مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (زمستان ۱۳۹۶)
دوره‌ی ۱-۳۳، شماره‌ی ۲/۲، ص. ۱۳۷-۱۴۸، (یادداشت فنی)

Research Note

طراحی سیستم تولید سلولی با درنظرگرفتن تخصیص اپراتور و قابلیت اطمینان ماشین‌آلات چندکاره در یک محیط پویا

مجید رفیعی * **(استادیار)**
عطیه محمدی‌طلب (دانشجوی کارشناسی ارشد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

در این نوشتار دو مدل ریاضی مختلط عدد صحیح برای طراحی سیستم تولید سلولی ارائه شده است. در مدل اول به بررسی هزینه‌های پیکربندی، پیکربندی مجدد، نصب و قطع ابزار، مصرف ابزار و خرابی ماشین‌آلات در محیطی پویا پرداخته شده است. در مدل دوم هزینه‌های مربوط به استخدام، اخراج، حقوق و دستمزد اپراتور کمینه می‌شود. یکی از نوآوری‌های اساسی این مدل درنظرگرفتن سطوح مختلف مهارتی بر اساس ویژگی یادگیری و فراموشی اپراتور است. همچنین به‌منظور به‌دست‌آوردن جواب بهینه، مدل سومی طراحی شده است که هر دو مدل اول و دوم را دربرمی‌گیرد. مدل‌ها در نرم‌افزار گمز کدنویسی شده‌اند و نمونه‌های عددی از آن‌ها حل شده است. همچنین، به‌بررسی مقادیر بهینه و زمان حل هر یک از مدل‌های خطی و غیر خطی و بررسی مقادیر بهینه‌ی مدل سلسله‌مراتبی و هم‌زمان پرداخته شده است.

واژگان کلیدی: سیستم تولید سلولی، تخصیص اپراتور، اثر یادگیری و فراموشی اپراتور، ماشین‌آلات چندکاره، خرابی ماشین‌آلات.

rafiee@sharif.edu
mohamaditalab88@gmail.com

۱. مقدمه

برآورده‌کردن نیاز مشتری و تأمین رضایت او از نکات مهم در عرصه‌ی تولید است. با بیشترشدن انتظارات مشتری از نظر تنوع و کیفیت محصول، چرخه‌ی عمر تولید کالا کوتاه شده است و پاسخ‌گویی سریع به تقاضای مشتری از نظر کیفیت خوب، زمان کوتاه و قیمت کم مزیت رقابتی است. از این رو فلسفه‌های تولیدی متنوعی مانند تولید ناب[۱]، تولید درست به موقع[۲] و فنّاوری گروهی[۳] از سوی محققان و برنامه‌ریزان اصلی عرصه‌ی تولید ارائه شده است. فنّاوری گروهی را میتروفنف در سال ۱۹۶۶ میلادی و بعدها بوربیج در سال ۱۹۷۵ معرفی کردند.[۱] فنّاوری گروهی به مجموعه‌ی روش‌هایی اطلاق می‌شود که با در نظرگیری بیشترین تشابه طراحی و تجهیزات فرایندی بر روی قطعات اقدام به ایجاد خانواده‌ی قطعات و دسته‌بندی ماشین‌آلات می‌نماید. یکی از مهمترین کاربردهای فنّاوری گروهی در عرصه‌ی تولید، سیستم تولید سلولی است. مزیت‌های عمده‌ی به‌کارگیری سیستم تولید سلولی توسط ومرلو و هایر[۱] در سال ۱۹۸۹ بیان شد که عبارت‌اند از:

- کاهش زمان آماده‌سازی؛
- کاهش موجودی در جریان ساخت؛
- کاهش هزینه‌ی جابه‌جایی مواد؛
- کاهش هزینه‌ی مستقیم و غیر مستقیم اپراتور؛
- بهبود کیفیت ساخت؛
- بهبود در روند جریان مواد؛
- بهبود در استفاده از فضا؛
- بهبود روحیه‌ی کارمندان و... .

در حالت کلی یک سیستم تولید سلولی شامل موارد زیر است:

۱. پیکربندی سلول‌ها[۴]: دسته‌بندی قطعات و ماشین‌آلات بر اساس عملیات، شباهت‌های تولیدی و تشکیل خانواده‌ی قطعات است.

۲. چیدمان گروهی[۵]: تعیین و طراحی چیدمان ماشین‌آلات در داخل هر سلول و همچنین چیدمان خود سلول‌ها به شکلی بهینه یا نزدیک به بهینه است.

۳. زمان‌بندی گروهی[۶]: زمان‌بندی خانواده‌ی قطعات به‌طوری که در کم‌ترین زمان ممکن (یا تأخیر ممکن) عملیات تولید پایان بپذیرد.

۴. تخصیص منابع[۷]: عبارت است از تخصیص منابع انسانی و همچنین تجهیزات به ماشین‌آلات، به گونه‌یی که کم‌ترین هزینه‌ی تدارک این تجهیزات متحمل شود.

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۷/۱۴، اصلاحیه ۱۳۹۴/۱۲/۱۰، پذیرش ۱۳۹۵/۲/۲۲.

توجه به نیروی انسانی یکی از مهم‌ترین عوامل موفقیت در سازمان و در نهایت ارتقای سطح کمی و کیفی سازمان است. از این‌رو در این مقاله، توجه به نیروی انسانی به‌طور خاص مورد توجه قرار گرفته است. امروزه بسیاری از مدیران به دنبال راه‌هایی برای بهینه‌سازی قابلیت اطمینان ماشین‌های چندکاره هستند. با توجه به مقالات بررسی‌شده، سطح‌بندی مهارتی اپراتور که متأثر از قدرت یادگیری و فراموشی اپراتور به صورت کمی است در کنار سایر عوامل مهم تولیدی نظیر پویایی سیستم تولید، پیکربندی مجدد و نصب ابزار بر روی ماشین مورد بررسی قرار نگرفته است. در این مقاله تلاش شده است تا این خلأ تحقیقاتی پوشش داده شود.

۲. مروری بر آثار پیشین

دست‌یافتن به مدل سیستم تولید سلولی که در آن بسیاری از عوامل تولیدی در نظر گرفته شده باشد، بسیار ارزشمند است. یکی از مهم‌ترین مفاهیم برنامه‌ریزی تولید، ماهیت پویایی آن است. به‌این‌ترتیب که پارامترهایی همچون تقاضا، زمان انجام عملیات و غیره در دوره‌های مختلف تولیدی می‌توانند متفاوت باشند و منجر به راهبردهای تولیدی مختلفی در هر دوره شوند. این مفهوم در سیستم تولید سلولی با نام «پیکربندی مجدد» یا «پویایی» مطرح می‌شود. صفایی و توکلی مقدم (۲۰۰۹)، مدلی ریاضی برای سیستم تولید سلولی در محیط پویا را با درنظرگرفتن برنامه‌ریزی تولید، با هدف کمینه‌کردن هزینه‌های حرکات بین‌سلولی و درون‌سلولی قطعات و ماشین‌آلات، پیکربندی مجدد بین دوره‌ها، برون‌سپاری جزیی و انتقال موجودی ارائه داده‌اند. مدل ارائه‌شده با استفاده از الگوریتم شاخه و کران حل شده است.[۲] کیا و همکاران (۲۰۱۲)، مسئله‌ی پیکربندی و چیدمان در محیط پویا را به‌طور هم‌زمان مدل کردند. هدف مدل، کمینه‌کردن هزینه‌ی کل جابه‌جایی بین سلولی و درون سلولی قطعات، جابه‌جایی ماشین‌آلات، خرید ماشین‌آلات جدید، سربار ماشین‌آلات و عملیات انجام‌شده توسط ماشین‌آلات است. مواردی همچون مسیریابی جایگزین، توالی عملیات، زمان پردازش و پیکربندی مجدد پوشش داده شده است.[۳]

با پیشرفت فنّاوری و محدودیت فضا در مکان‌های تولیدی، ماشین‌آلات چندکاره به روی کار آمده‌اند. این‌گونه ماشین‌آلات توانایی نصب چندین ابزار بر روی خود را دارند و می‌توانند یک یا چند عملیات از یک قطعه را بدون جابه‌جایی قطعه بر روی ماشین‌آلات دیگر، انجام دهند. فانتان و دفرشاوچن (۲۰۰۶)، یک مدل جامع برای مسئله‌ی سیستم تولید سلولی ارائه کرده‌اند که در آن عوامل تولیدی بسیار متنوعی در نظر گرفته شده است. قائل‌شدن ابزار عملیات برای قطعات مختلف که بر روی ماشین آلات خاصی قابل نصب هستند، مسیرهای پردازش جایگزین برای قطعات، توالی عملیات[۸]، تعیین حجم انباشته انتقالی قطعات، ظرفیت ماشین، تعادل ظرفیت‌کاری سلول‌ها، هزینه‌ی عملیات، هزینه‌ی برون‌سپاری پردازش قطعات، هزینه‌ی ابزار، هزینه‌ی راه‌اندازی و ظرفیت سلول‌ها از جمله مفروضات مسئله هستند. با این حال مدل ارائه‌شده، تخصیص مهم‌ترین منبع تولیدی ــ نیروی انسانی ــ را مورد توجه قرار نداده است. مدل ارائه‌شده با الگوریتم شاخه و کران حل شده است.[۴]

با توجه به عمر ماشین‌آلات، فرض بی‌وقفه کارکردن آن‌ها به دور از واقعیت است. خرابی و تعمیرات ماشین‌آلات باعث ایجاد هزینه‌های مالی و زمانی می‌شود؛ پس عنصری به نام «در دسترس‌بودن ماشین» یا «قابلیت اطمینان از در دسترس‌بودن ماشین» تعریف می‌شود. در دسترس‌بودن به‌معنای احتمال مدت زمانی است که ماشین می‌تواند بدون وقفه کار کند و به مشکل بر نخورد. در بیشتر مقالات از توزیع نمایی برای محاسبه‌ی مدت زمان بین دو خرابی متوالی استفاده می‌کنند. لوکیش کومار و جین (۲۰۱۰)، در مقاله‌ی خود سعی در یکپارچه‌سازی سیستم‌های تولید سلولی چنددوره‌یی با سایر عوامل اساسی دارند که این عوامل عبارت‌اند از: تأثیر خرابی ماشین‌آلات بر روی هزینه‌ی تعمیرات ماشین‌آلات و زمان از دست رفته‌ی تولید محصول و غیره. در تابع هدف به معیارهای هزینه وزن داده شده که وزن‌ها اهمیت نسبی این هزینه‌ها را نشان می‌دهد؛ وزن‌دهی بر اساس تجربه و عملکرد است.[۵] این مقاله اساس کار مدل اول طراحی شده در این مطالعه است.

