

# حل مسئله‌ی تسطیح منابع پروژه با استفاده از یک الگوریتم شبیه‌سازی تبرید کارا

فربیز جولای<sup>\*</sup> (استاد)

دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تهران

محسن باقری (استادیار)

دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی سجاد مشهد

در مسئله‌ی تسطیح منابع الگوی استفاده از منابع طی زمان مورد توجه قرار می‌گیرد و سعی می‌شود یک زمان‌بندی میندا که سطح استفاده از منابع در آن تا حد ممکن یکنواخت باشد، ارائه شود. این مسئله از جمله مسائل کلاسیک در حوزه‌ی زمان‌بندی پروژه است که برای آن راه حل‌های کارای انکی در ادبیات موضوع می‌توان یافت. در این نوشتار با استفاده از شبیه‌سازی تبرید اقدام به حل این مسئله می‌کیم. شیوه‌ی نمایش جواب و تولید همسایگی براساس ویژگی‌هایی است که در این نوشتار بررسی و اثبات شده است. کارایی الگوریتم شبیه‌سازی تبرید از طریق مقایسه با سه روش ابتکاری دیگر و نیز با مقایسه با جواب‌های مدل ریاضی صفر- یک غیرخطی که با نرم‌افزار لینگو حل شده است، مورد بررسی قرار گرفته است. در این بررسی‌ها مجموعه‌ی متعدد از مسائل آزمایشی مد نظر قرار داشته است. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد، الگوریتم ارائه شده، نسبت به سه روش ابتکاری برتری دارد و نتایج قابل رقابتی را با جواب‌های مدل ریاضی به دست می‌دهد.

**واژگان کلیدی:** زمان‌بندی پروژه، مسئله‌ی تسطیح منابع، روش‌های فراابتکاری، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید.

fjolai@ut.ac.ir  
m\_bagheri@sadjad.ac.ir

## ۱. مقدمه

تعییراتی و پرسنل کلیدی نیروگاه‌های اتمی تولید برق، [۱] در پروژه‌های طراحی و ایجاد واحد‌های صنعتی<sup>[۲]</sup> و پروژه‌های حوزه فتاوری اطلاعات، [۳] در ادبیات موضوع مشاهده می‌شود.

### ۱.۱. روش‌های حل دقیق

#### ۱.۱.۱. شمارش ضمنی

محققین بر مبنای شمارش ضمنی تمامی حالات ممکن برای زمان شروع فعالیت‌ها روش دقیق را ارائه کردند.<sup>[۴]</sup> بدین منظور مجموع مربع نوسانات منابع در دوره‌های متوالی<sup>[۵]</sup> و نیز مجموع قدر مطلق تفاوت سطح منبع مورد استفاده با مقدار هدف<sup>[۶]</sup> مدل نظر قرار گرفته است. در روش یونس و سعد<sup>[۷]</sup> ابتدا تمام فعالیت‌های بحرانی زمان‌بندی، و سپس تمام حالت‌های ممکن برای سایر فعالیت‌ها در نظر گرفته می‌شود. در این روش اگرچه جواب بهینه حاصل می‌شود، حل مسائل با اندازه بیش از ۱۰ فعالیت بهویه وقتی شناوری فعالیت‌ها زیاد باشد، بسیار زمان بر و پیچیده می‌شود.

عمده‌ترین ضعف روش‌های شمارش ضمنی، محدودیت آن‌ها برای حل مسئله با اندازه‌های متوسط و بزرگ است. در روش‌های شرح داده شده مسائلی با حجم بیشینه ۱۰ فعالیت به صورت بهینه حل شده‌اند.

برخلاف مسائل تخصیص منابع که در آن زمان‌بندی فعالیت‌های پروژه با در نظر گرفتن محدودیت دسترسی به منابع هدف قرار می‌گیرد، در مسئله‌ی تسطیح منابع سعی بر آن است تا فعالیت‌ها بهگونه‌ی زمان‌بندی شود که نوسانات سطح منابع کمینه باشد. در این دسته از مسائل الگوی استفاده از منابع اهمیت دارد و هدف رسیدن به نوعی زمان‌بندی است که پروفایل منابع آن تا حد ممکن بدون نوسان باشد. مسئله‌ی تخصیص منابع در دسته‌بندی دمیولیسیستر و هرولن<sup>[۸]</sup> به صورت  $m, \delta_n, cpm|level$  نمایش داده می‌شود.

از آنجاکه نوسانات منابع در مردم نیروی انسانی به معنای استخدام و اخراج، و در تجهیزات به معنای اجراه کردن و بازپس‌دادن است در اغلب پروژه‌ها این نوسانات نامطلوب است. مسئله‌ی تسطیح منابع از آن روی اهمیت می‌یابد که سعی در کمینه‌سازی نوسانات منابع انسانی و تجهیزات در طی زمان دارد. بهویه در پروژه‌هایی که بی کار ماندن منابع (انسانی یا تجهیزات) یا بالا بودن بارکاری منابع هرینه بر است، این مسئله مهم تلقی می‌شود. علی‌رغم اهمیت ویژگی این مسئله، در بسته‌های نرم‌افزاری معروف روشی مناسب برای تسطیح منابع وجود ندارد.<sup>[۹]</sup> مثال‌هایی از کاربردهای عملی این مسئله در پروژه‌های راه‌سازی و ساختمان‌سازی،<sup>[۱۰]</sup> در زمان‌بندی پرسنل

\* نویسنده مسئله

تاریخ: دریافت ۵/۷/۱۳۹۳، اصلاحیه ۲۴/۱۲/۱۳۹۳، پذیرش ۱۰/۴/۱۳۹۴.

