مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (زمستان ۱۳۹۵)
دوره‌ی ۱-۳۲، شماره‌ی ۲/۱، ص. ۱۱-۲۴

Original Article

مدل‌سازی و حل مسئله‌ی پوشش تدریجی پشتیبان سلسله مراتبی با در نظرگرفتن تسهیلات واسطه در حالت پویا

یونس گرمه‌ای (دانشجوی کارشناسی ارشد)
مهدی بشیری* (استاد)
گروه مهندسی صنایع، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد

مکان‌یابی پوشش تدریجی تسهیلات به‌منظور بیشینه‌سازی پوشش نقاط تقاضا یکی از مسائل مهم و پرکاربرد در حوزه‌ی مسائل مکان‌یابی است. در تحقیق حاضر تسهیلات مورد نظر به‌صورت سلسله‌مراتبی و با ظرفیت‌های متفاوت در نظر گرفته شده است. از آنجا که در دنیای واقعی تعداد تسهیلات و شعاع‌های پوشش آنها (به‌علت مسائل اجتماعی نظیر ترافیک، آب و هوا و...) در دوره‌های زمانی مختلف متفاوت است، مدل پیشنهادی به‌صورت مدل پوشش تدریجی پشتیبان سلسله‌مراتبی پویا ارائه شده است؛ در این مدل تخصیص نقاط تقاضا به تسهیلات و مکان قرارگیری تسهیلات واسط به‌صورت پویا در نظر گرفته شده است. بررسی مثال‌های عددی نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی ــ در مقایسه با مدل‌های موجود ــ می‌تواند حجم بالاتری از تقاضا را با امکانات یکسان پوشش دهد. در ادامه برای حل مسائل با اندازه‌های بزرگ‌تر از روش فرا‌ابتکاری شبیه‌سازی تبرید استفاده شده است؛ نتایج عددی نشان‌دهنده‌ی کارایی مطلوب روش حل پیشنهادی و مدل مسئله است.

واژگان کلیدی: پوشش تدریجی، سلسله‌مراتب، پوشش پشتیبان، پویایی، تسهیل واسطه.

yoones.garmehiy@gmail.com
bashiri@shahed.ac.ir

۱. مقدمه

مفهوم پوشش به‌عنوان زیر مجموعه‌یی از مسائل مکان‌یابی کاربرد زیادی در زندگی روزمره دارد.[۱] در یکی از دسته‌بندی‌های کلی و جزئی پوشش، مسئله‌ی مکان‌یابی پوشش به انواع پوشش: تدریجی، رقابتی، پشتیبان و سلسله‌مراتبی تقسیم می‌شود. در طبقه بندی دیگری از مساله پوشش، شعاع پوشش و در نوع دیگر، پوشش به حالت‌های معین و نامعین بودن شعاع تقسیم می‌شود.[۲] پوشش سلسله‌مراتبی درمورد مکان‌یابی و تخصیص نقاط به تسهیلات ارائه‌دهنده‌ی چند نوع خدمت بحث می‌کند و به‌طور معمول از چهار منظر الگوی جریان، تنوع خدمت، وابستگی و تابع هدف را مورد توجه قرار می‌دهد.[۳] در نظر گرفتن پوشش تدریجی سلسله‌مراتبی یکی از مدل‌هایی بود که پوشش کلاسیک را بسیار تحت تأثیر قرار داد.[۴] در مسئله‌ی مکان‌یابی پوشش تدریجی، تابع هدف پوشش وابسته به مسافت مشتری از تسهیل ارائه‌دهنده‌ی سرویس است.[۵] یکی از بخش‌های مهم دیگر از مجموعه‌ی گسترده‌ی مسئله‌ی مکان‌یابی پوشش، مسئله‌ی پوشش خدمات اورژانس است. هدف اصلی این مسئله کاهش درد و رنج، نقصان و مرگ انسان‌هاست؛ بنابراین موضوع بسیار حساس و قابل توجهی است و هرگونه خطا ممکن است منجر به ضررهای غیر قابل جبران شود. اما وجود عوامل محیطی نشان‌گر ضرورت بررسی پویای مسئله است.

ازجمله مسئله‌ی ترافیک در طول زمان‌های مختلف مانند ماه، هفته و حتی روز می‌تواند مانع امدادرسانی به‌موقع شود. پوشش در حالت پویا اولین‌بار در سال ۱۹۸۱ و با هدف نیل به کم‌ترین تعداد تسهیل در مسئله‌ی پوشش خدمات اورژانس، ارائه شد.[۶] در مبحث پوشش کلی خدمات اورژانس، طی سال‌های اخیر مدل خدمات اورژانس با دو زمان r_1 و r_2 (r_1 شعاع کوچک‌تر و به‌عبارتی زمان کم‌تر، r_2 شعاع بزرگ‌تر) مورد بررسی قرارگرفته است، در زمان r_1 (به‌عنوان مثال کم‌تر از ۲ دقیقه)، α درصد از نقاط تقاضا و در زمان r_2 (به‌عنوان مثال کم‌تر از ۱۰ دقیقه) تمامی نقاط تقاضا پوشش داده می‌شود.[۷]

در مطالعاتی دیگر، با اضافه کردن محدودیت‌هایی نظیر توجه به مدت زمان اشغالی اپراتور در زمان درخواست تقاضا، محدودیت ظرفیت در مدل اعمال شده است.[۸] برخی از محققین نیز با تغییرات جزئی در سطح پوشش، مانند در نظر گرفتن حداقل دو آمبولانس برای پوشش α درصد از نقاط تقاضا در زمان r_1 و حداقل یک آمبولانس برای پوشش کل در زمان r_2 مدل را تغییر دادند.[۸] در برخی از مطالعات[۹و۱۰] مکان بیمارستان‌ها از قبل مشخص است و هیچ پوشش پشتیبانی برای نقاط در نظر گرفته نشده است. در سال ۲۰۱۲ با تغییر روش حل و استفاده از برنامه‌ریزی پویا، بهبود قابل توجهی در بیشینه‌سازی خدمت حاصل شد.[۱۰] در مطالعه‌یی دیگر[۱۱] دو نوع تسهیل

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۳/۱/۳۰، اصلاحیه ۱۳۹۳/۸/۲۹، پذیرش ۱۳۹۳/۱۰/۱۳.

متفاوت هوایی و زمینی در حالت پوشش ایستا مطرح شده، و شعاع پوشش ثابت است.

برای حل مسائل پوشش شیوه‌های زیادی وجود دارد؛ روش‌های دقیقی چون شاخه و کران، روش‌های ابتکاری نظیر الگوریتم ایگنزیو، و روش‌های فراابتکاری نظیر شبیه‌سازی تبرید از آن جمله‌اند.[۱۲و۱۳] در مسئله‌ی پوشش تدریجی پشتیبان با در نظر گرفتن تسهیلات واسط و متفاوت با سطوح مختلف در حالت پویا با افزایش نقاط تقاضا، دوره‌های زمانی و نوع تسهیلات زمان حل به‌شدت افزایش می‌یابد و با توجه به این که در دنیای واقعی تعداد نقاط تقاضا زیاد است، استفاده از روش‌های فراابتکاری ضرورت بیشتری خواهد داشت.

به‌منظور مقایسه‌ی بهتر مطالعات پیشین و تحقیق حاضر، ویژگی‌های مورد نظر در سایر مطالعات با تحقیق حاضر در جدول ۱ بررسی و مقایسه شده است.

چنان که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، مطالعه‌ی واحدی که پویایی را در هر دو جنبه‌ی تخصیص و مکان تسهیل در مسئله، با ساختار سلسله‌مراتبی پشتیبان دارای پوشش تدریجی در نظر بگیرد انجام نشده است، در حالی که در مسائلی نظیر امدادرسانی در مواقع بروز حادثه و همچنین مسئله‌ی امدادخودرو رعایت مفروضات مذکور ضروری است. هدف این مقاله ارائه‌ی مدل و حل مسئله‌ی پوشش تدریجی پشتیبان با در نظر گرفتن تسهیلات واسطه و متفاوت با سلسله‌مراتب خدمت‌دهی به‌همراه محدودیت ظرفیت در حالت پویاست. به‌گونه‌یی که یک نقطه‌ی خارج از محدوده‌ی یک تسهیل خاص (بیمارستان) با کمک تسهیل دیگر (آمبولانس) تحت پوشش واقع شود. مدل پیشنهادی تحقیق حاضر، دارای سطوح مختلف (سلسله مراتب) است و از الگوی چندین جریان پیروی می‌کند.

در بخش بعدی این نوشتار پس از تشریح مدل پیشنهادی، مدل خطی شده و یک مثال برای تفهیم بیشتر مسئله بیان شده است. در بخش ۳ نتایج حاصل از مدل پیشنهادی با نتایج مدل‌های موجود مقایسه شده تا صحت مدل اثبات شود. در بخش ۴ مدل پیشنهادی در قالب مثال‌های متنوع با داده‌های فرضی و با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید حل شده است. نتیجه‌گیری و پیشنهادات آتی نیز در انتهای مقاله عنوان شده است.

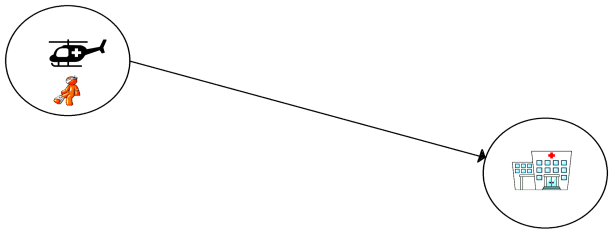
۲. مدل‌سازی مسئله‌ی پوشش تدریجی در حالت پویا

با در نظر گرفتن خلاءهای تحقیقاتی، در این بخش مدل‌سازی مسئله‌ی مورد نظر ارائه می‌شود؛ بدین‌منظور ابتدا برخی از ویژگی‌های مدل معرفی می‌شود. در مدل پیشنهادی از تسهیلات واسط به‌منظور پوشش بیشتر نقاط تقاضا استفاده می‌شود؛ از این‌رو با استفاده از تسهیلاتی مانند آمبولانس و هلی‌کوپتر امداد برای نقاط خارج از محدوده‌ی شعاع پوشش بیمارستان‌ها که احتیاج به سطح خدمت‌دهی بالاتری دارند، پوشش بیشتری ارائه می‌شود. در شکل ۱ تخصیص به‌کمک تسهیل واسطه نمایش داده شده است و وظیفه‌ی انتقال بیمار تا ناحیه‌ی پوشش بیمارستان را برعهده دارد.

در این مدل الگوی جریان یکتا نیست، و سطوح بالاتر تمامی خدمات سطوح پایین‌تر را ارائه می‌کنند. تسهیلات واسط (آمبولانس و هلی‌کوپتر امداد) با سطح سرویس ابتدایی، بیمارستان با یک سطح بالاتر و بیمارستان تخصصی با ارائه‌ی تمامی خدمات در نظر گرفته شده است. شکل ۲ معرف سلسله‌مراتب به کار گرفته شده در مقاله است.

در این مقاله دوره‌های مختلف زمانی با شعاع‌های پوشش متفاوت در نظر گرفته شده است؛ مثلاً درکشور ایران در ساعات ابتدایی آغاز به کار اداره‌ها و ساعات پایانی کار ترافیک سنگین است و شعاع پوشش کاهش قابل توجهی دارد، و لذا در هر دوره زمانی شعاع پوششی خاصی برای تسهیلات منظور شده تا بتوان کارایی مدل را نسبت به دنیای واقعی بیشتر کرد.

