مهندسی صنایع و مدیریت شریف (زمستان ۱۳۹۶)
دوره‌ی ۱-۳۳، شماره‌ی ۲/۲، ص. ۱۱۷-۱۲۶

Original Article

زمان‌بندی حرکت قطارها در شبکه‌ی مترو با استفاده از روش بهینه‌سازی استوار از طریق شبیه‌سازی

سمیرا مقدم* (دانشجوی دکتری)
هاشم محلوجی (استاد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

در این مقاله یک روش جدید برای حل مسئله‌ی بهینه‌سازی استوار زمان‌بندی قطارها در مترو بر مبنای شبیه‌سازی ارائه شده است. هدف یافتن سرفاصله[1] هاست به‌نحوی‌که میانگین مدت انتظار مسافران بهینه و نرخ حمل مشخصی تأمین شود. در مدل شبیه‌سازی محدودیت‌های مدت توقف قطارها در ایستگاه‌ها، ظرفیت ایستگاه‌ها، سبقت‌گیری و رعایت فاصله‌ی ایمنی قطارها با توجه به شرایط عمومی شبکه‌های مترو در نظر گرفته شده است. فرض براین است که پارامترهای نرخ ورود مسافران به ایستگاه‌ها و زمان طی بلاک‌ها توسط قطارها غیرقطعی هستند. برای حل مسئله یک روش جدید بهینه‌سازی شبیه‌سازی استوار به‌کمک شبه‌مدل کرایگینگ تصادفی و با بهره‌مندی از روش بهینه‌سازی استوار برتسیماس‌و سیم ارائه شده است. در پایان مطالعه‌ی موردی بر روی خط یک شبکه‌ی متروی تهران انجام و نتایج به دست آمده ارائه شده است.

واژگان کلیدی: خطوط ریلی، زمان‌بندی، بهینه‌سازی شبیه‌سازی، بهینه‌سازی استوار، شبه‌مدل کرایگینگ تصادفی.

moghaddam_sm@ie.sharif.edu
mahlooji@sharif.edu

۱. مقدمه

استفاده از خطوط ریلی از مهم‌ترین و ارزان‌ترین گزینه‌های حمل و نقل مسافر و بار شمرده می‌شود. استفاده‌ی بهینه و بیشینه از زیرساخت‌های موجود در خطوط ریلی، با توجه به زیاد بودن هزینه‌های لازم برای گسترش خطوط دارای اهمیت بسیار است. بهینه‌سازی مسئله‌ی زمان‌بندی در خطوط ریلی از جمله مهم‌ترین مواردی است که به استفاده‌ی بیشینه از زیرساخت‌های موجود در شبکه کمک می‌کند. زمان‌بندی مشخص می‌کند که هر قطار چه زمانی به هر ایستگاه وارد و چه زمانی از آن خارج شود. در مسائل زمان‌بندی در خطوط ریلی شهری (مترو)، به‌دلیل فاصله‌ی کم بین ورود قطارها به ایستگاه‌ها، تعیین سرفاصله‌ها که همان بازه‌ی زمانی بین ورود دو قطار متوالی به یک ایستگاه است به‌عنوان متغیر تصمیم درنظرگرفته می‌شود. در تهیه‌ی این زمان‌بندی معمولاً هدف بیشینه‌کردن استفاده از خطوط ریلی و قطارهای موجود است به‌نحوی که محدودیت‌های ناشی از نوع ریل‌ها (تک ریل یا خطوط چندگانه)، سرعت حرکت قطارها، محدودیت زمان توقف در ایستگاه‌ها، محدودیت‌های مربوط به سرفاصله‌ها، محدودیت تعداد خطوط در هر ایستگاه و محدودیت‌های ایمنی و ملاحظات مربوط به آن تأمین شود. در سال‌های اخیر مدت زمان انتظار مسافران به‌عنوان یک معیار عملکرد مهم برای ارزیابی در بهینه‌کردن عملکرد شبکه‌های ریلی مطرح شده است.

عوامل غیرقطعی متعددی ممکن است در فرایند حرکت قطارها تأثیرگذار باشند و منجر به‌بروز برخی انحراف‌های کوچک یا بزرگ از برنامه‌ی زمانی تعیین‌شده شوند. مثلاً، می‌توان ازدحام جمعیت که ناشی از تغییرات احتمالی در تقاضای مسافران است یا تغییر در زمان سفر قطارها را نام برد که از مهم‌ترین عوامل اغتشاش در فرایند ریلی در مترو است. این تغییرات غیرمنتظره ممکن است منجر به ازدحام جمعیت و طولانی‌شدن مدت توقف قطارها در ایستگاه‌ها شود و در سرفاصله‌های برنامه‌ریزی‌شده اختلال ایجاد کند. یافتن برنامه‌ی زمانی استوار که قابلیت جذب اغتشاش‌های کوچک را دارا باشد و عملکرد آن تحت شرایط وقوع اغتشاش کاهش نیابد برای برنامه‌ریزی خطوط ریلی یک موضوع با اهمیت شمرده می‌شود. پژوهش‌های انجام‌شده در این حوزه در سال‌های اخیر گویای اهمیت این موضوع است.

حل مسئله‌ی بهینه‌سازی استوار زمان‌بندی ریلی با استفاده از روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی نیازمند درنظرگرفتن فرض‌های ساده‌ساز و نیز تعداد بالای متغیرهای تصمیم و محدودیت‌هاست. چنین مسئله‌یی دارای درجه‌ی پیچیدگی NP-Hard است. بنابراین، ابزار شبیه‌سازی به‌دلیل انعطاف بالا و نیاز به درنظرگرفتن فرض‌های ساده‌ساز کم، یک راه حل مناسب در این حوزه در نظر گرفته می‌شود. روش‌های بهینه‌سازی شبیه‌سازی شامل روش‌هایی است که در آن هدف، یافتن بهترین ترکیب ورودی برای مدل شبیه‌سازی (بدون ارزیابی تمام حالت‌ها) است، به‌نحوی که معیار خروجی شبیه‌سازی بهینه شود. روش‌های بهینه‌سازی شبیه‌سازی

---

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۸/۹، اصلاحیه ۱۳۹۴/۱۲/۱۶، پذیرش ۱۳۹۵/۲/۲۲.

در حالت کلی به دو گروه روش‌های مدل‌محور و شبه‌مدل‌محور تقسیم می‌شوند.[۱] در روش‌های مدل‌محور اجزای بهینه‌سازی و شبیه‌سازی با یکدیگر در تعامل‌اند و خروجی یکی ورودی برای دیگری است. در این رویکرد با استفاده از یک استراتژی جست‌وجو، جزء بهینه‌ساز جواب‌های مورد نیاز برای ارزیابی را تعیین و جزء شبیه‌ساز اقدام به ارزیابی آنها می‌کند. در یک روش شبه‌مدل‌محور جزء سومی به نام شبه‌مدل وجود دارد. یک شبه‌مدل رابطه‌ی بین ورودی‌ها و خروجی‌های یک مدل شبیه‌سازی را شناسایی و در قالب یک تابع قطعی صریح تخمین می‌زند. برای مدل‌های شبیه‌سازی گران قیمت شبه‌مدل‌ها مانند روش سطح پاسخ، کرایگینگ، اسپلاین و شبکه‌های عصبی مصنوعی ابزاری برای کاهش هزینه‌های محاسباتی هستند.[۲]

پژوهش‌های فراوانی در پیشینه برای حل مسئله‌ی زمان‌بندی ریلی با استفاده از ابزار شبیه‌سازی انجام شده است. به‌طور مثال با استفاده از شبیه‌سازی حرکت قطارها در خطوط ریلی شهری به‌بررسی و تحلیل عملکرد سیستم طراحی‌شده با در نظر گرفتن عوامل عدم قطعیت در عملیات پرداخته شده است.[۳] همچنین یک مطالعه‌ی موردی برای نمایش عملکرد مدل ارائه‌شده در آزمون استراتژی‌های کنترل زمان حقیقی[۲] صورت گرفته است. لی و همکاران[۴] یک مدل شبیه‌سازی برای یک ایستگاه قطار شامل فرایندها، تجهیزات و صف‌های مسافران ارائه داده‌اند که به مطالعه‌ی مجموع زمان سفر می‌پردازد. هدف کمینه‌کردن مجموع مدت سفر و افزایش کیفیت خدمات است. روشی برای محاسبه‌ی برنامه زمان‌بندی بهینه‌ی قطارها در خطوط مترو با استفاده از فرمول‌بندی کنترل پیش‌بین[۳] و استفاده از مدل برنامه‌ریزی خطی ارائه شده است.[۵] مدل ترافیک قطاری با تقاضای متغیر در زمان مسافران، معادله‌ی پویا را تشکیل می‌دهد که سرفاصله‌ی قطارها را تعیین می‌کند. یک مدل شبیه‌سازی گسسته پیشامد از یک شبکه‌ی مترو ارائه شده است[۶] که در آن هزینه‌های عملیاتی و اجتماعی در قالب زمان انتظار مسافران بررسی شده است. نویسندگان یک رویکرد بهینه‌سازی شبیه‌سازی شبه‌مدل‌محور با استفاده از بسته‌ی شبیه‌سازی گسسته‌ی پیشامد ARENA و روش سطح پاسخ (RSM)[۴] برای بهینه‌سازی میانگین زمان سفر مسافران در یک متروی شهری ارائه دادند.[۷] در این روش از یک شبه‌مدل برای یافتن رابطه‌ی بین میانگین زمان سفر به‌عنوان متغیر پاسخ و سرفاصله به‌عنوان متغیر کنترل استفاده شده است. یک شبیه‌ساز شی‌ءگرا برای سیستم‌های شبکه‌یی مترو با هدف ارزیابی استراتژی کنترل زمان حقیقی ارائه شده است.[۸] پارامترهای ورودی شامل نرخ ورود مسافران، ماتریس تقاضای مبدأ ـ مقصد، اندازه‌ی ناوگان، زمان سفر قطارها، ظرفیت قطارها و پارامترهای ازدحام است. متغیرهای تصمیم شامل سرعت قطار، مدت توقف و زمان حرکت از پایانه‌ها می‌شود. یک الگوریتم برای حل مسئله‌ی تخصیص تعادل[۵] در یک شبکه‌ی ریلی پر ازدحام ارائه شده است.[۹] در این روش فرض شده است که ماتریس مبدأ ـ مقصد متغیر در زمان برای تقاضا در دست است و تمام مسافران دارای اطلاعات کامل از شرایط شبکه هستند و مسیری را انتخاب می‌کنند که تابع هزینه برای چهار عنصر مدت سفر، مدت انتظار، مدت راه رفتن و هزینه‌ی تغییر خط را کمینه کند. مسئله‌ی تخصیص تعادل به‌وسیله‌ی روش میانگین‌های متوالی[۶] حل شده است. محققان به مقایسه‌ی نتایج به‌دست آمده از روش‌های فراوانی[۷] با استفاده از استراتژی بهینگی و روش‌های برنامه ـ مبنا در حوزه‌ی سیستم‌های ریلی شهری با استفاده از رویکردهای شبیه‌سازی پرداخته‌اند.[۱۰] برخی پژوهشگران یک مدل شبیه‌سازی برای بررسی حمل بار با استفاده از خطوط متروی شهری توسعه، و نشان داده‌اند که استفاده از خطوط ریلی شهری برای حمل بار یک گزینه‌ی با صرفه در بازار تجارت کنونی است.[۱۱] برای مطالعه‌ی بیشتر در این حوزه می‌توان به منابع موجود رجوع کرد.[۱۲-۱۴]

