sum_{k=l+1}^{\bar{l}+\bar{p}} \sum_{i \in I \cup J} y_{jik} = d_j \quad (j \in J) \quad (14)$$

$$\sum_{k=1}^{\bar{l}} \sum_{j \in I \cup \{0\}} y_{jik} - \sum_{k=1}^{\bar{l}} \sum_{j \in I \cup \{0\}} y_{ijk} = \sum_{j \in J} u_{ij} * d_j \quad (i \in I) \quad (15)$$

$$\sum_{j \in J} t_{ijk} + \sum_{i \in I \cup J} t_{ijk} \leq 1 + u_{ij} \quad (i \in I) \quad (j \in J) \quad \forall k \in \{\bar{l} + 1, \dots, \bar{l} + \bar{p}\} \quad (16)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} y_{ijk} = \sum_{j \in J} d_j \sum_{i \in I \cup J} t_{ijk} \quad \forall k \in \{\bar{l} + 1, \dots, \bar{l} + \bar{p}\} \quad (17)$$

$$\sum_{i \in I} y_{0ik} = \sum_{i \in I} B_{ik} \quad \forall k \in \{1, \dots, \bar{l}\} \quad (18)$$

$$X_i(x_i, y_i) \in \mathcal{R}^2 \quad (i \in I) \quad (19)$$

$$B_{ik}, y_{ijk} \geq 0 \quad (i \in I) \quad (j \in J) \quad (k \in K) \quad (20)$$

$$t_{ijk}, u_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i \in I) \quad (j \in J) \quad (k \in K) \quad (21)$$

هدف ۱ هزینه‌های مربوط به جابه‌جایی، هزینه‌ی ثابت انبارهای میانی، وسایل نقلیه‌ی سطح اول و دوم را در سیستم زنجیره‌ی تأمین سه‌سطحی کمیته می‌کند. رابطه‌ی ۲ تضمین می‌کند که هر مشتری تنها از طریق یکی از وسایل نقلیه‌ی سطح دوم خدمات دریافت می‌کند. با وجود محدودیت ۳ هر انبار حداکثر از یک وسیله‌ی نقلیه‌ی سطح اول خدمات دریافت می‌کند. محدودیت ۴ تضمین می‌کند وسایل نقلیه‌ی ورودی و خروجی به هر گره یکسان‌اند. رابطه‌ی ۵ تضمین می‌کند که هر

$$\text{Min} \sum_{k \in \{K\}} \sum_{i \in \{I\} \cup \{J\} \cup \{0\}} \sum_{j \in \{I\} \cup \{J\} \cup \{0\}} t_{ijk} c_{ijk} + \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} + \sum_{k=1}^{\bar{l}} \sum_{i \in I} \sum_{j \in \{0\} \cup \{I\}} O_i t_{ijk} + \sum_{k=1}^{\bar{l}} \sum_{i \in I} F_k t_{0ik} + \sum_{k=l+1}^{\bar{l}+\bar{p}} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} F_k t_{ijk} \quad (1)$$

Subject to:

$$\sum_{k=l+1}^{\bar{l}+\bar{p}} \sum_{i \in \{I\} \cup \{J\}} t_{ijk} = 1 \quad (j \in J) \quad (2)$$

۳. مرحله‌ی تنوع‌بخشی و تشدید^{۱۱} جست‌وجو: الگوریتم در این مرحله ابتدا با جست‌وجو در همسایگی‌های نسبتاً دور نتایج مکان‌یابی ویزفلد، به دنبال جواب بهتر می‌گردد. روند این مرحله به‌طور خلاصه این‌گونه است که یک بیضی اطراف مکان به‌دست‌آمده برای هر انبار از روش ویزفلد ایجاد می‌شود و N نقطه درون بیضی تولید می‌شود. سپس تخصیص و مسیریابی با در نظر گرفتن هر یک از نقاط جدید ایجادشده، N بار اجرا و بهترین جواب به‌دست‌آمده انتخاب می‌شود. با در نظر گرفتن مکان، تخصیص، و مسیریابی جدید این روند برای انبار بعدی پیاده می‌شود. بعد از اجرای مرحله‌ی تنوع‌بخشی برای تمام انبارها، برای بهبود جواب در مرحله‌ی تشدید این روند ادامه می‌یابد. ولی در تکرارهای بعدی شعاع‌های بیضی کوچک‌تر و تعداد نقاط تولیدشده‌ی درون آن به‌روز می‌شود. بدین ترتیب با چندین تکرار این مرحله، همسایگی‌های نزدیک‌تری از جواب فعلی برای به‌دست‌آوردن جواب بهتر جست‌وجو می‌شود و تا زمانی که در دو تکرار متوالی مرحله‌ی تشدید، در جواب بهبود مناسبی ایجاد نشود، این گام ادامه خواهد یافت.

۱.۳. مکان‌یابی اولیه

در این بخش مسئله‌ی مکان‌یابی - تخصیص پیوسته^{۱۲} با وجود محدودیت ظرفیت و هزینه‌های ثابت بررسی می‌شود. در این مسئله‌ی مکان‌یابی - تخصیص، هر تجهیز ظرفیت محدودی دارد و تعداد تجهیزات برای مکان‌یابی نامشخص است. همچنین باید به مجموعه‌ی m تایی از مشتریان که مکان و تقاضای آن‌ها مشخص است، با تخصیص به انبارهای ایجادشده، خدمات ارائه شود. هدف این مسئله، کمینه‌کردن مجموع هزینه‌های حمل‌ونقل و هزینه‌های ثابت مربوط به تجهیزات است. برای حل این قدم از الگوریتم منطقه‌ی رد^{۱۳} کمک گرفته شده است. در این رویکرد انتخاب مناطق خاص نزدیک به مکان‌های در نظر گرفته‌شده قبلی برای ایجاد تجهیزات، برای انتخاب تجهیزات جدید باقی‌مانده ممنوع است. این باعث می‌شود تا مکان‌های شروع اولیه به تجهیزات انتخاب‌شده قبلی خیلی نزدیک نباشند و تجهیزات در سطح مشتریان پراکنده باشند. ابتدا کوچک‌ترین فضای مستطیلی موجود در سطح که شامل تمام مشتریان و کارخانه‌ی تولیدکننده است در نظر گرفته می‌شود. در محور x ، $x_{\max} = \max(x_j, j = 0, 1, \dots, m)$ و در محور y ، $y_{\min} = \min(y_j, j = 0, 1, \dots, m)$ قرار داده می‌شود. برای هر تجهیز یک منطقه‌ی محدود با یک دایره مشخص می‌گردد. تنظیم شعاع ثابت برای منطقه‌ی محدود به شرح زیر است:

- محاسبه‌ی طول (Δ_x) و عرض (Δ_y) ناحیه‌ی مستطیلی:

$$\Delta_x = (x_{\max} - x_{\min}), \quad \Delta_y = (y_{\max} - y_{\min})$$

- محاسبه‌ی تعداد تقسیم در محورهای x و y :

$$\delta_x = \gamma (\Delta_x / n), \quad \delta_y = \gamma (\Delta_y / n)$$

γ فاکتور تنظیم است $(0 < \gamma < 1)$.