بحث تخصیص منابع (نیروی انسانی) از سال ۲۰۱۰ به یکی از مسائل به روز در سیستم تولید سلولی تبدیل شده است. ابتدا به موضوعاتی همچون استخدام و اخراج اپراتور، حقوق و دستمزد پرداخته شده است. بحث آموزش اپراتور و توجه به سطوح مهارتی آن‌ها بحث مهم و جالب توجهی است که خیلی کم به آن پرداخته شده و بیشتر به ارائه‌ی بحث‌های کیفی در این حوزه پرداخته شده است. در مقالات ارتقای مهارت اپراتور در حجم کاری محوله در دوره‌ی کاری وی بررسی نشده است و به افزایش مهارت وی توسط آموزش اشاره شده است. از بین معدود مقالات ارائه‌شده در این حوزه رفیعی و قدسی (۲۰۱۳)، یک مدل ریاضی دو هدفه برای حل هم‌زمان مسائل تخصیص اپراتور و پیکربندی سلول ارائه داده‌اند. کمینه‌سازی هزینه‌های خرید، جابه‌جایی و بالاسری ماشین‌آلات، حرکات بین‌سلولی و درون‌سلولی قطعات و حرکات بین سلولی اپراتور توسط تابع هدف اول مورد نظر بوده است. تابع هدف دوم ضریب استفاده از اپراتورها را افزایش می‌دهد. از آنجا که مدل ارائه‌شده مدلی از نوع مسائل سخت است، از الگوریتم مورچگان[۹] برای حل مدل استفاده شده است. همچنین به‌منظور بهبود عملکرد الگوریتم ارائه‌شده با الگوریتم ژنتیک ترکیب شده است.[۶]

باقری و بشیری (۲۰۱۴)، تخصیص اپراتور به ماشین را در محیط پویا مد نظر قرار دادند. مدل ارائه‌شده، یک مدل غیر خطی عدد صحیح است که مسائل پیکربندی سلول، تعیین چیدمان سلول‌ها در محیط تولیدی و تخصیص اپراتور به ماشین و سلول را به‌طور هم‌زمان مد نظر قرار می‌دهد. دخالت دادن عواملی مانند حرکات درون‌سلولی و بین‌سلولی قطعات وابسته به فاصله‌ی دو سلول، هزینه‌ی انتقال ماشین از سلولی به سلول دیگر در بین دو دوره‌ی تولیدی متوالی، و هزینه‌های استخدام و اخراج و دستمزد اپراتور از ویژگی‌های خاص این مدل است.[۷] سعیدی مهرآباد و همکاران (۲۰۱۳)، برنامه‌ریزی تولید را یک فعالیت حیاتی در هر سیستم تولید می‌دانند. در این مقاله، یک مدل ریاضی برای برنامه‌ریزی تولید در محیط پویا طراحی شده است که ویژگی‌های مهم تولید در آن پوشش داده شده است که عبارت‌اند از: چنددوره‌یی بودن برنامه‌ریزی تولید، توالی عملیات، پیکربندی مجدد، ماشین‌آلات همسان، ظرفیت ماشین‌آلات، و آموزش اپراتور و محدودیت‌های اصلی شامل برآورد تقاضا، ماشین‌آلات در دسترس، ظرفیت زمانی ماشین‌آلات، زمان در دسترس بودن اپراتور و آموزش است.[۸] با توجه به مقالات مفهوم تخصیص اپراتور و ماشین‌آلات چندکاره توأم به‌کارگرفته نشده و مقاله‌یی برای مطالعه‌ی این چهار عامل یافت نشده است.

عوامل پوشش‌داده‌شده در این مقاله به‌صورت جزیی در جدول ۱ نمایش داده شده است. با توجه به مقالات جدول ۲ می‌توان خلأ تحقیقاتی پوشش‌داده‌شده و خلاقیت این مقاله را ملاحظه کرد. در این مقاله مهارت اپراتور به‌طور کامل مورد بررسی قرار گرفته است. ضمناً به بررسی تحلیل‌هایی نیز پرداخته خواهد شد.

جدول ۱. ویژگی‌های پوشش‌داده‌شده در دو مدل ریاضی.

شماره	ویژگی‌های پوشش داده شده در مدل ریاضی
۱	توالی عملیات
۲	جابه‌جایی قطعات
	الف) جابه‌جایی قطعات بین سلول‌ها
	ب) جابه‌جایی قطعات درون سلول‌ها
۳	پیکربندی مجدد
۴	ماشین چندکاره
۵	تعادل حجم بارکاری
۶	ظرفیت ساعتی ماشین‌آلات
۷	زمان/هزینه‌ی عملیات ماشین‌آلات
۸	هزینه‌ی مصرف ابزار
۹	اثر خرابی ماشین‌آلات
۱۰	تخصیص اپراتور
	الف) حقوق و دستمزد
	ب) استخدام و اخراج
	ج) سطح‌بندی اپراتور بر اساس مهارت
	د) یادگیری و فراموشی اپراتور
	هـ) جابه‌جایی بین سلولی اپراتور

۳. مدل ریاضی

۱.۳. مدل مبتنی بر پیکربندی، پیکربندی مجدد، ماشین‌آلات چندکاره همراه با در نظرگرفتن قابلیت اطمینان ماشین

مدل برای سیستم تولید سلولی چنددوره‌یی طراحی شده است. مسیرهای پردازش جایگزین [۱۰] برای قطعات مختلف، موضوعی جدید است که با روی کارآمدن ماشین‌آلات چندکاره مطرح شده است. بی‌وقفه کارکردن ماشین‌آلات، فرضی به دور از واقعیت است. در این مدل سعی بر آن است تا این خلأ تحقیقاتی بررسی شود. فرض بر آن است که قابلیت اطمینان هر ماشین، طبق رابطه‌ی ۱، از توزیع نمایی با نرخ شکست یا خرابی ماشین معلوم و مشخصی پیروی می‌کند.

$$R = \exp(-\lambda t) \qquad (۱)$$

در این رابطه R قابلیت اطمینان ماشین، λ نرخ شکست یا نرخ خرابی ماشین است که دارای مقداری ثابت است. بر اساس رفتار توزیع نمایی، امید ریاضی زمان بین دو خرابی متوالی [۱۱] از رابطه‌ی ۲ به‌دست می‌آید:

$$\mathrm{MTBF} = \frac{۱}{\lambda} \qquad (۲)$$

در این رابطه MTBF نشان‌دهنده‌ی متوسط زمان بین دو خرابی متوالی ماشین است. با تقسیم زمان پردازش کلی ماشین بر این مقدار، متوسط تعداد خرابی ماشین در طول دوره‌ی تولیدی، به دست خواهد آمد. با توضیحات ارائه‌شده، هدف مدل انتخاب مسیر پردازش مناسب قطعات در کل دوره‌ی برنامه‌ریزی است به گونه‌یی که هزینه‌های کلی خرابی ماشین، مصرف ابزار، پیکربندی و پیکربندی مجدد کمینه شود.

۱.۱.۳. مفروضات

- ماشین‌آلات چندکاره‌اند؛ یعنی قابلیت نصب چندین ابزار روی ماشین‌آلات وجود دارد. این که روی هر ماشین چه ابزارهایی قابلیت نصب دارند به‌عنوان ورودی به مدل داده می‌شود.

جدول ۲. نمایش موارد پوشش داده شده در مقالات.

مرجع	۱	۲		۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰				
		الف	ب								الف	ب	ج	د	هـ
مقاله ارائه شده	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
[۹]	√	√						√		√					
[۱۰]	√	√	√				√	√		√					
[۸]	√			√				√			√		√		
[۶]		√	√	√			√	√							√
[۵]	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√					
[۱۱]	√	√						√		√					
[۱۲]	√	√	√	√			√	√							√
[۱۳]	√	√		√			√				√	√			
[۱۴]	√	√		√			√	√			√	√	√		
[۱۵]	√	√	√	√		√	√	√		√					
[۱۶]	√	√					√	√		√					
[۱۷]	√	√	√					√		√					
[۱۸]	√	√		√	√		√	√	√						
[۱۹]	√	√			√	√	√	√							

- از هر نوع ماشین فقط یکی در نظرگرفته شده است. ابزارها از نظر نوع عملیات، شرایط مورد استفاده‌بودن در دوره‌های مختلف، متفاوت هستند و از هر نوع ابزار یک عدد در نظرگرفته شده است.
- بسته به انتخاب هر یک از ابزارها برای انجام عملیات روی یک قطعه، هزینه‌ی مصرف ابزار متفاوت است. هزینه‌ی مصرف ابزار برای تمام قطعات درکل دوره‌ی برنامه‌ریزی محاسبه می‌شود.
- بیشینه و کمینه‌ی ظرفیت هر ماشین برای جای‌گیری ابزار، در هر دوره‌ی تولیدی مشخص است.
- هر ماشین ظرفیت زمانی مشخصی برای کارکردن دارد.
- قابلیت اطمینان ماشین‌ها از توزیع نمایی پیروی می‌کند. پارامتر این توزیع که نشان‌دهنده‌ی نرخ شکست یا خرابی ماشین است، مقداری مشخص است.
- هزینه‌ی خرابی ماشین شامل هزینه‌های قطع فعالیت، بررسی خرابی، تعمیر و نصب مجدد است و برای هر ماشین، مقداری ثابت و مشخص دارد.
- در هر دوره یک یا چند ابزار وجود دارند که می‌توانند یک نوع عملیات روی هر قطعه انجام دهند. یک عملیات از هر قطعه توسط یک ابزار انجام می‌شود بدان معنی که یک عملیات از هر قطعه نباید توسط دو یا چند ابزار انجام شود.
- در هر دوره امکان وجود ابزار نصب‌نشده و بدون استفاده در سیستم وجود دارد.
- دردوره‌ی اول از هزینه‌ی نصب ابزار چشم‌پوشی شده است. هزینه‌ی درنظرگرفته‌شده، هزینه‌ی نصب و قطع ابزار به‌صورت توأم برای انتقال ابزار از روی یک ماشین به ماشین دیگر از دوره‌ی دوم به بعد در نظرگرفته می‌شود.
- هزینه‌ی نصب و قطع ابزار به‌صورت توأم درنظرگرفته شده است. درواقع این هزینه‌ها برای ابزارهایی در نظرگرفته شده است که در یک دوره روی ماشینی نصب می‌شوند و در دوره‌ی بعدی از روی ماشین برداشته و روی ماشین دیگری نصب می‌شوند. پس ابزارهایی که در یک دوره به‌کار گرفته می‌شوند و دوره‌ی دیگر از سیستم حذف می‌شوند در هزینه‌ی قطع و نصب درنظرگرفته نمی‌شوند.
- هر نوع قطعه دارای یک یا چند مسیر پردازش مختلف است که باید بر اساس هزینه‌های مختلفی که بر سیستم تولیدی وارد می‌شود، بهترین این مسیرها برای تولید انتخاب شود.
- میزان تقاضا برای هر نوع قطعه در هر دوره‌ی تولیدی مختلف درنظرگرفته شده است ولی عددی مشخص و معلوم است.
- مدت زمان پردازش روی قطعه بسته به ابزار مورد استفاده و این که ابزار روی کدام ماشین نصب شده متفاوت است ولی در هر دوره مشخص و معلوم فرض شده است.
- حرکات قطعات به‌صورت بین سلولی و درون سلولی است. در حرکت درون سلولی به علت ناچیزبودن فواصل بین ماشین‌آلات به هزینه‌ی جابه‌جایی کل قطعات بسنده شده است. حرکت بین سلولی قطعات وابسته به فاصله‌ی بین سلول‌ها و هزینه‌ی جابه‌جایی کل قطعات است. فواصل بین سلولی و هزینه‌ی جابه‌جایی بسته به نوع قطعه در هر دوره مشخص و معلوم است.
- بیشینه و کمینه‌ی ظرفیت هر سلول برای جای‌گیری ماشین، در هر دوره‌ی تولیدی مشخص است.