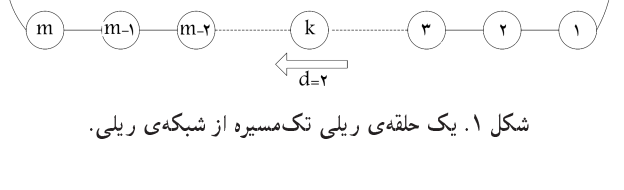
بر اساس بررسی‌های انجام‌شده تنها یک مطالعه به‌بررسی برنامه‌ریزی استوار مرتبط با خطوط ریلی با ابزار بهینه‌سازی شبیه‌سازی پرداخته است[15] که در آن از یک روش بهینه‌سازی شبیه‌سازی مدل‌محور دومرحله‌یی بر مبنای الگوریتم ژنتیک استفاده شده است و هدف بهینه‌سازی سرفاصله‌ها از طریق به‌کارگیری ابزار شبیه‌سازی بوده است. در منبع نام‌برده از روش کمینه‌ی واریانس برای یافتن جواب استوار استفاده شده که تنها برای مسائل نامقید قابل به‌کارگیری است. به نظر می‌رسد تاکنون پژوهشی در زمینه‌ی به‌کارگیری روش‌های بهینه‌سازی شبیه‌سازی شبه‌مدل‌محور بر پایه‌ی روش‌های کمینه‌بیشینه (minimax) برای مسئله‌ی بهینه‌سازی استوار زمان‌بندی خطوط ریلی انجام نشده است. موضوع انگیزه‌یی این پژوهش برای تحلیل مسئله‌ی بهینه‌سازی استوار زمان‌بندی در یک خط مترو با ابزارهای بهینه‌سازی شبیه‌سازی شبه‌مدل‌محور است. یکی از مزایای اصلی استفاده از شبه‌مدل‌ها کاهش تعداد شبیه‌سازی مورد نیاز است. افزون بر آن، شبه‌مدل‌ها دیدی نسبت به ساختار و ویژگی‌های تابع هدف به دست می‌دهند که امکان تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای مدل را به آسانی و بدون اجرای مجدد مدل‌های شبیه‌سازی پرهزینه مقدور می‌سازند.[۷]

همان‌طورکه گفته شد یافتن برنامه‌ی زمانی استوار برای برنامه‌ریزی خطوط ریلی یک موضوع با اهمیت شمرده می‌شود. به‌همین‌دلیل، هدف در این مقاله ارائه‌ی روشی برای یافتن یک جدول زمانی استوار است که در آن عملکرد سیستم متروی شهری تحت اغتشاش‌های احتمالی دچار تغییرات عمده نشود. اغتشاش‌ها اشاره به تغییرات تصادفی در تقاضا، زمان سفر، و در نتیجه افزایش مدت انتظار ناشی از ازدحام مسافران دارد. در پیشینه معمولاً اغتشاش‌های بزرگ منجر به مدل‌های برنامه‌ریزی مجدد و اصول مدیریت اغتشاش می‌شود که موضوع بحث این مقاله نیست. در اینجا تمرکز بر ایجاد یک جدول زمانی استوار با ابزار بهینه‌سازی شبیه‌سازی است که امکان جذب اغتشاش‌های کوچک را دارا باشد. در واقع نوآوری اصلی مقاله‌ی پیش رو ارائه‌ی روش جدیدی بر مبنای شبه‌مدل کرایگینگ تصادفی برای حل استوار مسئله‌ی زمان‌بندی خطوط مترو با درنظرگرفتن جریان مسافران در مدل شبیه‌سازی است. ساختار این مقاله به شرح زیر است:

بخش ۲ به بیان مسئله و مدل شبیه‌سازی می‌پردازد. در بخش ۳ روش بهینه‌سازی استوار ارائه‌شده تشریح می‌شود. بخش ۴ مطالعه‌ی موردی مربوط به متروی تهران و نتایج آن را ارائه می‌دهد. بخش ۵ حاوی نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی است.

۲. شرح مسئله و مدل شبیه‌سازی

یک شبکه‌ی ریلی در مترو معمولاً از چندین حلقه‌ی ریلی تک‌مسیره تشکیل می‌شود که در شکل ۱ نشان داده شده است. خطوط ریلی معمولاً به بخش‌هایی تقسیم می‌شوند که به آنها بلاک می‌گویند. به‌منظور رعایت فاصله‌ی ایمنی هیچ دو قطاری نباید به‌صورت هم‌زمان از یک بلاک استفاده کنند. در شبکه‌های مترو معمولاً فاصله‌ی



شکل ۱. یک حلقه‌ی ریلی تک‌مسیره از شبکه‌ی ریلی.

بین هر دو ایستگاه یک بلاک در نظر گرفته می‌شود. یک شبکه‌ی مترو دارای چندین پایانه است. پایانه‌ها (که معمولاً ابتدا و انتهای خطوط قرار دارند) ظرفیت پذیرش چندین قطار را به‌صورت هم‌زمان دارند. به‌جز پایانه‌ها، هر ایستگاه می‌تواند در هر جهت تنها یک قطار را به‌صورت هم‌زمان بپذیرد. در پایانه‌ها قطارها منتظر می‌مانند تا بر اساس سرفاصله‌های تعیین‌شده حرکت کنند. در ایستگاه‌های میانی مسافران منتظر قطارها می‌مانند و جدول زمانی دقیقی وجود ندارد تنها زمان‌های توقف ازپیش‌تعیین‌شده وجود دارد. در خطوط مترو امکان سبقت‌گیری وجود ندارد. حرکت قطارها در مترو به‌وسیله‌ی یک مرکز کنترل عملیات هماهنگ می‌شود. گردش قطارها به‌وسیله‌ی حداقل سرفاصله و زمان استراحت در هر پایانه کنترل می‌شود. یک زمان استراحت، حداقل زمان لازم برای هر قطار در پایانه برای بازگشت در مسیر مخالف است. قطاری که به یک پایانه می‌رسد تمام مسافران را پیاده می‌کند و پس از استراحت آماده‌ی اعزام در مسیر مخالف می‌شود. سیاست اولین ورود ـ اولین خروج برای اعزام در پایانه‌ها استفاده می‌شود.

عملیات خط مترو به‌وسیله‌ی اجزای زمان اعزام، مدت طی بلاک، مدت توقف در ایستگاه، مدت استراحت در پایانه، فرایند ورود مسافران به ایستگاه‌ها و فرایند سوارشدن و پیاده‌شدن مسافران تشریح می‌شود. قطارها سفر خود را مطابق با سرفاصله‌های برنامه‌ریزی‌شده آغاز می‌کنند. فرایند حرکت با رویداد اعزام از مبدأ آغاز می‌شود و با رویداد رسیدن به مقصد پایان می‌یابد. قطار رسیده به ایستگاه فرایند سوارکردن و پیاده‌کردن مسافران را حداقل به اندازه‌ی مدت توقف انجام می‌دهد. ازدحام مسافران در یک ایستگاه ممکن است مدت توقف قطار را افزایش دهد. بنابراین، ممکن است مدت توقف برای قطارهای ایستگاه‌های بعد در نتیجه‌ی ازدحام یا محدودیت ظرفیت قطار افزایش یابد. مدت توقف هر قطار در ایستگاه‌ها باید از یک حد پایین مشخص بیشتر و از یک حد بالای معین کمتر باشد. تعداد قطارهای تخصیص‌داده‌شده به هر ایستگاه در هر لحظه نباید بیشتر از تعداد ظرفیت آن ایستگاه باشد.