- تنظیم شعاع دایره:

$$r = \min \{ \delta_x, \delta_y \} \quad (22)$$

بر اساس آزمایش‌های اولیه و پیشنهاد لوئیس و همکارانش^[۱۶](۲۰۰۹)، پارامتر γ برابر $0/5$ قرار داده شد؛ اگر اندازه‌ی دایره خیلی بزرگ باشد $(\gamma \rightarrow 1)$ نقاط بالقوه‌ی

وسيله‌ی نقلیه‌ی سطح دوم، حداکثر یک بار انبار را ترک می‌کند. همچنین رابطه‌ی ۶ نیز تضمین می‌کند که هر وسیله‌ی نقلیه‌ی سطح اول، حداکثر یک بار کارخانه را ترک می‌کند. رابطه‌ی ۷ محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه‌ی سطح دوم را بیان می‌کند. محدودیت ۸ تضمین می‌کند، چنانچه وسیله‌ی نقلیه‌ی سطح اول k به انبار i خدمات ندهد، مقدار باری که وسیله‌ی نقلیه‌ی سطح اول k برای انبار i می‌آورد، صفر است. رابطه‌ی ۹ تضمین می‌کند مجموع باری که توسط وسایل نقلیه‌ی سطح یک به هر انبار میانی تحویل داده می‌شود، باید برابر با مجموع تقاضای مشتریان تخصیص‌یافته به آن انبار باشد. رابطه‌ی ۱۰ محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه‌ی سطح اول را بیان می‌کند. محدودیت ۱۱ تضمین می‌کند که هر مشتری دقیقاً به یک انبار تخصیص می‌یابد. با توجه به محدودیت ظرفیت انبارها، مجموع تقاضای مشتریان تخصیص‌یافته به آن انبار، باید از ظرفیت آن انبار کمتر باشد، این امر در محدودیت ۱۲ در نظر گرفته شده است. محدودیت ۱۳ به دو منظور استفاده می‌شود. اول اینکه تضمین می‌کند، زمانی که هیچ وسیله‌ی بین دو گره حرکت نمی‌کند، مقدار موجودی که بین این دو گره حمل می‌شود نیز برابر صفر است. دوم اینکه تضمین می‌کند مقدار موجودی که هر وسیله‌ی حمل می‌کند کوچک‌تر یا مساوی با ظرفیت آن وسیله است. محدودیت‌های ۱۴ و ۱۵ حفظ جریان موجودی و متعادل بودن جریان موجودی‌ها را برای خرده‌فروشی و انبارها تضمین می‌کنند. یو و همکاران^[۱۴] در تحقیق خود ثابت می‌کنند که محدودیت‌های ۱۳ و ۱۴ به همراه یکدیگر از به‌وجود آمدن زیرتور^۹ در مسئله جلوگیری می‌کنند. همچنین محدودیت‌های ۱۳ و ۱۵ نیز، به همراه یکدیگر از به‌وجود آمدن زیرتور در سطح اول جلوگیری می‌کنند. رابطه‌ی ۱۶ ارتباط میان تخصیص و مسیریابی در مدل را بیان می‌کند. محدودیت ۱۷ تضمین می‌کند مقدار موجودی که هر وسیله‌ی نقلیه‌ی سطح دوم هنگام خروج از یک انبار حمل می‌کند برابر مجموع تقاضای مشتریانی است که از این وسیله‌ی نقلیه خدمت دریافت می‌کنند. محدودیت ۱۸ همچنین تضمین می‌کند مقدار موجودی که هر وسیله‌ی نقلیه‌ی سطح اول هنگام خروج از کارخانه حمل می‌کند برابر مجموع تقاضای انبارهایی است که از این وسیله‌ی نقلیه خدمات می‌گیرند. محدودیت ۱۹ پیوسته‌بودن مختصات انبار i را نشان می‌دهد. رابطه‌ی ۲۰ غیرمنفی بودن مقادیر y_{ijk} و B_{ik} را بیان می‌کند و رابطه‌ی ۲۱ صفر و یک بودن متغیرهای تصمیم t_{ijk} و u_{ij} را نشان می‌دهد. از آنجایی که این برنامه‌ریزی ریاضی یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط است، بعید است که حتی برای مسئله‌ی با اندازه‌ی متوسط جواب بهینه یافت شود. بدین ترتیب برای حل این مسئله در بخش بعدی روش فراابتکاری ارائه می‌شود.

۳. چارچوب حل مسئله

الگوریتم پیشنهادی شامل سه مرحله است که این مراحل عبارت‌اند از:

۱. مرحله‌ی جواب اولیه: مسئله‌ی مکان‌یابی - تخصیص حل می‌شود تا تعداد انبارهای موردنیاز، مکان اولیه‌ی انبارها، و تخصیص اولیه‌ی مشتریان به انبارها مشخص شود. سپس مسیریابی در دو سطح توزیع انجام می‌گیرد.
۲. مرحله‌ی بهبود با روش ویزفلد^۱: بعد از به‌دست‌آوردن جواب اولیه در یک روش تکرارشونده با روش ویزفلد^[۱۵] مکان جدیدی برای انبارها به‌دست می‌آید و مرحله‌ی تخصیص و مسیریابی تکرار می‌شود؛ اگر هزینه کمتر از جواب قبلی بود با استفاده از تخصیص و مسیریابی جدید روش ویزفلد تکرار می‌شود، در غیر این صورت الگوریتم به مرحله‌ی بعد می‌رود.

جدید ادامه می‌یابد تا زمانی که هیچ بهبودی امکان‌پذیر نباشد. در صورت نقض محدودیت ظرفیت انبار، به دنبال تغییر ممکن بعدی، روند ادامه می‌یابد. در مرحله دوم بهبود مرحله‌ی تخصیص، اگر تعویض تخصیص دو مشتری به انبارهای متفاوت، در صورت رعایت محدودیت ظرفیت هر انبار، باعث بهبود هزینه شود، این فرایند با استفاده از تخصیص جدید ادامه می‌یابد. در صورت نقض محدودیت ظرفیت انبار، به دنبال تعویض دوتایی ممکن بعدی، روند ادامه می‌یابد.

۴.۳. مسیر یابی

برای هر یک از نقاط یافت‌شده در مرحله‌ی مکان‌یابی و مشتریان تخصیص‌یافته به این مکان‌ها، مسئله‌ی مسیر یابی وسیله‌ی نقلیه^{۱۴} با در نظر گرفتن انبارها به عنوان تسهیلات، حل شده است. برای این منظور از روش صرفه‌جویی اصلاح‌شده^{۱۵} که آلتنیل و انکن^{۱۸} ارائه کرده‌اند، استفاده می‌شود. فرمول صرفه‌جویی اصلاح‌شده در رابطه‌ی ۲۵ داده شده است.

$$S_{ij} = D(i, 0) + D(0, j) - \lambda D(i, j) + \mu |D(i, 0) - D(0, j)| + \nu \left(\frac{d_i + d_j}{d} \right) \quad (25)$$