## ۱.۱.۲. مدل سازی ریاضی

در برخی از منابع، حل دقیق مسئله‌ی زمان‌بندی از طریق مدل سازی ریاضی برای حالت خاصی از مسئله (کمینه‌سازی اوج بارکاری منابع) مطرح شده است.<sup>[۱۱]</sup> در این تحقیق مثال‌های محدودی با بیشینه ۱۵ فعالیت به صورت بهینه حل شده است. بدین منظور یک مدل ریاضی برنامه‌ریزی مختلط غیرخطی برای مسئله‌ی سطح منابع ارائه شده<sup>[۱۲]</sup> که آن را به مدلی خطی تبدیل می‌کند. در مدل مورد بررسی آن‌ها تابع هدف می‌تواند مجموع مریع نوسانات، یا مجموع قدر مطلق نوسانات باشد. در این مدل‌ها روابط پیش‌نیازی کمینه و بیشینه میان فعالیت‌ها وجود دارد. آن‌ها برای نخستین بار مسائلی با حجم بیشینه ۵۰ فعالیت با روابط پیش‌نیازی کمینه‌یی و بیشینه‌یی را به صورت بهینه حل کرده‌اند. در مدل مورد بررسی تأثیر شکست فعالیت‌ها روی بهبود تابع هدف در مسئله‌ی سطح منابع<sup>[۱۳]</sup> یک مدل برنامه‌ریزی خطی صفر و ۱ ارائه شده، و نیز یک مثال در دو حالت امکان شکست و عدم شکست حل شده است. حجم مسائلی که توسط این روش‌ها حل شده‌اند، تا ۵۰ فعالیت نیز افزایش یافته است، اما در این مدل‌ها روابط پیش‌نیازی بیشینه‌یی باعث محدودتر شدن فضای شمارش می‌شود.

## ۱.۱.۳. شاخه و حد

برای مسئله‌ی سطح منابع با پنجره‌های زمانی (روابط پیش‌نیازی کمینه‌یی و بیشینه‌یی)، روش شاخه و حد بر مبنای زمان شروع فعالیت‌ها و میزان شناوری باقی‌مانده‌ی فعالیت‌ها ارائه شده است.<sup>[۱۴]</sup> در این روش مثال‌های با حجم بیشینه ۲۰ فعالیت به صورت بهینه حل شده است. برای مسئله‌ی سطح منابع با وجود پنجره‌های زمانی، ویژگی‌هایی از این مسئله ارائه شده<sup>[۱۵]</sup> که براساس آن و با استفاده از الگوریتم شاخه و حد، حل دقیقی برای آن ارائه می‌شود. ویژگی مورد بررسی باعث تعریف مفهومی به نام درخت کمینه‌ی T شکل شده است که در شاخه زدن در الگوریتم شاخه و حد، مورد استفاده قرار گرفته است. اندازه مسائل حل شده بیشینه ۲۰ است.

## ۱.۲. روش‌های حل ابتکاری

### ۱.۲.۱. الگوریتم‌های ابتکاری

تحقیقین روشی تکراری بر مبنای جایه‌جایی فعالیت‌ها در حدود شناوری‌شان می‌پردازن.<sup>[۱۶]</sup> این روش از جمله روش‌های معروف در حوزه‌ی زمان‌بندی پروژه است.<sup>[۱۷]</sup> هریس<sup>۱</sup> برای مسئله‌ی سطح منابع با یک منبع تجدیدپذیر روشی ابتکاری بر مبنای آنچه روش بسته‌بندی نامیده، ارائه می‌کند.<sup>[۱۸]</sup>

این روش سعی در کنار هم قراردادن فعالیت‌ها دارد به‌گونه‌یی که منابع مورد نیاز آن‌ها در پروفایل منابع به شکل مستطیل کامل درآید. سپس با جایه‌جایی بسته‌های تشکیل شده تابع هدف بهبود می‌یابد. آن‌ها در این تحقیق مثالی را به تفصیل با این روش حل کرده‌اند. تکمoto و همکاران<sup>[۱۹]</sup> به مدل سازی مسئله با استفاده از برنامه‌ریزی کوادراتیک می‌پردازن و الگوریتمی ابتکاری بر مبنای انتخاب متغیرهای محوری برای حل مسائل با حجم بالا (بیش از ۱۰۰۰ فعالیت) ارائه می‌کنند و به حل مسئله‌ی واقعی در حوزه‌ی احداث واحدهای صنعتی می‌پردازن. برینکمن<sup>۲</sup> و نیومن<sup>[۲۰]</sup> برای نخستین بار مسئله‌ی سطح منابع با پنجره‌های زمانی را مطرح می‌کنند و روشی ابتکاری بر مبنای لیست فعالیت‌ها برای حل ارائه می‌دهند. نیومن در پروفایل منابع به شکل مستطیل کامل درآید. سپس با جایه‌جایی بسته‌های