در سیستم‌های متروی شهری تقاضای مسافران معمولاً به‌صورت عمده بین ساعات اوج و غیر اوج تغییر می‌کند. بنابراین، تعداد سرویس‌های قطار در طول ساعات غیر اوج کاهش پیدا می‌کند و طی ساعات اوج مجدداً افزایش می‌یابد. تقاضای مربوط به سیستم‌های ریلی شهری به‌صورت وابسته به زمان یا پویا با توزیع‌های احتمالی در نظر گرفته می‌شود. در اینجا فرض‌شده است که تقاضا دارای توزیع پواسون با نرخ وابسته به زمان است. فرض شده است که بازه‌ی زمان‌بندی به تعدادی بازه‌ی زمانی با طول مشخص تقسیم شده است. بنابراین، t نشان‌دهنده‌ی دوره و T نشان‌دهنده‌ی مجموع تعداد دوره‌هاست. مسافران در ابتدای اولین دوره‌ی مراجعه به سکو را آغاز می‌کنند ($t = ۰$) و تا ابتدای آخرین دوره می‌توانند به ایستگاه‌ها وارد شوند ($t = T$).

کاهش سرفاصله‌ها منجر به کاهش زمان سفر مسافران از یک‌سو و کاهش نرخ حمل قطارها از سوی دیگر می‌شود که اولی تأثیر مثبت و دومی تأثیر منفی درنظرگرفته می‌شود. یافتن سرفاصله‌ی بهینه برای کمینه‌کردن مدت انتظار و رسیدن به نرخ حمل ازپیش‌تعیین‌شده برای روزهای کاری هفته (شنبه تا چهارشنبه) مسئله‌یی است که باید حل شود. متغیر تصمیم، تعیین سرفاصله در بازه‌های زمان‌بندی مختلف با نرخ متفاوت ورود مسافران است. متغیرهای تصادفی برای مدل شبیه‌سازی عبارت‌اند از مدت طی یک بلاک توسط یک قطار و تعداد مسافران که به یک ایستگاه در یک بازه‌ی زمانی مشخص می‌رسند. این دو متغیر تصادفی عامل عدم قطعیت در مدل شبیه‌سازی‌اند. تابع توزیع خرابی قطارها در مدل شبیه‌سازی لحاظ نشده و فرض شده است خرابی قطارها یا هرگونه رویدادی که منجر به تأخیرهای کوچک در زمان‌بندی قطارها شود در زمان طی بلاک‌ها تأثیرگذار است. همان‌گونه که پیش‌تر توضیح داده شد اغتشاش‌های بزرگ منجر به مدل‌های برنامه‌ریزی مجدد و اصول مدیریت اغتشاش می‌شود که موضوع بحث این مقاله نیست.

۱.۲. نمادهای مربوط به اندیس‌ها و پارامترهای مسئله

k: اندیس مربوط به شماره‌ی ایستگاه‌ها؛

h: اندیس مربوط به شماره‌ی قطارها؛

t: اندیس مربوط به شماره‌ی بازه‌ی زمانی؛

d: اندیس مربوط به جهت حرکت ($d = ۱, ۲$)؛

m: تعداد ایستگاه‌ها؛

n: تعداد قطارها؛

T: تعداد بازه‌های زمان‌بندی؛

V_{ave}: سرعت متوسط حرکت قطارها؛

$V_{\max}$: سرعت بیشینه حرکت قطارها؛

dis_k: فاصله‌ی بین ایستگاه k و $k + ۱$؛

$C^{\max}$: بیشینه‌ی ظرفیت قطار؛

$dw_{\min}$: کمینه‌ی مدت توقف قطارها در ایستگاه‌ها؛

$rec_{\min}$: کمینه‌ی مدت استراحت قطارها در ایستگاه‌ها؛

CD: مدت تأخیر ناشی از ازدحام (ثانیه)؛

η^t_{kd}: نرخ ورود مسافران به ایستگاه k در جهت d و بازه‌ی زمانی t؛

φ^t_{kd}: نرخ پیاده‌شدن مسافران در ایستگاه k در جهت d در بازه‌ی زمانی t؛

TP: تعداد کل مسافران در یک روز؛

TT: تعداد کل سفرها در یک روز.

۲.۲. نمادهای مربوط به متغیرهای مسئله

$Q_{kd}(t)$: تعداد مسافران منتظر در ایستگاه k در جهت d در بازه‌ی زمانی t؛

$b_h(t)$: تعداد مسافران سوار بر قطار h در بازه‌ی زمانی t؛

$dep_{lkd}(t)$: زمان شروع lامین حرکت از ایستگاه k در جهت d در بازه‌ی زمانی t؛

$R_k(t)$: مدت پیمودن بلاک بین ایستگاه k و $k + ۱$ در بازه‌ی زمانی t؛

dw_{lkd}: مدت توقف lامین حرکت از ایستگاه k در جهت d؛

H_{ld}: سرفاصله‌ی بین l و $l + ۱$امین حرکت در جهت d؛

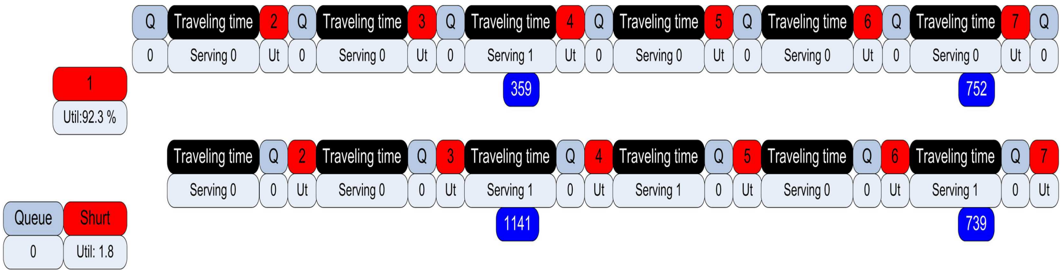
p_{lkd}: تعداد مسافران در lامین حرکت از ایستگاه k در جهت d؛

P_{lkd}: تعداد مسافران واردشده به ایستگاه k در جهت d در بازه‌ی زمانی بین حرکت l و $l - ۱$؛

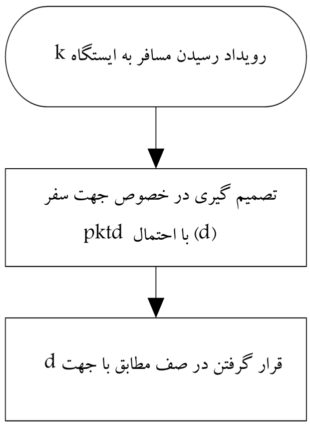
b_{lkd}: تعداد مسافران سوار بر قطار در lامین حرکت در ایستگاه k در جهت d؛

FR: نرخ حمل.

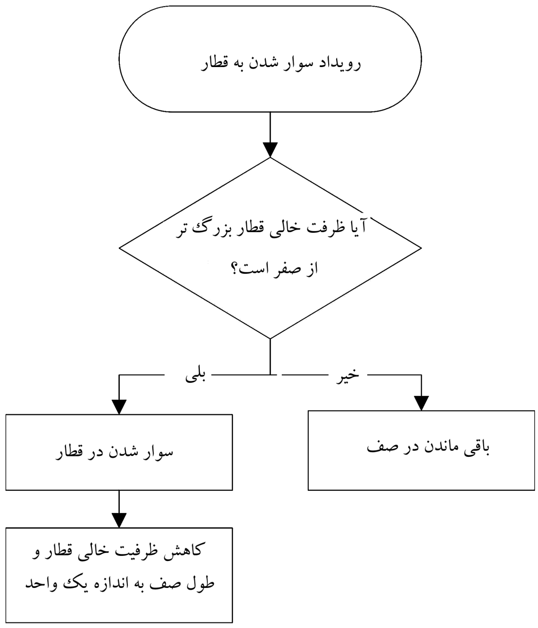
مدل شبیه‌سازی در نرم‌افزار (ED)[۸] ایجاد شده است که یک نرم‌افزار شیءگرا برای شبیه‌سازی گسسته‌ی پیشامد است. این نرم‌افزار به دلیل موتور قدرتمند خود و دارا بودن ابزارهای مناسب برای شبیه‌سازی خطوط ریلی انتخاب شده است. مدل توسعه‌داده‌شده متشکل از شیءهایی است شامل: منابع ریلی که نظیر سرورها عمل می‌کنند، صف‌ها که مسافران در آنها قرار می‌گیرند و شیءهای متحرک که در حلقه‌ی ریلی حرکت می‌کنند. مدل شبیه‌سازی شامل دو فرایند کلی ایجاد جریان مسافران و کنترل گردش قطارهاست که روابط بین مسافران/قطارها را مدیریت می‌کنند. برای مدیریت فرایند حرکت‌گردشی قطارها، پایانه‌ها قطارها را با توجه به حداقل سرفاصله‌ها



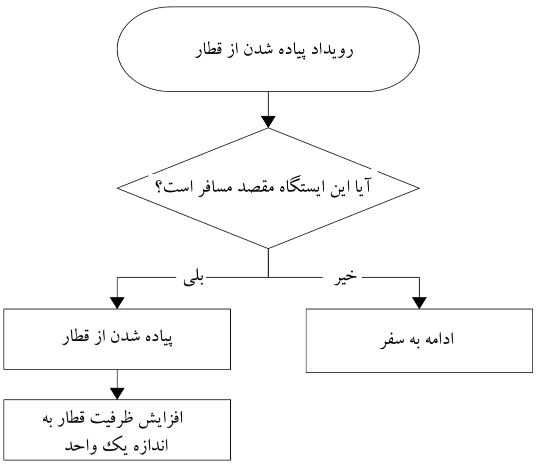
شکل ۲. نمایی از مدل شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار.