$D(i, j)$ فاصله‌ی اقلیدسی بین مشتری i و j است ($i, j = 1, \dots, n; j \neq i$)؛ صفر نماینده‌ی انبار است که به یکی از n نقطه‌ی تولیدشده اشاره دارد؛ s_{ij} میزان صرفه‌جویی از به هم پیوستن مشتری i به مشتری j برای ایجاد مسیر به جای داشتن دو مسیر مجزا است ($i, j = 1, \dots, m; j \neq i$). (λ, μ, ν) نشان‌دهنده‌ی وزن مربوطه در ارتباط با هر یک از سه فاکتور مورد استفاده در رابطه‌ی ۲۵ است. \bar{d} میانگین تقاضاست. زمانی که $(\lambda, \mu, \nu) = (1, 0, 0)$ رابطه‌ی ۲۵ به روش صرفه‌جویی کلاسیک کلارک و رابرت^{۱۹} ساده می‌شود. در رابطه‌ی ۲۵ مشتریان بزرگی که با ترکیب شدن در یک مسیر منجر به صرفه‌جویی فاصله‌ی بیشتری بشوند، ابتدا انتخاب می‌شوند. جواب به دست آمده از مرحله‌ی مسیر یابی برای هر مسیر با استفاده از یک روش ابتکاری ترکیبی که شامل دو جست‌وجوی محلی است، پالایش می‌شود. سپس مسیرهای به دست آمده برای هر انبار با استفاده از یک روش ابتکاری ترکیبی پالایش می‌گردد. در جست‌وجوی محلی اول برای هر مسیر، از روشی که به swap شناخته شده، استفاده شده است. در این روش اگر تعویض مکان دو مشتری در مسیر باعث بهبود مسیر شود، انتخاب می‌شوند و این تغییر به گونه‌ی است که ساختار تور حفظ می‌شود. فرایند با استفاده از مسیر جدید تا زمانی که هیچ بهبودی امکان‌پذیر نباشد، ادامه می‌یابد. در جست‌وجوی محلی دوم برای هر مسیر، از روشی که به insertion شناخته شده است،^{۲۰} استفاده شده است. در این رویکرد، یک مشتری از موقعیت خود خارج می‌شود و در جای دیگر در همان مسیر قرار داده می‌شود، اگر این جابه‌جایی مشتری در هر مسیر باعث بهبود مسیر شود، انتخاب می‌شود و این فرایند با استفاده از مسیر جدید، ادامه می‌یابد. بعد از به دست آمدن مسیرهای هر انبار، به بهبود آن با استفاده از یک روش ابتکاری ترکیبی که آن هم شامل دو جست‌وجوی محلی است، پرداخته می‌شود. در جست‌وجوی محلی اول برای مسیرهای هر انبار از همان رویکرد insertion استفاده شده است. با این تفاوت که یک مشتری از موقعیت خود خارج می‌شود و در صورت رعایت محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه‌ی هر مسیر، این بار در جای دیگر در مسیر دیگر از همان انبار قرار داده می‌شود. در جست‌وجوی محلی دوم نیز از همان رویکرد swap استفاده شده است که در آن مکان دو مشتری در مسیرهای متفاوت جابه‌جا می‌شود.

زیادی ممکن است رد شوند. اگر نقطه‌ی تصادفی تولیدشده در مناطق محدود نقاط تولیدشده قبلی باشد، روند تولید نقطه‌ی تصادفی جدید ادامه می‌یابد تا اینکه در مناطق محدود قرار نداشته باشد. ولی اگر این مشکل بعد از چند تکرار رفع نشود، اندازه‌ی تمام دایره‌های ساخته شده ۱۰٪ کاهش داده می‌شود.^{۱۶} اگر اندازه‌ی دایره خیلی کوچک باشد ($\gamma \rightarrow 0$) هیچ تأثیری بر منطقه‌ی محدود ندارد و روند مانند یک جست‌وجوی تصادفی ساده رفتار می‌کند.

۲.۳. افزودن انبار

در عمل، تعیین تعداد تجهیزات یکی از عامل‌های مهمی است که معمولاً در سطح راهبردی تصمیم‌گیری می‌شود، زیرا به سرمایه‌ی عظیمی نیاز دارد. در این مطالعه، بعد از اجرای مرحله‌ی ابتدایی الگوریتم، که مرحله‌ی مکان‌یابی و تعیین تعداد انبارهاست، این مقدار تا انتهای الگوریتم ثابت می‌ماند و تغییری نمی‌کند. برای افزودن انبار از رویکرد لوئیس و همکارانش^{۱۷} کمک گرفته شده است. در این روش ساده، مسئله با شروع از n حل می‌شود و زمانی که مجموع هزینه شروع به بالا رفتن می‌کند متوقف خواهد شد. محاسبه‌ی این حد پایین در رابطه‌ی ۲۳ آورده شده است.

$$\underline{n} = \left\lceil \left(\sum_{j=1}^m d_j \right) / V \right\rceil \quad (23)$$

V میانگین ظرفیت انبارهاست. از آنجایی که در مسئله فرض شده است که هر مشتری دقیقاً به یک انبار تخصیص داده می‌شود، ممکن است که با \underline{n} تعداد انبار هم جواب ممکن به دست نیاید. در این صورت، حد پایین افزایش می‌یابد تا جواب ممکن حاصل شود. همچنین به دلیل استفاده از روش ابتکاری به جای استفاده از روش دقیق، ممکن است یک «کمینه‌ی نادرست» تولید شود. سعی شده است این مشکل تا حدودی با دو راه حل برطرف شود: در راه حل اول، جست‌وجو تنها در صورتی که در دو جست‌وجوی پی‌درپی کل هزینه بالا برود، متوقف و بهترین جواب از بین جواب‌ها انتخاب می‌شود. در راه حل دوم، روش ابتکاری به گونه‌ی طراحی شده است که جواب اولیه طی چندین تکرار و کمینه‌ترین هزینه انتخاب شود؛ بعید است که تمام اجراها در کمینه‌ی نادرست به دام بیفتند. تابع هزینه‌ی مسئله‌ی مکان‌یابی - تخصیص به شرح زیر است:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} u_{ij} C_{ijk} \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} + \sum_{i \in I} O_i R_i \quad (24)$$

۳.۳. تخصیص

در این مرحله از حل مسئله، ابتدا مشتری با وزن (تقاضا) بیشتر انتخاب می‌شود و سپس به نزدیک‌ترین انبار با رعایت محدودیت ظرفیت، تخصیص داده می‌شود. در صورتی که محدودیت ظرفیت انبار نقض شد، مشتری به نزدیک‌ترین انبار بعدی تخصیص داده می‌شود. سپس جواب به دست آمده از مرحله‌ی تخصیص با استفاده از یک روش ابتکاری ترکیبی که شامل دو جست‌وجوی محلی است، پالایش می‌شود. در مرحله‌ی اول، هر مشتری تخصیص‌یافته به هر انبار از آن انبار گرفته می‌شود و در صورت رعایت محدودیت ظرفیت هر انبار، به انبار دیگری تخصیص داده می‌شود. اگر این تغییر در تخصیص مشتریان به انبارها با توجه به تابع هزینه‌ی مکان‌یابی، باعث بهبود هزینه شود، این فرایند با استفاده از تخصیص

۵.۳. مرحله‌ی بهبود با روش ویزفلد

در الگوریتم ارائه شده، از روش ویزفلد استفاده شده است. این روش با تعدادی نقاط ثابت داده شده، با کمینه کردن مجموع فواصل وزنی (اقلیدسی) مکانی می‌یابد. در تجزیه و تحلیل مکانی، این نقطه نشان دهنده‌ی انبار و نقاط ثابت، مشتریان هستند. این روش از یک روش تکرارشونده استفاده می‌کند که از مکان یک انبار داده شده شروع و به سمت بهینه حرکت می‌کند. با استفاده از رابطه‌ی ۲۶ در هر تکرار می‌توان مختصات جدیدی از انبار را با استفاده از مختصات به دست آمده در مرحله‌ی قبل محاسبه کرد.

$$x = \frac{\sum_{j \in J} (w_j x_j / D_j)}{\sum_{i \in J} (w_i / D_i)},$$

$$y = \frac{\sum_{j \in J} (w_j y_j / D_j)}{\sum_{i \in J} (w_i / D_i)} \quad (26)$$