خالصه‌ی بررسی ادبیات موضوع در جدول ۱ آمده است، اگرچه برخی از محققین<sup>[۲۱]</sup> در امر مدل سازی نوآوری داشته‌اند و رویکردهای عملی را مورد توجه قرار داده‌اند، همگی فاقد الگوریتم قابل اطمینانی هستند که کارایی آن در مجموعه‌ی وسیعی از مسائل آزمایشی مورد سنجش قرار گرفته باشد. همچنین روش‌های حل دقیق تنها قادر به حل مسائلی با حجم کم و با وجود محدودیت‌های خاص — مانند روابط پیش‌نیازی کمینه‌یی و بیشینه‌یی، یا امکان شکست فعالیت‌ها — هستند.

در این نوشتار ضمن ارائه الگوریتم حل براساس روش فراابتکاری شیوه‌سازی تبرید، برای مسئله‌ی سطح منابع دارای روابط پیش‌نیازی کمینه‌یی، به بررسی این الگوریتم در مجموعه‌ی وسیعی از مسائل آزمایشی می‌پردازم.

ساختم تحقیق بدین صورت است: در بخش دوم مفهومی سطح منابع

در برخی از مسائلی برای مسئله‌ی سطح منابع با پنجره‌های زمانی و محدودیت منابع روشی ابتکاری براساس لیست اولویت ارائه کرده‌اند.<sup>[۲۲]</sup> در روش مورد بررسی لیست اولویت برای فعالیت‌های غیربحراتی تشکیل می‌شود که هنگام زمان‌بندی به زمان‌بندی ناقصی که فعالیت‌های بحرانی در آن زمان‌بندی شده‌اند، اضافه می‌شود.

جدول ۱. خلاصه‌ی تحقیقات انجام شده در زمینه‌ی زمان‌بندی پروژه با هدف تسطیح منابع.

مرجع	تتابع هدف	ویژگی خاص	الگوریتم (دقیق یا ابتکاری؟)	حجم حل شده (بهینه)
[۱۳]	-	-	ابتكاري (جایه جایي براساس شناوري و تكرار شونده)	ابتكاري (جایه جایي براساس شناوري و تكرار شونده)
[۱۴]	مجموع مربع نوسانات	-	دقیق (شمارش ضمنی)	۱۰
[۱۵]	اج بار كاري منابع	در نظر گرفتن پيك استفاده از منابع	دقیق (برنامه ریزی ریاضی)	۱۵
[۱۶]	مجموع مربع نوسانات	-	ابتكاري (بر مبناي روش سسته بندی)	-
[۱۷]	مجموع مربع نوسانات	-	ابتكاري	-
[۱۸]	مجموع مربع نوسانات	وجود روابط پيش نيازي كمييه بii و بيشينه بii (پنجره زمانی)	ابتكاري (بر مبناي ليست اولويت فعاليت ها)	-
[۱۹]	مجموع مربع نوسانات	-	دقیق (شمارش ضمنی)	۱۰
[۲۰]	مجموع مربع تفاوت از مقدار هدف	-	ابتكاري (الگوریتم ژنتیک)	-
[۲۱]	مجموع مربع تفاوت از مقدار هدف	-	ابتكاري (بر مبناي ليست اولويت فعاليت ها)	-
[۲۲]	مجموع مربع نوسانات و مجموع قدرمطلق نوسانات	وجود روابط پيش نيازي كمييه بii و بيشينه بii (پنجره زمانی)	ابتكاري (الگوریتم ژنتیک)	-
[۲۳]	مجموع مربع نوسانات	-	دقیق (شاخه و حد)	۲۰
[۲۴]	مجموع مربع نوسانات و مجموع قدرمطلق نوسانات	وجود روابط پيش نيازي كمييه بii و بيشينه بii (پنجره زمانی)	دقیق (برنامه ریزی ریاضی)	۲۰
[۲۵]	مجموع مربع تفاوت از مقدار هدف	-	ابتكاري (شبیه سازی تبرید)	-
[۲۶]	مجموع مربع نوسانات	در نظر گرفتن محدودیت برای منابع	ابتكاري (گرافیکی در صفحات گسترده)	-
[۲۷]	مجموع مربع نوسانات	امکان شکست فعالیت ها	ابتكاري (الگوریتم ژنتیک)	-
[۲۸]	دو هدف: زمان اتمام پروژه و مجموع مربع نوسانات	امکان شکست فعالیت ها	ابتكاري (الگوریتم ژنتیک چند هدفه)	-
[۲۹]	مجموع مربع نوسانات و مجموع قدرمطلق نوسانات	وجود روابط پيش نيازي كمييه بii و بيشينه بii (پنجره زمانی)	دقیق (شاخه و حد)	۲۰
[۳۰]	مجموع مربع نوسانات و مجموع قدرمطلق نوسانات	وجود روابط پيش نيازي كمييه بii و بيشينه بii (پنجره زمانی)	دقیق (برنامه ریزی خطی)	۵۰

$$\text{با مجموع وزن مربع اختلاف سطح منابع مورد استفاده با سطح مورد نظر به صورت} \\ \sum_{k=1}^m C_k \sum_{t=1}^{S_n} (R_k(S^\circ, t) - a_k)^r$$

$$\min z = \sum_{k=1}^m C_k \sum_{t=1}^{S_n} \left( R_k(S^\circ, t) - R_k(S^\circ, t-1) \right)^+$$