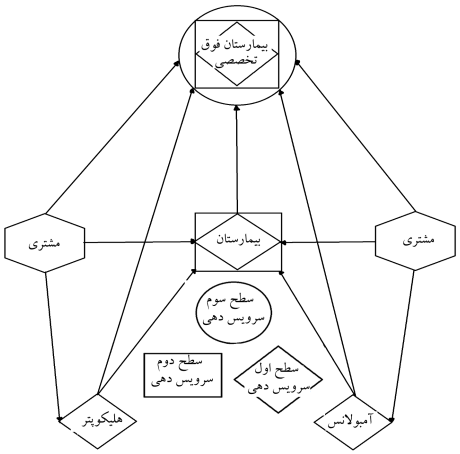
در این مدل مکان تسهیلات به دو صورت پویا و ایستا مشخص می‌شود؛



شکل ۱. پوشش یک نقطه‌ی خارج از شعاع پوشش با تسهیل واسطه.

جدول ۱. مقایسه‌ی مدل پیشنهادی با مدل‌های موجود از نظر تسهیلات، سلسله‌مراتب، پوشش تدریجی، پوشش پشتیبان و پویایی.

مدل‌های مورد بحث در مقاله	پویایی		پوشش پشتیبان		نوع پوشش		سلسله‌مراتب			تسهیلات	
	در تخصیص	در جابجایی تسهیل	پشتیبان	کلاسیک	تدریجی	کلاسیک	تک سطح	چند سطحی		چند نوع	یک نوع
								چندین جریان	تک جریان		
مدل پیشنهادی	√	√	√		√			√		√	
مدل پوشش تدریجی[۴]				√	√		√				√
پوشش استاندارد دوبل پویا[۷]		√	√			√	√				√
بیشترین پوشش مورد انتظار[۸]	√	√		√		√	√				√
پوشش استاندارد دوبل پویا[۹]	√	√	√			√	√				√
مدل پوشش به همراه دو تسهیل آمبولانس و هلی‌کوپتر امداد[۱۱]			√			√	√			√	
سلسله مراتبی دو سطحی با یک جریان و ظرفیت[۵]				√					√	√	
پوشش تدریجی سلسله‌مراتبی[۳]			√		√			√		√	
محور سلسله‌مراتبی پوششی[۱۳]			√		√			√			√



شکل ۲. نمایش سلسله‌مراتب در مدل تحقیق.

تسهیلاتی مانند بیمارستان، بیمارستان تخصصی در دوره‌های مختلف مکان ثابتی دارند و تسهیلاتی مانند آمبولانس و هلی‌کوپتر اورژانس با توجه به هزینه‌ی جابه‌جایی و سطح پوشش بیشتر در مکان‌های متفاوتی در دوره‌های مختلف جایابی می‌شوند.

در مدل‌ها به موضوع تعداد تسهیلات کم‌تر توجه شده حال آن که در دنیای واقعی بسیار مهم و تأثیرگذار است. در ساعات کاری مختلف شاید تعداد تسهیلات ثابت باشد، ولی تعداد تسهیلات آماده به کار متفاوت است. معمولاً تعداد آمبولانس یا هلی‌کوپتر اورژانس در طول شبانه روز ثابت است ولی کسانی که توانایی راه‌اندازی و به‌کارگیری تسهیلات را دارند متفاوت‌اند. از این‌رو در مدل، تعداد تسهیلات واسط در دوره‌های مختلف به‌طور متفاوت در نظرگرفته شده است. منظور از تعداد تسهیلات، تسهیلات فعال در دوره‌ی زمانی مربوطه است.

در مدل پیشنهادی محدودیت ظرفیت نیز مورد توجه قرارگرفته که این محدودیت برای تسهیلاتی با سطح خدمت‌دهی غیر از ابتدایی نه‌تنها به نقاط تقاضای تخصیص یافته به خود بلکه به تقاضاهایی که توسط تسهیل واسط آورده می‌شوند، اعمال می‌شود.

مدل‌سازی به‌صورتی است که هر نقطه‌ی تقاضا باید حداقل در شعاع پوششی کوچک‌تر یکی از انواع تسهیلات قرارگیرد تا به‌طور کامل وزن آن نقطه پوشش داده شود که تحت عنوان پوشش پشتیبان مطرح می‌شود.

۱.۲. مدل‌سازی

در مدل پوشش تدریجی هدف تعیین محل نقاطی است که نسبت به سایر نقاط بیشترین سطح پوشش (c_{ij}) را دارند. پارامتر c_{ij} چنین تعریف می‌شود:

$$c_{ij} = \begin{cases} w_i & \text{if } d_{ij} < l_j \\ w_i f_{ij}(d_{ij}) & \text{if } l_j < d_{ij} < u_j \\ ۰ & \text{if } d_{ij} > u_j \end{cases} \qquad (۱)$$

رابطه‌ی ۱ بیان می‌دارد که اگر فاصله‌ی مشتری i از تسهیل j کم‌تر از شعاع پوششی تسهیل j باشد، سطح پوشش برابر با وزن نقطه‌یی است که نقطه‌ی i در آن قرارگرفته است. اگر مسافت مشتری بین شعاع کوچک‌تر و بزرگ‌تر باشد، سطح پوشش برابر است با وزن (تقاضا) نقطه‌ی i در تابعی که به مسافت مشتری تا تسهیل بستگی دارد و اگر فاصله بیش از شعاع بزرگ‌تر باشد، سطح پوشش برابر صفر خواهد بود. علت استفاده از وزن در این مدل آن است که هم می‌تواند بین صفر و ۱ باشد و هم بیشتر از ۱، در حالی که تقاضا معمولاً بیش از ۱ است. مدل کلاسیک مسئله‌ی پوشش تدریجی عبارت است از:

$$z = \max \sum_{i=۱}^{n} \sum_{j=۱}^{n} c_{ij} x_{ij} \qquad (۲)$$

$$\text{s.t}:$$

$$\sum_{j=۱}^{n} y_j = p \qquad \forall i = ۱, ..., n \qquad (۳)$$

$$x_{ij} \le y_j \qquad \forall i, j = ۱, ..., n \qquad (۴)$$

$$\sum_{j=۱}^{n} x_{ij} = ۱ \qquad \forall i = ۱, ..., n \qquad (۵)$$

$$y_j, x_{ij} \{۰, ۱\} \qquad i, j = ۱, ..., n \qquad (۶)$$

هدف محدودیت ۲ در این مدل بیشینه‌کردن سطح پوشش است. محدودیت ۳ بیان‌گر تعداد تسهیلاتی است که باید جایابی شود. محدودیت ۴ اطمینان می‌دهد که نقاط فقط با تسهیلی پوشش می‌یابند که در مکان j آن تسهیل وجود دارد. محدودیت ۵ بیان می‌کند که هر مشتری فقط به‌وسیله‌ی یک تسهیل خاص پوشانده می‌شود. محدودیت ۶ نشان‌دهنده‌ی صفر و ۱ بودن متغیرهای تصمیم مسئله است. متغیر y_j اگر مقدار ۱ بگیرد نشان می‌دهد که تسهیل در آن نقطه قرار می‌گیرد، و اگر صفر باشد هیچ تسهیلی در آن نقطه قرار نمی‌گیرد؛ متغیر x_{ij} زمانی ۱ است که نقطه‌ی i توسط تسهیلی که در نقطه‌ی j قرار دارد پوشانیده شود.[۱۲] در مدل پیشنهادی اندیس‌ها، پارامترها و متغیرها چنین بیان می‌شوند:

۱.۱.۲. اندیس

a: مجموعه نقاط مناسب برای قرارگیری آمبولانس؛

b: مجموعه نقاط مناسب برای قرارگیری بیمارستان؛

h: مجموعه نقاط مناسب برای قرارگیری هلی‌کوپتر امداد؛

r: مجموعه نقاط مناسب برای قرارگیری بیمارستان تخصصی؛

i: مجموعه نقاط تقاضا؛

t: مجموعه دوره‌های زمانی؛

l: اندیس سطح خدمت.

۲.۱.۲. پارامتر

$M۱$: ظرفیت پذیرش آمبولانس؛

$M۲$: ظرفیت پذیرش هلی‌کوپتر امداد؛

$M۳$: ظرفیت پذیرش بیمارستان؛

$M۴$: ظرفیت پذیرش بیمارستان تخصصی؛

c_{iat}: سطح پوشش نقطه‌ی تقاضا i توسط آمبولانس مکان a در دوره t؛

c'_{iht}: سطح پوشش نقطه‌ی تقاضا i توسط هلی‌کوپتر امداد مکان h در دوره t؛

c_{ibtl}: سطح پوشش نقطه‌ی تقاضا i با سطح سرویس l توسط بیمارستان مکان b در دوره t؛

c'_{irtl}: سطح پوشش نقطه‌ی تقاضا i با سطح سرویس l توسط بیمارستان تخصصی مکان r در دوره t؛

c_{iabtl}: سطح پوشش نقطه‌ی تقاضا i با سطح سرویس l توسط بیمارستان مکان b و آمبولانس واقع در مکان a در دوره t؛

c''_{ihbtl}: سطح پوشش نقطه‌ی تقاضا i با سطح سرویس l توسط بیمارستان مکان b و هلی‌کوپتر واقع در مکان h در دوره t؛

c'_{iartl}: سطح پوشش نقطه‌ی تقاضا i با سطح سرویس l توسط بیمارستان تخصصی مکان r و آمبولانس واقع در مکان a در دوره t؛

c'''_{ihrtl}: سطح پوشش نقطه‌ی تقاضا i با سطح سرویس l توسط بیمارستان تخصصی مکان r و هلی‌کوپتر امداد واقع در مکان h در دوره t؛

w_i: وزن نقطه‌ی تقاضای iام؛

$P۱^t$: تعداد آمبولانس در دوره t؛

$P۲^t$: تعداد هلی‌کوپتر امداد در دوره t؛

$P۳$: تعداد بیمارستان؛

$P۴$: تعداد بیمارستان تخصصی؛

$F^t_{aa'}$: هزینه‌ی جابه‌جایی آمبولانس از سایت a به سایت a' در دوره t؛

$F^t_{hh'}$: هزینه‌ی جابه‌جایی هلی‌کوپتر امداد از سایت h به سایت h' در دوره t.

۳.۱.۲. متغیر

y^t_a: زمانی برابر با ۱ است که آمبولانس در مکان a در دوره t قرارگیرد؛

y^t_b: زمانی برابر با ۱ است که هلی‌کوپتر امداد در مکان h در دوره t قرارگیرد؛

yb_b: زمانی برابر ۱ است که بیمارستان در مکان b قرارگیرد؛

yr_r: زمانی برابر ۱ است که بیمارستان تخصصی در مکان r قرارگیرد؛

x_{iat}: اگر مشتری i به آمبولانس واقع در مکان a در دوره t تخصیص داده شود، برابر ۱ است؛

x'_{iht}: اگر مشتری i به هلی‌کوپتر امداد واقع در مکان h در دوره t تخصیص داده شود، برابر ۱ است؛

x_{ibtl}: اگر مشتری i با سطح سرویس l به بیمارستان واقع در مکان b در دوره t تخصیص داده شود، برابر ۱ است؛

x'_{irtl}: اگر مشتری i با سطح سرویس l به بیمارستان تخصصی واقع در مکان r در دوره t تخصیص داده شود، برابر ۱ است؛

x_{iabtl}: اگر مشتری i با سطح سرویس l به بیمارستان واقع در مکان b توسط آمبولانس واقع در مکان a، در دوره t تخصیص داده شود، برابر ۱ است؛

x'_{iartl}: اگر مشتری i با سطح سرویس l به بیمارستان تخصصی واقع در مکان r توسط آمبولانس واقع در مکان a، در دوره t تخصیص داده شود، برابر ۱ است؛

x''_{ihbtl}: اگر مشتری i با سطح سرویس l به بیمارستان واقع در مکان b توسط هلی‌کوپتر امداد واقع در مکان h، در دوره t تخصیص داده شود، برابر ۱ است؛

x'''_{ihrtl}: اگر مشتری i با سطح سرویس l به بیمارستان تخصصی واقع در مکان r توسط هلی‌کوپتر امداد واقع در مکان h، در دوره t تخصیص داده شود، برابر ۱ است؛