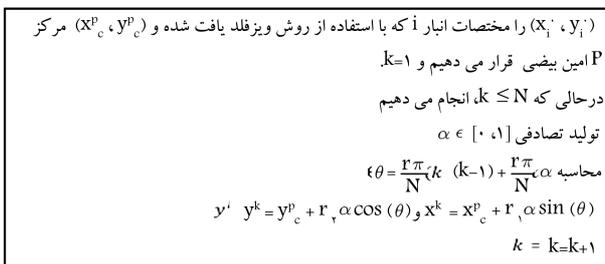
بدین ترتیب این روش هر بار، مختصات جدیدی برای انبار در نظر می‌گیرد که D_i فاصله‌ی انبار تا مشتری i است، w_i وزن مشتری i است که در اینجا وزن مشتریان همان مقادیر تقاضای آن‌ها (d_i) در نظر گرفته شده است. به طور کلی، این یک فرایند کارآمد است، اما اگر در تکراری، انباری روی مکان مشتری بیفتد، D_i صفر می‌شود و الگوریتم شکست می‌خورد. اشکال دیگر این روش همگرایی آهسته است. همان طور که گفته شد، مرحله‌ی یافتن جواب اولیه چندین بار تکرار می‌شود و بهترین تابع هزینه به عنوان جواب اولیه‌ی مسئله انتخاب می‌شود. پس از یافتن جواب اولیه از میان چندین تکرار، مکان انبارهای بهترین جواب به عنوان ورودی روش ویزفلد در نظر گرفته شده است. در این مرحله با استفاده از روش ویزفلد و با ترکیب اطلاعات مرحله‌ی مسیریابی مکان بهتری (اگر وجود داشته باشد) یافت می‌شود. برای هر مجموعه از انبار و مشتریان تخصیص یافته به آن و با در نظر گرفتن کارخانه به عنوان یکی از مشتریان و میزان موجودی در یاقی انبار از کارخانه به عنوان وزن آن، در هر تکرار با استفاده از روش تکرارشونده ویزفلد مکان جدیدی برای هر انبار یافت می‌شود. این روش در هر تکرار با استفاده از رابطه‌ی ۲۶ تا زمانی که مختصات انبار همگرا شود ادامه می‌یابد. پس از همگرا شدن مختصات تمام انبارها، مکان‌های جدید برای انبارها وجود دارد که با استفاده از این نقاط جدید مرحله‌ی تخصیص و مسیریابی سطح اول و دوم انجام می‌گیرد. اگر مجموع کل هزینه‌ها بهبود یافت، مکان‌های جدید پذیرفته می‌شوند و این روش با مکان‌ها و تخصیص جدید تکرار می‌شود، در غیر این صورت متوقف می‌شود. برای جلوگیری از شکست روش ویزفلد، در صورت صفر شدن مخرج کسر یک مقدار کوچک، طوری که تأثیری در جواب نداشته باشد، به مخرج کسر اضافه می‌شود.

۶.۳. مرحله‌ی تنوع بخشی و تشدید

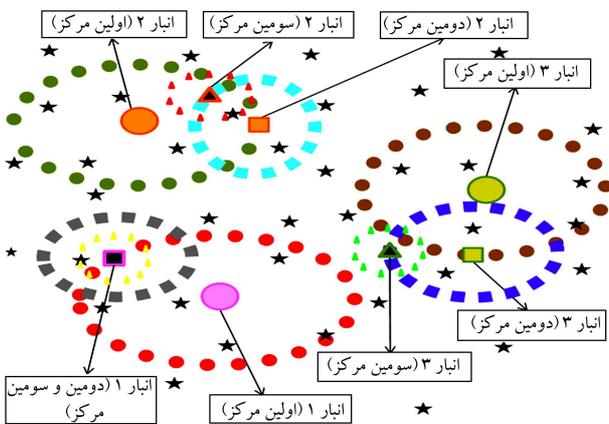
در این بخش با کمک گرفتن از مرحله‌ی بذرباشی^{۱۶، ۱۵} مرحله‌ی تنوع بخشی و تشدید جست‌وجو در یک روند تکرارشونده اجرا می‌شود. هنگامی که مکان جدید انبارها پس از استفاده از روش ویزفلد تعیین شد، ابتدا در همسایگی‌های نسبتاً دور هر یک از این نقاط کاوش می‌شود تا اینکه با ترکیب اطلاعات مرحله‌ی مسیریابی اگر مکان بهتری وجود داشته باشد، پیدا شود. در این روش بیضی به عنوان یک شکل مناسب هندسی انتخاب شده تا با همسایگی یک نقطه بر اساس پراکندگی مشتریانش ارتباط برقرار کند. این انتخاب به دلیل انعطاف پذیری آن در هر دو جهت افقی و عمودی است. برای رسیدن به این هدف یک بیضی با مرکز مکان یافت شده برای هر یک از انبارها با استفاده از روش ویزفلد و شعاع افقی r_1 و شعاع عمودی r_2 ایجاد می‌شود. در این تحقیق σ_x و σ_y به ترتیب به عنوان انحراف

استاندارد مختصات x و y مکان مشتریان و کارخانه، و شعاع افقی بیضی اولیه σ_x/n ، و شعاع عمودی آن σ_y/n قرار داده شده‌اند. یک راه ساده و کارآمد این است که درون بیضی اتخاذ شده جست‌وجو شود. این کار با تولید تصادفی N نقطه در درون بیضی انجام می‌شود. در هر تکرار، یک عدد تصادفی یکنواخت $\alpha \in [0, 1]$ انتخاب می‌شود و مختصات (x^k, y^k) از k امین مکان تصادفی $(k = 1, \dots, N)$ تولید می‌شود. مختصات (x_c^p, y_c^p) مرکز p امین بیضی است. در حقیقت برای کنترل تولید نقاط، بیضی به N بخش مختلف تقسیم و سپس در هر بخش به طور تصادفی یک مکان ایجاد می‌شود. این فرایند در شکل ۱ آمده است.

توجه داشته باشید که تعداد نقاط تولید شده در هر تکرار با استفاده از $[N/\alpha]$ ، به روز می‌شود. بعد از یافتن N نقطه در درون بیضی برای هر انبار، مرحله‌ی تخصیص، مسیریابی سطح دوم و سطح اول به ازای هر نقطه‌ی جدید انجام و در نهایت مقدار تابع هدف محاسبه می‌شود و هر کدام از مکان‌ها منجر به جواب بهتری شدند انتخاب می‌شود و الگوریتم با در نظر گرفتن جواب جدید، برای انبار بعدی تکرار می‌شود تا زمانی که برای تمام انبارها این فرایند انجام شود. برای تشدید جواب در تکرارهای بعدی شعاع بیضی‌ها کوچک تر و تعداد نقاط تولید شده روی آن به روز می‌شود. بدین ترتیب با چندین تکرار این مرحله، همسایگی‌های نزدیک تری از جواب فعلی برای به دست آوردن جواب بهتر، جست‌وجو می‌شود. تا زمانی که در دو تکرار متوالی بهبود قابل قبولی در مقدار مجموع هزینه‌ها ایجاد شود، این مرحله با به روز رسانی مقادیر N ، r_1 و r_2 تکرار می‌شود. در غیر این صورت، الگوریتم متوقف می‌شود. به منظور نشان دادن این روند، عامل تصادفی حذف شده است، به طوری که انبارها در مرز بیضی واقع شوند و بتوان راحت تر در شکل این روند را به نمایش گذاشت. در شکل ۲ نقاط تولید شده برای مکان هر یک از انبارها به روش ویزفلد، با شکل



شکل ۱. روند تولید مکان N انبار بالقوه در درون بیضی.