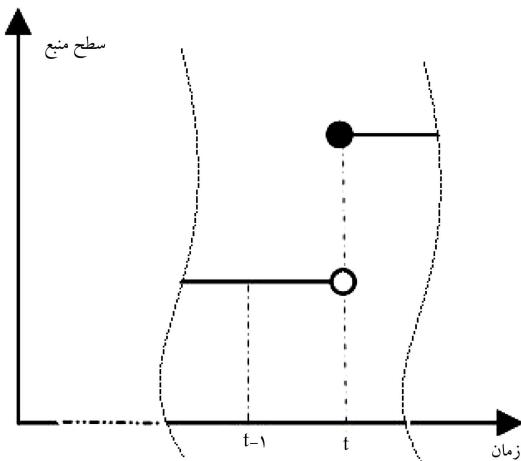
ارائه می شود، و اثبات و بیزیگی هایی از این مسئله در بخش سوم ارائه می شود. در بخش چهارم نیز نحوه نمایش جواب و شیوه هی تعیین پارامترهای الگوریتم شبیه سازی تبرید آمده است. در بخش پنجم تأثیر محاسباتی ارائه خواهد شد و در نهایت نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات برای تحقیقات آتی در بخش ششم ارائه می شود.

۲. مسئله‌ی تسطیح منابع

مدل مفهومی مسئله‌ی تسطیح منابع با استفاده از نمادهای جدول ۲، به صورت روابط ۱ تا ۴ قابل نمایش است. در تابع هدف ۱ معیار عملکرد ( $PM$ ) زمان بندی که مجموع وزن دار مرتع نوسانات پروفایل منابع را در دوره‌های متوالی محاسبه می‌کند، کمیته شده است. در رابطه ۱ فرض براین است که:  $\circ = (-1, R_k(S^\circ, -1))$ . معیار عملکرد را می‌توان به صورت‌های دیگری چون مجموع موزون مرتع سطح منابع مورد استفاده:<sup>۱</sup>  $\sum_{k=1}^m C_k \sum_{t=0}^{S_n} (R_k(S^\circ, t))$  یا مجموع موزون قدرمطلق اختلاف سطح منابع مورد استفاده با سطح مورد نظر به صورت<sup>۲</sup>  $\sum_{k=1}^m C_k \sum_{t=0}^{S_n} |R_k(S^\circ, t) - a_k|$

جدول ۲. شرح نمادهای مدل.

نماد	شرح
$G(N, A)$	شبکه‌ی غیرچرخه‌ی AON شامل مجموعه‌ی گره‌ها و مجموعه‌ی بردارها.
$A$	مجموعه‌ی روابط پیش‌نیاز شبکه: اگر $i, j \in A$ باشد، فعالیت $i$ پیش‌نیاز $j$ است.
$N$	مجموعه‌ی گره‌های شبکه که شامل $n$ فعالیت است. در مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, n\}$ فعالیت‌های $1$ و $n$ به ترتیب نشان‌دهنده‌ی فعالیت‌های موهومی شروع و پایان‌اند.
$m$	تعداد انواع منابع تجدیدپذیر.
$d_i$	مدت زمان انجام فعالیت $i$ : $d_i \in Z_{\geq 0}$ .
$C_k$	ضریب (اهمیت) منبع $k$ ام در محاسبه‌ی معیار عملکرد.
$r_{ik}$	مقدار منبع مورد نیاز $k$ ام ( $k = \{1, 2, \dots, m\}$ ) برای انجام فعالیت $i$ : $r_{ik} \in Z_{\geq 0}$ .
$S_i^{\circ}$	زمان شروع فعالیت $i$ در زمان‌بندی مبنا.
$S^{\circ}$	زمان‌بندی مبنا که توسط بردار شروع فعالیت‌های پروژه نمایش داده می‌شود: $S^{\circ} = (S_1^{\circ}, S_2^{\circ}, \dots, S_n^{\circ})$ .
$\delta_n$	زمان تحويل پروژه که زمان ختم پروژه از آن نباید بیشتر شود.
$R_k(S, t)$	مقدار منبع $k$ ام مورد نیاز در زمان $t$ در زمان‌بندی $S$ .
$R_k(S, \circ)$	پروفایل منبع $k$ ام در زمان‌بندی $S$ : سطح احتیاجات منابع در زمان‌بندی $S$ در طی زمان.



شکل ۱. پیوستگی راست پروفایل منابع.

به صورت مجموع مرتع نوسانات منابع در دوره‌های متولی باشد، این معیار به صورت منابع در یک زمان‌بندی ناکامل نشان داده شده است. در شکل ۲ نقاط جهش پروفایل اضافه کردن یک فعالیت بر نقاط جهش نشان داده شده است.