ZB_{ibtl}: حداکثر میزان پوشش نقطه‌ی تقاضا i با سطح سرویس l در دوره t توسط بیمارستان واقع در مکان b؛

ZR_{irtl}: حداکثر میزان پوشش نقطه‌ی تقاضا i با سطح سرویس l در دوره t توسط بیمارستان تخصصی واقع در مکان r.

$$\text{Maximize}: \Big(\sum_{i\in I}\sum_{a\in A}\sum_{t\in T} c_{iat}x_{iat} + \sum_{i\in I}\sum_{h\in H}\sum_{t\in T} c'_{iht}x x_{iht} + \sum_{b\in B}\sum_{i\in I}\sum_{l\in L}\sum_{t\in T} ZB_{ibtl} + \sum_{r\in R}\sum_{i\in I}\sum_{l\in L}\sum_{t\in T} ZR_{irtl}\Big) - \sum_{t\in T}\sum_{a\in A}\sum_{a'\in A} F^t_{aa'}y^{t-1}_a y^t_{a'} - \sum_{t\in T}\sum_{h\in H}\sum_{h'\in H} F^t_{hh'}y^{t-1}_h y^t_{h'} \quad (۷)$$

s.t :

$$c_{ibtl}x_{ibtl} \le ZB_{ibtl} \quad \forall i\in I,\ l\in L,\ t\in T,\ b\in B \quad (۸)$$

$$\sum_{a\in A} c_{iat}x_{iat}c_{iabtl}x_{iabtl} \le ZB_{ibtl} \quad \forall i\in I,\ l\in L,\ t\in T,\ b\in B \quad (۹)$$

$$\sum_{h\in H} c'_{iht}x'_{iht}c''_{ihbtl}x''_{ihbtl} \le ZB_{ibtl} \quad \forall i\in I,\ l\in L,\ t\in T,\ b\in B \quad (۱۰)$$

$$c'_{irtl}x'_{irtl} \le ZR_{irtl} \quad \forall i\in I,\ l\in L,\ t\in T,\ r\in R \quad (۱۱)$$

$$\sum_{a\in A} c_{iat}x_{iat}c'_{iartl}x'_{iartl} \le ZR_{irtl} \quad \forall i\in I,\ l\in L,\ t\in T,\ r\in R \quad (۱۲)$$

$$\sum_{h\in H} c'_{iht}x'_{iht}c'''_{ihrtl}x'''_{ihrtl} \le ZR_{irtl} \quad \forall i\in I,\ l\in L,\ t\in T,\ r\in R \quad (۱۳)$$

$$\sum_{a\in A} c_{iat}x_{iat} + \sum_{h\in H} c'_{iht}x'_{iht} + \sum_{l=1}^{2}\sum_{i\in I} c_{ibtl}x_{ibtl} + \sum_{l=1}^{3}\sum_{i\in I} c'_{irtl}x'_{irtl} \ge w(i) \quad \forall i\in I,\ t\in T \quad (۱۴)$$

$$\sum_{a\in A} y^t_a \le P۱^t \quad \forall t\in T \quad (۱۵)$$

$$\sum_{b\in B} yb_b \le P۳ \quad (۱۶)$$

$$\sum_{h\in H} y^t_h \le P۲^t \quad \forall t\in T \quad (۱۷)$$

$$\sum_{r\in R} yr_r \le P۴ \quad (۱۸)$$

$$\sum_{i\in I} c_{iat}x_{iat} \le M۱y^t_a \quad \forall a\in A,\ t\in T \quad (۱۹)$$

$$\sum_{l=1}^{2}\sum_{i\in I} c_{ibtl}x_{ibtl} + \sum_{l=1}^{2}\sum_{i\in I} c_{iat}x_{iat}c_{iabtl}x_{iabtl} + \sum_{l=1}^{2}\sum_{i\in I} c'_{iht}x'_{iht}c''_{ihbtl}x''_{ihbtl} \le M۳yb_b \quad \forall a\in A,\ b\in B,\ h\in H,\ t\in T \quad (۲۰)$$

$$\sum_{i\in I} c'_{iht}x'_{iht} \le M۲y^t_h \quad \forall h\in H,\ t\in T \quad (۲۱)$$

$$\sum_{l=1}^{3}\sum_{r\in R} c'_{irtl}x'_{irtl} + \sum_{l=1}^{3}\sum_{i\in I} c_{iat}x_{iat}c'_{iartl}x'_{iartl} + \sum_{l=1}^{3}\sum_{i\in I} c'_{iht}x'_{iht}c'''_{ihrtl}x'''_{ihrtl} \le M۴yr_r \quad \forall a\in A,\ b\in B,\ h\in H,\ t\in T,\ r\in R \quad (۲۲)$$

$$x_{iat} \le y^t_a \quad \forall a\in A,\ i\in I,\ t\in T \quad (۲۳)$$

$$x_{ibtl} \le yb_b \quad \forall b\in B,\ i\in I,\ t\in T,\ l=1,2 \quad (۲۴)$$

$$x_{iabtl} \le yb_b * y_a^t \quad \forall a \in A,\ b \in B,\ i \in I, t \in T,\ l = ۱, ۲ \tag{۲۵}$$

$$x''_{ihbtl} \le yb_b * y_h^t \quad \forall h \in H,\ b \in B,\ i \in I,\ t \in T,\ l = ۱, ۲ \tag{۲۶}$$

$$x'_{iht} \le y_h^t \quad \forall h \in H,\ i \in I,\ t \in T \tag{۲۷}$$

$$x'_{irtl} \le yr_r \quad \forall r \in R,\ i \in I,\ t \in T,\ l \in L \tag{۲۸}$$

$$x'_{iartl} \le yr_r * y_a^t \quad \forall a \in A,\ r \in R,\ i \in I,\ t \in T,\ l \in L \tag{۲۹}$$

$$x'''_{ihrtl} \le yr_r * y_h^t \quad \forall h \in H,\ r \in R,\ i \in I,\ t \in T,\ l \in L \tag{۳۰}$$

$$x_{iat} \in \{۰, ۱\}, x_{ibtl} \in \{۰, ۱\}, x_{iabtl} \in \{۰, ۱\}, x''_{ihbtl} \in \{۰, ۱\},$$
$$x'_{iht} \in \{۰, ۱\}, x'_{irtl} \in \{۰, ۱\}, x'_{iartl} \in \{۰, ۱\}, x'''_{ihrtl} \in \{۰, ۱\},$$
$$y_a^t \in \{۰, ۱\}, yb_b \in \{۰, ۱\}, yr_r \in \{۰, ۱\}, y_h^t \in \{۰, ۱\}$$
$$\forall a \in A,\ r \in R,\ b \in B,\ h \in H,\ i \in I,\ t \in T \tag{۳۱}$$

در این مدل هدف بیشینه‌سازی پوشش تدریجی مشتریان با سطح سرویس‌های متفاوت در زمان‌های مختلف، از طریق تسهیلات متفاوت با کم‌کردن هزینه‌ی جابه‌جایی آمبولانس و هلی‌کوپتر امداد است. روابط ۸، ۹ و ۱۰ بیان‌گر بیشترین پوشش هر بیمارستان به‌ازای هر مشتری با هر سطح سرویس در دوره tام است و روابط ۱۱، ۱۲ و ۱۳ بیان‌گر بیشترین پوشش هر بیمارستان تخصصی به‌ازای هر مشتری با هر سطح سرویس در دوره‌ی tام است.

در رابطه‌ی ۱۴ محدودیت پشتیبان به مسئله اضافه شده است. محدودیت تعداد تسهیلات در روابط ۱۵ تا ۱۸ بیان شده است. محدودیت ظرفیت تسهیلات در روابط ۱۹ تا ۲۲ نشان داده شده است. محدودیت ۲۳ تا ۳۰ نیز این موضوع را مشخص می‌سازند که زمانی یک تخصیص صورت می‌گیرد که تسهیلی برای پوشش موجود باشد؛ نهایتاً محدودیت ۳۱ متغیرهای باینری مدل را تعیین می‌کند.

با توجه به تعداد زیاد محدودیت‌های غیرخطی مدل در حالت برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط که باید با حل‌کننده‌های خاص به جواب رسید و زمان حل که به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد، نسبت به خطی‌سازی مدل اقدام شد تا به حالت برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط تبدیل شود و در یک زمان قابل قبول ــ در مقایسه با حالت غیرخطی ــ با حل‌کننده‌های بیشتر حل شود.

۲.۲. خطی‌سازی مدل پیشنهادی

با خطی‌کردن مدل زمان حل به‌طور قابل توجهی کاهش می‌یابد؛ برای خطی‌سازی مدل فرض کنید x_i و y_j دو متغیر باینری باشند که در یکدیگر ضرب می‌شوند. با اضافه‌کردن یک متغیر جدید باینری به‌جای ضرب دو متغیر و محدودیت‌های جدید به‌صورت رابطه‌های ۳۲ تا ۳۴ رابطه‌ی خطی حاصل می‌شود.[۱۲]

$$x_i y_j = z_{ij} \in \{۰, ۱\} \tag{۳۲}$$

$$x_i + y_j \ge ۲ z_{ij} \quad \forall i, j \tag{۳۳}$$

$$x_i + y_j \le z_{ij} + ۱ \quad \forall i, j \tag{۳۴}$$

با توجه به روابط مدل خطی، هشت سری متغیر جدید و بیست و دو سری محدودیت به مدل پیشین اضافه می‌شود. در حالت کل، تعداد متغیرهای جدید اضافه شده به مدل برابر $۴N^۲T(NL+۱)$ و تعداد محدودیت‌های اضافه شده برابر با $N^۲T(۱۰ + N + N^۲ + ۱۲NL + ۹L)$ خواهد بود؛ N تعداد نقاط، L تعداد سطوح تسهیلات و T تعداد دوره‌های زمانی است.

۱.۲.۲. متغیرهای باینری کمکی خطی‌ساز

$Z۱_{iabtl}$: برابر با $x_{iat} * x_{iabtl}$ است؛

$Z۱'_{ihbtl}$: برابر با $x'_{iht} * x''_{ihbtl}$ است؛

$Z۲_{iartl}$: برابر با $x_{iat} * x'_{iartl}$ است؛

$Z۲'_{ihrtl}$: برابر با $x'_{iht} * x'''_{ihrtl}$ است؛

$Z۳^t_{ab}$: برابر با $yb_b * y_a^t$ است؛

$Z۴^t_{bh}$: برابر با $yb_b * y_h^t$ است؛

$Z۵^t_{ra}$: برابر با $yr_r * y_a^t$ است؛

$Z۶^t_{rh}$: برابر با $yr_r * y_h^t$ است.