۲.۱.۳. اندیس‌ها

m, m': ماشین‌آلات $(۱, ..., M)$؛

g, g': ابزارها $(۱, ..., G)$؛

c, c': سلول‌ها $(۱, ..., C)$؛

i: قطعات تولیدی $(۱, ..., I)$؛

t: دوره‌های تولیدی $(۱, ..., T)$؛

j: عملیات هر قطعه‌ی i $(۱, ..., J_i)$.

۳.۱.۳. پارامترها

M: تعداد کل ماشین‌آلات؛

G: تعداد کل ابزارها؛

C: تعداد کل سلول‌ها؛

I: تعداد کل قطعات تولیدی؛

T: تعداد کل دوره‌های تولیدی؛

J_i: تعداد کل این عملیات برای هر قطعه‌ی i؛

MC_i: هزینه‌ی جابه‌جایی قطعه بین سلول‌ها؛

SM: هزینه‌ی جداسازی، حمل‌ونقل و نصب ماشین از یک سلول به سلول دیگر؛

SG: هزینه‌ی نصب و قطع ابزار از روی ماشین؛

ψ_{ijg}: هزینه‌ی مصرف ابزار؛

B_m: هزینه‌ی تعمیرات ماشین mام؛

$captime$: بیشینه‌ی ظرفیت زمان پردازش روی ماشین؛

u_m, l_m: بیشینه و کمینه‌ی تعداد ابزار نصب شده روی ماشین؛

u_c, l_c: بیشینه و کمینه‌ی ظرفیت سلول c برای ماشین؛

q: درصد تعادل‌سازی حجم بارکاری سلول‌ها؛

D_i^t: میزان تقاضای قطعه‌ی iام در دوره‌ی تولیدی tام؛

$dis_{cc'}$: فاصله‌ی سلول c و c'؛

$time_{ijgm}$: زمان پردازش عملیات jام قطعه iام توسط ابزار gام روی ماشین mام؛

$MIBF$: متوسط زمان بین دو خرابی (یک تقسیم بر نرخ خرابی ماشین mام $(\frac{۱}{\lambda_m})$)؛

α_{ijg}^T: عملیات jام قطعه iام توسط ابزار gام در دوره‌ی t قابل اجرا است برابر ۱ در غیر این صورت صفر؛

β_{gm}^t: ابزار gام مجاز باشد در دوره‌ی t روی ماشین mام نصب شود برابر ۱ در غیر این صورت صفر.

۴.۱.۳. متغیرهای تصمیم

X_{mc}^t: اگر ماشین mام در دوره‌ی tام به سلول cام تخصیص یابد برابر ۱ در غیر این صورت صفر؛

Y_{gm}^t: اگر ابزار gام روی ماشین mام در دوره‌ی tام نصب شود برابر ۱ در غیر این صورت صفر؛

P_{ijg}^t: اگر عملیات jام قطعه iام در دوره tام بر روی ابزار gام انجام شود برابر ۱ در غیر این صورت صفر.

۵.۱.۳. مدل غیر خطی

مدل ارائه‌شده، یک مدل غیر خطی عدد صحیح است که مسئله‌ی پیکربندی سلولی و پیکربندی مجدد سلولی درکنار ماشین‌آلات چندکاره با قابلیت اطمینان را مورد بررسی قرار داده است. دخالت دادن عواملی مانند حرکات بین سلولی و درون سلولی، تعادل حجم بارکاری سلول‌ها، ظرفیت زمانی ماشین‌آلات، هزینه‌ی عملیات، هزینه‌ی مصرف ابزار و هزینه‌های جداسازی ابزار از روی یک ماشین و نصب آن بر

روی ماشین دیگر بین دو دوره تولیدی متوالی از ویژگی‌های خاص این مدل است.

$$\min \quad OF۱-۱=$$
$$\sum_{t=۱}^{T}\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G}\sum_{g'=۱}^{G}\sum_{m=۱}^{M}\sum_{m'=۱}^{M}\sum_{c,c'\neq c}^{C} x_{mc}^{t}\times y_{gm}^{t}\times p_{ijg}^{t}$$
$$\times x_{m'c'}^{t}\times y_{g'm'}^{t}\times p_{i(j+۱)g'}^{t}\times D_i^t\times dis_{c,c'}\times MC_i \qquad (۳\text{-}۱)$$
$$+\sum_{t=۱}^{T}\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G}\sum_{g'=۱}^{G}\sum_{m=۱}^{M}\sum_{m'=۱}^{M}\sum_{c=۱}^{C} x_{mc}^{t}\times y_{gm}^{t}\times p_{ijg}^{t}$$
$$\times x_{m'c}^{t}\times y_{g'm'}^{t}\times p_{i(j+۱)g'}^{t}\times D_i^t \qquad (۳\text{-}۲)$$
$$+\sum_{t=۱}^{T-۱}\sum_{m=۱}^{M}\sum_{c,c\neq c'}^{C} x_{mc}^{t}\times x_{mc'}^{t+۱}\times dis_{c,c'}\times SM \qquad (۳\text{-}۳)$$
$$+\sum_{t=۱}^{T}\sum_{m=۱}^{M}\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G} y_{gm}^{t}\times p_{ijg}^{t}\times D_i^t\times \psi_{ijg} \qquad (۳\text{-}۴)$$
$$+\sum_{t=۱}^{T-۱}\sum_{g=۱}^{G}\sum_{m,m'\neq m}^{M} y_{gm}^{t}\times y_{gm'}^{t+۱}\times SG \qquad (۳\text{-}۵)$$
$$+\sum_{t=۱}^{T}\sum_{m=۱}^{M}\frac{\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G} p_{ijg}^{t}\times y_{gm}^{t}\times time_{ijgm}\times D_i^t}{\mathrm{MTBF}_m}\times B_m \qquad (۳\text{-}۶)$$

Subjected to :

$$\sum_{c=۱}^{C} X_{mc}^{t}=۱ \quad \forall m,t; \qquad (۴)$$

$$\sum_{g=۱}^{G} P_{ijg}^{t}=۱ \quad \forall i,j,t; \qquad (۵)$$

$$\sum_{m=۱}^{M} Y_{gm}^{t}\leq ۱ \quad \forall g,t; \qquad (۶)$$

$$P_{ijg}^{t}\leq \alpha_{ijg}^{t} \quad \forall i,g,j,t; \qquad (۷)$$

$$Y_{gm}^{t}\leq \beta_{gm}^{t} \quad \forall g,m,t; \qquad (۸)$$

$$\sum_{c=۱}^{C}\sum_{m=۱}^{M} Y_{gm}^{t}\times X_{mc}^{t}\leq \sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i} P_{ijg}^{t} \quad \forall g,t; \qquad (۹)$$

$$\sum_{c=۱}^{C}\sum_{m=۱}^{M} Y_{gm}^{t}\times X_{mc}^{t}\geq P_{ijg}^{t} \quad \forall i,j,g,t; \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{m=۱}^{M} X_{mc}^{t}\leq u_c \quad \forall c,t; \qquad (۱۱)$$

$$\sum_{m=۱}^{M} X_{mc}^{t}\geq l_c \quad \forall c,t; \qquad (۱۲)$$

$$\sum_{g=۱}^{G} Y_{gm}^{t}\leq u_m \quad \forall m,t; \qquad (۱۳)$$

$$\sum_{g=۱}^{G} Y_{gm}^{t}\geq l_m \quad \forall m,t; \qquad (۱۴)$$

$$\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G} P_{ijg}^{t}\times Y_{gm}^{t}\times time_{ijgm}\times D_i^t\leq captime \quad \forall m,t; \qquad (۱۵)$$

$$\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G} X_{mc}^{t}\times Y_{gm}^{t}\times P_{ijg}^{t}\times time_{ijgm}\times D_i^t\geq\frac{q}{C} \quad \forall c,t; \qquad (۱۶)$$

$$\sum_{c=۱}^{C}\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G} X_{mc}^{t}\times Y_{gm}^{t}\times P_{ijg}^{t}\times time_{ijgm}\times D_i^t$$
$$X_{mc}^{t},Y_{gm}^{t},P_{ijg}^{t}\in\{۰,۱\} \quad \forall i,j,g,m,t; \qquad (۱۷)$$