شکل ۲. روند کار الگوریتم مرحله‌ی تنوع بخشی و تشدید.

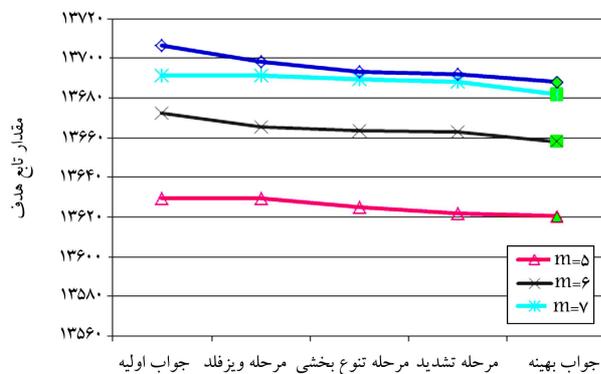
است. هر نمونه مسئله‌ی الگوریتم ۱۰ بار تکرار شد و بهترین میانگین و بدترین جواب، زمان اجرای هر یک، و درصد انحراف از جواب گمز ثبت شد. جدول ۱ نتایج این مقایسه را نشان می‌دهد. ستون اول تعداد مشتریان مسئله را نشان می‌دهد. ستون‌های ۲ و ۳ مربوط به اجرای گمز است. ستون‌های بعدی نتایج اجرای الگوریتم پیشنهادی است. سطر آخر نیز میانگین درصد انحرافات را نمایش می‌دهد. از نتایج مشاهده می‌شود که به‌طور میانگین جواب‌های الگوریتم در هر سه حالت بهترین، میانگین، و بدترین بهتر از جواب‌های به‌دست‌آمده از نرم‌افزار گمز است.

۲.۴. بررسی مراحل مختلف الگوریتم پیشنهادی

در این بخش عملکرد الگوریتم پیشنهادی در مراحل مختلف آن بررسی می‌شود. برای انجام این کار هر مسئله سه مرتبه اجرا و میانگین آن‌ها ثبت شد. ابتدا مسائل با اندازه‌ی کوچک که جواب بهینه‌ی آن‌ها از طریق نرم‌افزار گمز یافته‌شده است، بررسی می‌شود. از آنجایی‌که تعداد انبارها در ابتدای الگوریتم محاسبه می‌شود و تا انتهای الگوریتم ثابت است، در محاسبه‌ی میزان درصد بهبود، هزینه‌ی ثابت انبار از هزینه‌ها کسر شد (رابطه‌ی ۲۷).

$$\text{درصد بهبود} = \frac{Z - Z_{best}}{Z - (n * O)} * 100 \quad (27)$$

درصد انحراف جواب اولیه نسبت به جواب بهینه به‌طور میانگین ۰٫۷٪ است. در مرحله‌ی ویزفلد میانگین انحرافات به ۰٫۵٪ درصد کاهش می‌یابد. در مرحله‌ی تنوع‌بخشی میانگین انحرافات تنها ۰٫۳٪ درصد است که در پایان الگوریتم به ۰٫۲٪ درصد کاهش می‌یابد. این حرکت الگوریتم به سمت جواب بهینه در بخش‌های مختلف الگوریتم پیشنهادی برای ۴ مثال با اندازه‌ی کوچک در شکل ۳ نشان داده شده است. همین بررسی روی چندین مثال با اندازه‌ی متوسط و بزرگ انجام داده شد. نتایج این بررسی‌ها در جدول ۲ آمده است. ستون دوم تعداد انبارها را، که خروجی الگوریتم است، نشان می‌دهد. از نتایج به‌دست‌آمده مشاهده می‌شود که استفاده از روش ویزفلد به‌طور میانگین در این نمونه مسائل باعث ۲٫۸۳٪ درصد بهبود جواب اولیه می‌شود. کاوش در همسایگی‌های نسبتاً دور نقاط حاصل از روش ویزفلد نیز به‌طور میانگین باعث ۱٫۸۹٪ درصد بهبود می‌شود. همچنین کاوش در همسایگی نزدیک نقاط حاصل از مرحله‌ی تنوع‌بخشی به‌طور میانگین باعث ۱٫۲۹٪ درصد بهبود می‌شود.



شکل ۳. روند حرکت الگوریتم پیشنهادی در مراحل مختلف به سمت جواب بهینه.

دایره‌ی بزرگ نشان داده شده‌اند؛ اطراف هر یک از این مکان‌ها به‌عنوان مرکز، بیضی اولیه تولید شده است. انبار اول در نظر گرفته می‌شود، سپس N نقطه روی مرز بیضی اطراف آن تولید می‌شود. با اجرای مرحله‌ی تخصیص و مسیریابی به‌ازای هر یک از N نقطه و مکان سایر انبارها، بهترین مکان از میان مرکز اولین بیضی و N نقطه‌ی تولیدشده برای هر انبار، انتخاب می‌شود. سپس بهترین مکان به‌عنوان مرکز بیضی بعدی انتخاب می‌شود. پس از اجرای تکرار اول برای تمام انبارها و به‌روزرسانی پارامترها، در تکرار دوم بهترین مکان از میان مرکز بیضی جدید و $[N]$ مکان جدید تولیدشده، انتخاب می‌شود و به‌عنوان مرکز بیضی بعدی تعیین می‌شود و مجدداً این روند برای تمام انبارها تکرار می‌شود. این روند آن‌قدر ادامه می‌یابد که نتوان جواب بهتری در همسایگی بیضی‌ها پیدا کرد. بدین ترتیب مرکز بیضی‌های نهایی، مکان نهایی انبارها هستند و نقاط ستاره در شکل ۲ نیز مکان مشتریان را نشان می‌دهند. در مکان نهایی انبارها پس از سه تکرار اشکال هندسی توپر مشکی نشان داده شده است.

۴. نتایج محاسباتی

در این بخش از مطالعه، به بررسی آزمایش‌های عددی با اجرای الگوریتم روی مسائل نمونه پرداخته می‌شود. در دسته مثال اول پارامترهای ورودی مسئله به شرح زیر است. ظرفیت انبارها ۱۴۰ واحد، وسایل نقلیه‌ی سطح اول ۲۵۰ واحد، وسایل نقلیه‌ی سطح دوم ۷۰ واحد، هزینه‌ی هر انبار ۱۰۰۰۰ واحد، هزینه‌ی استفاده از هر وسیله‌ی نقلیه‌ی سطح اول ۱۵۰۰ واحد، وسیله‌ی نقلیه‌ی سطح دوم ۱۰۰۰ واحد، و هزینه‌ی حمل‌ونقل به‌ازای یک واحد جابه‌جایی ۱ در نظر گرفته می‌شود.