$$\text{Maximize }: (\sum_{i\in I}\sum_{a\in A}\sum_{t\in T} c_{iat}x_{iat} + \sum_{i\in I}\sum_{h\in H}\sum_{t\in T} c_{iht}x_{iht} + \sum_{b\in B}\sum_{i\in I}\sum_{l\in L}\sum_{t\in T} ZB_{ibtl} + \sum_{r\in R}\sum_{i\in I}\sum_{l\in L}\sum_{t\in T} ZR_{irtl}) - \sum_{t\in T}\sum_{a\in A}\sum_{a'\in A} F^t_{aa'}Z^{t(t-۱)}_{aa'} - \sum_{t\in T}\sum_{h\in H}\sum_{h'\in H} F^t_{hh'}ZZ^{t(t-۱)}_{hh'} \tag{۳۵}$$

$$S.t: (۳), (۶), (۹), (۱۰), (۱۱), (۱۲), (۱۳), (۱۴), (۱۶), (۱۸), (۱۹), (۲۲), (۲۳), (۲۶)$$

$$\sum_{a\in A} c_{iat}c_{iabtl}Z۱_{iabtl} \le ZB_{ibtl} \quad \forall i \in I,\ l \in L,\ t \in T,\ b \in B \tag{۳۶}$$

$$\sum_{a\in A} c_{iat}c_{iabtl}Z۱_{iabtl} \le ZB_{ibtl} \quad \forall i \in I,\ l \in L,\ t \in T,\ b \in B$$
$$\sum_{h\in H} c'_{iht}c''_{ihbtl}Z۱'_{ihbtl} \le ZB_{ibtl} \quad \forall i \in I,\ l \in L,\ t \in T,\ b \in B \tag{۳۷}$$

$$\sum_{a\in A} c_{iat}c'_{iartl}Z۲_{iartl} \le ZR_{irtl} \quad \forall i \in I,\ l \in L,\ t \in T,\ r \in R \tag{۳۸}$$

$$\sum_{h\in H} c'_{iht}c'''_{ihrtl}Z۲'_{ihrtl} \le ZR_{irtl} \quad \forall i \in I,\ l \in L,\ t \in T,\ r \in R \tag{۳۹}$$

$$\sum_{l=۱}^{۲}\sum_{i\in I} c_{ibtl}x_{ibtl} + \sum_{l=۱}^{۲}\sum_{i\in I} c_{iat}c_{iabtl}Z۱_{iabtl} + \sum_{l=۱}^{۲}\sum_{i\in I} c'_{iht}c''_{ihbtl}Z۱'_{ihbtl} \le M۳yb_b \quad \forall a \in A,\ b \in B,\ h \in H,\ t \in T \tag{۴۰}$$

$$\sum_{l=1}^{2}\sum_{r\in R} c'_{irtl}x'_{irtl} + \sum_{l=1}^{2}\sum_{i\in I} c_{iat}c'_{iartl}Z2_{iartl} + \sum_{l=1}^{2}\sum_{i\in I} c'_{iht}c'''_{ihrtl}Z2'_{ihrtl} \le M4yr_r$$
$$\forall a\in A,\ b\in B,\ h\in H,\ t\in T,\ r\in R \quad (41)$$

$$x_{iabtl} \le Z3^t_{ab} \quad \forall a\in A,\ b\in B,\ i\in I,\ t\in T,\ l=1,2 \quad (42)$$

$$x''_{ihbtl} \le Z4^t_{bh} \quad \forall h\in H,\ b\in B,\ i\in I,\ t\in T,\ l=1,2 \quad (43)$$

$$x'_{iartl} \le Z5^t_{ra} \quad \forall a\in A,\ r\in R,\ i\in I,\ t\in T,\ l\in L \quad (44)$$

$$x'''_{ihrtl} \le Z6^t_{rh} \quad \forall h\in H,\ r\in R,\ i\in I,\ t\in T,\ l\in L \quad (45)$$

$$2*Z^{t(t-1)}_{aa'} \le y^{t-1}_a + y^t_{a'} \quad \forall a,a'\in A,\ t\in T \quad (46)$$

$$Z^{t(t-1)}_{aa'} + 1 \ge y^{t-1}_a + y^t_{a'} \quad \forall a,a'\in A,\ t\in T \quad (47)$$

$$2*Z1_{iabtl} \le x_{iat} + x_{iabtl} \quad \forall i\in I,\ a\in A,\ b\in B,\ t\in T,\ l\in L \quad (48)$$

$$Z1_{iabtl} + 1 \ge x_{iat} + x_{iabtl} \quad \forall i\in I,\ a\in A,\ b\in B,\ t\in T,\ l\in L \quad (49)$$

$$2*Z1'_{ihbtl} \le x'_{iht} + x''_{ihbtl} \quad \forall i\in I,\ h\in H,\ b\in B,\ t\in T,\ l\in L \quad (50)$$

$$Z1'_{ihbtl} + 1 \ge x'_{iht} + x''_{ihbtl} \quad \forall i\in I,\ h\in H,\ b\in B,\ t\in T,\ l\in L \quad (51)$$

$$2*Z2_{iartl} \le x_{iat} + x'_{iartl} \quad \forall i\in I,\ a\in A,\ r\in R,\ t\in T,\ l\in L \quad (52)$$

$$Z2_{iartl} + 1 \ge x_{iat} + x'_{iartl} \quad \forall i\in I,\ a\in A,\ r\in R,\ t\in T,\ l\in L \quad (53)$$

$$2*Z2'_{ihrtl} \le x'_{iht} + x'''_{ihrtl} \quad \forall i\in I,\ h\in H,\ r\in R,\ t\in T,\ l\in L \quad (54)$$

$$Z2'_{ihrtl} + 1 \ge x'_{iht} + x'''_{ihrtl} \quad \forall i\in I,\ h\in H,\ r\in R,\ t\in T,\ l\in L \quad (55)$$

$$2*Z3^t_{ab} \le yb_b + y^t_a \quad \forall a\in A,\ b\in B,\ t\in T \quad (56)$$

$$Z3^t_{ab} + 1 \ge yb_b + y^t_a \quad \forall a\in A,\ b\in B,\ t\in T \quad (57)$$

$$2*Z4^t_{bh} \le yb_b + y^t_h \quad \forall h\in H,\ b\in B,\ t\in T \quad (58)$$

$$Z4^t_{bh} + 1 \ge yb_b + y^t_h \quad \forall h\in H,\ b\in B,\ t\in T \quad (59)$$

$$2*Z5^t_{ra} \le yr_r + y^t_a \quad \forall r\in R,\ a\in A,\ t\in T \quad (60)$$

$$Z5^t_{ra} + 1 \ge yr_r + y^t_a \quad \forall r\in R,\ a\in A,\ t\in T \quad (61)$$

$$2*Z6^t_{rh} \le yr_r + y^t_h \quad \forall r\in R,\ h\in H,\ t\in T \quad (62)$$

$$Z6^t_{rh} + 1 \ge yr_r + y^t_h \quad \forall r\in R,\ h\in H,\ t\in T \quad (63)$$

$$Z1_{iabtl}, Z1'_{ihbtl}, Z2_{iartl}, Z2'_{ihrtl}, Z3^t_{ab}, Z4^t_{bh}, Z5^t_{ra}, Z6^t_{rh} \in \{0,1\} \quad \forall a,a'\in A,\ r\in R,\ b\in B,\ h,h'\in H,\ i\in I,\ t\in T \quad (64)$$

محدودیت ۳۵ تا ۴۱ همانند محدودیت‌های ۷ تا ۳۰ است با این تفاوت که از متغیرهای کمکی برای خطی‌سازی استفاده شده است؛ محدودیت‌های ۴۲ تا ۶۳ محدودیت‌های کمکی برای خطی‌سازی است؛ متغیرهای کمکی باینری برای خطی‌سازی نیز در محدودیت ۶۴ معرفی شده است.

۳.۲. ارائه‌ی یک مثال عددی و بررسی نتایج

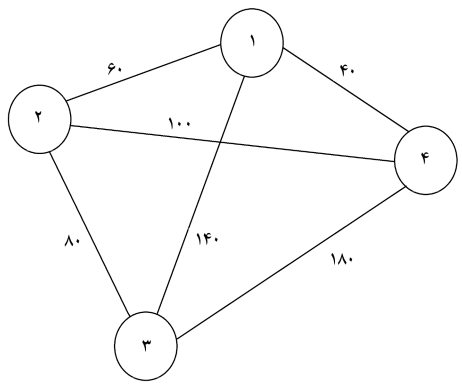
برای تبیین بیشتر مدل‌سازی و تحلیل حساسیت مدل به مثال زیر توجه فرمایید. در مدل پیشنهادی شعاع‌های پوشش برای تسهیلات را مطابق جدول ۲ فرض کنید؛ تعداد تسهیلات برای بیمارستان تخصصی برابر با ۳، بیمارستان معمولی ۲، آمبولانس ۱ و هلی‌کوپتر برابر با ۱ فرض شده است. هزینه‌ی جابه‌جایی برای آمبولانس و هلی کوپتر به‌صورت جدول ۳ است. فاصله‌ی نقاط تقاضا از یکدیگر در شکل ۳ نشان داده شده است.

پس از حل مدل با نرم‌افزار، مکان‌های قرارگیری تسهیلات در دوره زمانی اول و دوم در شکل‌های ۴ و ۵ نمایش داده شده است. یادآور می‌شود تمامی جواب‌های روش دقیق با استفاده از نرم‌افزار GAMS و حل‌کننده‌ی CPLEX محاسبه شده است.

یکی از تخصیص‌های به دست آمده از مدل به‌صورت $x''_{۲۲۱۳}=1$ است و بدان معناست که نقطه‌ی تقاضا با سطح درخواست سه قرارگرفته در مکان دوم،

جدول ۲. شعاع‌های پوششی تسهیلات در مثال مورد نظر.

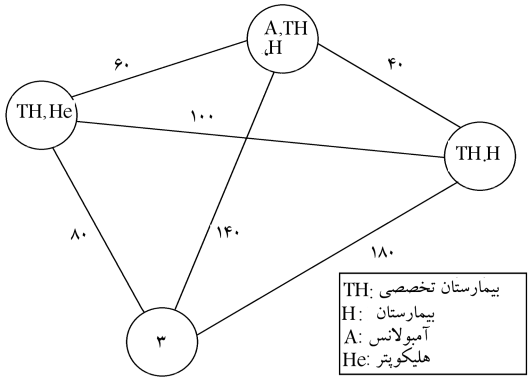
نوع تسهیل	دوره زمانی اول		دوره زمانی دوم	
	شعاع بزرگ‌تر	شعاع کوچک‌تر	شعاع بزرگ‌تر	شعاع کوچک‌تر
بیمارستان تخصصی	۱۰۰	۶۰	۷۰	۳۰
بیمارستان	۱۵۰	۵۰	۱۰۰	۴۰
آمبولانس	۸۰	۳۰	۵۰	۲۰
هلی‌کوپتر امداد	۲۰۰	۱۰۰	۱۵۰	۸۰
بیمارستان تخصصی به همراه آمبولانس	۱۸۰	۹۰	۱۲۰	۵۰
بیمارستان تخصصی به همراه هلی‌کوپتر امداد	۳۰۰	۱۶۰	۲۲۰	۱۱۰
بیمارستان به‌همراه آمبولانس	۲۳۰	۸۰	۱۵۰	۶۰
بیمارستان به‌همراه هلی‌کوپتر امداد	۲۸۰	۱۳۰	۲۵۰	۱۲۰



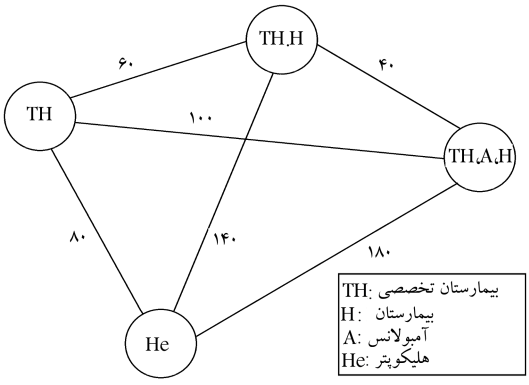
شکل ۳. شبکه‌ی مسافت بین نقاط تقاضا در مثال مورد مطالعه.

جدول ۳. هزینه‌ی جابه‌جایی آمبولانس و هلی‌کوپتر در دوره‌های زمانی مختلف در مثال مورد بررسی.