**۳.۳. ویژگی ۱: تأثیر جابه‌جایی یک فعالیت بر نقاط جهش پروفایل منابع**  
با تغییر زمان شروع فعالیت از نقطه‌ی زمانی  $t'$  به نقطه‌ی زمانی  $t''$  نقاط جهش تنها در نقاط شروع و پایان فعالیت تغییر می‌کنند و سایر نقاط جهش بدون تغییر باقی می‌مانند. تغییر در مقدار جهش در نقطه‌ی شروع جدید و قدیم به صورت  $P_{new}(t'') = P_{old}(t'') + r_i$  و  $P_{new}(t') = P_{old}(t') - r_i$  را با  $T_j \leq T_1 \leq \dots \leq T_i \leq T_{j+1}$  نمایش می‌دهیم.

را بیان می‌کند که زمان ختم پروژه نباید از مهلت تحويل پروژه بیشتر شود در غیر این صورت زمان‌بندی غیر موجه خواهد شد.

### ۳. تعاریف، ویژگی‌ها و نتایج

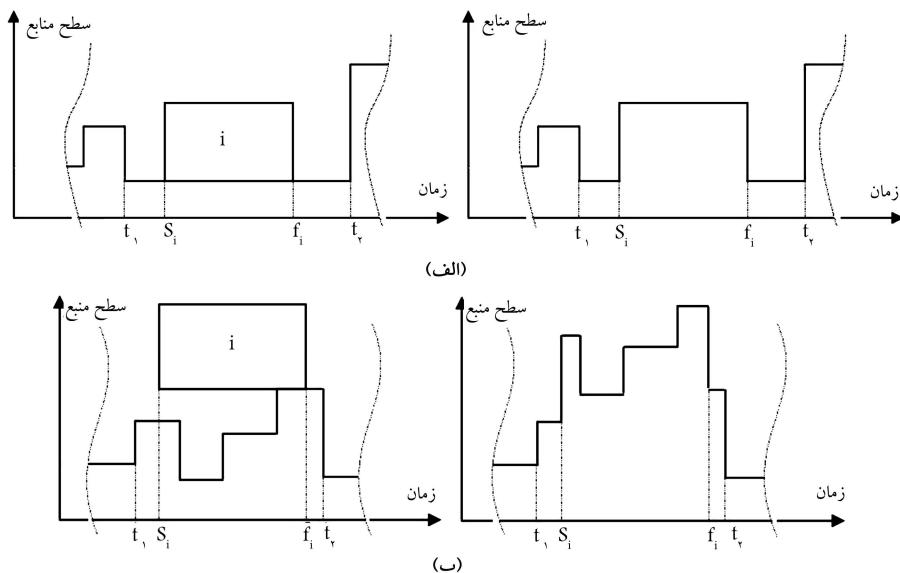
در این بخش تعاریف ویژگی‌هایی در مسئله‌ی تسطیح منابع ارائه می‌شود که براساس نتایج آن می‌توان فضای جستجوی گسته در الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید را بسیار محدودتر کرد. شیوه‌ی نمایش جواب و تولید همسایگی در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید ارائه شده در قسمت ۴ براساس نتایجی است که در این بخش برای حذف جواب‌های مغلوب گرفته می‌شود. این موضوع چنان‌که در قسمت ۵ آورده شده، در سرعت و عملکرد الگوریتم تأثیر قابل توجهی دارد.

### ۱.۳. پیوستگی راست تابع پروفایل منابع

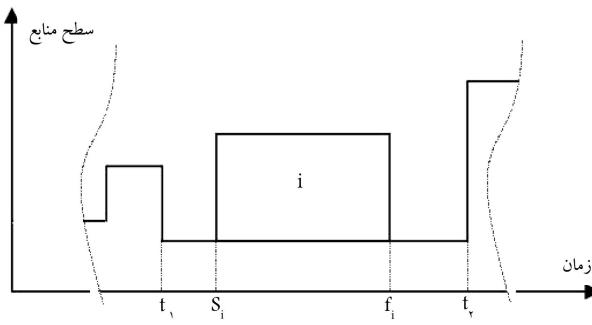
در زمان‌بندی  $S$  که پروفایل منبع (سطح منبع) آن با  $R_k(S, t)$  ( $0 \leq t \leq \delta_n$ ) نمایش داده می‌شود، پروفایل منبع یک تابع پله‌ی و با پیوستگی راست است (شکل ۱).

### ۲.۳. نقاط جهش در پروفایل منابع

نقطه‌ی زمانی  $t$  یک نقطه‌ی جهش در پروفایل منابع است، مشروط بر آن که  $R_k(S, t) \neq R_k(S, t-1)$ . توجه داریم که یک نقطه‌ی جهش در پروفایل منبع، نقطه‌ی شروع (یا پایان) یک یا چند فعالیت است. مقدار جهش در نقطه‌ی  $t$  را با  $p(t)$  نمایش داده و به صورت  $p(t) = R_k(S, t) - R_k(S, t-1)$  تعریف می‌کنیم.  $p(t)$  می‌تواند مقداری مثبت یا منفی داشته باشد. اگر تعداد نقاط جهش پروفایل منابع در زمان‌بندی  $S$  برابر با  $J$  باشد، زمان زامین نقاط جهش در  $J$  نمایش می‌دهیم. اگر معیار سنجش عملکرد،



شکل ۲. نقاط جهش پروفایل.



شکل ۳. نقاط  $t_1$  و  $t_2$  برای فعالیت  $i$ .