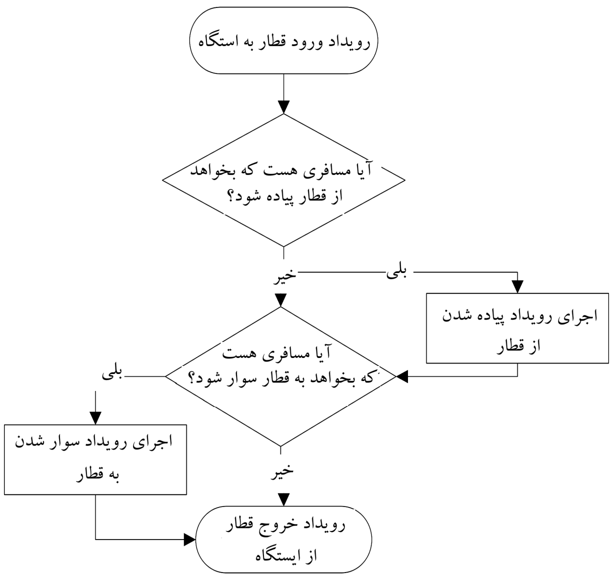
شکل ۳. فلوچارت پیشامد رسیدن مسافران به ایستگاه.



شکل ۴. فلوچارت پیشامد سوارشدن مسافران به قطار.



شکل ۵. فلوچارت پیشامد پیاده‌شدن از قطار.

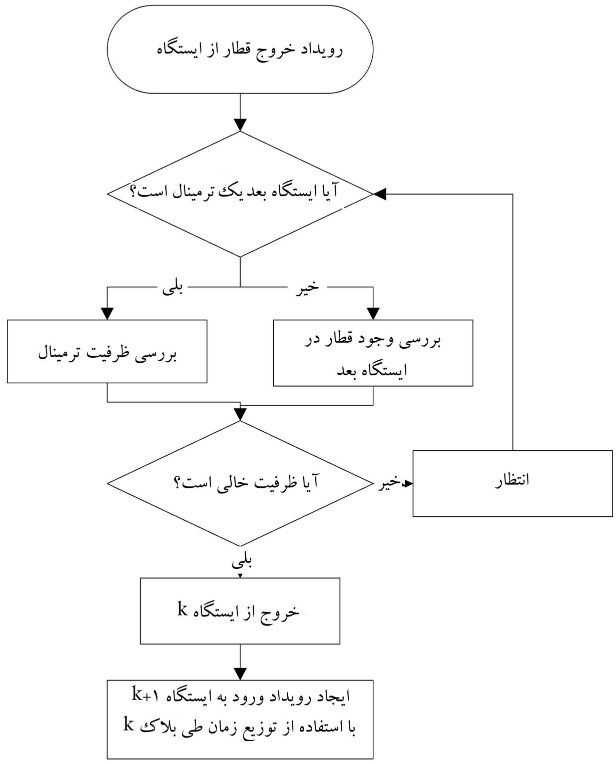


شکل ۶. فلوچارت پیشامد ورود قطار به ایستگاه.

و زمان حرکت قبلی نگه می‌دارند. شکل ۲ نمایی از مدل شبیه‌سازی‌شده در نرم‌افزار را نمایش می‌دهد.

ویژگی‌ها[9] و متغیرها برای مدیریت محدودیت‌ها و منطق‌ها تعریف شده‌اند. یکی از مهم‌ترین ویژگی‌ها، تعداد مسافران در هر قطار $b_h(t)$ است. متغیرهای مربوط به ایستگاه شامل تعداد مسافران منتظر در زمان t بر سکوها برای سوارشدن به قطار $Q_{kd}(t)$ است. متغیرها و ویژگی‌ها با رویداد هر پیشامد به روز می‌شوند.

پیشامدهای مربوط به مسافران شامل زمان‌های رسیدن به ایستگاه‌ها و سوار و پیاده‌شدن به/از قطارها و پیشامدهای مربوط به قطارها شامل ورود قطارها به ایستگاه‌ها و خروج آنها از ایستگاه‌هاست. فلوچارت پیشامدهای مربوط به رسیدن و سوارشدن مسافران در شکل‌های ۳ و ۴ و فلوچارت پیشامد پیاده‌شدن مسافران در شکل ۵ نشان داده شده است. همچنین پیشامدهای ورود و خروج قطار به/از ایستگاه در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است. هر زمان که یک مسافر



شکل ۷. فلوچارت پیشامد خروج قطار از ایستگاه.

جدید به یک سکو می‌رسد، در یک صف برای سوارشدن به قطار می‌ایستند و مسافران مطابق با قانون اولین ورود ـ اولین خروج (FIFO) سوار قطار می‌شوند. درصورتی‌که ظرفیت باقی‌مانده قطار ($C^{\max} - b_h(t)$) برابر صفر نباشد مسافر سوار قطار شده و در غیر این‌صورت منتظر می‌شود تا قطار بعدی بیاید. در این زمان تعداد مسافران قطار افزایش و به‌صورت هم‌زمان طول صف کاهش می‌یابد.

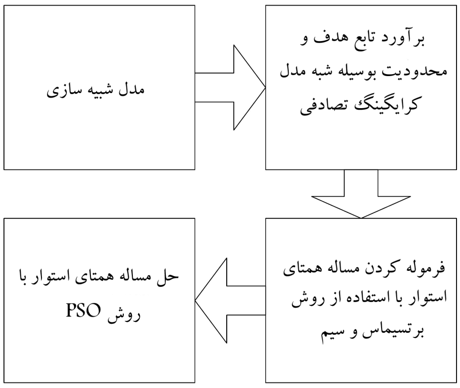
برای محاسبه‌ی نرخ حمل از فرمول ارائه‌شده[۷] به شرح زیر استفاده شده است:

$$FR = \frac{TP}{TT * C^{\max}} \qquad (1)$$

۳. فرمول‌بندی مسئله‌ی همتای استوار و حل مسئله

در اینجا هدف یافتن یک جواب minimax است. یعنی مقادیری از متغیرهای تصمیم که بیشینه‌ی تابع هدف را برای تمام مقادیر پارامترهای تصادفی در حدود مشخص کمینه کند. برای حل یک روش بهینه‌سازی شبیه‌سازی استوار شبه‌مدل‌محور ارائه شده است. روش ارائه‌شده دارای چهار جزء مطابق شکل ۸ است. جزء اول مدل شبیه‌سازی است که برای ارزیابی جواب‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. جزء دوم با استفاده از شبه‌مدل کرایگینگ تصادفی اقدام به برآورد شکل بسته تابع هدف و محدودیت مربوط به نرخ حمل قطارها می‌کند. جزء سوم با استفاده از روش بهینه‌سازی استوار برتسیماس‌وسیم، مسئله‌ی همتای استوار را فرمول‌بندی می‌کند. در جزء چهارم مدل برنامه‌ریزی ریاضی به‌دست آمده توسط الگوریتم فراابتکاری PSO حل می‌شود.

در ادامه هر یک از سه مرحله برآورد تابع هدف و محدودیت به‌وسیله شبه‌مدل



شکل ۸. اجزاء روش ارائه شده.

کرایگینگ تصادفی، نوشتن مدل همتای استوار به کمک روش برتسیماس‌و سیم، و حل مسئله‌ی همتای استوار به کمک فراابتکاری PSO تشریح می‌شود.

۱.۳. برآورد تابع هدف و محدودیت به‌وسیله‌ی شبه‌مدل کرایگینگ تصادفی

کرایگینگ پیش‌بینی مقادیر نامعلوم از توابع تصادفی را به‌عنوان ترکیب خطی موزون مقادیر در دست ارائه می‌دهد. کرایگینگ نخستین بار توسط مهندس معدن کرایگ[۱۶] ارائه شد. کرایگینگ انواع مختلفی دارد. کرایگینگ معمولی پایه‌یی‌ترین حالت است که مدلی به شکل رابطه‌ی زیر را فرض می‌کند:

$$Y(x) = f(x)^T\beta + M(x) \text{ with } M(x) \sim NID(0, \sigma^2(x)) \qquad (2)$$

M یک عنصر تصادفی با میانگین صفر است که فرض می‌شود دارای همبستگی فضایی است. بدین معنا که مقادیر $M(x)$ و $M(x')$ به یکدیگر شبیه خواهند بود اگر x و x' نزدیک یکدیگر باشند. در کرایگینگ معمولی فرض می‌شود که مقادیر میانگین $E(Y(x))$ ثابت هستند، بنابراین $f(x)^T\beta$ با β جایگزین می‌شود. مقدار پیش‌بینی برای نقطه‌ی x_0 که با $\hat{Y}(x_0)$ نشان داده می‌شود، یک ترکیب موزون خطی از تمام داده‌های خروجی به شکل زیر است:

$$\hat{Y}(x_0) = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i w_i \text{ with } \sum_{i=1}^{N} \lambda_i = 1 \qquad (3)$$

که در آن w_iها مقادیر تابع هدف (خروجی شبیه‌سازی در نقطه‌ی x_i) و λ_i توابعی از بردار متغیرهای تصمیم، x_0، هستند. مقادیر بهینه‌ی وزن‌ها با کمینه‌کردن میانگین مربع خطای پیش‌بینی به‌شکل زیر به دست می‌آید:

$$\hat{\lambda} = (\gamma + 1\frac{1 - 1^T\Sigma_M\gamma}{1^T\Sigma_M 1})^T {\Sigma_M}^{-1} \qquad (4)$$

که در آن γ بردار $N \times 1$ به شکل

$$(\mathrm{Cov}[M(x_0), M(x_1)], ..., \mathrm{Cov}[M(x_0), M(x_N)])$$

و Σ_M ماتریس کواریانس $N \times N$ برای تمام نقاط $x_1, x_2, ..., x_N$ و ۱ بردار با درایه‌های ۱ است.