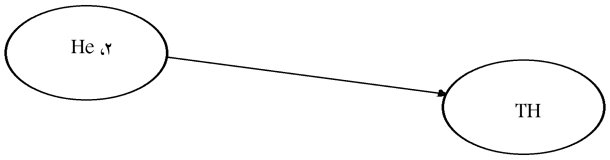
جابه‌جایی در مکان‌ها	آمبولانس		هلی‌کوپتر	
	دوره زمانی اول	دوره زمانی دوم	دوره زمانی اول	دوره زمانی دوم
۱٫۱	۰	۰	۰	۰
۱٫۲	۰٫۶	۰٫۷۲	۰٫۲	۰٫۲۴
۱٫۳	۰٫۹	۰٫۹	۰٫۳	۰٫۳
۱٫۴	۱٫۲	۱٫۲	۰٫۴	۰٫۴
۲٫۱	۰٫۶	۰٫۷۲	۰٫۲	۰٫۲۴
۲٫۲	۰	۰	۰	۰
۲٫۳	۰٫۲۴	۰٫۳	۰٫۰۸	۰٫۱
۲٫۴	۰٫۴۲	۰٫۳۶	۰٫۱۴	۰٫۱۲
۳٫۱	۰٫۳	۰٫۳	۰٫۱	۰٫۱
۳٫۲	۰٫۴۸	۰٫۴۸	۰٫۱۶	۰٫۱۶
۳٫۳	۰	۰	۰	۰
۳٫۴	۰٫۹	۰٫۹	۰٫۳	۰٫۳
۴٫۱	۰٫۳۶	۰٫۳۶	۰٫۱۲	۰٫۱۲
۴٫۲	۰٫۳	۰٫۳	۰٫۱	۰٫۱
۴٫۳	۰٫۴۸	۰٫۴۸	۰٫۱۶	۰٫۱۶
۴٫۴	۰	۰	۰	۰



شکل ۴. نمودار مکان‌های قرارگیری تسهیلات دردوره زمانی اول در مثال مورد مطالعه.



شکل ۵. نمودار مکان‌های قرارگیری تسهیلات دردوره زمانی دوم در مثال مورد مطالعه.



شکل ۶. نمودار تخصیص نقطه‌ی تقاضای دوم با سطح سرویس سوم توسط هلی‌کوپتر واقع در مکان دوم به سمت بیمارستان تخصصی در مکان چهارم در دوره زمانی دوم در مثال مورد بررسی.

توسط هلی‌کوپتر امداد واقع در همان مکان، طی دوره زمانی اول، به بیمارستان تخصصی قرارگرفته در مکان چهارم، تخصیص پیدا می‌کند (شکل ۶).

۳. مقایسه‌ی مدل پیشنهادی با مدل‌های موجود از منظر جواب‌های به دست آمده

در این مقاله از مدل پوشش تدریجی سلسله‌مراتبی برای بررسی صحت جواب‌های به دست آمده استفاده می‌شود. مدل جونگ من‌لی جدیدترین و کامل‌ترین مدل در زمینه‌ی پوشش تدریجی سلسله‌مراتبی است. مدل مقاله‌ی پوشش تدریجی سلسله‌مراتبی چنین تعریف می‌شود:[۲]

۱.۳. اندیس

i: مجموعه نقاط تقاضا؛

j: مجموعه نقاط مناسب برای قرارگیری تسهیل؛

k: نوع سرویس؛

l: سطح تسهیل.

۲.۳. پارامتر

c_{ijk}: سطح پوشش مشتری i توسط تسهیل j در سطح سرویس k؛

f_{ik}: جمعیت مشتریانی که نیاز به سطح سرویس k دارند؛

t_{jk}: ظرفیت تسهیل j برای ارایه سرویس k؛

p_l: تعداد تسهیلات در سطح l.

۳.۳. متغیر

x_{ijk}: مشتری i توسط تسهیل j در سطح سرویس k پوشش داده شود؛

y_{jl}: اگر تسهیل با سطح l در مکان j قرارگیرد.

$$\text{Max} \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} c_{ijk}x_{ijk}f_{ik} \qquad (۶۵)$$

s.t :

$$x_{ijk} \le \sum_{l=k}^{K} y_{jl} \qquad \forall i,j,k \qquad (۶۶)$$

$$\sum_{j\in J} x_{ijk} \le ۱ \qquad \forall i,k \qquad (۶۷)$$

$$\sum_{j\in J} y_{jl} \le p_l \qquad \forall l \qquad (۶۸)$$

جدول ۴. مقایسه‌ی عددی مدل پیشنهادی و مدل پوشش تدریجی سلسله‌مراتبی.

مثال	تعداد نقاط تقاضا	مجموع تعداد تسهیلات	سطوح خدمت‌دهی	مدل پیشنهادی: مکان آمبولانس	مکان هلی‌کوپتر امداد	مکان بیمارستان	مکان بیمارستان تخصصی	تابع هدف	پوشش تدریجی سلسله‌مراتبی: مکان تسهیلات	تابع هدف
۱		۳	۱	۲, ۱	۲	-	-	۷/۴	۳, ۲, ۱	۴
۲	۴	۳	۲	۱	-	۴, ۱	-	۱۳/۷	۳, ۲, ۱	۸
۳		۴	۳	۱	۱	۴	۲	۱۴/۴۲	۴, ۳, ۲, ۱	۱۲
۴		۴	۱	۲, ۱	۶, ۳	-	-	۱۰/۷	۶, ۳, ۲, ۱	۶
۵	۶	۴	۲	۲, ۱	-	۵, ۴	-	۱۵/۶	۶, ۳, ۲, ۱	۱۲
۶		۵	۳	۱	-	-	۳, ۶, ۴, ۳	۲۱/۳	۶, ۵, ۴, ۲, ۱	۱۸
۷		۶	۱	۵, ۳, ۲, ۱	۸, ۱	-	-	۱۴/۲	۸, ۷, ۶, ۵, ۴, ۱	۹
۸	۹	۷	۲	۹, ۴	-	۹, ۶, ۴, ۳, ۲	-	۲۰/۸	۹, ۸, ۶, ۵, ۴, ۳, ۱	۱۸
۹		۷	۳	۱	-	۵	۷, ۶, ۵, ۳, ۱	۳۱/۷	۹, ۸, ۶, ۵, ۴, ۳, ۱	۲۷
۱۰		۸	۳	۱	-	۵	۷, ۵, ۴, ۳, ۲, ۱	۳۳	۹, ۸, ۶, ۵, ۴, ۳, ۲, ۱	۲۷

$$\sum_{i\in I} x_{ijk} f_{ik} \le t_{jk} \qquad \forall j,k \tag{۶۹}$$

$$\sum_{l\in L} y_{jl} \le ۱ \qquad \forall j \tag{۷۰}$$

$$y_{jl} = \{۰,۱\} \qquad \forall j,l \qquad\qquad x_{ijk} = \{۰,۱\} \qquad \forall i,j,k \tag{۷۱}$$

هدف این مدل بیشینه‌سازی میزان پوشش مشتریان در سطوح مختلف است. رابطه‌ی ۶۶ بیان‌گر این مهم است که زمانی پوشش مشتری i صورت می‌گیرد که تسهیل ارائه‌دهنده‌ی سرویس در نقطه‌ی j قرارگیرد و سطح سرویس برابر یا بالاتر از سرویس درخواست‌کننده‌ی مشتری داشته باشد. در رابطه‌ی ۶۷ هر مشتری با هر نوع سرویس فقط توسط یک تسهیل پوشش داده می‌شود. در رابطه‌ی ۶۸ به‌ازای هر سطح، مجموع تسهیلات در مکان‌های j حداکثر برابر با تسهیلات آن سطح خواهد بود. رابطه‌ی ۶۹ بیان می‌دارد که حداکثر سرویسی که به مشتریان داده می‌شود برابر با میزان ظرفیت تسهیل در برآورده کردن آن نوع سرویس است. در رابطه‌ی ۷۰ مشخص می‌شود که در هر مکان j تنها یک تسهیل با یک سطح سرویس احداث می‌شود. و نهایتاً رابطه‌ی ۷۱ معرف متغیرهای باینری مسئله است.

برای شبیه کردن دو مدل به یکدیگر مفروضاتی در نظرگرفته شده است: در این دو مدل تعداد تسهیلات چنان فرض شده که پوشش کلی صورت گیرد. برای ظرفیت‌ها عدد بزرگی در نظرگرفته شده و سطوح پوشش (فاصله‌ی نقاط از یکدیگر و شعاع‌های پوشش) برای تسهیلات مختلف یکسان در نظرگرفته شده است. تعداد تسهیلات طوری مد نظر قرارگرفته که شرط پشتیبانی در هر حالت رعایت شود. از یک نوع تسهیل در مدل پیشنهادی استفاده شده و تعداد دوره‌ها برابر با ۱ قرارگرفته و مدل پیشنهادی به مدل استاتیک تبدیل شده است.

در جدول ۴ مقایسه‌ی بین جواب‌های به دست آمده از دو روش ارائه شده است. تعداد نقاط تقاضا، مجموع تسهیلات، مکان اختصاص یافته به تسهیلات (آمبولانس، هلی‌کوپتر امداد، بیمارستان، بیمارستان تخصصی) و مقادیر تابع هدف در این جدول ذکر شده است.

چنان‌که در مفروضات نیز عنوان شد، مبنای مقایسه‌ی دو مدل پوشش کل نقاط تقاضاست. تفاوت در مقادیر توابع هدف دو مدل ناشی از میزان پوشش بیشتر در مدل پیشنهادی است که دلیل آن شعاع پوشش (سطح پوشش‌دهی) نیست، زیرا شعاع‌های پوشش برای تسهیلات یکسان است بلکه تفاوت در جواب‌ها به دو علت است: نخست آن‌که در مدل پوشش تدریجی سلسله‌مراتبی فرض شده است به‌علت یکسان بودن تسهیلات، هر تسهیل فقط در یک نقطه قرار می‌گیرد، حال آن‌که در مدل پیشنهادی لزومی برای ارائه‌ی چنین محدودیتی نیست. دوم و بسیار مهم‌تر آن که نقاط تقاضا در مدل پیشنهادی ممکن است به‌وسیله‌ی آمبولانس یا هلی‌کوپتر امداد که آنها را پوشش می‌دهند به بیمارستان معمولی یا تخصصی، تخصیص یابد. هرچه تعداد نقاط افزایش یابد برتری و دقت مدل پیشنهادی بر مدل قبلی به‌طور محسوسی در تابع هدف و عملکرد افزایش یافته است.

۴. حل مدل پیشنهادی با استفاده از شبیه‌سازی تبرید و روش دقیق

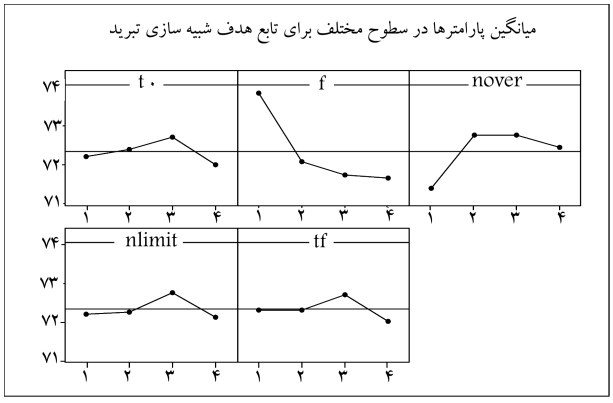
برای حل مسئله در اندازه‌های بزرگ از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده شده است. پارامترهای استفاده شده در این الگوریتم با توجه به طراحی آزمایشات، به بهترین ترکیب وضعیت پارامترها برای به دست آوردن جواب در مناسب‌ترین زمان حل تبدیل می‌شود. بدین منظور با استفاده از آزمایش تاگوچی $L۱۶(۴^{*}۵^{*})$ و نرم‌افزار Minitab پنج پارامتر دخیل در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید در چهار سطح و شانزده تکرار استفاده شده است. در جدول ۵ پارامترها و سطوح مختلف آزمایش طراحی شده ارائه شده است.

جدول ۵. سطوح و پارامترهای استفاده شده شبیه‌سازی تبرید در آزمایش تاگوچی.