با توجه به این که  $p_{old}(t_1 + d_i) = 0$  و  $p_{old}(t_1) < 0$  همواره مقداری منفی خواهد بود. این بدان معناست که جابه‌جایی انجام شده (آغاز فعالیت بلافاصله پس از اتمام یک یا چند فعالیت) منجر به بهبود تابع هدف می‌شود. در رابطه ۵ اگر  $r_i = p(f_i - d_i) = -r_i$  و  $t'' = t_2 - d_i$  باشد و  $t' = s_i$  باشد داریم:

$$\Delta PM = r_i^t + 2r_i[p_{old}(t_2 - d_i) + p_{old}(f_i) - p_{old}(s_i) - p_{old}(t_1)]$$

از آنجا که  $p_{old}(f_i) = -r_i$  و  $p_{old}(s_i) = r_i$  داریم:

$$\begin{aligned} \Delta PM &= r_i^t + 2r_i[p_{old}(t_2 - d_i) - 2r_i - p_{old}(t_1) - p_{old}(t_2)] \\ &= 2r_i[p_{old}(t_2 - d_i) - p_{old}(t_1)] \end{aligned}$$

با توجه به این که  $p_{old}(t_2 - d_i) = 0$  و  $p_{old}(t_1) > 0$  همواره  $\Delta PM$  است، اگر فعالیت  $i$  در زمان‌بندی ناکامل  $S$  بتواند بین دو نقطه  $t_1$  و  $t_2$  (دو نقطه جهش متوالی) مطابق شکل ۳ جابه‌جا شود، بهترین زمان‌بندی برای فعالیت  $i$  یکی از دو حالت  $s_i = t_1$  و یا  $f_i = t_2$  است. در رابطه ۵ اگر  $t'' = t_1$  و  $t' = s_i$  باشد داریم:

$$2. نتیجه‌های ۱۰.۴.۳$$

براساس ویژگی ۲ می‌توان نتیجه گرفت که در يك زمان‌بندی، اگر زمان شروع فعالیت  $i$  در حالت‌هایی مانند شکل ۳ را برابر با زمان پایان یک یا چند فعالیت قرار دهیم، یا زمان پایان فعالیت  $i$  را برابر با زمان شروع یک یا چند فعالیت قرار دهیم، معیار

نقطه‌ی پایان جدید و قدیم به صورت  $P_{new}(t' + d_i) = P_{old}(t' + d_i) + r_i$  و  $P_{new}(t'' + d_i) = P_{old}(t'' + d_i) - r_i$  است.

### ۱۰.۳.۳. نتیجه ۱

اگر معیار سنجش عملکرد، به صورت مجموع مربع نوسانات منابع در دوره‌های متوالی  $PM = \sum_{t=0}^{\delta_n} (p(t))^2$ ، تغییر ناشی از این جابه‌جایی چنین محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \Delta PM &= \sum_{t=0}^{\delta_n} [(p_{new}(t))^2 - (p_{old}(t))^2] \\ &= [(p_{old}(t') - r_i)^2 - (p_{old}(t'))^2] \\ &\quad + [(p_{old}(t'') + r_i)^2 - (p_{old}(t''))^2] \\ &\quad + [(p_{old}(t' + d_i) + r_i)^2 - (p_{old}(t' + d_i))^2] \\ &\quad + [(p_{old}(t'' + d_i) - r_i)^2 - (p_{old}(t'' + d_i))^2] \\ \Delta PM &= 4r_i^t + 2r_i[p_{old}(t'') + p_{old}(t' + d_i) - p_{old}(t')] \\ &\quad - p_{old}(t'' + d_i)] \end{aligned} \quad (5)$$

### ۱۰.۴.۳. نتیجه ۲: نقاط مغلوب در جابه‌جایی یک فعالیت

اگر فعالیت  $i$  در زمان‌بندی ناکامل  $S$  بتواند بین دو نقطه  $t_1$  و  $t_2$  (دو نقطه جهش متوالی) مطابق شکل ۳ جابه‌جا شود، بهترین زمان‌بندی برای فعالیت  $i$  یکی از دو حالت  $s_i = t_1$  و یا  $f_i = t_2$  است. در رابطه ۵ اگر  $t'' = t_1$  و  $t' = s_i$  باشد داریم:

$$\begin{aligned} \Delta PM &= r_i^t + 2r_i[p_{old}(t_1) + p_{old}(f_i) - p_{old}(s_i) - p_{old}(t_1 + d_i)] \\ &= 2r_i[p_{old}(t_1) - p_{old}(t_1 + d_i)] \end{aligned}$$

با توجه با این که  $p_{old}(f_i) = r_i$  و  $p_{old}(s_i) = r_i$  داریم:

$$\begin{aligned} \Delta PM &= r_i^t + 2r_i[p_{old}(t_1) - 2r_i - p_{old}(t_1 + d_i)] \\ &= 2r_i[p_{old}(t_1) - p_{old}(t_1 + d_i)] \end{aligned}$$