تابع هدف مدل ارائه‌شده شامل هزینه‌های جابه‌جایی بین سلولی و درون سلولی قطعات، پیکربندی مجدد، مصرف ابزار، قطع و نصب ابزار و خرابی ماشین‌آلات است. جملات ۱-۳ و ۲-۳ در تابع هدف به‌ترتیب برای کمینه‌کردن تعداد حرکات بین‌سلولی و درون‌سلولی قطعات هستند. درواقع این نوع حرکات ناشی از توالی عملیات قطعات تولیدی مختلف است که به‌منظور دست‌یابی به یک سیستم تولید سلولی مناسب، باید کمترین تعداد این حرکات را داشته باشیم. جمله‌ی ۳-۳ تابع هدف، ناشی از طبیعت چنددوره‌یی بودن سیستم تولیدی است. درواقع به‌دلیل تفاوت در مسیرهای پردازش قطعات در دوره‌های مختلف تولیدی و تفاوت در میزان تقاضای قطعات، یک چیدمان بهینه برای یک دوره‌ی تولیدی لزوماً برای دوره‌ی بعدی نیز بهینه نخواهد بود. پس ممکن است مجبور شویم ماشین‌آلات را از یک سلول تولیدی به سلول تولیدی دیگر، در بین دو دوره‌ی تولیدی منتقل کنیم که این امر مستلزم هزینه‌هایی مانند جداسازی ماشین[۱۲]، نصب ماشین[۱۳] و همچنین حمل‌ونقل ماشین[۱۴] خواهد بود. هدف کلی دست‌یابی به جوابی با کم‌ترین میزان هزینه است. جمله‌ی ۴-۳ تابع هدف، هزینه‌ی مصرف ابزار است که به حجم کاری روی ابزارها وابسته است. جمله‌ی ۵-۳ تابع هدف، مربوط به هزینه‌ی نصب و قطع ابزار در کل دوره‌های برنامه‌ریزی سیستم تولیدی است. هزینه‌ی نصب و قطع ابزار به ابزارهایی تخصیص می‌یابد که در دو دوره‌ی متوالی از روی ماشینی برداشته و روی ماشین دیگر نصب شده باشد. جمله‌ی ۶-۳ تابع هدف، مربوط به خرابی ماشین‌آلات و هزینه‌ی تعمیرات ماشین‌آلات است. رابطه‌ی ۴ محدودیت تخصیص ماشین‌آلات به یک سلول است. رابطه‌ی ۵ محدودیت تخصیص عملیات هر قطعه به یک ابزار است. رابطه‌ی ۶ محدودیت نصب ابزار روی حداکثر یک ماشین است؛ پس در برخی از دوره‌ها امکان داشتن ابزار بدون‌استفاده وجود دارد. ماشین‌آلات چندکاره هستند؛ یعنی امکان نصب چند ابزار روی آن‌ها وجود دارد. به‌عنوان ورودی به مدل گفته می‌شود که کدام ابزارها مجاز به نصب روی کدام ماشین‌آلات هستند تا در زمان تخصیص ابزار به ماشین مد نظر قرار گیرند و به‌طور مشابه عملیات هر قطعه توسط کدام ابزارها قابلیت انجام دارد تا در زمان تخصیص عملیات هر قطعه به ابزار مد نظر قرار گیرد. این موارد در محدودیت‌های ۷ و ۸ به‌عنوان مجازبودن تخصیص عملیات قطعه به یک ابزار و نصب ابزار به ماشین به کار رفته‌اند. رابطه‌های ۹ و ۱۰ محدودیت‌های مربوط به نصب‌نشدن ابزار بدون‌استفاده روی ماشین‌آلات هستند. محدودیت‌های ۱۱ و ۱۲ مربوط به ظرفیت جای‌گیری ماشین‌آلات در داخل سلول‌ها در هر دوره‌ی زمانی است. محدودیت‌های ۱۳ و ۱۴ مربوط به ظرفیت نصب ابزار روی هر ماشین در هر دوره است. محدودیت ۱۵ ظرفیت کار ماشین‌آلات در هر دوره‌ی زمانی است. محدودیت ۱۶ مربوط به متعادل‌کردن حجم بارکاری در سلول‌هاست. محدودیت ۱۷ مربوط به محدودیت علامتی متغیرهای تصمیم است.

۲.۳. مدل مبتنی بر تخصیص اپراتور همراه با روزآمدسازی سطح مهارت در هر دوره، سطح بندی، حقوق و دستمزد، استخدام و اخراج

هر اپراتور دارای سطحی از توانایی برای کارکردن با هر ابزاری است. بر اساس حداقل توانایی مورد نیاز برای کارکردن با ابزار، حق استخدام‌شدن در هر دوره‌ی تولیدی برای اپراتور وجود دارد. اگر اپراتوری در دوره‌یی استخدام شود، بر اساس مدت زمان کار با یک ابزار، توانایی وی در کارکردن با آن ابزار افزایش می‌یابد. اگر در دوره‌یی استخدام نشود به علت وجود فراموشی و دور ماندن ازکار، توانایی وی برای کارکردن با ابزارها کاهش می‌یابد. در انتهای هر دوره بر اساس به روزرسانی توانایی کارکردن هر اپراتور با هر ابزار، مقیاسی برای سطح‌بندی اپراتورها انتخاب می‌شود (برای مثال میانگین توانایی). متناسب با سطح‌بندی، به اپراتورها دستمزد پرداخت می‌شود. درواقع قدرت یادگیری در حین کار برای اپراتور مد نظر قرار گرفته است که تا به حال در هیچ کار تحقیقاتی دیده نشده است. یکی از مزایای درنظرگرفتن یادگیری و فراموشی در متعادل ساختن هزینه‌های استخدام، اخراج، حقوق و دستمزد و توجه به اپراتور است. توجه و اهمیت دادن به اپراتور در سیستم‌های تولیدی عامل بسیار مهمی است و باعث شکوفایی توانایی اپراتور در محیط کار و در نهایت بهترشدن کیفیت محصولات می‌شود.

۱.۲.۳. مفروضات

- هر نوع قطعه دارای یک مسیر پردازش مشخص و تعدادی عملیات است که باید بر اساس توالی مربوطه انجام شود.
- میزان تقاضا برای هر نوع قطعه در هر دوره‌ی تولیدی مشخص و قطعی است.
- اپراتورها توان جابه‌جایی در بین سلول‌ها را دارند. مسیرهای مختلفی می‌تواند برای هر اپراتور وجود داشته باشد و خروجی این مدل، یافتن مسیر بهینه‌ی اپراتور نیست.
- بیشترین ظرفیت کاری برای اپراتورها در هر دوره‌ی تولیدی مشخص شده است.
- در هر دوره از بین افراد بر اساس توانایی و کمینه‌کردن هزینه‌های مطرح شده در تابع هدف، عده‌یی استخدام می‌شوند و عده‌یی بی‌کار می‌مانند.
- افراد استخدامی در هر دوره باید در دوره‌ی قبل بی‌کار باشند، یعنی افراد استخدامی در هر دوره، افراد بی‌کار در دوره‌های قبل هستند.
- اثر یادگیری و فراموشی اپراتور مورد توجه قرار گرفته است. به‌طوری‌که اگر یک اپراتور در یک دوره‌ی تولیدی مشغول به کار شود، با ابزارهایی که مشغول به کار است به میزان حجم کاری با آن ابزار به مهارت وی افزوده می‌شود و اگر با ابزاری کار انجام ندهد به‌علت حضور در محیط کار، رویت ماشین‌آلات و نحوه‌ی کار ابزار از مهارت وی کاسته نمی‌شود و ثابت باقی می‌ماند. اگر اپراتوری در دوره‌یی به کار گرفته نشود، به علت فراموشی، از سطح مهارتی وی در تمام ابزارها کاسته می‌شود.
- بر اساس روزآمدسازی مهارت‌ها در انتهای هر دوره‌ی تولیدی، برای هر اپراتور میانگین مهارتی به‌دست می‌آید و بر اساس این مقیاس، اپراتورها سطح‌بندی می‌شوند و بر اساس سطح‌بندی در هر دوره حقوق دریافت می‌کنند.

۲.۲.۳. اندیس‌ها

m, m': ماشین‌آلات $(۱, ..., M)$؛

g, g': ابزارها $(۱, ..., G)$؛

c, c': سلول‌ها $(۱, ..., C)$؛

i: قطعات تولیدی $(۱, ..., I)$؛

t: دوره‌های تولیدی $(۱, ..., T)$؛

j: عملیات هر قطعه‌ی i در هر دوره‌ی تولیدی $(۱, ..., J_i)$؛

k: اپراتورها $(۱, ..., K)$؛

l: سطوح مهارتی اپراتور $(۱, ..., L)$.

۳.۲.۳. پارامترها

M: تعداد کل ماشین‌آلات؛

G: تعداد کل ابزارها؛

C: تعداد کل سلول‌ها؛

I: تعداد کل قطعات تولیدی؛

T: تعداد کل دوره‌های تولیدی؛

J_i: تعداد کل این عملیات برای هر قطعه‌ی i؛

K: تعداد کل اپراتورها؛

L: تعداد کل سطوح مهارتی؛

η_g^t: حجم کاری با ابزار g در دوره‌ی t

$$\left(\eta_g^t = \sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{O_i}\sum_{m=۱}^{M}\sum_{c=۱}^{C} p_{ijg}^t \times y_{gm}^t \times x_{mc}^t \times time_{ijgm} \times D_i^t\right)$$

$\sigma_{gmcg'm'c'}^t$: امکان جابه‌جایی اپراتور بین سلولی توسط تغییر ابزار

$$\left(\sigma_{gmcg'm'c'}^t = y_{gm}^t \times x_{mc}^t \times y_{g'm'}^t \times x_{m'c'}^t\right)$$

H, F: هزینه‌ی استخدام و اخراج اپراتور؛

SA_l: هزینه‌ی دستمزد اپراتورکه در سطح lام قرار دارد؛

$a_{kg}^{t=۱}$: توانایی کارکردن با ابزار g برای اپراتور kام که در ابتدای دوره‌ی اول قرار دارد؛

aw_g: کمینه‌ی توانایی لازم برای کارکردن با ابزار gام؛

∂_l: مرزهای سطح توانایی کارکردن اپراتور با ابزارها؛

$\omega_۱, \omega_۲$: میزان کاهش و افزایش توانایی اپراتور؛

D_i^t: میزان تقاضای قطعه‌ی iام در دوره‌ی تولیدی tام؛

x_{mc}^t: تخصیص ماشین در سلول؛

y_{gm}^t: تخصیص ابزار روی ماشین؛

p_{ijg}^t: توالی عملیات؛

$dis_{cc'}$: فاصله‌ی مستقیم دو نقطه‌ی کاندید c و c' برای ایجاد سلول؛

$time_{ijgm}$: زمان پردازش عملیات jام قطعه iام توسط ابزار gام روی ماشین mام؛

$\min EM$: کمینه‌ی تعداد اپراتور مورد نیاز، در هر دوره‌ی تولیدی؛

$cap\,time$: بیشینه‌ی ظرفیت زمانی کاری اپراتور.