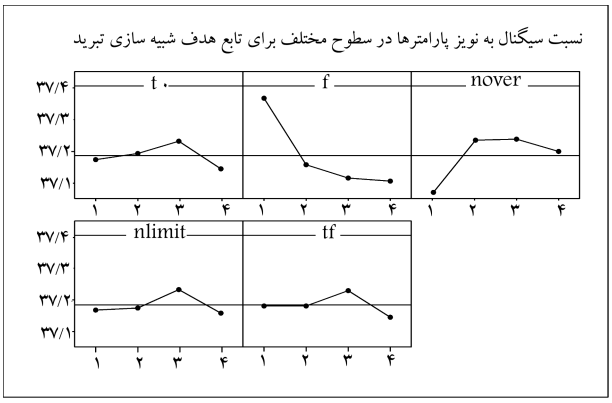
سطوح	پارامترها: دمای انجماد	ضریب سرد شدن	دمای ذوب	تعداد تکرار الگوریتم در هر دما	تعداد دفعات قبول کردن بردار استقرار
۱	۰/۰۵	۰/۹۵	۱۰۰	۱۵	۶۰
۲	۰/۱	۰/۸۵	۸۰	۱۰	۴۰
۳	۰/۰۱	۰/۷۵	۱۲۰	۵	۵۰
۴	۰/۵	۰/۶۵	۷۰	۲۰	۳۰

جدول ۶. جواب‌های آزمایش تاگوچی در تکرارهای شبیه‌سازی تبرید.

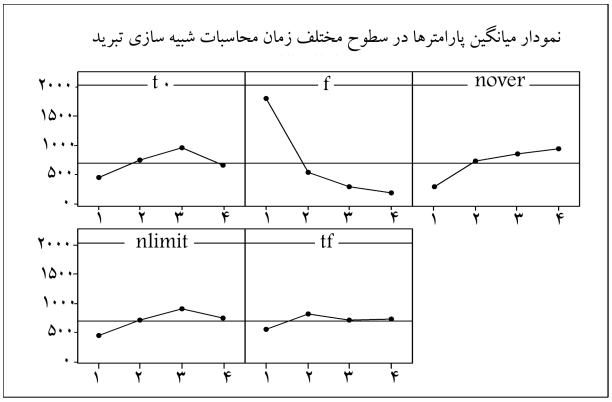
تکرار	پارامترها						زمان
	دمای انجماد	ضریب سرد شدن	دمای ذوب	تعداد تکرار الگوریتم در هر دما	تعداد دفعات قبول کردن بردار استقرار	تابع هدف	
۱	۱	۱	۱	۴	۲	۷۲٫۶۱	۷۱۴٫۰۶
۲	۱	۲	۲	۲	۳	۷۲٫۲۸	۴۲۸٫۱۳
۳	۱	۳	۳	۱	۴	۷۲٫۸۲	۳۶۸٫۴۶
۴	۱	۴	۴	۴	۳	۷۱٫۱۱	۲۸۸٫۸۸
۵	۲	۱	۴	۳	۴	۷۴٫۴۴	۲۰۹۸٫۱۹
۶	۲	۲	۳	۳	۱	۷۱٫۳۶	۲۰۷٫۵۱
۷	۲	۳	۲	۴	۲	۷۱٫۷۳	۴۲۹٫۹۵
۸	۲	۴	۱	۱	۴	۷۲٫۰۳	۲۳۱٫۱۵
۹	۳	۱	۲	۲	۳	۷۴٫۴۴	۲۳۸۱٫۶۳
۱۰	۳	۲	۱	۴	۲	۷۲٫۹۶	۱۰۸۹٫۷۶
۱۱	۳	۳	۴	۳	۱	۷۰٫۷۴	۱۳۸٫۶۳
۱۲	۳	۴	۳	۲	۲	۷۲٫۷۰	۲۰۷٫۷۷
۱۳	۴	۱	۳	۱	۱	۷۳٫۹۰	۲۰۲۴٫۸۱
۱۴	۴	۲	۴	۴	۴	۷۱٫۷۱	۴۱۸٫۴۴
۱۵	۴	۳	۱	۲	۳	۷۱٫۵۶	۱۶۹٫۴۷
۱۶	۴	۴	۲	۱	۲	۷۰٫۷۴	۵۴٫۱۶



شکل ۷. نمودار میانگین پارامترها در سطوح مختلف برای تابع هدف شبیه‌سازی تبرید.



شکل ۸. نمودار SN ratios پارامترها در سطوح مختلف برای تابع هدف شبیه‌سازی تبرید.

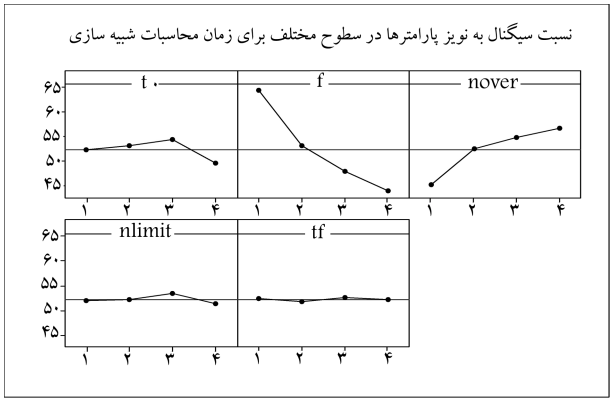


شکل ۹. نمودار میانگین پارامترها در سطوح مختلف زمان محاسبات شبیه‌سازی تبرید.

در جدول ۶ جواب‌های به دست آمده در این شانزده تکرار با نگاه به زمان حل وکیفیت جواب، ارائه شده است.

در شکل ۷ میانگین و در شکل ۸ SN ratios به دست آمده از آزمایش تاگوچی در زمینه‌ی تابع هدف نمایش داده می‌شود. طبق این شکل‌ها دمای انجماد (t°) در سطح سوم، ضریب سرد شدن (f) در سطح اول، دمای ذوب (tf) در سطح سوم، تعداد تکرارالگوریتم در هر دما (nlimit) در سطح سوم و تعداد دفعات قبول بردار استقرار (nover) در سطح دوم قرار دارد.

در شکل ۹ میانگین و در شکل ۱۰ SN ratios به دست آمده از آزمایش تاگوچی در زمینه‌ی زمان محاسبات نمایش داده می‌شود. طبق این شکل‌ها t° در سطح اول با توجه به میانگین و در سطح چهارم با توجه بهSN ratios، f در سطح چهارم، tf در سطح اول، nlimit در سطح اول با توجه به میانگین و سطح چهارم



شکل ۱۰. نمودار SN ratios پارامترها در سطوح مختلف برای زمان محاسبات شبیه‌سازی تبرید.

جدول ۷. پارامترهای مورد استفاده برای شبیه‌سازی تبرید در نوشتار حاضر.

تعداد دفعات قبول کردن بردار استقرار	تعداد تکرار الگوریتم در هر دما	دمای ذوب	ضریب سرد شدن	دمای انجماد
۵۰	۵	۱۰۰	۰/۹۵	۰/۰۵

با توجه به SN ratios و nover در سطح اول قرار دارد.

با توجه به آزمایشات تاگوچی، پارامترهای انتخاب شده برای حل مسئله در این تحقیق به‌صورت جدول ۷ است.

برای تأیید صحت الگوریتم و مدل‌سازی با استفاده از تغییر پارامترها، مدل به مسئله‌ی پوشش تدریجی تبدیل شده است. در جدول ۸ نتایج حاصل از مسئله‌ی پوشش تدریجی (بدون در نظر گرفتن سلسله‌مراتب، محدودیت ظرفیت، پوشش پشتیبان، هزینه‌ی جابه‌جایی تسهیلات و تخصیصات متفاوت در دوره‌های زمانی مختلف) و مدل این تحقیق با توجه به زمان حل و مقدار تابع هدف با روش دقیق و فرا ابتکاری مقایسه شده است. زمان در مسئله‌ی پوشش تدریجی در همه مثال‌ها از روش فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید بیشتر است و دلیل این امر محدودیت‌ها و پیچیدگی‌های مدل است. چنان که ملاحظه می‌شود تا مثال ۱۵ که در آن نقاط تقاضا برابر با ۵۰ است تابع هدف یکسان است. این امر حاکی از صحت الگوریتم و مدل‌سازی انجام شده است، البته در مثال ۱۶ تا ۲۰ تابع هدف مسئله‌ی پوشش تدریجی کمی بیشتر از مدل این تحقیق است و این امر ناشی از محدودیت‌های بیشتر مدل و محدودیت زمانی در شبیه‌سازی تبرید است. در مثال ۲۱ تا ۲۵ روش فراابتکاری است که از جواب بهتری برخوردار است و دلیل این موضوع طبیعی است که با افزایش نقاط در حل دقیق، احتمال قرارگیری جواب در منطقه‌ی بهینه‌ی محلی بیشتر می‌شود.

برای نزدیک کردن مدل این تحقیق به مسئله‌ی پوشش تدریجی فرض می‌شود: دوره زمانی ۱، نوع تسهیلات یکسان، هزینه‌ی جابه‌جایی و بدون پوشش ماندن (عدم پوشش پشتیبان) صفر، سطح سرویس‌دهی یکسان و برابر ۱ باشد و از تسهیلات واسطه استفاده نمی‌شود.

به‌منظور جلوگیری از قرار گرفتن مسئله‌ی پوشش تدریجی در جواب بهینه‌ی محلی و مقایسه‌ی مدت زمان الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید این مسئله با روش دقیق خود، کد شبیه‌سازی تبرید پوشش تدریجی در حالت ساده نوشته شد و نتیجه‌ی مقایسه‌ی حل مسئله‌ی پوشش تدریجی و حل مسئله‌ی تحقیق با استفاده از شبیه‌سازی تبرید در جدول ۹ ارائه شده است. در ابتدا ملاحظه می‌شود که زمان رسیدن به تابع هدف در مسئله‌ی پوشش تدریجی با استفاده از شبیه‌سازی تبرید بسیار پایین‌تر از زمان رسیدن به تابع هدف در مسئله‌ی پوشش تدریجی با استفاده از حل دقیق در جدول ۸ است. دلیل افزایش زمان در مثال ۲۱ علاوه بر افزایش نقاط، یافتن نقطه‌ی بهینه از ۱۰۰ نقطه‌ی کاندیداست؛ یعنی تعداد تسهیلات در زمان حل دقیق اثر معکوس دارد (هرچه تعداد تسهیلات پایین‌تر، زمان حل بیشتر). در ضمن الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به‌کار رفته در مسئله‌ی پوشش تدریجی در جواب بهینه‌ی محلی قرار نگرفته است و در مثال ۲۱ تا ۲۵ جواب‌های یکسانی با حل مسئله‌ی پوشش تدریجی مدل این تحقیق با استفاده از شبیه‌سازی تبرید ارائه شده است. کاهش زمان ازجمله مزیت‌های غیرقابل انکار در الگوریتم‌های فراابتکاری است، و این امر دلیل دیگری بر صحت الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به‌کار رفته در تحقیق حاضر است که اگر این محدودیت‌ها نباشند زمان رسیدن به جواب بسیار کاهش می‌یابد.

در جدول ۱۰ جواب‌های به دست آمده از مدل پیشنهادی تعداد ۱۳ مثال شبیه‌سازی شده ارائه شده است که در آن تعداد نقاط تقاضا، تعداد تسهیلات، مکان اختصاص‌یافته به تسهیلات، مقدار تابع هدف و زمان محاسبات انجام شده برحسب ثانیه ثبت شده است.