می توان  $[\pi_{ij}^{(n+1)} = \Pi = \Pi^{(n+1)}]$  را به دست آورد. در این رابطه  $l_{ij}$  (فاصله میان گره  $i$  و گره  $j$ ) به صورت  $d_{ij} = l_{ij}$  تعریف می شود. اگر در ماتریس  $\Pi$  عنصر  $\pi_{ij}$  برابر با  $-\infty$  باشد به این معنی است که هیچ گونه رابطه‌ی پیش‌نیازی میان فعالیت  $i$  و فعالیت  $j$  (مستقیم یا غیر مستقیم) وجود ندارد. به عنوان مثال شبکه‌ی با  $n = 12$  فعالیت با شبکه‌ی پیش‌نیازی به صورت شکل ۴ الف دارای ماتریس روابط پیش‌نیازی اولیه‌ی پروژه (دانشی)  $A_{n \times n}^{perm}$  به صورت شکل ۵الف خواهد بود. در شبکه‌ی نشان داده شده به عنوان مثال، فعالیت ۲ پیش‌نیاز مستقیم فعالیت ۸ است، بنابراین عنصر بایزی  $a_{2,8}^{perm} = 1$  خواهد بود. با در نظر گرفتن این روابط پیش‌نیازی و در نظر گرفتن زمان تحويل  $32 = \delta_8$ ، زمان بندی  $ES$  و  $LS$  معیارهای عملکرد مربوط به این دو زمان بندی به صورت  $PM_{ES} = 170$  و  $PM_{LS} = 296$  خواهد شد که پروفایل منابع مربوط به این دو زمان بندی در شکل ۶ نمایش داده شده است.

با استفاده از الگوریتم وارشال - فلوید ماتریس طولانی ترین مسیر  $A_{n \times n}^{lp}$  به صورت شکل ۵ ب خواهد بود. در ماتریس فوق اگر  $-\infty = a_{ij}$  باشد، بدان معناست که هیچ مسیری از فعالیت  $i$  به فعالیت  $j$  وجود ندارد (فعالیت  $i$  چه به صورت مستقیم و چه به صورت غیر مستقیم پیش‌نیاز فعالیت  $j$  نیست). به عبارت دیگر اضافه کردن رابطه‌ی پیش‌نیازی میان فعالیت  $i$  و فعالیت  $j$  می‌تواند یک گزینه برای ایجاد همسایگی در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید باشد. اگر در یک همسایگی، پیش‌نیازی‌های موقت به صورت زیر ایجاد شود:

پیش‌نیازی اضافه ۱: فعالیت ۲ پیش‌نیاز فعالیت ۳.

پیش‌نیازی اضافه ۲: فعالیت ۸ پیش‌نیاز فعالیت ۹.

پیش‌نیازی اضافه ۳: فعالیت ۹ پیش‌نیاز فعالیت ۱۰.

پیش‌نیازی اضافه ۴: فعالیت ۱۰ پیش‌نیاز فعالیت ۱۱.

با اضافه کردن روابط پیش‌نیازی فوق، ماتریس روابط پیش‌نیازی موقت  $A_{n \times n}^{temp}$  به صورت شکل ۵ ج خواهد شد که در نتیجه ماتریس روابط پیش‌نیازی تأثیرگذار  $A_{n \times n}^{eff}$  به صورت شکل ۵ د خواهد بود. شبکه‌ی فعالیت‌ها با در نظر گرفتن روابط پیش‌نیازی جدید به صورت شکل ۴ ب است. با اضافه کردن روابط پیش‌نیازی ذکر شده، ماتریس پیش‌نیازی تأثیرگذار  $A_{n \times n}^{eff}$  حاصل می شود که با زمان بندی  $ES$  و  $LS$  دو معیار عملکرد به صورت  $PM_{ES} = 238$  و  $PM_{LS} = 70$  حاصل می شود. پروفایل منابع مربوط به این زمان بندی‌ها در شکل ۷ به نمایش درآمده است. ملاحظه می شود با در نظر گرفتن روابط پیش‌نیازی اضافه ذکر شده، معیار عملکرد از  $PM = 170$  (شکل ۶الف) به  $70$  (شکل ۷ب) بهبود می یابد.

## ۲.۴. تنظیم پارامترها

### ۱. تعداد پیش‌نیازی‌های اضافه

بیشینه تعداد پیش‌نیازی‌های اضافی  $Max.p$  در الگوریتم پیشنهادی به صورت تابعی از تعداد فعالیت‌ها  $n$ ، ضریب فشردگی زمان تحويل  $\lambda$  و نیز ضریب پیچیدگی شبکه  $OS$ ، براساس رابطه زیر تعیین می شود،  $c_1$  ضریبی است که در تنظیم پارامترها مناسب‌ترین مقدار آن تعیین می شود.

$$Max.p = c_1 \times [10\lambda - 9] \times \left[ \frac{n-2}{10} \right] \times \left[ \frac{1/5}{OS} - 1 \right]$$

زمان تحويل  $\delta_n$  براساس رابطه‌ی  $\lambda ES_n = \delta_n$  تعیین می شود، که در آن  $\lambda$  ضریب فشردگی زمان تحويل و  $ES_n$  زودترین زمان پایان پروژه است. انتظار می رود با

عملکرد بهبود می یابد. از این رو می توان با اضافه کردن روابط پیش‌نیازی موقت اضافه و زمان بندی کردن فعالیت‌ها در زودترین و نیز دیرترین زمان ممکن به ترتیب دو حالت فوق را تحقق بخشد. از این نتیجه در سازوکار تولید همسایگی در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده کرده‌ایم. چگونگی به کارگیری این سازوکار در ادامه شرح داده شده است.