۴.۲.۳. متغیرهای تصمیم

b_k^t: اگر اپراتور k در دوره‌ی tام مشغول به کار باشد برابر ۱ در غیر این صورت صفر؛

h_k^t: اگر اپراتور k در دوره tام استخدام شود برابر ۱ در غیر این صورت صفر؛

le_{lk}^t: اگر اپراتور k در دوره tام در سطح lام قرارگیرد برابر ۱ در غیر این صورت صفر؛

w_{kg}^t: اگر اپراتور k در دوره‌ی tام با ابزار g مشغول به‌کار باشد برابر ۱ در غیر این صورت صفر؛

$a_{kg}^{t\geq۲}$: توانایی کارکردن با ابزار g در ابتدای دوره‌ی t برای اپراتور kام.

۵.۲.۳. مدل ریاضی غیر خطی

مدل ارائه‌شده، یک مدل غیر خطی مختلط عدد صحیح است که تمرکز اصلی مدل روی مهارت و توانایی اپراتور است.

$$\min \quad OF۲-۱=$$

$$\sum_{k=۱}^{K}\left(h_k^{۱}\times H\right)+\sum_{t=۲}^{T}\sum_{k=۱}^{K}\left(h_k^t\times H+(۱-b_k^t)\times F\right) \qquad (۱۸\text{-}۱)$$

$$+\sum_{t=۱}^{T}\sum_{k=۱}^{K}\sum_{g=۱}^{G}\sum_{g'=۱}^{G}\sum_{m=۱}^{M}\sum_{m'=۱}^{M}\sum_{c,c'\neq c}^{C} w_{kg}^t\times w_{kg'}^t\times\sigma_{gmcg'm'c'}^t$$

$$\times dis_{c,c'} \qquad (۱۸\text{-}۲)$$

$$+\sum_{t=۱}^{T}\sum_{k=۱}^{K}\sum_{l=۱}^{L}\sum_{g=۱}^{G}\eta_g^t\times w_{kg}^t\times le_{lk}^t\times SA_l \qquad (۱۸\text{-}۳)$$

Subjected to :

$$b_k^{۱}=h_k^{۱} \qquad \forall k; \qquad (۱۹)$$

$$b_k^{t+۱}(۱-b_k^t)=h_k^{t+۱} \qquad \forall t=۱,...,T-۱,\ \forall k; \qquad (۲۰)$$

$$h_k^{t+۱}\leq ۱-b_k^t \qquad \forall t=۱,...,T-۱,\ \forall k; \qquad (۲۱)$$

$$\sum_{k=۱}^{K} b_k^t\geq \min EM \qquad \forall t; \qquad (۲۲)$$

$$w_{kg}^t\leq b_k^t \qquad \forall k,g,t; \qquad (۲۳)$$

$$\sum_{k=۱}^{K} w_{kg}^t=\sum_{m=۱}^{M} y_{gm}^t \qquad \forall g,t; \qquad (۲۴)$$

$$\sum_{g=۱}^{G} w_{kg}^t\geq b_k^t \qquad \forall k,t; \qquad (۲۵)$$

$$w_{kg}^t\times aw_g\leq a_{kg}^t \qquad \forall k,g,t; \qquad (۲۶)$$

$$a_{kg}^{t+۱}=b_k^t\times a_{kg}^t+w_{kg}^t\times\omega_۱\eta_g^t+(۱-b_k^t)\max(a_{kg}^t-\omega_۲,۰)$$

$$\forall t=۱,...,T-۱, \qquad \forall k,g; \qquad (۲۷)$$

$$\sum_{l=۱}^{L-۱}\partial_l\times le_{(l+۱)k}^t\leq\frac{\sum_{g=۱}^{G} a_{kg}^t}{G}\leq\sum_{l=۱}^{L}\partial_l\times le_{lk}^t \qquad \forall k,t; \qquad (۲۸)$$

$$\sum_{l=۱}^{L} le_{lk}^t=۱ \qquad \forall k,t; \qquad (۲۹)$$

$$\sum_{g=۱}^{G}\eta_g^t\times w_{kg}^t\leq captime\times b_k^t \qquad \forall k,t; \qquad (۳۰)$$

$$w_{kg}^t,h_k^t,b_k^t,le_{kl}^t\in\{۰,۱\}$$

$$a_{kg}^t\geq ۰ \qquad (۳۱)$$

جمله‌های ۱-۱۸، ۲-۱۸ و ۳-۱۸ به ترتیب مربوط به هزینه‌ی استخدام و اخراج، جابه‌جایی بین سلولی اپراتور، حقوق و دستمزد اپراتور هستند. در دوره‌ی اول از بین اپراتورها، افرادی استخدام و به کار گرفته می‌شوند. در دوره‌های آتی بسته به میزان توانایی اپراتور، تعدادی اخراج یا استخدام می‌شوند و تعدادی مشغول به کار باقی می‌مانند. اپراتور توان جابه‌جایی بین سلول‌ها را دارد. مدل به‌گونه‌یی طراحی شده است که این جابه‌جایی را کمینه کند. حقوق و دستمزد اپراتور بر حسب سطوحی که در آن قرار می‌گیرد، پرداخت می‌شود. محدودیت‌های ۱۹ و ۲۰ مربوط به متعادل ساختن وضعیت استخدام، اخراج و مشغول به کار است. محدودیت ۲۱، شرط استخدام را بیان می‌کند که فرد استخدامی حتماً در دوره‌ی قبل بی‌کار بوده است. محدودیت ۲۲ مربوط به حداقل تعداد اپراتور مشغول به کار در هر دوره است. محدودیت‌های ۲۳ و ۲۴ بیان می‌کنند شرط تخصیص ابزار به اپراتور، به‌کارگیری اپراتور در دوره است و اگر به کارگرفته شد باید تخصیص ابزار صورت گیرد تا بیکار باقی نماند. محدودیت ۲۵ مربوط به تخصیص ابزارهای مشغول به کار به یک اپراتور است. محدودیت ۲۶ مربوط به تخصیص ابزار به اپراتوری است که حداقل توانایی لازم برای کارکردن با آن ابزار را داشته باشد. محدودیت ۲۷ مربوط به روزآمدسازی توانایی اپراتورها در انتهای هر دوره‌ی تولیدی است. محدودیت‌های ۲۸ و ۲۹ مربوط به سطح‌بندی اپراتورها در انتهای هر دوره‌ی تولیدی هستند و اینکه هر اپراتور در یک سطح حتماً قرار گیرد. محدودیت ۳۰، ظرفیت زمان کاری اپراتور است. محدودیت ۳۱ مربوط به محدودیت علامتی متغیرهای مدل است.

۳.۳. خطی‌سازی مدل

با توجه به روش‌های مطرح شده در ذیل، مدل غیر خطی به مدل خطی تبدیل می‌شود.

۱.۳.۳. روش شماره ۱

عبارت $Z=X_۱\times X_۲\times ...\times X_n$ را در نظر بگیرید. در این عبارت فرض بر این است که متغیر $X_i\ (i=۱,...,n)$ یک متغیر صفر و یک است. واضح است که متغیر Z تنها در صورتی مقدار ۱ خواهد گرفت که تمام $X_i\ (i=۱,...,n)$ها مقدار ۱ بگیرند. اگر حداقل یکی از $X_i\ (i=۱,...,n)$ها مقدار صفر به خود بگیرد، حاصل ضرب این متغیرها نیز مقدار صفر خواهد گرفت. با توجه به این نکته، با اضافه‌کردن چند محدودیت می‌توان Z را که یک متغیر باینری است، جایگزین حاصل ضرب متغیرهای صفر و یک کرد. این محدودیت‌ها به شکل زیر هستند:[۷]

$$Z\leq X_i \qquad \forall i=۱,..,n$$

$$Z\geq\sum_{i=۱}^{n} X_i-(n-۱)$$

۲.۳.۳. روش شماره ۲

برای بیشینه‌کردن مقدار دو عبارت در مسئله‌ی کمینه‌سازی می‌توان از روش زیر برای خطی‌سازی استفاده کرد:[۷]

$$\begin{array}{ll}\min & T\\ St: & \\ T=\max(X,a) & \end{array}\quad\rightarrow\quad\begin{array}{ll}\min & Z\\ St: & \\ Z\geq X & \\ Z\geq a & \end{array}$$

۳.۳.۳. روش شماره ۳

عبارت $Z=Y\times X_۱\times X_۲\times ...\times X_n$ را در نظر بگیرید. در این عبارت فرض بر این است که متغیر $X_i\ (i=۱,...,n)$ یک متغیر صفر و یک و متغیر Y یک متغیر نامنفی است. واضح است که متغیر Z تنها در صورتی مقدار Y را به خود خواهد گرفت که تمام $X_i\ (i=۱,...,n)$ها مقدار ۱ بگیرند. اگر حداقل یکی از $X_i\ (i=۱,...,n)$ها مقدار صفر به خود بگیرد حاصل ضرب این متغیرها نیز مقدار صفر خواهد گرفت. با توجه به این نکته، با اضافه کردن چند محدودیت