الگوریتم پیشنهادی این پژوهش در ویژوال استودیو نسخه‌ی ۲۰۱۲ با زبان برنامه‌نویسی سی شارپ کد شد و روی کامپیوتر شخصی با پردازشگر GHz GHz @ Intel (R) Core (TM) Duo CPU P8 و حافظه‌ی دسترسی تصادفی ۱۷ گیگابایت ۱۸ اجرا شد. مقادیر پارامترهای الگوریتم ارائه‌شده به شرح زیر تعیین شده است. تعداد تکرار مرحله‌ی جواب اولیه طی نتایج اولیه‌ی الگوریتم برای مسائل با اندازه‌ی کوچک و متوسط ۱۰ و برای مسائل با اندازه‌های بزرگ ($n \geq 100$) ۵ قرار داده شده است. پارامترهای t و l بر اساس تحلیل حساسیت انجام‌شده به ترتیب ۰٫۶ و ۰٫۵ قرار داده شده است. مقدار اولی N نیز بر اساس آزمایش‌های اولیه برای مسائل کوچک و متوسط ۳۰ و برای مسائل بزرگ ($n \geq 100$) ۱۰ قرار داده شده است. مقادیر (r_1, r_2) ، یعنی شعاع افقی و عمودی بیضی اول برابر $(\sigma_x/n, \sigma_y/n)$ در نظر گرفته شده است. پارامترهای (λ, μ, ν) در رابطه‌ی ۲۵ بر اساس پیشنهادهای آلتینل و انکن (۲۰۰۵)^[۱۸] برابر $(۱/۴, ۰/۹, ۰/۳)$ قرار داده شده است. در ادامه نتایج محاسباتی الگوریتم پیشنهادی آورده شده است.

۱.۴. بررسی الگوریتم در مقایسه با جواب گمز

در این بخش نتایج الگوریتم پیشنهادی با نتایج اجرای آن در نرم‌افزار گمز^{۱۹} مقایسه می‌شود. برای این کار از نرم‌افزار گمز نسخه‌ی ۲۴، ۱، ۲ و حل‌کننده‌ی COUENNE استفاده شده است. با توجه به اینکه مدل برنامه‌ریزی ریاضی مسئله یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط است، برای مسائل با اندازه‌ی متوسط و بزرگ به‌دست‌آوردن جواب بهینه در زمان معقول غیرممکن است.^[۲] از این رو در این بخش به بررسی مسائل با اندازه‌ی کوچک پرداخته شده

جدول ۱. نتایج مقایسه‌ی الگوریتم پیشنهادی با نتایج نرم‌افزار گمز در مسائل کوچک.

تعداد مشتریان	گمز		بهترین		میانگین		بدترین	
	جواب	زمان	انحراف (%)	زمان (ثانیه)	جواب	زمان (ثانیه)	انحراف (%)	زمان (ثانیه)
۴	۱۲۶۰۸,۸۸	۲,۲۶۷ ثانیه	۰,۰۰	۰,۰۹۶	۱۲۶۰۹,۴۵	۰,۱۲۱	۰,۰۰	۰,۱۲۴
۶	۱۳۶۵۸,۱۷	۳۷۴,۸۰۴ ثانیه	۰,۰۲	۰,۱۹۹	۱۳۶۶۳,۴۸	۰,۱۸۷	۰,۰۴	۰,۱۶۸
۸	۱۳۶۸۸,۰۵	۵۷۸۳,۴۶۱ ثانیه	۰,۰۳	۰,۲۴۸	۱۳۶۹۳,۴۵	۰,۲۴۶	۰,۰۴	۰,۲۴۶
۱۰	۲۴۷۲۶,۷۶	۳ ساعت	-۰,۰۳	۰,۶۴۱	۲۴۷۱۹,۵۴	۰,۵۰۸	۰,۰۱	۰,۴۶۴
۱۳	۲۵۸۰۱,۳۷	۳ ساعت	-۳,۹۴	۱,۰۳۰	۲۵۴۶۱,۴۵	۰,۸۳۹	-۱,۳۲	۰,۷۹۰
۱۵	۲۵۸۴۶,۱۱	۳ ساعت	-۰,۳۰	۰,۹۷۹	۲۵۸۰۶,۷۳	۱,۲۱۹	-۰,۱۵	۰,۹۱۸
۱۷	۲۷۴۱۱,۴۱	۳ ساعت	-۰,۲۵	۱,۲۷۵	۲۷۳۷۵,۶۴	۱,۲۷	-۰,۱۳	۰,۸۸۷
۲۰	۳۸۵۳۱,۲۲	۵ ساعت	-۰,۴۸	۲,۷۶۰	۳۸۳۹۶,۹۴	۳,۰۶۳	-۰,۳۵	۳,۱۲۴
	میانگین انحراف (%)		-۰,۲۵			-۰,۶۲		-۰,۰۱

جدول ۲. نتایج بررسی مراحل مختلف الگوریتم در اندازه‌های متوسط و بزرگ.

تعداد مشتریان	تعداد انبارها	جواب اولیه		مرحله‌ی ویرزفلد		مرحله‌ی تنوع‌بخشی		مرحله‌ی تشدید	
		جواب	زمان (ثانیه)	جواب	زمان (ثانیه)	جواب	زمان (ثانیه)	جواب	زمان (ثانیه)
۱۰	۲	۲۴۷۵۹,۲۴	۰,۰۹۶	۲۴۷۳۲,۲۲	۰,۰۳	۲۴۷۲۷,۸۹	۰,۰۹	۲۴۷۲۵,۷۸	۰,۴۸۴
۳۰	۴	۵۳۲۷۰,۸۳	۰,۶۷۰	۵۲۸۸۷,۰۳	۰,۷۱۷	۵۲۸۸۴,۲۹	۰,۴	۵۲۵۴۲,۷۱	۸,۲۶۴
۵۰	۶	۹۱۴۵۷,۶۹	۳,۴۴۲	۹۱۱۰۲,۵۰	۳,۵۸۰	۹۱۰۹۱,۹۹	۰,۷	۹۰۹۹۲,۰۷	۵۴,۲۲۵
۷۰	۹	۱۲۷۴۴۲,۳۷	۸,۴۱۰	۱۲۶۶۸۸,۰۶	۹,۱۶۸	۱۲۵۳۴۹,۸۸	۳,۹۰	۱۲۵۳۴۳,۱۸	۱۸۰,۴۴۳
۱۰۰	۱۲	۱۷۱۹۸۰,۴۸	۱۵,۲۴۵	۱۷۰۵۷۲,۹۱	۱۶,۸۷۴	۱۷۰۵۲۴,۰۳	۱,۰	۱۶۹۸۴۲,۵۴	۲۶۱,۹۵۷
۱۲۰	۱۵	۲۱۳۷۰۳,۹۹	۲۴,۸۸۲	۲۰۹۷۸۶,۱۱	۲۳,۳۸۷	۲۰۶۷۲۶,۰۹	۴,۴۵	۲۰۶۳۷۳,۱۱	۸۵۳,۸۶۷
۱۸۰	۲۱	۳۰۷۵۱۹,۹۱	۷۵,۷۷۴	۳۰۶۳۲۹,۰۷	۷۸,۴۲۸	۳۰۳۶۷۷,۸۸	۲,۸۳	۳۰۳۳۱۴,۸۵	۳۵۵۷,۵۲۵
۲۵۰	۳۰	۴۳۶۹۴۵,۳۵	۸۳,۲۸۵	۴۳۰۶۲۴,۴۴	۸۶,۰۸۰	۴۲۸۸۸۳,۹۵	۱,۳۴	۴۲۸۸۶۶,۳۶	۴۴۸۲,۹۸۵
۳۵۰	۴۲	۶۱۵۲۹۹,۶۸	۲۶۹,۰۳۶	۶۱۳۲۷۹,۶۹	۳۰۲,۷۴۸	۶۱۳۲۱۲,۲۴	۰,۳	۶۱۲۳۴۴,۶۱	۱۶۴۲۸,۵۰۸
		میانگین درصد بهبود		۲,۸۳		۱,۸۹		۱,۲۹	

گفت که افزایش t منجر به تنوع‌بخشی بیشتر جست‌وجو در فضای جواب می‌شود و احتمال افزایش زمان محاسباتی نیز وجود دارد. با توجه به نتایج در $t = 0,3$ امکان به‌دام‌افتادن در بهینه‌ی محلی نیز وجود دارد. مثلاً نتایج مسئله با ۱۵ مشتری به‌نظر می‌آید که در مقدار $t = 0,3$ و تمام مقادیر l در بهینه‌ی محلی به دام افتاده است. افزایش l نیز به دلیل جست‌وجوی بیشتر امکان افزایش زمان را دربر دارد. با شمارش جواب بهینه یا بهترین جواب در هر ترکیب t و l و محاسبه میانگین درصد انحراف از جواب بهینه یا بهترین جواب نتیجه می‌شود که ترکیب $t = 0,5$ و $l = 0,6$ جواب‌های خوبی بدون صرف زمان محاسباتی بالا می‌دهد.