کرایگینگ معمولاً برای مدل‌های شبیه‌سازی قطعی به‌کار گرفته می‌شد. اخیراً کرایگینگ تصادفی برای توسعه‌ی شبه‌مدل کرایگینگ برای مسائل شبیه‌سازی غیرقطعی

توسعه داده شده است.[۱۷] در کرایگینگ تصادفی از مدل زیر برای نمایش خروجی jامین تکرار از یک شبیه‌سازی تصادفی در نقطه‌ی طرح x استفاده می‌شود:

$$Y_j(x) = f(x)^T\beta + M(x) + \varepsilon_j(x), \qquad j = 1, 2, ..., r \qquad (5)$$

که در آن r تعداد تکرار شبیه‌سازی در یک نقطه‌ی آزمایش x است. نویزهای ذاتی $\varepsilon_1(x), \varepsilon_2(x), ..., \varepsilon_r(x)$ در x مستقل و دارای تابع توزیع یکسان هستند. فرض می‌شود $Corr[\varepsilon(x), \varepsilon(x')] > 0$ و $f(x)^T\beta = \beta$. Σ_ε ماتریس کوواریانس $N \times N$ است که در آن عنصر (g, i) برابر است با

$$\text{Cov}[\sum_{j=1}^{r} \frac{\varepsilon_j(x_g)}{r}, \sum_{j=1}^{r} \frac{\varepsilon_j(x_i)}{r}]$$

برای تمام نقاط آزمایش x_g و x_i. برآوردگر بهینه‌ی MSE به شرح زیر است:

$$\hat{\lambda} = (\gamma + 1\frac{1 - 1^T(\Sigma_M + \Sigma_\varepsilon)\gamma}{1^T(\Sigma_M + \Sigma_\varepsilon)1})^T(\Sigma_M + \Sigma_\varepsilon)^{-1} \qquad (6)$$

که در آن $\hat{\Sigma}_\varepsilon = Diag\{\hat{V}(x_1)/r, ..., \hat{V}(x_N)/r\}$ یک ماتریس است که عناصر قطر اصلی آن $\hat{V}(x_i)/r$ و سایر عناصر صفرند. برای هر یک از مقادیر $i = 1, 2, ..., N$ برآورد واریانس w_i به شکل زیر است:[۱۷]

$$\hat{V}(x_i) = \frac{1}{r-1}\sum_{j=1}^{r}(w_{ij} - \bar{w}_i)^2, \qquad i = 1, 2, ..., N \qquad (7)$$

برای برآورد تابع هدف (میانگین مدت انتظار) و محدودیت (نرخ حمل)، N نقطه از فضای جواب به‌وسیله‌ی یک طرح آزمایش یکنواخت نظیر LHS نمونه‌گیری و سپس مدل شبیه‌سازی را برای نقاط نمونه‌گیری‌شده‌ی r مرتبه اجرا می‌کنیم و نتایج را با w_{ij} برای $i = 1, 2, ..., N$ و $j = 1, 2, ..., r$ نشان می‌دهیم. میانگین و واریانس پاسخ برای نقاط شبیه‌سازی‌شده به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{w}_i = \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r} w_{ij}, \qquad i = 1, 2, ..., N \qquad (8)$$

$$\hat{s}_i^2 = \frac{1}{r-1}\sum_{j=1}^{r}(w_{ij} - \bar{w}_i)^2, \qquad i = 1, 2, ..., N \qquad (9)$$

شبه‌مدل کرایگینگ تصادفی برای میانگین مقادیر پاسخ برازش و اعتبار سنجی می‌شود. مدل نهایی به‌صورت رابطه‌ی ۳ است.

۲.۳. فرمول‌بندی مسئله‌ی همتای استوار

رابطه‌ی ۳ را به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$Y(x_0) = \sum_{i=1}^{N} w_i\lambda_i(x_0) \qquad (10)$$

که در آن w_iها (که از این پس با $\bar{w}_i$ نمایش داده می‌شوند) پارامترهای غیرقطعی از مقادیر تابع هدف و λ_iها توابعی معلوم و قطعی از x_0 (بردار متغیرهای تصمیم) هستند. بنابراین، تابع هدف و محدودیت به‌دست‌آمده نسبت به پارامترهای غیر قطعی $\bar{w}_i$ خطی هستند و می‌توان روش برتسیماس‌و سیم را برای به‌دست‌آوردن مسئله‌ی همتای استوار به‌کار گرفت.

از آنجا که مقادیر غیر قطعی با احتمال بالا در فاصله‌ی $\pm 3\sigma$ (σ انحراف استاندارد است) از میانگین قرار دارند، می‌توان مجموعه‌ی عدم قطعیت را برای پارامترهای تابع هدف $\bar{w}_i$ به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$U_i = [\bar{w}_i - 3\hat{s}(\bar{w}_i), \bar{w}_i + 3\hat{s}(\bar{w}_i)], \qquad i = 1, 2, ..., N \qquad (11)$$

که در آن $\hat{s}(\bar{w}_i)$ از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\hat{s}^2(\bar{w}_i) = \frac{1}{r}\frac{1}{r-1}\sum_{j=1}^{r}(w_{ij} - \bar{w}_i)^2, \qquad i = 1, 2, ..., N \qquad (12)$$

مقادیر $\lambda_i(x_0)$ در رابطه‌ی ۱۰، به‌صورت رابطه‌ی ۶ است. مقادیر Σ_M و Σ_ε با استفاده از داده‌های ورودی/خروجی شبیه‌سازی محاسبه می‌شوند؛ بنابراین مقادیر معلوم و قطعی هستند، پس تنها γ تابعی از x_0 است. پس، ساختار تابع هدف بستگی به ساختار γ دارد که به شکل زیر است:

$$\gamma = \tau^2 R_M(\theta, x_0) \qquad (13)$$

که در آن $R_M(\theta, x_0)$ تابع همبستگی و τ^2 واریانس نقاط شبیه‌سازی شده است. توابع همبستگی متداول در کرایگینگ توابع مثلثی، گوسی و نمایی هستند.

با در نظرگرفتن l و u به‌عنوان حدود پایین و بالای متغیرهای تصمیم، مدل برنامه‌ریزی ریاضی اسمی به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} &\min \ C_0 \\ &\text{s.t. } \sum_{i=1}^{N} \tilde{w}_{ie}\lambda_{ie}(x_0) \le C_{ie}, \quad e = 0, 1 \\ &l \le x_0 \le u \end{aligned} \qquad (14)$$

اندیس e برای نمایش رابطه‌های تابع هدف ($e = 0$) و محدودیت ($e = 1$) استفاده می‌شود و $C_1 = FR$ است. مطابق با روش برتسیماس‌و سیم، همتای استوار مدل ۱۴ به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned} &\min \ C_0 \\ &\text{s.t. } \sum_{i=1}^{N} \bar{w}_{ie}\lambda_{ie}(x_0) + \max_{S\cup\{t\}|S\subseteq J, |S|=\Gamma, t\in J\backslash S} \\ &\qquad \{\sum_{i=1}^{N} \hat{w}_{ie}y_{ie} + (\Gamma_e - \lfloor\Gamma_e\rfloor)\hat{w}_{te}y_{ie}\} \le C_e, \quad e = 0, 1 \\ &\quad -y_{ie} \le \lambda_{ie}(x_0) \le y_{ie}, \ i = 1, 2, ..., N, \ e = 0, 1, \ l \le x_0 \le u \\ &\quad y_{ie} \ge 0, \quad i = 1, 2, ..., N, \quad e = 0, 1 \end{aligned} \qquad (15)$$

که در آن $\hat{w}_i$ بیشترین مقدار مجاز تغییر برای $\tilde{w}_i$ (برابر با $3\hat{s}_i(\bar{w}_i)$) و J مجموعه ضرایب غیرقطعی تابع هدف است. یک پارامتر Γ، نه لزوماً عدد صحیح، معرفی می‌شود که مقادیری در بازه‌ی $[0, \lfloor J\rfloor]$ می‌گیرد. نقش این پارامتر تنظیم استواری روش در مقابل سطح محافظه‌کاری جواب است. با درنظرگرفتن سطح محافظه‌کاری $\Gamma = (\Gamma_0, \Gamma_1)$، دوگان بخش دوم از محدودیت اول در رابطه‌ی ۱۵ برابر با مسئله‌ی بهینه‌سازی زیر است:

$$\begin{aligned} &\min \ C_0 \\ &\text{s.t. } \sum_{i=1}^{N} p_{ie} + \Gamma_e z_e \le C_e, \ \ e = 0, 1 \\ &\quad z_e + p_{ie} \ge \hat{w}_{ie}|\lambda_{ie}(x_0)|, \quad i = 1, 2, ..., N, \ \ e = 0, 1 \\ &\quad p_{ie} \ge 0, \quad i = 1, 2, ..., N, \ \ e = 0, 1 \\ &\quad z_e \ge 0, \ \ e = 0, 1 \end{aligned} \qquad (16)$$