می‌توان Z را جایگزین حاصل‌ضرب متغیرهای صحیح از نوع صفر و یک و متغیر نامنفی کرد. این محدودیت‌ها به شکل زیر هستند:[۲۰]

$$Z \le M_\infty X_i \quad \forall i = ۱, .., n$$

$$Z \le Y$$

$$Z \ge Y - (n - \sum_{i=۱}^{n} X_i) M_\infty$$

۴.۳.۳. خطی‌سازی مدل ۱

جملات ۱-۳ تا ۶-۳، ۹، ۱۰، ۱۵ و ۱۶ باعث غیر خطی‌شدن مدل شده‌اند. از این‌رو متغیرهای جدید به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$PXY۱^t_{ijgg'mc} = X^t_{mc} Y^t_{gm} P^t_{ijg} X^t_{m'c'} Y^t_{g'm'} P^t_{i(j+۱)g'}$$

$$PXY۲^t_{ijgg'mc} = X^t_{mc} Y^t_{gm} P^t_{ijg} X^t_{m'c} Y^t_{g'm'} P^t_{i(j+۱)g'}$$

$$XX^t_{mcc'} = X^t_{mc} X^{t+۱}_{mc'}$$

$$YX^t_{gmc} = Y^t_{gm} X^t_{mc}$$

$$PY^t_{ijgm} = P^t_{ijg} Y^t_{gm}$$

$$YY^t_{gmm'} = Y^t_{gm} Y^{t+۱}_{gm'}$$

$$PXY^t_{ijgmc} = P^t_{ijg} X^t_{mc} Y^t_{gm}$$

با درنظرگرفتن این متغیرها، محدودیت‌های زیر به مدل اصلی اضافه خواهند شد:

$$PXY۱^t_{ijgg'mc} \ge YX^t_{gmc} + P^t_{ijg} + YX^t_{g'm'c'} + P^t_{i(j+۱)g'} - ۳ \quad (۳۲)$$

$$PXY۱^t_{ijgg'mc} \le YX^t_{gmc} \quad (۳۳)$$

$$PXY۱^t_{ijgg'mc} \le P^t_{ijg} \quad (۳۴)$$

$$PXY۱^t_{ijgg'mc} \le YX^t_{g'm'c'} \quad (۳۵)$$

$$PXY۱^t_{ijgg'mc} \le P^t_{i(j+۱)g'} \quad (۳۶)$$

$$PXY۲^t_{ijgg'mc} \ge YX^t_{gmc} + P^t_{ijg} + YX^t_{g'm'c} + P^t_{i(j+۱)g'} - ۳ \quad (۳۷)$$

$$PXY۲^t_{ijgg'mc} \le YX^t_{gmc} \quad (۳۸)$$

$$PXY۲^t_{ijgg'mc} \le P^t_{ijg} \quad (۳۹)$$

$$PXY۲^t_{ijgg'mc} \le YX^t_{g'm'c} \quad (۴۰)$$

$$PXY۲^t_{ijgg'mc} \le P^t_{i(j+۱)g'} \quad (۴۱)$$

$$XX^t_{mcc'} \ge X^t_{mc} + X^{t+۱}_{mc'} - ۱ \quad (۴۲)$$

$$XX^t_{mcc'} \le X^t_{mc} \quad (۴۳)$$

$$XX^t_{mcc'} \le X^{t+۱}_{mc'} \quad (۴۴)$$

$$YX^t_{gmc} \ge Y^t_{gm} + X^t_{mc} - ۱ \quad (۴۵)$$

$$YX^t_{gmc} \le Y^t_{gm} \quad (۴۶)$$

$$YX^t_{gmc} \le X^t_{mc} \quad (۴۷)$$

$$PY^t_{ijgm} \ge P^t_{ijg} + Y^t_{gm} - ۱ \quad (۴۸)$$

$$PY^t_{ijgm} \le P^t_{ijg} \quad (۴۹)$$

$$PY^t_{ijgm} \le Y^t_{gm} \quad (۵۰)$$

$$YY^t_{gmm'} \ge Y^t_{gm} + Y^{t+۱}_{gm'} - ۱ \quad (۵۱)$$

$$YY^t_{gmm'} \le Y^t_{gm} \quad (۵۲)$$

$$YY^t_{gmm'} \le Y^{t+۱}_{gm'} \quad (۵۳)$$

$$PXY^t_{ijgmc} \ge X^t_{mc} + PY^t_{ijgm} - ۱ \quad (۵۴)$$

$$PXY^t_{ijgmc} \le PY^t_{ijgm} \quad (۵۵)$$

$$PXY^t_{ijgmc} \le X^t_{mc} \quad (۵۶)$$

با انجام عملیات خطی‌سازی، مدل ارائه‌شده به یک مدل خطی صفر و یک تبدیل می‌شود. با فرض اضافه‌شدن این محدودیت‌های خطی‌سازی، توابع هدف و محدودیت‌های غیر خطی به شکل زیر تغییر می‌کنند:

$$\min \quad OF۱ - ۲ =$$

$$\sum_{t=۱}^{T}\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G}\sum_{g'=۱}^{G}\sum_{m=۱}^{M}\sum_{m'=۱}^{M}\sum_{c,c'\neq c}^{C} PXY۱^t_{ijgg'mc} \times D^t_i \times dis_{c,c'} \times MC_i \quad (۵۷\text{-}۱)$$

$$+\sum_{t=۱}^{T}\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G}\sum_{g'=۱}^{G}\sum_{m=۱}^{M}\sum_{m'=۱}^{M}\sum_{c=۱}^{C} PXY۲^t_{ijgg'mc} \times D^t_i \quad (۵۷\text{-}۲)$$

$$+\sum_{t=۱}^{T-۱}\sum_{m=۱}^{M}\sum_{c,c\neq c'}^{C} XX^t_{mcc'} \times dis_{c,c'} \times SM \quad (۵۷\text{-}۳)$$

$$+\sum_{t=۱}^{T}\sum_{m=۱}^{M}\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G} PY^t_{ijgm} \times D^t_i \times \psi_{ijg} \quad (۵۷\text{-}۴)$$

$$+\sum_{t=۱}^{T-۱}\sum_{g=۱}^{G}\sum_{m,m'\neq m}^{M} YY^t_{gmm'} \times SG \quad (۵۷\text{-}۵)$$

$$+\sum_{t=۱}^{T}\sum_{m=۱}^{M}\frac{\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G} PY^t_{ijgm} \times time_{ijgm} \times D^t_i}{\mathrm{MTBF}_m} \times B_m \quad (۵۷\text{-}۶)$$

Subjected to :

با درنظرگرفتن محدودیت‌های ۴ تا ۸ و ۱۱ تا ۱۴:

$$\sum_{c=۱}^{C}\sum_{m=۱}^{M} YX^t_{gmc} \le \sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i} P^t_{ijg} \quad \forall g, t; \quad (۵۸)$$

$$\sum_{c=۱}^{C}\sum_{m=۱}^{M} YX^t_{gmc} \ge P^t_{ijg} \quad \forall i, j, g, t; \quad (۵۹)$$

$$\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G} PY^t_{ijgm} \times time_{ijgm} \times D^t_i \le captime \quad \forall m, t; \quad (۶۰)$$

$$\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G} PXY^t_{ijgmc} \times time_{ijgm} \times D^t_i \ge \frac{q}{C}$$

$$\sum_{c=۱}^{C}\sum_{i=۱}^{I}\sum_{j=۱}^{J_i}\sum_{g=۱}^{G} PXY^t_{ijgmc} \times time_{ijgm} \times D^t_i \quad \forall c, t; \quad (۶۱)$$

$$x^t_{mc}, y^t_{gm}, p^t_{ijg}, PY^t_{ijgm}, PXY^t_{ijgmc}, PXY1^t_{ijgg'mc},$$
$$PXY2^t_{ijgg'mc}, XX^t_{mcc'}, YX^t_{gmc}, YY^t_{gmm'} \in \{0, 1\} \quad (62)$$

۵.۳.۳. خطی‌سازی مدل ۲

جملات ۲-۱۸، ۳-۱۸، ۲۰ و ۲۷ باعث غیر خطی‌شدن مدل شده‌اند که از این سه نوع هستند. از این‌رو، متغیرهای جدیدی به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$WW^t_{kgg'} = w^t_{kg} \times w^t_{kg'}$$
$$WL^t_{kgl} = w^t_{kg} \times le^t_{lk}$$
$$B^t_k = b^{t+1}_k \times (1 - b^t_k)$$
$$Z = \max(a^t_{kg} - \omega_2, 0)$$
$$BA^t_{kg} = b^t_k \times a^t_{kg}$$
$$BZ^t_k = (1 - b^t_k) \times Z$$

با درنظرگرفتن این متغیرها، محدودیت‌های زیر به مدل اصلی اضافه خواهند شد:

$$WW^t_{kgg'} \geq w^t_{kg} + w^t_{kg'} - 1 \quad (63)$$
$$WW^t_{kgg'} \leq w^t_{kg} \quad (64)$$
$$WW^t_{kgg'} \leq w^t_{kg'} \quad (65)$$
$$WL^t_{kgl} \geq w^t_{kg} + le^t_{lk} - 1 \quad (66)$$
$$WL^t_{kgl} \leq w^t_{kg} \quad (67)$$
$$WL^t_{kgl} \leq le^t_{lk} \quad (68)$$
$$B^t_k \geq b^{t+1}_k + (1 - b^t_k) - 1 \quad (69)$$
$$B^t_k \leq b^{t+1}_k \quad (70)$$
$$B^t_k \leq (1 - b^t_k) \quad (71)$$
$$Z \geq a^t_{kg} - \omega_2 \quad (72)$$
$$Z \geq 0 \quad (73)$$
$$BA^t_{kg} \geq a^t_{kg} - M_\infty(1 - b^t_k) \quad (74)$$
$$BA^t_{kg} \leq a^t_{kg} \quad (75)$$
$$BA^t_{kg} \leq M_\infty \times b^t_k \quad (76)$$
$$BZ^t_k \geq Z - M_\infty[1 - (1 - b^t_k) \quad (77)$$
$$BZ^t_k \leq Z \quad (78)$$
$$BZ^t_k \leq M_\infty \times (1 - b^t_k) \quad (79)$$

با انجام عملیات خطی‌سازی، مدل ارائه شده به یک مدل خطی مختلط عدد صحیح تبدیل می‌شود. با فرض اضافه‌شدن این محدودیت‌های خطی‌سازی، توابع هدف و محدودیت‌های غیر خطی به شکل زیر تغییر می‌کنند.

$$\min \quad OF2 - 2 =$$

با درنظرگرفتن تابع هدف ۱-۱۸:

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K}\sum_{g=1}^{G}\sum_{g'=1}^{G}\sum_{m=1}^{M}\sum_{m'=1}^{M}\sum_{c,c'\neq c}^{C} WW^t_{kgg'} \times \sigma^t_{gmcg'm'c'} \times dis_{c,c'} \quad (80\text{-}1)$$

$$+\sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\sum_{g=1}^{G} WL^t_{kgl} \times \eta^t_g \times SA_l \quad (80\text{-}2)$$

Subjected to :