۴.۴. تحلیل تعداد انبار

با توجه به این‌که در الگوریتم پیشنهادی تعداد انبارها در ابتدای الگوریتم محاسبه می‌شود، این مسئله مطرح می‌شود که شاید با تعداد انبار دیگری به جواب بهتری

۳.۴. تأثیر پارامترهای t و l

در این بخش از پژوهش تأثیر پارامترهای t و l در الگوریتم بررسی خواهد شد. برای انجام این بررسی ۹ مثال با اندازه‌های کوچک و متوسط از دسته مسائل سری اول تحلیل شده است. در اینجا پارامتر t از $0,3$ تا $0,7$ با افزایش $0,2$ ، و پارامتر l از $0,2$ تا $1,4$ با افزایش $0,4$ ، و مقدار اولیه‌ی نقاط جست‌وجو $N = 30$ قرار داده شده‌اند. در این بخش هر ترکیب t و l سه بار اجرا و بهترین جواب از این سه تکرار ثبت شد. ستون دوم برای ۶ مثال اول جواب بهینه‌ی به‌دست آمده از گمز است و برای ۳ مثال بعدی بهترین جوابی است که در تکرارهای این جدول به آنها رسیدیم. سطر آخر میانگین درصد انحراف از جواب بهینه یا بهترین جواب را در هر ترکیب (t, l) نشان می‌دهد و سطر قبل آخر تعداد دفعاتی است که آن ترکیب (t, l) جواب بهینه یا بهترین جواب در اجراهای جدول ۳ هستند. نتایج این بخش از تحلیل حساسیت در جدول ۳ نشان داده شده است. با توجه به نتایج می‌توان

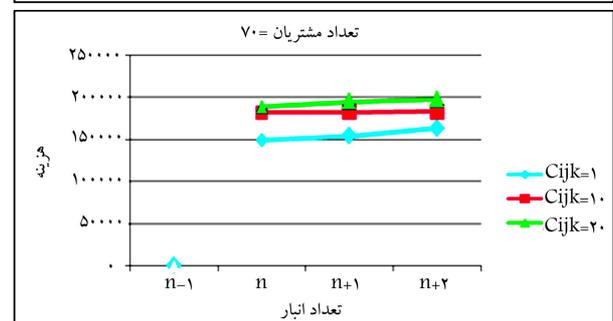
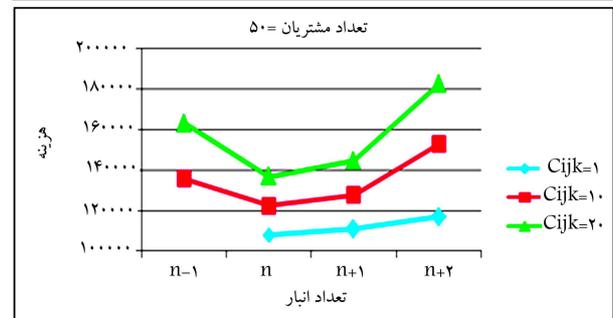
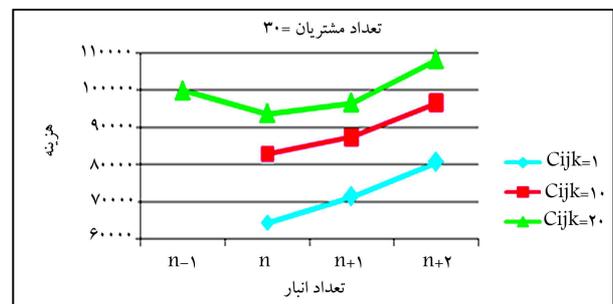
جدول ۳. نتایج تحلیل حساسیت پارامترهای t و l .

۰/۷				۰/۵				۰/۳				t
۱/۴	۱	۰/۶	۰/۲	۱/۴	۱	۰/۶	۰/۲	۱/۴	۱	۰/۶	۰/۲	l
۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۳
۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۱۲۶۰۹	۴
۱۳۶۲۲	۱۳۶۲۳	۱۳۶۲۱	۱۳۶۲۰	۱۳۶۲۷	۱۳۶۲۱	۱۳۶۲۱	۱۳۶۲۲	۱۳۶۲۱	۱۳۶۲۳	۱۳۶۲۲	۱۳۶۲۱	۵
۱۳۶۶۱	۱۳۶۶۱	۱۳۶۶۳	۱۳۶۶۱	۱۳۶۶۱	۱۳۶۶۳	۱۳۶۶۱	۱۳۶۶۳	۱۳۶۶۳	۱۳۶۶۲	۱۳۶۶۲	۱۳۶۶۱	۶
۱۳۶۸۷	۱۳۶۸۶	۱۳۶۸۷	۱۳۶۸۷	۱۳۶۸۴	۱۳۶۸۷	۱۳۶۸۷	۱۳۶۸۷	۱۳۶۸۷	۱۳۶۸۶	۱۳۶۸۷	۱۳۶۸۷	۷
۱۳۶۹۲	۱۳۶۹۲	۱۳۶۹۳	۱۳۶۹۸	۱۳۶۹۳	۱۳۶۹۲	۱۳۶۹۲	۱۳۶۹۲	۱۳۶۹۲	۱۳۶۹۳	۱۳۶۹۳	۱۳۶۹۲	۸
۲۵۷۸۲	۲۵۷۵۲	۲۵۷۹۵	۲۵۷۹۵	۲۵۷۷۶	۲۵۷۶۷	۲۵۷۵۱	۲۵۷۶۶	۲۵۷۹۴	۲۵۷۹۵	۲۵۷۹۵	۲۵۷۹۳	۱۵
۳۸۳۶۲	۳۸۳۴۸	۳۸۳۵۴	۳۸۳۵۹	۳۸۴۰۷	۳۸۳۵۲	۳۸۳۵۶	۳۸۳۵۰	۳۸۳۶۵	۳۸۴۵۶	۳۸۳۹۰	۳۸۳۴۹	۲۰
۶۷۸۷۶	۶۷۸۹۷	۶۷۷۵۷	۶۷۹۲۱	۶۷۷۷۶	۶۷۷۷۰	۶۶۷۸۳	۶۷۸۱۷	۶۶۸۷۰	۶۷۹۴۱	۶۶۷۶۴	۶۷۸۰۵	۴۰
												تعداد بهینه / بهترین
												میانگین انحراف (%)
۰/۰۰۰۲۱	۰/۰۰۰۲۰	۰/۰۰۰۲۰	۰/۰۰۰۲۳	۰/۰۰۰۲۱	۰/۰۰۰۱۹	۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۰۰۲۰	۰/۰۰۰۰۵	۰/۰۰۰۲۶	۰/۰۰۰۰۴	۰/۰۰۰۲۰	