بر اساس تئوری دوگان، جواب بهینه‌ی مسئله‌ی دوگان برابر با جواب بهینه‌ی مسئله‌ی اصلی است. با درنظرگرفتن $y_{ie} = |\lambda_{ie}(x_0)|$ مدل نهایی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$
\begin{aligned}
&\min\ C_0\\
&\text{s.t.} \sum_{i=1}^{N} \bar{w}_{ie}(\lambda_{ie}(x_0)) + \sum_{i=1}^{N} p_{ie} + \Gamma_e z_e \le C_e,\ \ e=0,1\\
&\quad z_e + p_{ie} \ge \hat{w}_{ie} y_{ie},\ \ i=1,2,\dots,N,\ \ e=0,1\\
&\quad -y_{ie} \le \lambda_{ie}(x_0) \le y_{ie},\ \ i=1,2,\dots,N\\
&\quad p_{ie} \ge 0,\quad i=1,2,\dots,N,\ \ e=0,1\\
&\quad y_{ie} \ge 0,\quad i=1,2,\dots,N,\ \ e=0,1\\
&\quad z_e \ge 0\ \ e=0,1\\
&\quad l \le x_0 \le u
\end{aligned}
\tag{17}
$$

ساختار مسئلهی بهدستآمده بستگی به نوع تابع همبستگی بهکارگرفتهشده برای شبهمدل کرایگینگ دارد. برای تابع همبستگی مثلثی مدل بالا خطی و برای توابع همبستگی گوسی و نمایی غیرخطی خواهد بود. ازآنجاکه در مطالعهی موردی از تابع همبستگی گوسی (بهدلیل عملکرد بهتر و متداول بودن) برای شبهمدلهای کرایگینگ تصادفی استفادهشده، ساختار مسئلهی برنامهریزی ریاضی بهدستآمده غیرخطی است. همچنین در پژوهشهای پیشین عنوان شده است که پیچیدگی محاسباتی مدل برنامهریزی ریاضی بهدستآمده از کرایگینگ $O(n^3)$ است که در آن n تعداد نقاط نمونهگیری شده از فضای جواب است.[18] بنابراین، برای حل مسئلهی استوار بهدستآمده فراابتکاریهای بهکارگرفته میشوند. بدینمنظور از فراابتکاری PSO بهدلیل سادگی، دقت بالا، همگرایی سریع و وابستگی به تعداد کم پارامتر[19] استفاده شده است. در ادامه شرح مختصری دربارهی الگوریتم فراابتکاری PSO ارائه میشود.

۳.۳. حل مسئلهی همتای استوار با استفاده از PSO

در PSO هر ذره (جواب کاندید) دارای بردار موقعیت و سرعت است. هر ذره موقعیت خود x_i را در راستای بهینهی سراسری مطابق با دو فاکتور تنظیم میکند: بهترین موقعیت خودش ($pbest_i$) و بهترین موقعیت کل ذرات ($gbest$). در هر تکرار I، هر ذره عملیات زیر را بهکار میگیرد:

- بهروزرسانی سرعت: سرعت که تعریفکنندهی میزان تغییر اعمالشده برای هر ذره است بهصورت زیر تعریف میشود:

$$
\begin{aligned}
v_i(I) =& \chi \times (v_i(I-1) + c_1 \times (pbest_i - x_i(I-1)\\
&+ c_2 \times (gbest - x_i(I-1)))
\end{aligned}
\tag{18}
$$

که در آن χ نشاندهندهی ضریب انقباض[10] است و بهصورت زیر تعریف میشود:

$$
\chi = \frac{K}{abs\left(\frac{1-\frac{c}{2}-\sqrt{abs(c^2-4c)}}{2}\right)}
\tag{19}
$$

که در آن $K \in [0,1]$ (معمولاً مقدار ۱ استفاده میشود) و $c = c_1 + c_2$. مقدار c_1 و c_2 نشاندهندهی شدت حرکت به سوی بهینهی محلی و سراسری است. اغلب از عدد ۲ برای هر دوی c_1 و c_2 استفاده میشود (c باید مقداری بزرگتر از ۴ داشته باشد، بهعنوان مثال هر یک از c_iها حدوداً برابر ۲٫۰۵ انتخاب میشود).

- بهروزرسانی موقعیت: هر ذره موقعیت خود را در فضای جواب مطابق با رابطهی زیر اصلاح میکند:

$$
x_i(I) = x_i(I-1) + v_i(I)
\tag{20}
$$

- بهروزرسانی بهترین ذرات یافتهشده: هر ذره (بهصورت بالقوه) موقعیت بهترین جواب محلی و سراسری را بهروز میکند:

$$
\begin{aligned}
&\text{If}\ \ f(x_i) < pbest_i,\ \text{then}\ \ pbest_i = x_i\\
&\text{If}\ \ f(x_i) < gbest,\ \text{then}\ \ gbest = x_i
\end{aligned}
\tag{21}
$$

بنابراین، در هر تکرار هر ذره موقعیت خودش را بر اساس تجربهی خود و ذرات دیگر بهروز میکند.[20,21]

۴. مطالعهی موردی

مطالعه موردی درنظرگرفتهشده، خط ۱ متروی شهر تهران است. خط ۱ دارای ۲۸٫۱ کیلومتر طول که بین شمال (تجریش) و جنوب تهران (کهریزک) امتداد دارد. این خط دارای ۲۹ ایستگاه و بیش از ۳۵۰ سرویس قطار در طول روز است. تمام ایستگاهها دارای دو سکو هستند. سکو بخشی از یک ریل است که قطارها میتوانند در آنجا توقف و نسبت به سوار/پیادهکردن مسافران اقدام کنند. اولین سفر در ساعت ۵:۰۰ صبح آغاز و آخرین سفر در ساعت ۲۳:۰۰ آغاز و تا ساعت ۲۴:۰۰ ادامه مییابد تا تمام مسافران به مقصدشان برسند. در مسئلهی مورد بررسی ظرفیت هر ایستگاه میانی برابر یک است و ظرفیت پایانهها یک عدد بزرگ فرض شده است. از آنجاکه امکان نمونهگیری دستی از نرخ ورود مسافران و نیز زمان طی بلاکها در خطوط مترو میسر نیست، برای تعیین تابع توزیع پارامترهای غیر قطعی از آمار ارائهشده توسط شرکت بهرهبرداری متروی تهران استفاده شده است. بر اساس اطلاعات دریافتی از این شرکت در خصوص زمانهای ورود/خروج قطارها به/از ایستگاهها برای ۲۰۰ سفر (هر سفر معادل یک نمونه برای زمان طی هر بلاک است)، تابع توزیع نرمال برای زمان طی بلاکها در سطح اطمینان $\alpha = 0.1$ برآورد شده است. در خصوص ورود مسافران به ایستگاهها، اطلاعات ارائهشده در قالب میانگین تعداد مسافران واردشده به ایستگاهها در بازههای زمانی مختلف است و اطلاعات ارائهشده بهگونهیی نیست که امکان برآورد تابع توزیع فراهم باشد. بر اساس نظر کارشناسان مترو، تابع توزیع پواسون با نرخ وابسته بهزمان برای ورود مسافران به ایستگاهها در نظر گرفته میشود. برای محاسبهی نرخ تابع پواسون، از دادههای شرکت بهرهبرداری مترو دربارهی میانگین تعداد مسافران واردشده به ایستگاهها در روزهای کاری در بازههای زمانی مختلف، استفاده شده است. فرضها:

- تمام مسافران باید به مقصدهایشان برسند.
- بازههای زمانی در یک روز به پنج بازه مطابق با جدول ۱ تقسیم شده است.
- بازههای برنامهریزی به بازههای زمانی کوچک یک ثانیه تقسیم میشوند.
- سرعت قطارها در طول یک سفر بین دو ایستگاه متوالی ثابت است.

قطارها در هر ایستگاه، حداقل ۳۰ ثانیه توقف میکنند. بیشینهی سرعت عملیاتی قطارها برابر ۸۰ کیلومتر در ساعت است که بهدلیل کاهش سرعت برای توقف در ایستگاهها به ۵۰ کیلومتر در ساعت تعدیل میشود. بازهی درنظرگرفتهشده برای سرفاصلهها بین ۴ تا ۱۵ دقیقه است. مدل شبیهسازی در نرمافزار ED توسعه

جدول ۱. بازه‌های زمانی درنظرگرفته شده.

بازه‌ی زمانی	بازه‌ی معتبر
۵:۰۰ − ۷:۰۰	$۴ \le x_۱ \le ۲۰$
۷:۰۰ − ۱۰:۰۰	$۴ \le x_۲ \le ۱۵$
۱۰:۰۰ − ۱۶:۰۰	$۴ \le x_۳ \le ۱۵$
۱۶:۰۰ − ۲۰:۰۰	$۴ \le x_۴ \le ۱۵$
۲۰:۰۰ − ۲۳:۰۰	$۴ \le x_۵ \le ۲۰$

داده شده است و برای تائید[۱۱] آن مدل به‌صورت ماژولار توسعه داده شده است و با استفاده از جای‌گذاری مقادیر ثابت برای متغیرهای تصادفی و چک‌کردن دستی نتایج، ارزیابی‌ها انجام شده است.

برای اعتبارسنجی مدل شبیه‌سازی، روش آزمون فرض آماری با استفاده از آماره‌ی آزمون t به‌کارگرفته شده است. به‌دلیل‌آنکه داده‌های واقعی درباره‌ی متغیر خروجی شبیه‌سازی (میانگین زمان انتظار مسافران) برای اعتبارسنجی مدل شبیه‌سازی دردست نبوده است، از «میانگین زمان تأخیر قطارها در یک سفر» به‌عنوان خروجی شبیه‌سازی برای آزمون فرض استفاده شده است. فرض صفر، برابری خروجی (میانگین زمان تأخیر قطارها در یک سفر) به‌دست‌آمده از مدل شبیه‌سازی با مقادیر واقعی (دریافتی از شرکت بهره‌برداری مترو تهران) است. برای این منظور خروجی شبیه‌سازی برای تعداد ۱۰ اجرای مستقل شبیه‌سازی برای سرفاصله‌های مورد استفاده در مترو به‌دست آمده و این مقادیر با داده‌های واقعی مقایسه و در سطح اطمینان $\alpha = ۰/۱$ فرض صفر پذیرفته شده است.