با درنظرگرفتن محدودیت‌های ۱۹، ۲۱ تا ۲۶ و ۲۸ تا ۳۰:

$$B^t_k = h^{t+1}_k \quad \forall k, \ \forall t = 1, ..., T-1; \quad (81)$$
$$a^{t+1}_{kg} = w^t_{kg} \times \omega_1 \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J_i} \eta^t_g + BZ^t_k + BA^t_{kg}$$
$$\forall k, g, \ \forall t = 1, ..., T-1; \quad (82)$$
$$w^t_{kg}, h^t_k, b^t_k, le^t_{kl}, B^t_k, WW^t_{kgg'}, WL^t_{kgl} \in \{0, 1\}$$
$$BA^t_{kg}, BZ^t_k, z, a^t_{kg} \geq 0 \quad (83)$$

۴. تحلیل نتایج

به‌منظور بررسی زمان حل و مقدار بهینه‌ی مدل خطی و مدل غیر خطی، مثال‌های عددی از مدل اول و دوم حل شد. با توجه به جواب‌های حاصل‌شده می‌توان دریافت:

- مقایسه‌ی مقادیر بهینه‌ی هر مثال با مثال دیگر منطقی نیست زیرا پارامترهای ورودی مثال‌ها بر اساس افزایش بعد، تغییر کرده است. منطقی است که در هر مثال، مقادیر بهینه و زمان حل مدل خطی و غیر خطی باهم بررسی شود. زیرا ابعاد و پارامترهای ورودی باهم یکسان هستند.
- جواب بهینه‌ی مدل خطی کمتر یا مساوی مقدار بهینه‌ی مدل غیر خطی است.
- به‌طور کلی در هر مسئله، زمان حل مدل خطی کمتر از زمان حل مدل غیر خطی است.
- در برخی موارد، جواب مدل غیر خطی بیشتر از مدل خطی می‌شود، با افزایش مدت زمان حل می‌توان مقدار مدل غیر خطی را بهبود داد ولی این نکته همیشه برقرار نیست. در بعضی مواقع امکان دارد مدل در حلقه بیافتد و با افزایش زمان نتواند جواب را بهبود دهد. در واقع باید به الگوریتم‌های حل غیر خطی دقت کرد که جواب‌های یافت‌شده محلی هستند و نه مطلق.

۱.۴. مدل اول

جدول‌های ۳ و ۴ به تشریح پنج مثال عددی حل شده پرداخته‌اند. شکل‌های ۱ و ۲ به بررسی زمان حل و اختلاف مقادیر بهینه از لحاظ خطی و غیر خطی‌بودن مدل پرداخته است.

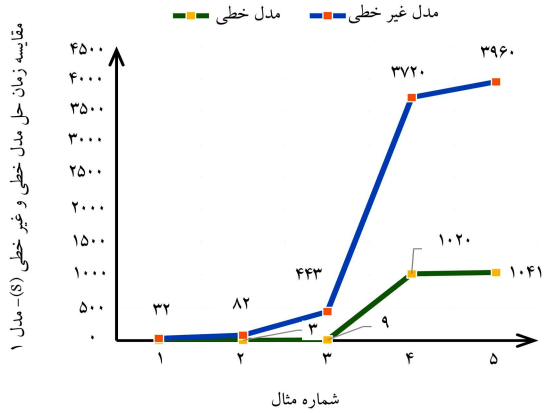
مسیر یافتن جواب بهینه‌ی مثال سوم در دو مدل خطی و غیر خطی با شکست زمان بررسی شد. همان‌طورکه در شکل ۳ مشاهده می‌شود، مدل خطی در ۰٫۳

جدول ۳. ابعاد مثال‌های عددی حل شده از مدل اول.

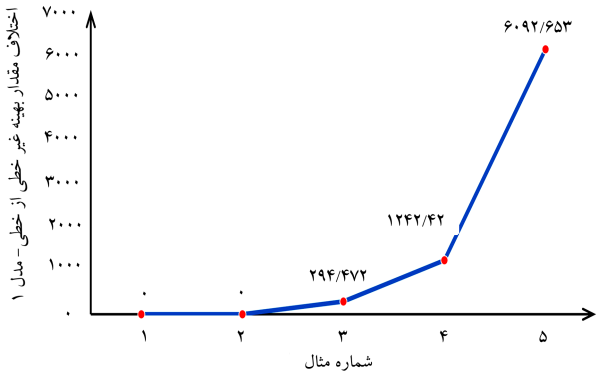
ویژگی مثال	قطعه	ماشین	سلول	دوره	ابزار
۱	۲	۳	۲	۲	۵
۲	۲	۳	۲	۳	۵
۳	۴	۳	۲	۲	۷
۴	۴	۴	۲	۳	۷
۵	۶	۵	۳	۲	۱۰

جدول ۴. مقادیر بهینه و زمان حل مدل اول (خطی ـ غیر خطی).

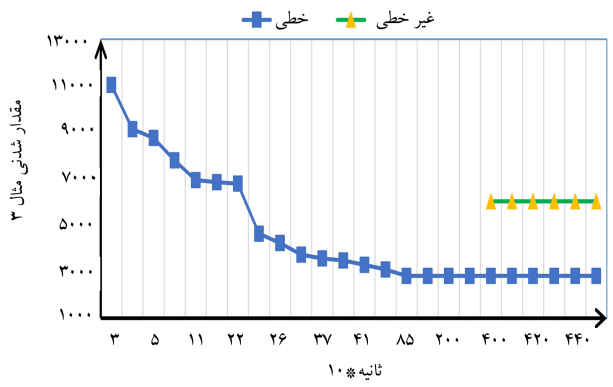
شماره مثال	مدل خطی		مدل غیر خطی	
	مقدار بهینه	زمان حل (ثانیه)	مقدار بهینه	زمان حل (ثانیه)
۱	۲۱۵۶٫۸۰۵	۱	۲۱۵۶٫۸۰۵	۳۲
۲	۳۵۷۹٫۸۴۰	۳	۳۵۷۹٫۸۴۰	۸۲
۳	۲۸۲۲٫۹۴۰	۹	۳۱۱۷٫۴۱۲	۴۴۳
۴	۳۷۶۵٫۴۹۰	۱۰۲۰	۵۰۰۷٫۹۱۰	۳۷۲۰
۵	۱۰۱۳۵٫۵۵۸	۱۰۴۱	۱۶۲۲۸٫۲۱۱	۳۹۶۰



شکل ۱. مقایسه‌ی زمان حل مدل‌های خطی و غیر خطی (مدل ۱).



شکل ۲. اختلاف مقدار تابع هدف خطی از غیر خطی (مدل ۱).



شکل ۳. مقایسه‌ی روند ساخت جواب شدنی در مدل خطی و غیر خطی (مثال ۳).

ثانیه نقطه‌ی شدنی را می‌یابد و با گذر زمان سعی در یافتن جواب بهینه می‌کند. در زمان ۸٫۵ ثانیه جواب و مقدار بهینه را می‌یابد؛ در حالی‌که مدل غیر خطی در ثانیه‌ی ۴۰، جواب شدنی خود را می‌یابد.

۲.۴. مدل دوم

جدول‌های ۵ و ۶ به تشریح چهار مثال عددی حل شده پرداخته‌اند. شکل‌های ۴ و ۵ به بررسی زمان حل و اختلاف مقادیر بهینه از لحاظ خطی و غیر خطی بودن مدل پرداخته است.

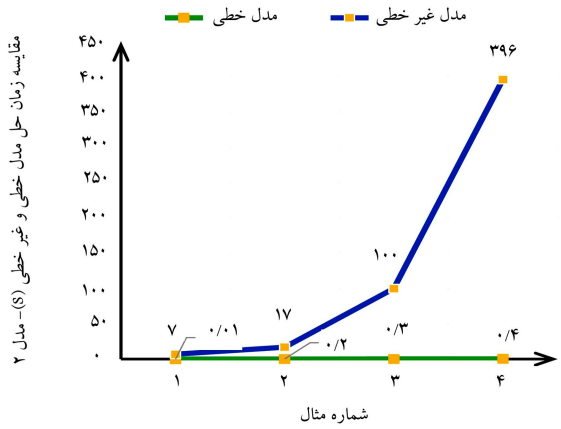
مسیر یافتن جواب بهینه‌ی مثال دوم در دو مدل خطی و غیر خطی با شکست زمان بررسی شد. مدل خطی در ۰٫۰۹ ثانیه نقطه‌ی شدنی را می‌یابد و با گذر زمان سعی در یافتن جواب بهینه می‌کند. این مدل در زمان ۰٫۲ ثانیه جواب و مقدار بهینه را می‌یابد در حالی‌که مدل غیر خطی در ۰٫۴ ثانیه،

جدول ۵. ابعاد مثال عددی حل شده از مدل دوم.

ویژگی مثال	اپراتور	قطعه	ماشین	سلول	دوره	ابزار
۱	۴	۲	۳	۲	۲	۵
۲	۴	۲	۳	۲	۳	۵
۳	۸	۴	۳	۲	۲	۷
۴	۱۲	۶	۵	۳	۲	۱۰

جدول ۶. مقادیر بهینه و زمان حل مدل دوم (خطی ـ غیر خطی).

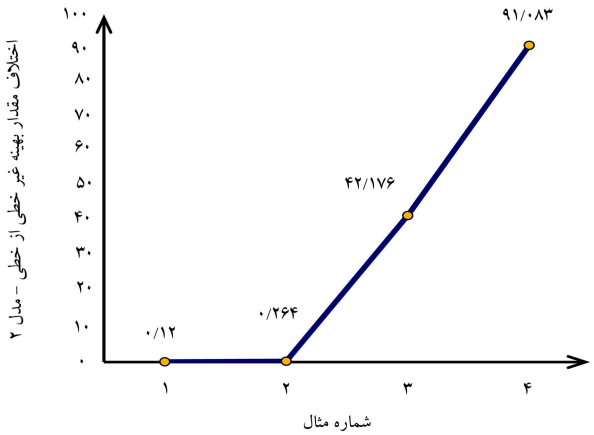
شماره مثال	مدل خطی		مدل غیر خطی	
	مقدار بهینه	زمان حل (ثانیه)	مقدار بهینه	زمان حل (ثانیه)
۱	۹۶٫۱۳۵	۰٫۰۱	۹۶٫۲۵۵	۷
۲	۱۰۴٫۳۵۲	۰٫۲	۱۰۴٫۶۱۶	۱۷
۳	۲۱۱٫۳۱	۰٫۳	۲۵۳٫۴۸۶	۱۰۰
۴	۳۰۷٫۲۴۷	۰٫۴	۳۹۸٫۳۳	۳۹۶



شکل ۴. مقایسه‌ی زمان حل مدل‌های خطی و غیر خطی (مدل ۲).