چنان که در جدول ۱۰ مشاهده می‌شود، مثال‌های ۱ تا ۳ در سه پریود مختلف حل شده است: در پریود اول که همان حالت ایستای مدل است، میزان پوشش‌دهی کم‌تر از پریود دوم و در پریود دوم کم‌تر از پریود سوم است، زیرا با جابه‌جایی تسهیلات سطح پوشش‌دهی بیشتر می‌شود و دقت مسئله نیز افزایش می‌یابد. در مثال‌های ۴ تا ۱۰ افزایش تک‌تک تسهیلات را بررسی می‌کنیم، اضافه‌کردن هریک از تسهیلات تأثیر زیادی بر تابع هدف ندارد، البته اضافه‌کردن بیمارستان تخصصی در تابع هدف تغییر بیشتری اعمال کرده، چرا که تسهیلی است که تمامی سطوح خدمت را ارائه می‌کند. در مثال ۱۱ آمبولانس در دوره‌ی اول در مکان ۵ قرار دارد و در دوره‌ی دوم مکان آمبولانس ۳ است و این نمونه‌ی جابه‌جایی تسهیل در دوره‌های مختلف، و درنتیجه پوشش بیشتر است. در این جابه‌جایی هزینه‌ی جابه‌جایی نیز لحاظ شده است. در مثال ۱۱ تا ۱۳ تعداد دوره‌ها از ۱ به ۲ تغییر یافته، تابع هدف افزایش یافته، و پوشش‌دهی نسبت به حالت تک‌دوره‌یی بیشتر شده است.

افزایش دوره موجب افزایش چشمگیر زمان می‌شود که تأییدی است بر لزوم بیش از پیش استفاده از روش فراابتکاری.

۵. نتیجه‌گیری

پوشش تدریجی در حوزه‌ی مکان‌یابی پوشش، تحول عظیمی ایجاد کرده و به‌عنوان مسئله‌یی کارامد در دنیای واقعی مطرح شد است. خلاء استفاده از مدل پوشش تدریجی در مسائل اورژانسی با مرور ادبیات انجام شده در بخش مقدمه قابل توجه است. در مسئله‌ی خدمات اورژانسی، هدف نجات زندگی انسان‌هاست. بنابراین این حوزه مستعد انجام تحقیقات و بررسی بیشتری است. در نظر گرفتن پوشش پشتیبان، سلسله‌مراتب، نگاه به ظرفیت تسهیلات، هزینه‌های جابه‌جایی و شعاع پوششی تسهیلات طی زمان‌ها و دوره‌های مختلف (با ملاحظه‌ی شرایط محیطی) در تحقق این هدف الزامی است. مدلی که دربرگیرنده‌ی همه موارد فوق باشد، تاکنون ارائه نشده است. در بخش دوم با یک رویکرد جدید (استفاده از تسهیلات

جدول ۸. مقایسه‌ی حل دقیق مسئله‌ی پوشش تدریجی وحل شبیه‌سازی تبرید مسئله‌ی مدل پیشنهادی.

مثال	تعداد نقاط تقاضا	تعداد تسهیلات	حل مدل تحقیق با مفروضات (یکسان‌سازی) و استفاده از شبیه‌سازی تبرید			حل مسئله‌ی پوشش تدریجی با استفاده از حل دقیق		
			مکان قرارگیری تسهیلات	تابع هدف	زمان	مکان قرارگیری تسهیلات	تابع هدف	زمان
۱	۱۰	۱	۱۰	۶/۰۴۰۶	۳/۵۹۱	۱۰	۶/۰۴۰۶	۴/۵۳۸
۲		۲	۱۰, ۱	۸/۵۴۹۳	۴/۶۸۲	۱۰, ۱	۸/۵۴۹۳	۴/۶۸۲
۳		۳	۱۰, ۲, ۱	۹/۳۲۰۶	۴/۶۸۶	۱۰, ۲, ۱	۹/۳۲۰۶	۴/۶۸۶
۴	۲۰	۱	۲۰	۱۲/۷۷۲۵	۱۴/۶۰	۲۰	۱۲/۷۷۲۵	۵/۳۲۴
۵		۲	۱۷, ۱۶	۱۷/۶۸۶۷	۱۳/۵۴	۱۷, ۱۶	۱۷/۶۸۶۷	۵/۴۳۷
۶		۳	۲۰, ۱۹, ۱۸	۱۹/۷۰۳۷	۱۳/۵۵	۲۰, ۱۹, ۱۸	۱۹/۷۰۳۷	۵/۵۲۱
۷		۵	۲۰, ۱۸, ۱۷, ۵, ۱	۲۰	۱۳/۵۱	۲۰, ۱۸, ۱۷, ۵, ۱	۲۰	۵/۶۹۸
۸	۳۰	۱	۲۹	۱۰/۶۷۸	۱۰۵/۸۸۳	۲۹	۱۰/۶۷۸	۶/۵۱۶
۹		۲	۲۴, ۱	۱۷/۴۵۵	۱۰۴/۷۶۴	۲۴, ۱	۱۷/۴۵۵	۶/۵۲۴
۱۰		۳	۲۴, ۱۳, ۱	۲۳/۲۵۶	۱۰۵/۸۸۶	۲۴, ۱۳, ۱	۲۳/۲۵۶	۶/۷۱۱
۱۱		۵	۲۸, ۱۳, ۱۲, ۱۰, ۲	۲۵	۱۰۳/۵۹۱	۲۸, ۱۳, ۱۲, ۱۰, ۲	۲۵	۶/۸۰۵
۱۲	۵۰	۱	۱۷	۳۱/۷۴۴۵	۲۰۵/۰۴	۱۷	۳۱/۷۴۴۵	۶/۹۸۵
۱۳		۲	۲۹, ۱۷	۴۳/۲۴۰۶	۲۰۲/۷۴	۲۹, ۱۷	۴۳/۲۴۰۶	۷/۱۱۲
۱۴		۳	۳۳, ۱۶, ۱۰	۴۶/۰۵۲۴	۲۰۵/۳۶	۳۳, ۱۶, ۱۰	۴۶/۰۵۲۴	۷/۱۳۵
۱۵		۵	۴۵, ۲۴, ۱۲, ۱۰, ۵	۴۸/۸۲۲۶	۲۰۱/۹۹	۴۵, ۲۴, ۱۲, ۱۰, ۵	۴۸/۸۲۲۶	۷/۲۲۴
۱۶	۷۵	۱	۳۳	۴۳/۲۹۰۶	۷۴۴/۴۶	۲۹	۴۶/۲۴۲	۷/۲۴۱
۱۷		۲	۶۰, ۹	۶۰/۷۰۲۹	۶۹۲/۶۵	۲۹, ۱۸	۶۱/۳۸۹	۱۰/۷۶۰
۱۸		۳	۶۰, ۴۵, ۹	۶۷/۳۸۷۶	۶۷۶/۴۹	۶۸, ۳۰, ۱۸	۶۸/۹۸۵	۱۰/۵۷۶
۱۹		۵	۷۳, ۷۱, ۲۷, ۵, ۱	۷۲/۱۷۸۵	۶۹۰/۵۷	۱۷, ۹, ۷, ۵, ۱	۷۴/۱۷۶۸	۱۱/۵۰۷
۲۰		۸	۷۳, ۷۰, ۵۲, ۴۸, ۴۵, ۳۵, ۲۵, ۱۳	۷۵	۶۹۶/۰۰	۱۷, ۱۶, ۹, ۶, ۵, ۳, ۲, ۱	۷۵	۷/۵۷۸
۲۱	۱۰۰	۱	۱۸	۵۸/۷۱۹۱	۴۳۶۵/۴۵	۱۸	۵۸/۷۱۹۱	۳۵/۹۷۵
۲۲		۳	۷۸, ۲۹, ۱۸	۹۰/۶۶۵۴	۳۵۰۵/۵۴	۷۸, ۲۹, ۱۸	۹۰/۶۶۵۴	۱۶/۶۷۷
۲۳		۵	۹۷, ۲۰, ۱۰, ۶, ۱	۹۵/۶۸۸۹	۲۵۰۵/۰۶	۸۵, ۷۷, ۶۸, ۴۵, ۱	۹۳/۶۸۸۹	۷/۹۳۹
۲۴		۸	۹۰, ۸۷, ۷۱, ۶۸, ۶۷, ۶۵, ۵۰, ۱۸	۹۹/۸۶۷۵	۱۶۶۸/۵۸	۵۷, ۵۲, ۴۵, ۷, ۵, ۴, ۳, ۲	۹۷/۱۳۵	۶/۴۳۲
۲۵		۹	۹۸, ۹۰, ۸۷, ۷۴, ۶۵, ۲۱, ۲۰, ۸, ۵	۱۰۰	۱۵۷۲/۸۳	۶۱, ۵۷, ۴۵, ۱۱, ۷, ۵, ۴, ۳, ۲	۹۸/۴۸۹	۶/۲۲۹

جدول ۹. مقایسات حل دو مسئله‌ی پوشش تدریجی در حالت ساده و مسئله‌ی پوشش تدریجی در حالت پویا با شبیه‌سازی تبرید.