برای برازش دو شبه‌مدل کرایگینگ تصادفی برای میانگین مدت سفر مسافران و نرخ حمل قطار، به تعداد ۷۰ نقطه از فضای جواب با استفاده از روش LHS نمونه‌گیری شده است. به‌دلیل اینکه شبه‌مدل کرایگینگ برون‌یاب خوبی نیست، نقاط گوشه‌یی فضای جواب (شامل ابتدا و انتهای بازه‌ی معتبر برای متغیرهای تصمیم) در مجموعه‌ی نقاط شبیه‌سازی درنظرگرفته شده است. مدل شبیه‌سازی ۱۰ بار در هر نقطه دوباره‌سازی و میانگین و انحراف استاندارد متغیرهای پاسخ برای هر نقطه از فضای جواب محاسبه شده است. اعتبار شبه‌مدل برازش‌شده با استفاده از روش اعتبارسنجی متقاطع بررسی شده است و در سطح اطمینان ($\alpha = ۰/۱$) پذیرفته شده است. از تابع همبستگی گوسی برای شبه‌مدل‌های کرایگینگ استفاده شده است. روش ارائه‌شده در نرم‌افزار MATLAB ۸/۱ کد شده است و از فایل SK matlab.m از http://stochastickriging.net/ برای برازش شبه‌مدل‌ها استفاده شده است. برای یافتن جواب بهینه‌ی استوار با درنظرگرفتن سطح محافظه‌کاری Γ، مدل برنامه‌ریزی همتای استوار به‌دست آمده است. برای محاسبه‌ی جواب بهینه‌ی استوار از PSO استفاده شده است. اندازه‌ی ذرات در PSO برابر ۱۵ درنظرگرفته شده است.

پارامترهای PSO شامل اندازه‌ی ذرات[۱۲] (S) و ضرایب سرعت[۱۳] (نشان‌دهنده‌ی شدت حرکت به سوی بهینه‌ی محلی ($c_۱$) و سراسری ($c_۲$)) هستند. در پژوهش‌های پیشین نشان داده شده است که PSO برای مقادیر تقریباً برابر با ۲ برای هر دوی $c_۱$ و $c_۲$ بهترین عملکرد را نشان می‌دهد ($c = c_۱ + c_۲$ باید مقداری بزرگ‌تر از ۴ داشته باشد، به‌عنوان مثال هر یک از $c_۱$ و $c_۲$ حدوداً برابر ۲/۰۵ انتخاب می‌شود).[۲۰] در مسئله‌ی زمان‌بندی خطوط مترو نیز از مقدار ۲/۰۵ برای پارامترهای $c_۱$ و $c_۲$ استفاده شده است. برای اندازه‌ی ذرات در پیشینه مقدار مشخصی توصیه نشده است و عموماً اندازه‌ی ذرات وابسته به مسئله است و به‌صورت سعی و خطا تعیین می‌شود. در پژهش‌های پیشین فقط ذکر شده است که با افزایش بعد مسئله، تعداد ذرات هم باید افزایش یابد. همچنین ذکر شده است که تعداد کم ذرات خطر افتادن در بهینه‌ی محلی را افزایش می‌دهد و تعداد زیاد اندازه‌ی ذرات سرعت الگوریتم را کاهش می‌دهد.[۱۹] با توجه به بعد مسئله‌ی زمان‌بندی خطوط مترو که برابر ۱۰ است و بررسی‌های انجام‌شده به‌نظر می‌رسد الگوریتم برای اندازه‌ی ذرات برابر با ۱۵ عملکرد مناسبی (از نظر سرعت الگوریتم و خطر افتادن در دام بهینه محلی) دارد.

مقادیر به کار گرفته شده برای پارامترها در جدول ۲ و نتایج مربوط به جواب بهینه و متغیرهای پاسخ (میانگین مدت انتظار مسافران و نرخ حمل قطارها) در جدول ۳ نشان داده شده است. $\mathrm{H_I}$ مربوط به سرفاصله‌ها در جهت حرکت شمال (تجریش) به جنوب (کهریزک) و $\mathrm{H_O}$ مربوط به سرفاصله‌ها در جهت حرکت جنوب (کهریزک) به شمال (تجریش) است. $\Gamma_۰$ سطح محافظه‌کاری تابع هدف و $\Gamma_۱$ سطح محافظه‌کاری محدودیت نرخ حمل است. $Y_۱$ مربوط به متغیر پاسخ اول، میانگین زمان انتظار مسافران با واحد ثانیه و $Y_۲$ مربوط به متغیر پاسخ دوم، میانگین نرخ حمل قطارها به درصد است. ردیف اول که برای سطح محافظه‌کاری $(۰, ۰)$ به‌دست‌آمده، بیان‌گر جواب اسمی مسئله است. ردیف‌های بعدی مقادیر بهینه‌ی سرفاصله‌ها و مقادیر میانگین زمان انتظار مسافران و نرخ حمل برای سطوح محافظه‌کاری مختلف را نمایش می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با افزایش سطح محافظه‌کاری مقادیر سرفاصله‌های بهینه و نیز میانگین مدت انتظار و نرخ حمل افزایش می‌یابد. در حالی که نرخ تغییرات در مقادیر مدت انتظار مسافران و نرخ حمل با افزایش سطح محافظه‌کاری کاهش می‌یابد و جواب‌ها در مقابل تغییرات احتمالی استوارتر است.

برای مقایسه با روش‌های دیگر دو گروه روش را باید مد نظر داشت: یکی روش‌های بر پایه‌ی مدل‌سازی ریاضی و دیگری روش‌های بر پایه‌ی شبیه‌سازی. در دسته‌ی اول پژوهشی درباره‌ی زمان‌بندی استوار قطارها در مترو با درنظرگرفتن نرخ ورود مسافران وابسته به زمان و لحاظ‌کردن رابطه‌ی آن با نرخ حمل قطار در پیشینه یافت نشده است که امکان مقایسه فراهم باشد. درباره‌ی روش‌ها بر پایه‌ی شبیه‌سازی، تنها پژوهشی که به زمان‌بندی استوار قطارها در مترو پرداخته از روش بهینه‌سازی شبیه‌سازی مدل‌محور استفاده کرده است.[۱۵] از آنجاکه در منبع نام‌برده از روش کمینه‌ی واریانس برای یافتن جواب استوار استفاده‌شده و این روش تنها برای مسائل نامقید قابل به‌کارگیری است امکان لحاظ‌کردن محدودیت نرخ حمل در آن میسر نیست. همچنین منطق به‌کار رفته برای یافتن جواب استوار در این منبع منطق کمینه‌ی واریانس است که با منطق minimax استفاده‌شده در پژوهش پیش رو تفاوت دارد. اضافه‌کردن این موارد به اختلاف در روش‌های بهینه‌سازی شبیه‌سازی به‌کارگرفته‌شده (روش مدل‌محور در مقابل روش شبه‌مدل‌محور) با توجه به مزایا و معایب هر یک، امکان مقایسه‌ی واقعی و معنادار بین دو روش را از بین می‌برد. در مجموع مزایای روش ارائه‌شده نسبت به روش‌های موجود در پیشینه را به شرح زیر می‌توان نام برد:

- روش ارائه‌شده از منطق minimax برای ارائه‌ی زمان‌بندی استوار استفاده می‌کند که نسبت به روش‌هایی که از منطق کمینه‌ی واریانس استفاده می‌کنند به مفاهیم بهینه‌سازی استوار نزدیک‌تر است.
- روش ارائه‌شده قابل به‌کارگیری برای مسائل مقید است و امکان لحاظ‌کردن استواری در شدنی‌بودن مسئله را در کنار استواری در بهینگی میسر می‌سازد که یک مزیت مهم شمرده می‌شود.
- روش ارائه‌شده به‌دلیل انعطاف بالای ابزار شبیه‌سازی برای مدل‌کردن مسئله، نیاز به درنظرگرفتن فرض‌های ساده‌ساز کم‌تری دارد و از این نظر نسبت به روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی دارای مزیت است.

جدول ۲. مقادیر پارامترهای استفاده‌شده در مطالعه‌ی موردی.

پارامتر	m	n	v_{ave}	$v_{\max}$	T	$dw_{\min}$	$rec_{\min}$	FR	$C^{\max}$
مقدار	۲۹	۲۰	۵۰ km/h	۸۰ km/h	۵	۳۰ s	۹۰ s	٪۵۰	۲۳۰۰

جدول ۳. نتایج مربوط به مقادیر بهینه‌ی استوار برای متغیرهای تصمیم و متغیرهای پاسخ برای سطوح محافظه‌کاری مختلف.