جدول ۷. بررسی مقادیر بهینه‌ی سلسله‌مراتبی و همزمان.

شماره مثال	مدل ۱	مدل ۲	جمع مدل ۱ و ۲	مدل همزمان	اختلاف جواب
۱	۳۲۱۶٫۹	۱۰۲٫۳۹۶	۳۳۱۹٫۲۹۶	۳۳۱۹٫۲۹۶	۰
۲	۲۸۸۴٫۲۶۴	۱۶۶٫۶۳۳	۳۰۵۰٫۸۹۷	۳۰۵۰٫۸۹۷	۰
۳	۱۶۴۶٫۵۵۱	۲۰۹٫۱۸۷	۱۸۵۵٫۷۳۸	۱۷۹۶٫۳۷۳	۵۹٫۳۶۵



شکل ۵. اختلاف مقدار تابع هدف خطی از غیر خطی (مدل ۲).

جواب شدنی خود را می‌یابد. تا ۱۷ ثانیه سعی در کم‌کردن فاصله‌ی نقطه‌ی شدنی و بهترین جواب پیدا شده، می‌کند و در ۱۷ ثانیه جواب بهینه را اعلام می‌کند.

۳.۴. بررسی مدل سلسله مراتبی و هم‌زمان

در این مقاله مدل‌های ۱ و ۲ را به طور هم‌زمان مدل کردیم که مدل هم‌زمان، تجمعی از محدودیت‌ها و تابع هدف دو مدل ۱ و ۲ است. مدل هم‌زمان، مدلی غیر خطی مختلط عدد صحیح است که توسط سه روش خطی‌سازی مطرح‌شده، خطی شد و در نرم‌افزار گمز نوشته شد. نمونه‌های عددی به‌طور تصادفی تولید شد و به‌صورت سلسله‌مراتبی از مدل خطی ۱ و ۲ و مدل خطی هم‌زمان حل و بررسی شد. نتایج در جدول ۷ آورده شده است.

همان‌طور که در جدول‌های ۷ و ۸ ملاحظه می‌شود با افزایش ابعاد مسئله، مدل هم‌زمان جواب بهینه‌ی مناسب‌تری ارائه می‌دهد و این لزوم استفاده از مدل هم‌زمان را مشخص می‌سازد. بشیری و باقری (۲۰۱۴) اشاره کردند که مدل هم‌زمان نسبت به مدل سلسله‌مراتبی، جواب بهینه را تولید خواهد کرد که مقاله‌ی حاضر نیز به آن تأکید دارد.[۷] با افزایش ابعاد مسئله، مقدار پارامترهای ورودی تغییر می‌کند

جدول ۸. ابعاد مثال عددی حل‌شده.

ویژگی مثال	اپراتور	قطعه	ماشین	سلول	دوره	ابزار
۱	۴	۲	۳	۲	۳	۵
۲	۶	۴	۴	۲	۳	۷
۳	۸	۴	۳	۲	۳	۱۰

و مقایسه‌ی مسئله‌ها با هم منطقی نیست. باید در ابعاد یکسان، جواب‌های مدل خطی، غیر خطی و هم‌زمان بررسی شود.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله دو مدل ریاضی برای حل مسائل پیکربندی سلولی و تخصیص منابع در محیط تولید سلولی ارائه شده است. مدل اول ارائه‌شده تلاش در بهینه‌سازی هزینه‌های جابه‌جایی قطعات (جابه‌جایی بین سلولی و درون سلولی)، پیکربندی مجدد، نصب و قطع ابزار، مصرف ابزار و هزینه‌ی خرابی ماشین‌آلات در محیطی پویا دارد. خروجی مدل اول به‌عنوان ورودی مدل دوم شامل متغیرهای مسئله‌ی پیکربندی است. سپس در مدل دوم مسئله‌ی تخصیص اپراتور به‌عنوان کلیدی‌ترین منبع تولیدی مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. عواملی مانند استخدام، اخراج، حقوق و دستمزد بر اساس سطوح مختلف مهارتی، ظرفیت زمانی کار اپراتور و جابه‌جایی بین سلولی اپراتور در این مدل لحاظ شده است. یکی از نوآوری‌های اصلی این مقاله درنظرگرفتن اثر یادگیری و فراموشی اپراتور به‌صورت کمّی است. به‌طوری‌که با تعریف صحیح ضرایب آن می‌توان در سیستم‌های تولیدی به‌طور عملی از آن بهره‌برداری کرد. این دو مدل سپس با استفاده از مثال‌های عددی و با نرم‌افزار گمز حل و نتایج به‌صورت تحلیلی بیان شده‌اند. بر اساس نتایج عددی مدل خطی دارای عملکرد بهتری نسبت به مدل مشابه غیر خطی داشته است. همچنین در مرحله‌ی سوم دو مدل بیان‌شده به‌صورت یکپارچه درنظرگرفته‌شده و مورد تحلیل قرارگرفتند. با توجه به نتایج این مدل و مقایسه‌ی آن با دو مدل قبلی، مشخص شد که در ابعاد بزرگ مسئله مدل سوم قادر به تولید جواب بهینه در زمان قابل قبول است. اما با توجه به پیچیدگی بالای مدل در این حالت ارائه‌ی یک روش ابتکاری، فرابتکاری یا دقیق برای حل آن به‌عنوان ایده‌یی برای مطالعات آتی پیشنهاد می‌شود. همچنین می‌توان چارچوب ارائه‌شده در این مقاله را با درنظرگرفتن سایر عوامل تولیدی مانند تعیین چیدمان بهینه‌ی سلول‌ها کامل‌تر کرد.

پانوشت‌ها

3. group technology
4. cell formation
5. group layout
6. group scheduling

1. lean manufacturing
2. just in time

7. resource assignment
8. operation sequence
9. ant colony optimization approach
10. alternative process routing (APR)
11. mean time between failures (MTBF)
12. machine removal
13. machine install
14. machien transmision

منابع (References)

1. Hyer, N.L. and Wemmerlov, U. "Group technology in the US manufacturing industry: A survey of current practices", *International Journal of Production Research*, **27**(8), pp. 1287-304 (1989).
2. Safaei, N. and Tavakkoli-Moghaddam, R. "Integrated multi-period cell formation and subcontracting production planning in dynamic cellular manufacturing systems", *International Journal of Production Economics*, **120**(2), pp. 301-14 (2009).
3. Kia, R., Baboli, A., Javadian, N., Tavakkoli-Moghaddam, R., Kazemi, M. and Khorrami, J. "Solving a group layout design model of a dynamic cellular manufacturing system with alternative process routings, lot splitting and flexible reconfiguration by simulated annealing", *Computers & Operations Research,* **39**(11), pp. 2642-58 (2012).
4. Defersha, F.M. and Chen, M. "A comprehensive mathematical model for the design of cellular manufacturing systems", *International Journal of Production Economics*, **103**(2), pp. 767-83 (2006).
5. Lokesh, K. and Jain, P. "Dynamic cellular manufacturing systems design—a comprehensive model & HHGA", *Advances in Production Engineering & Management Journal*, **5**(3), pp. 151-62 (2010).
6. Rafiei, H. and Ghodsi, R. "A bi-objective mathematical model toward dynamic cell formation considering labor utilization", *Applied Mathematical Modelling*, **37**(4), pp. 2308-16 (2013).
7. Bagheri, M. and Bashiri, M. "A new mathematical model towards the integration of cell formation with operator assignment and inter-cell layout problems in a dynamic environment", *Applied Mathematical Modelling*, **38**(4), pp. 1237-54 (2014).
8. Saidi-Mehrabad, M., Paydar, M.M. and Aalaei, A. "Production planning and worker training in dynamic manufacturing systems", *Journal of Manufacturing Systems*, **32**(2), pp. 308-14 (2013).
9. Esmailnezhad, B., Fattahi, P. and Kheirkhah, A.S. "A stochastic model for the cell formation problem considering machine reliability", *Journal of Industrial Engineering International*, **11**(3), pp. 375-389 (2015).
10. Yadollahi, M.S., Mahdavi, I., Paydar, M.M. and Jouzdani, J. "Design a bi-objective mathematical model for cellular manufacturing systems considering variable failure rate of machines", *International Journal of Production Research,* **52**(24), pp. 7401-15 (2014).
11. Chung, S.-H., Wu, T.-H. and Chang, C.-C. "An efficient tabu search algorithm to the cell formation problem with alternative routings and machine reliability considerations", *Computers & Industrial Engineering*, **60**(1), pp. 7-15 (2011).
12. Ghotboddini, M., Rabbani, M. and Rahimian, H. "A comprehensive dynamic cell formation design: Benders' decomposition approach", *Expert Systems with Applications,* **38**(3), pp. 2478-88 (2011).
13. Mahdavi, I., Aalaei, A., Paydar, M.M. and Solimanpur, M. "Designing a mathematical model for dynamic cellular manufacturing systems considering production planning and worker assignment", *Computers & Mathematics with Applications*, **60**(4), pp. 1014-25 (2010).
14. Aryanezhad, M., Deljoo, V. and Mirzapour Al-e-hashem, S. "Dynamic cell formation and the worker assignment problem: a new model", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **41**(3-4), pp. 329-42 (2009).
15. Ahkioon, S., Bulgak, A. and Bektas, T. "Cellular manufacturing systems design with routing flexibility, machine procurement, production planning and dynamic system reconfiguration", *International Journal of Production Research*, **47**(6), pp. 1573-600 (2009).
16. Das, K. "A comparative study of exponential distribution vs Weibull distribution in machine reliability analysis in a CMS design", *Computers & Industrial Engineering,* **54**(1), pp. 12-33 (2008).
17. Jabal Ameli, M.S., Arkat, J. and Barzinpour, F. "Modelling the effects of machine breakdowns in the generalized cell formation problem", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology,* **39**(7), pp. 838-50 (2008).
18. Defersha, F.M. and Chen, M. "A comprehensive mathematical model for the design of cellular manufacturing systems", *International Journal of Production Economics*, **103**(2), pp. 767-83 (2006).
19. Baykasoglu, A., Gindy, N.N. and Cobb, R.C. "Capability based formulation and solution of multiple objective cell formation problems using simulated annealing", *Integrated Manufacturing Systems*, **12**(4), pp. 258-74 (2001).
20. Chen, D.-S., Batson, R.G. and Dang, Y., *Applied Integer Programming: Modeling and Solution*, John Wiley and Sons, New York, 488 p. (2011).