مثال	تعداد نقاط تقاضا	تعداد تسهیلات	حل مسئله‌ی مدل تحقیق با استفاده از شبیه‌سازی تبرید			حل مسئله‌ی پوشش تدریجی با استفاده از شبیه‌سازی تبرید		
			مکان قرارگیری تسهیلات	تابع هدف	زمان	مکان قرارگیری تسهیلات	تابع هدف	زمان
۱	۱۰	۱	۱۰	۶٫۰۴۰۶	۳٫۵۹۱	۱۰	۶٫۰۴۰۶	۰٫۲۴۸
۲		۲	۱۰, ۱	۸٫۵۴۹۳	۴٫۶۸۲	۱۰, ۱	۸٫۵۴۹۳	۰٫۲۷۱
۳		۳	۱۰, ۲, ۱	۹٫۳۲۰۶	۴٫۶۸۶	۱۰, ۲, ۱	۹٫۳۲۰۶	۰٫۲۸۰
۴	۲۰	۱	۲۰	۱۲٫۷۷۲۵	۱۴٫۶۰	۲۰	۱۲٫۷۷۲۵	۰٫۴۲۳
۵		۲	۱۷, ۱۶	۱۷٫۶۸۶۷	۱۳٫۵۴	۱۷, ۱۶	۱۷٫۶۸۶۷	۰٫۴۷۸
۶		۳	۲۰, ۱۹, ۱۸	۱۹٫۷۰۳۷	۱۳٫۵۵	۲۰, ۱۹, ۱۸	۱۹٫۷۰۳۷	۰٫۴۹۳
۷		۵	۲۰, ۱۸, ۱۷, ۵, ۱	۲۰	۱۳٫۵۱	۲۰, ۱۸, ۱۷, ۵, ۱	۲۰	۰٫۵۰۱
۸	۳۰	۱	۲۹	۱۰٫۶۷۸	۱۰۵٫۸۸۳	۲۹	۱۰٫۶۷۸	۰٫۶۹۷
۹		۲	۲۴, ۱	۱۷٫۴۵۵	۱۰۴٫۷۶۴	۲۴, ۱	۱۷٫۴۵۵	۰٫۹۹۲
۱۰		۳	۲۴, ۱۳, ۱	۲۳٫۲۵۶	۱۰۵٫۸۸۶	۲۴, ۱۳, ۱	۲۳٫۲۵۶	۰٫۹۶۸
۱۱		۵	۲۸, ۱۳, ۱۲, ۱۰, ۲	۲۵	۱۰۳٫۵۹۱	۲۸, ۱۳, ۱۲, ۱۰, ۲	۲۵	۰٫۹۱۱
۱۲	۵۰	۱	۱۷	۳۱٫۷۴۴۵	۲۰۵٫۰۴	۱۷	۳۱٫۷۴۴۵	۲٫۵۲۶
۱۳		۲	۲۹, ۱۷	۴۳٫۲۴۰۶	۲۰۲٫۷۴	۲۹, ۱۷	۴۳٫۲۴۰۶	۳٫۲۳۴
۱۴		۳	۳۳, ۱۶, ۱۰	۴۶٫۰۵۲۴	۲۰۵٫۳۶	۳۳, ۱۶, ۱۰	۴۶٫۰۵۲۴	۳٫۱۲۵
۱۵		۵	۴۵, ۲۴, ۱۲, ۱۰, ۵	۴۸٫۸۲۲۶	۲۰۱٫۹۹	۴۵, ۲۴, ۱۲, ۱۰, ۵	۴۸٫۸۲۲۶	۲٫۸۷۶
۱۶	۷۵	۱	۳۳	۴۳٫۲۹۰۶	۷۴۴٫۴۶	۲۹	۴۶٫۲۴۲	۴٫۲۵۶
۱۷		۲	۶۰, ۹	۶۰٫۷۰۲۹	۶۹۲٫۶۵	۲۹, ۱۸	۶۱٫۳۸۹	۴٫۴۵۶
۱۸		۳	۶۰, ۴۵, ۹	۶۷٫۳۸۷۶	۶۷۶٫۴۹	۶۸, ۳۰, ۱۸	۶۸٫۹۸۵	۴٫۴۴۳
۱۹		۵	۷۳, ۷۱, ۲۷, ۵, ۱	۷۲٫۱۷۸۵	۶۹۰٫۵۷	۱۷, ۹, ۷, ۵, ۱	۷۴٫۱۷۶۸	۴٫۴۳۵
۲۰		۸	۷۳, ۷۰, ۵۲, ۴۸, ۴۵, ۳۵, ۲۵, ۱۳	۷۵	۶۹۶٫۰۰	۱۷, ۱۶, ۹, ۶, ۵, ۳, ۲, ۱	۷۵	۴٫۵۹۸
۲۱	۱۰۰	۱	۱۸	۵۸٫۷۱۹۱	۴۳۶۵٫۴۵	۱۸	۵۸٫۷۱۹۱	۴٫۹۸۷
۲۲		۳	۷۸, ۲۹, ۱۸	۹۰٫۶۶۵۴	۳۵۰۵٫۵۴	۷۸, ۲۹, ۱۸	۹۰٫۶۶۵۴	۵٫۷۰۰
۲۳		۵	۹۷, ۲۰, ۱۰, ۶, ۱	۹۵٫۶۸۸۹	۲۵۰۵٫۰۶	۹۷, ۲۰, ۱۰, ۶, ۱	۹۵٫۶۸۸۹	۵٫۶۸۵
۲۴		۸	۹۰, ۸۷, ۷۱, ۶۸, ۶۷, ۶۵, ۵۰, ۱۸	۹۹٫۸۶۷۵	۱۶۶۸٫۵۸	۹۰, ۸۷, ۷۱, ۶۸, ۶۷, ۶۵, ۵۰, ۱۸	۹۹٫۸۶۷۵	۵٫۷۲۱
۲۵		۹	۹۸, ۹۰, ۸۷, ۷۴, ۶۵, ۲۱, ۲۰, ۸, ۵	۱۰۰	۱۵۷۲٫۸۳	۹۸, ۹۰, ۸۷, ۷۴, ۶۵, ۲۱, ۲۰, ۸, ۵	۱۰۰	۵٫۸۹۴

جدول ۱۰. حل مثال‌های شبیه‌سازی شده مدل تحقیق.

مثال	دوره‌های زمانی	تعداد نقاط تقاضا	تعداد تسهیلات				مکان قرارگیری تسهیلات				تابع هدف	زمان
			تعداد آمبولانس دوره	تعداد هلی‌کوپتر دوره	بیمارستان	بیمارستان تخصصی	محل آمبولانس دوره	محل هلی‌کوپتر دوره	بیمارستان	بیمارستان تخصصی		
۱	۱		۱	۱	۱	۱	۱	۲	۱	۱	۱۷٫۲	۲٫۹۰۷
۲	۲		۱ – ۱ ۲ – ۲	۱ – ۱ ۲ – ۱	۱	۱	۱ – ۱ ۴,۳ – ۲	۲ – ۱ ۱ – ۲	۱	۱	۳۴٫۵	۵٫۰۴۳
۳	۳	۴	۱ – ۱ ۲ – ۲ ۳ – ۱	۱ – ۱ ۲ – ۱ ۱ – ۳	۱	۱	۴ – ۱ ۳,۲ – ۲ ۱ – ۳	۴ – ۱ ۲ – ۲ ۱ – ۳	۲	۱	۴۳٫۱۲۰	۴۱٫۳۶۴
۴	۱		۱	۱	۱	۱	۵	۲	۱	۴	۲۲٫۱	۱ : ۴۵٫۴۷۶
۵	۱		۲	۱	۱	۱	۵,۳	۴	۱	۱	۲۷٫۹	۱ : ۱۰٫۸۵۴
۶	۱		۱	۲	۱	۱	۵	۷,۲	۱	۲	۲۷٫۳	۱ : ۴۲٫۱۶۴
۷	۱		۱	۱	۲	۱	۵	۵	۵,۱	۴	۲۷٫۱	۲ : ۰۴٫۱۲۲
۸	۱		۱	۱	۱	۲	۵	۲	۱	۴,۱	۲۸٫۶	۱ : ۵۷٫۱۱۰
۹	۱		۲	۲	۲	۱	۵,۲	۷,۲	۲,۱	۱	۳۹٫۳۲	۱ : ۴۸٫۳۵۳
۱۰	۱	۷	۲	۲	۲	۲	۵,۲	۵,۳	۲,۱	۲,۱	۴۸٫۴۶	۱ : ۴۴٫۲۵۲
۱۱	۲		۱ – ۱ ۱ – ۲	۱ – ۱ ۲ – ۱	۱	۱	۵ – ۱ ۳ – ۲	۵ – ۱ ۴ – ۲	۱	۱	۴۰٫۰۲۰	۸ : ۲۵٫۶۸۹
۱۲	۲		۱ – ۱ ۲ – ۲	۲ – ۱ ۱ – ۲	۱	۱	۵ – ۱ ۳,۱ – ۲	۶,۱ – ۱ ۴ – ۲	۱	۱	۵۴٫۸	۴ : ۴۹٫۹۴۷
۱۳	۲		۲ – ۱ ۳ – ۲	۳ – ۱ ۱ – ۲	۲	۳	۵,۱ – ۱ ۴,۳,۲ – ۲	۶,۵,۲ – ۱ ۴ – ۲	۱,۲	۶,۲,۱	۱۱۲٫۲۳	۹ : ۲۲٫۴۸۱

واسطه‌یی در دسترس) مدلی با این ویژگی‌ها طراحی شد، که با توجه به ضرورت حل مدل با حل‌کننده‌های بیشتر و کاهش قابل توجه زمان، خطی شد. در ادامه با مقایسه‌ی مدل پیشنهادی و مدل پوشش تدریجی سلسله‌مراتبی نشان داده شد که علاوه بر صحت مدل‌سازی می‌توان با امکانات یکسان، پوشش بیشتری ایجاد کرد. با بهره‌گیری از روش فرااِبتکاری شبیه‌سازی تبرید مدل ارائه شده با مدل پوشش تدریجی ساده مقایسه شد که نتایج نشان‌گر صحت مدل‌سازی و صحت الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به‌کار رفته در مدل است. در انتها به‌صورت خلاصه ویژگی‌های این تحقیق ذکر می‌شود: شعاع پوششی پویا، تخصیصات پویا، مکان‌یابی مختلف تسهیلات واسطه در دوره‌های زمانی متفاوت، تفاوت در نوع تسهیلات، سلسله‌مراتبی بودن تسهیلات، پوشش پشتیبان برای نقاط تقاضا، استفاده از پوشش تدریجی در مسئله‌ی خدمات اورژانسی، در نظرگرفتن ظرفیت توأم برای تسهیلات ارائه‌دهنده‌ی سطح سرویس بالاتر با وجود تسهیلات واسطه، در نظرگرفتن هزینه‌ی جابه‌جایی تسهیلات واسطه، تفاوت در تعداد تسهیلات واسطه در دوره‌های زمانی مختلف، پوشش یک محدوده‌ی خارج از شعاع پوششی تسهیلات ارائه‌دهنده‌ی سطح سرویس بالاتر، با کمک تسهیلات واسطه، پوشش بیشتر با استفاده از امکانات یکسان.

با توجه به مطالعات انجام شده در این تحقیق و خلاءهای موجود پیشنهادات زیر برای تحقیقات آتی عنوان می‌شود:

- در نظرگرفتن شعاع تسهیلات به‌صورت احتمالی در دوره‌های مختلف زمانی به‌منظور واقعی‌تر کردن مسئله؛
- در نظرگرفتن مشغولی سیستم برای ارائه‌ی خدمت‌رسانی به نقاط تقاضا به‌خصوص در تسهیلات واسطه؛
- در نظرگرفتن پوشش اشتراکی در تسهیلات برای ارائه‌ی بهتر پوشش در مدل تحقیق؛
- استفاده از سایر روش‌های حل نظیر روش فرااِبتکاری و برنامه‌ریزی پویا برای حل مسئله‌ی پیشنهادی؛
- در نظرگرفتن مسیرهای حرکت برای تسهیل واسط، و استفاده از مسئله‌ی مسیریابی.

منابع (References)

1. Bashiri, M., Hosseini, A. and Hosseininejad, J. "Design of industrial systems", Tehran., Shahed University (2009).
2. Zanjirani Farahani, R., Asgari, N., Heidari, N., Hosseininia, M. and Goh, M. "Covering problems in facility location: A review", *Computers & Industrial Engineering*, **62**, pp. 368-407 (2012).
3. Guvenc, S. and Haldun, S. "A review of hierarchical facility location models", *Computers & Operations Research*, **34**, pp. 2310-2331 (2007).
4. Berman, O., Krass, D. and Drezner, Z. "The gradual covering decay location problem on a network", *European Journal of Operational Research*, **151**, pp. 376-389 (2003).
5. Lee, J.M. and Lee. Y.H. "Tabu based heuristics for the generalized hierarchical covering location problem", *Computers & Industrial Engineering*, **58**, pp. 638-645 (2010).
6. Chrissis, J.W., Davis, R.P. and Miller, D.M. "The dynamic set covering problem", *Applied Mathematical Modeling,* **6**(1), pp. 2-6(1982).
7. Gendreau, M., Laporte, G. and Semet, F. "A dynamic model and parallel tabu search heuristic for real time ambulance relocation", *Parallel Computing*, **27**, pp. 1641-1653 (2001).
8. Rajagopalan, H.K., Saydam, C. and Xiao, J. "A multiperiod set covering location model for dynamic redeployment of ambulances", *Computers & Operations Research*, **35**, pp. 814-826 (2008).
9. Schmid, V. and Doerner, K.F. "Ambulance location and relocation problems with time-dependent travel times", *European Journal of Operational Research*, **207**, pp. 1293-1303 (2010).
10. Schmid, V. "Solving the dynamic ambulance relocation and dispatching problem using approximate dynamic programming", *European Journal of Operational Research,* **219**, pp. 611-621 (2012).
11. Erdemir, E.T., Batta, R., Spielman, S., Rogerson, P.A., Blatt, A. and Flanigan, M. "Joint ground and air emergency medical services coverage models: A greedyheuristic solution approach", *European Journal of Operational Research,* **207**, pp. 736-749 (2010).
12. Berman, O., Kalcsics, J., Krass, D. and Nickel, S. "The ordered gradual covering location problem on a network", *Discrete Applied Mathematics*, **157**(18), pp. 3689-3707 (2009).
13. Korani, E. and Sahraeian, R. "The hierarchical hub covering problem with innovative allocation procedure by covering radiuses", *Scientia Iranica, Transaction E,* **20**(6), pp. 2138-2160 (2013).
14. Schrijver, A., *Theory of Linear and Integer Programming*, Wiley, New York (1998).