مشتریان پراکنندگی بیشتری دارند، بدین ترتیب فواصل بین آن‌ها بیشتر است و این خود موجب افزایش هزینه‌ی مسیریابی می‌شود. در این بخش هزینه‌ی حمل‌ونقل به ازای واحد جابه‌جایی ۱، ۱۰ و ۲۰ قرار داده شده است و هزینه‌ی ثابت استفاده از انبار نیز به ۷۵۰۰ واحد کاهش داده شده است. هدف بررسی این است که مشخص شود با افزایش هزینه‌ی مسیریابی و افزایش یا کاهش تعداد انبار نسبت به تعداد پیشنهادی الگوریتم، آیا مجموع کل هزینه‌ها کاهش می‌یابد یا خیر. سایر پارامترهای ورودی مسئله همانند دسته مثال سری اول هستند. برای این بررسی مثال‌هایی با تعداد مشتریان ۳، ۵ و ۷ در هر ترکیب ۱۰ بار اجرا و بهترین جواب ثبت شد. نتایج این بخش در شکل ۴ آمده است. نتایج نشان می‌دهد که در تعداد انباری که الگوریتم طی ۱۰ بار تکرار در بهترین جواب پیشنهاد می‌دهد، مقدار تابع هدف بهتری نسبت به بهترین مقدار تابع هدف سایر مقادیر تعداد انبار در ۱۰ بار تکرار است.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آتی

یکپارچه‌کردن تصمیمات در زنجیره‌ی تأمین باعث کاهش هزینه‌ها و افزایش سطح خدمت‌رسانی به مشتریان در تمام سطوح می‌شود. در این پژوهش به بررسی بعد عملیاتی این راهبرد در قالب یک مسئله‌ی مکان‌یابی، مسیریابی، و موجودی پرداخته شده است. در این مطالعه الگوریتمی ارائه شد که با بهبود در سه مرحله به سمت جواب بهینه حرکت می‌کند. می‌توان با افزودن فرضیات جدید به مسئله آن را به دنیای واقعی نزدیک‌تر کرد و با ارائه‌ی الگوریتم قوی‌تر به جواب بهتری رسید. یکی از مهم‌ترین اهداف زنجیره‌ی تأمین یکپارچه‌کردن تصمیمات و کاهش هزینه‌هاست؛ بنابراین، پرداختن به مسائلی که هر چه بیشتر به یکپارچه‌سازی تصمیمات در زنجیره‌ی تأمین منجر می‌شوند، می‌توانند موضوعات مناسبی برای ادامه‌ی تحقیقات باشند. برخی از موضوعات عبارت‌اند از: در نظر گرفتن محدودیت تولید، افزودن پارامتر زمان در مدل، در نظر گرفتن شبکه‌ی توزیع چند محصولی، تعیین سیستم سفارش‌دهی، در نظر گرفتن پنجره‌ی زمانی، و بررسی مدل در حالت چند دوره‌یی.



شکل ۴. نتایج بهترین مقادیر تابع هدف در تعداد انبار متفاوت با اجرای الگوریتم. رسید. برای بررسی این مسئله دسته مثال سری دوم تولید شد. در این مثال‌ها

پانوشتها

1. supply chain management
2. neural network algorithm
3. self-organizing map
4. sequential approaches
5. savings procedure
6. diversification
7. intensify
8. mixed integer non-linear problem
9. subtour
10. Weiszfeld
11. intensification
12. continuous location-allocation problem
13. region-rejection
14. vehicle routing problem
15. modified saving
16. spawning
17. RAM
18. GB
19. GAMS

منابع (References)

1. Shen, Z.J.M. and Qi, L. "Incorporating inventory and routing costs in strategic location models", *European Journal of Operational Research*, **179**, pp. 372-389 (2007).
2. Schwardt, M. and Dethloff, J. "Solving a continuous location-routing problem by use of a self-organizing map", *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, **35**, pp. 390-408 (2005).
3. Schwardt, M. and Fischer, F. "Combined location-routing problems – a neural network approach", *Annals of Operations Research*, **167**, pp. 253-269 (2009).
4. Salhi, S. and Nagy, G. "Local improvement in planar facility location using vehicle routing", *Annals of Operations Research*, **167**, pp. 287-296 (2009).
5. Manzour-al-Ajdad, S.M.H., Torabi, S.A. and Salhi, S. "A hierarchical algorithm for the planar single-facility location routing problem", *Computers & Operations Research*, **39**, pp. 461-470 (2012).
6. Ma, H. and Davidrajuh, R. "An iterative approach for distribution chain design in agile virtual environment", *Industrial Management & Data Systems*, **105**(6), pp. 815-834 (2005).
7. Ahmadi Javid, A. and Azad, N. "Incorporating locatiuon, routing and inventory decision in supply chain network design", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **46**(5), pp. 582-597 (2010).
8. Guerrero, W.J., Prodhon, C., Velasco, N. and Amaya, C.A. "Hybrid heuristic for the inventory location-routing problem with deterministic demand", *International Journal of Production Economics*, **146**, pp. 359-370 (2013).
9. Liu, S.C. and Lee, S.B. "A two-phase heuristic method for the multi-depot location routing problem taking inventory control decisions into consideration", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **22**(11-12), pp. 941-950 (2003).
10. Liu, S.C. and Lee, S.B. "A heuristic method for the combined location routing and inventory problem", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **26**(4), pp. 372-381 (2005).
11. Zhang, B., Ma, Z. and Jiang, S. "Location-routing-inventory problem with stochastic demand in logistics distribution systems V", in *4th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing* (2008).
12. Sajjadi, S.R. and Cheraghi, S.H. "Multi-products location-routing problem integrated with inventory under stochastic demand", *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, **7**(4), pp. 454-476 (2011).
13. Ahmadi-Javid, A. and Seddighi, A.H. "A location-routing-inventory model for designing multisource distribution networks", *Engineering Optimization*, **44**(6), pp. 637-656 (2012).
14. Yu, Y., Chen, H. and Chu, F. "A new model and hybrid approach for large scale inventory routing problems", *European Journal of Operational Research*, **189**(3), pp. 1022-1040 (2008).
15. Weiszfeld, E. "Sur le point pour lequel la somme des distances de n points donnés est minimum", *Tohoku Mathematical Journal*, **43**, pp. 355-386 (1937).
16. Luis, M., Salhi, S. and Nagy, G. "Region-rejection based heuristics for the capacitated multi-source Weber problem", *Computers & Operations Research*, **36**, pp. 2007-2017 (2009).
17. Luis, M. Salhi, S. and Nagy, G. "A constructive method and a guided hybrid GRASP for the capacitated CMulti-source weber problem in the presence of fixed cost", *Algorithms & Computational Technology*, **9**(2), pp. 215-232 (2014).
18. Altinel, I.K. and Öncan, T. "A new enhancement of the Clarke and Wright savings heuristic for the capacitated vehicle routing problem", *Journal of the Operational Research Society*, **56**(8), pp. 954-961 (2005).
19. Clarke, G. and Wright, J.W. "Scheduling of vehicles from a central depor to a number of delivery points", *Operations Research*, **12**(4), pp. 568-581 (1964).