سرفاصله‌ی بهینه (ثانیه) $\mathbf{H_I(s), H_O(s)}$	سطح محافظه‌کاری $\mathbf{\Gamma = (\Gamma_0, \Gamma_1)}$	میانگین متغیرهای پاسخ $\mathbf{Y_1(s), Y_2(\%)}$	انحراف استاندارد متغیرهای پاسخ	کمینه‌ی متغیرهای پاسخ	بیشینه‌ی متغیرهای پاسخ
H_I = (۷۰۰, ۲۴۰, ۳۰۰, ۲۴۰, ۵۵۷) H_O = (۶۰۰, ۲۴۰, ۳۰۰, ۲۴۰, ۶۰۰)	Γ = (۰, ۰)	Y_1 = ۲۳۵ Y_2 = ۷۲	Y_1 = ۱۰/۲ Y_2 = ۶	Y_1 = ۲۲۴ Y_2 = ۷۰	Y_1 = ۲۴۹ Y_2 = ۷۷
H_I = (۷۴۰, ۲۵۹, ۳۰۰, ۲۴۰, ۶۶۰) H_O = (۶۲۰, ۲۴۰, ۳۴۰, ۲۵۶, ۷۳۵)	Γ = (۱۰, ۱۰)	Y_1 = ۲۶۰ Y_2 = ۷۶	Y_1 = ۹/۶ Y_2 = ۸	Y_1 = ۲۳۰ Y_2 = ۷۳	Y_1 = ۲۵۸ Y_2 = ۸۳
H_I = (۷۸۰, ۲۷۳, ۳۵۲, ۲۵۸, ۷۰۳) H_O = (۶۴۸, ۲۵۲, ۴۰۹, ۲۷۹, ۸۲۱)	Γ = (۲۰, ۲۰)	Y_1 = ۲۷۸ Y_2 = ۸۲	Y_1 = ۱۰/۷ Y_2 = ۷	Y_1 = ۲۴۹ Y_2 = ۷۹	Y_1 = ۲۶۴ Y_2 = ۸۸
H_I = (۷۹۰, ۲۹۱, ۳۶۸, ۲۷۷, ۸۱۶) H_O = (۶۶۳, ۲۶۰, ۴۸۹, ۳۱۰, ۹۶۰)	Γ = (۳۰, ۳۰)	Y_1 = ۲۹۰ Y_2 = ۸۶	Y_1 = ۱۱/۵ Y_2 = ۸	Y_1 = ۲۵۱ Y_2 = ۸۱	Y_1 = ۲۷۷ Y_2 = ۹۰
H_I = (۸۰۰, ۳۲۰, ۴۳۳, ۳۰۵, ۹۶۰) H_O = (۷۲۰, ۲۷۷, ۴۹۷, ۳۴۴, ۹۹۷)	Γ = (۴۰, ۴۰)	Y_1 = ۳۰۱ Y_2 = ۹۲	Y_1 = ۸/۴ Y_2 = ۵	Y_1 = ۲۷۱ Y_2 = ۹۰	Y_1 = ۲۷۸ Y_2 = ۹۰

- این روش نسبت به روش‌های بهینه‌سازی شبیه‌سازی مدل‌محور دارای مزیت تعداد اجرای کمتر مدل شبیه‌سازی و ارائه‌ی دید نسبت به ساختار تابع هدف است.

۵. نتیجه‌گیری

عموماً عدم قطعیت ذاتی در تقاضای مسافران ریلی در پژوهش‌های پیشین درنظرگرفته نشده است. این موضوع ممکن است منجر به ازدحام مسافران و بروز اغتشاش‌های تصادفی و در نتیجه ایجاد تأخیر در برنامه‌ی زمان‌بندی شود. در این مطالعه به بررسی سیستم ریلی شهری با درنظرگرفتن عدم قطعیت در تقاضا و مدت طی بلاک‌ها پرداخته شده است. برای تعیین برنامه‌ی زمان‌بندی استوار که قابلیت جذب اغتشاش‌های کوچک را دارا باشد از ابزار بهینه‌سازی شبیه‌سازی استفاده شده است. مدل مترو با درنظرگرفتن محدودیت‌های ناشی از نوع ریل‌ها (تک ریل یا خطوط چندگانه)، سرعت حرکت قطارها، محدودیت زمان توقف در ایستگاه‌ها، محدودیت‌های مربوط به سرفاصله‌ها، محدودیت تعداد خطوط در هر ایستگاه، و محدودیت‌های ایمنی و ملاحظات مربوط به آن در نرم‌افزار ED شبیه‌سازی شده است. با استفاده از روش LHS تعدادی نقطه از فضای جواب نمونه‌گیری‌شده و برای برآورد رابطه‌ی بین ورودی (سرفاصله‌ها) و خروجی مدل شبیه‌سازی (میانگین مدت انتظار مسافران و میانگین نرخ حمل قطارها) دو شبه‌مدل کرایگینگ تصادفی یکی برای تابع هدف و دیگری برای محدودیت برازش شده است. همچنین از روش بهینه‌سازی استوار برتسیماس‌وسیم برای فرمول‌بندی مسئله‌ی همتای استوار برای توابع به دست آمده از کرایگینگ استفاده شده است. مدل همتای استوار به‌دست‌آمده با استفاده از PSO حل شده است. برای مطالعه‌ی موردی خط ۱ متروی تهران شبیه‌سازی شد و جواب‌های بهینه‌ی استوار برای روزهای کاری (شنبه تا چهارشنبه) در پنج بازه‌ی زمانی با نرخ‌های متفاوت تقاضا برای مسافران به دست آمده است.

برای مطالعات آتی توسعه‌ی روش ارائه‌شده به‌منظور حل مسئله‌ی زمان‌بندی در کل شبکه و درنظرگرفتن ارتباطات و همبستگی بین خطوط پیشنهاد می‌شود. همچنین به‌کارگیری سایر شبه‌مدل‌ها نظیر شبه‌مدل رگرسیونی و شبکه عصبی مصنوعی و مقایسه‌ی نتایج با نتایج به‌دست‌آمده از شبه‌مدل کرایگینگ پیشنهاد می‌شود.

پانوشت‌ها

1. headway
2. real-time
3. predictive control
4. response surface methodology
5. equilibrium assignment
6. successive averages
7. frequency

8. enterprise dynamics
9. attributes
10. constriction coefficient
11. verify
12. swarm size
13. acceleration coefficients

منابع (References)

1. mohammadnezhad, A. and Mahlooji, H. "An artificial neural network meta-model for constrained simulation optimization", *Journal of the Operational Research Society*, **65**, pp. 1232-1244 (2013).
2. Simpson, T.W., Poplinski, J., Koch, P.N. and Allen, J.K. "Metamodels for computer-based engineering design: survey and recommendations", *Engineering with Computers*, **17**, pp. 129-150 (2001).
3. Koutsopoulos, H. and Wang, Z. "Simulation of urban rail operations: Application framework", *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, **2006**(1), pp. 84-91 (2015).
4. Li, J.P. "Train station passenger flow study", in *Simulation Conference, Proceedings, IEEE*, pp. 1173-1176 (Winter 2000).
5. Assis, W.O. and Milani, B.l.E. "Generation of optimal schedules for metro lines using model predictive control", *Automatica*, **40**, pp. 1397-1404 (2004).
6. Vázquez-Abad, F.J. and Zubieta, L. "Ghost simulation model for the optimization of an urban subway system", *Discrete Event Dynamic Systems,* **15**, pp. 207-235 (2005).
7. Yalçınkaya, Ö. and Bayhan, G.M. "Modelling and optimization of average travel time for a metro line by simulation and response surface methodology", *European Journal of Operational Research*, **196**, pp. 225-233 (2009).
8. Grube, P., Núñez, F. and Cipriano, A. "An event-driven simulator for multi-line metro systems and its application to Santiago de Chile metropolitan rail network", *Simulation Modelling Practice and Theory*, **19**, pp. 393-405 (2011).
9. Poon, M., Wong, S. and Tong, C. "A dynamic schedule-based model for congested transit networks", *Transportation Research Part B: Methodological*, **38**, pp. 343-368 (2004).
10. Vitetta, A., Cartisano, A. and Comi, A. "Application for comparing frequency and schedule-based approaches in the simulation of a low frequency transit system", Schedule-Based Dynamic Transit Modeling: Theory and Applications, Springer, pp. 217-239, (2004).
11. Motraghi, A. and Marinov, M.V. "Analysis of urban freight by rail using event based simulation", *Simulation Modelling Practice and Theory*, **25**, pp. 73-89 (2012).
12. Paolucci, M. and Pesenti, R. "An object-oriented approach to discrete-event simulation applied to underground railway systems", *Simulation*, **72**, pp. 372-383 (1999).
13. Suhl, L., Mellouli, T., Biederbick, C and Goecke, J. "Managing and preventing delays in railway traffic by simulation and optimization", Mathematical Methods on Optimization in Transportation Systems, Springer, pp. 3-16 (2001).
14. Jia, W., Mao, B., Liu, H., Chen, S. and Ding, Y. "Service robustness analysis of trains by a simulation method", in: *Proceedings of the Sixth International Conference on Traffic and Transportation Studies, ASCE*, USA., pp. 752-762 (2008).
15. Hassannayebi, E., Sajedinejad, A. and Mardani, S. "Urban rail transit planning using a two-stage simulation-based optimization approach", *Simulation Modelling Practice and Theory*, **49**, pp. 151-166 (2014).
16. Cressie, N.A. and Cassie, N.A., *Statistics for Spatial Data*, Wiley New York (1993).
17. Ankenman, B., Nelson, B.L. and Staum, J. "Stochastic kriging for simulation metamodeling", *Operations Research*, **58**, pp. 371-382 (2010).
18. Memarsadeghi, N., Raykar, V.C., Duraiswami, R. and Mount, D.M. "Efficient kriging via fast matrix-vector products", in: *Aerospace Conference,* pp. 1-7. (2008).
19. Rezaee Jordehi, A. and Jasni, J. "Parameter selection in particle swarm optimisation: A survey", *Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence*, **25**, pp. 527-542 (2013).
20. Talbi, E.-G., *Metaheuristics: From Design to Implementation*, John Wiley & Sons (2009).
21. Kennedy, J. "Particle swarm optimization", in: Encyclopedia of Machine Learning, pp. 760-766 (2010)