## ۴. الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

براساس ویژگی‌های بررسی شده در قسمت قبل، با اضافه کردن فعالیت‌های پیش‌نیازی (موقعت) اضافی و زمان بندی فعالیت‌ها در زودترین و نیز در دیرترین زمان ممکن، کوشیده‌ایم تا زمان بندی‌هایی با معیار عملکرد مناسب به دست آوریم؛ با این‌کار زمان شروع یک فعالیت همواره بالا فاصله پس از پایان فعالیت‌های پیش‌نیازش (در حالت زمان بندی در زودترین زمان)، یا پایان فعالیت بلا فاصله پیش از شروع فعالیت‌های پیش‌نیازش (در حالت زمان بندی در دیرترین زمان) قرار خواهد بود. علاوه بر این در نتایج ذکر شده از لحاظ کردن گزینه‌های مغلوب جلوگیری می‌کند. علاوه بر این در هر تکرار الگوریتم شبیه‌سازی تبرید سرعت محاسبات با توجه به سادگی محاسبات رفت و برگشت مربوط به زمان بندی زودترین زمان ( $ES$ ) و دیرترین زمان ( $LS$ )، به مقدار قابل توجهی افزایش خواهد یافت.

## ۱۴. نمایش جواب در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

همسایگی‌ها به صورت ماتریس بالامثلی روابط پیش‌نیاز موقعت  $A_{n \times n}^{temp}$  نمایش داده می‌شوند. هر عنصر بایزی  $a_{ij}^{temp}$  از ماتریس، اگر فعالیت  $i$  پیش‌نیاز مستقیم  $j$  باشد، مقدار ۱ را اخذ می‌کند و در غیر این صورت صفر است.

با داشتن ماتریس روابط پیش‌نیازی اولیه‌ی پروژه (دانشی)  $A_{n \times n}^{perm}$  و ماتریس روابط اضافی موقعت  $A_{n \times n}^{temp}$  ماتریس جدید تأثیرگذار  $A_{n \times n}^{eff}$  به دست می‌آید که برای هر عنصر ماتریس  $A_{n \times n}^{eff}$  داریم:

$$a_{ij}^{eff} = \max \{a_{ij}^{temp}, a_{ij}^{perm}\}$$

که با استفاده از آن زمان بندی  $ES$  و زمان بندی  $LS$  را انجام داده و دو زمان بندی با دو مقدار برای معیار عملکرد به دست می‌آید و زمان بندی با معیار عملکرد بهتر به عنوان جواب مربوط به همسایگی ایجاد شده در نظر گرفته می‌شود. گزینه‌های ممکن برای ایجاد ماتریس  $A_{n \times n}^{temp}$  با استفاده از الگوریتم وارشال - فلوید [۱] و ماتریس دورترین فاصله  $A_{n \times n}^{lp}$  به دست می‌آید.

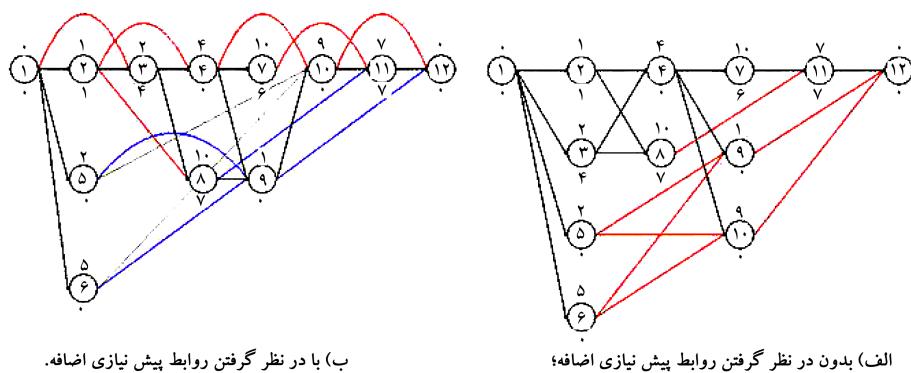
## ۱۱.۴. الگوریتم دورترین فاصله وارشال - فلوید

با استفاده از این الگوریتم می توان ماتریس  $(n \times n)$  دورترین فاصله  $[l_{ij}]$  (دو مرتبه  $i, j = 1, \dots, n$ ) را به دست آورد. هر عنصر  $\pi_{ij}$  این ماتریس نشان دهنده‌ی طولانی ترین فاصله میان فعالیت  $i$  و فعالیت  $j$  است. با تعریف ماتریس  $\Pi^{(1)}$  به صورت:

$$\pi_{ij}^{(1)} = \begin{cases} 0 & \text{if } i = j \\ l_{ij} & \forall (i, j) \in E \\ -\infty & \text{O.W} \end{cases}$$

و رابطه‌ی تکراری:

$$\pi_{ij}^{(k+1)} = \max \{\pi_{ij}^{(k)}, \pi_{ik}^{(k)} + \pi_{kj}^{(k)}\}$$



شکل ۴. شبکه‌ی فعالیت‌ها.

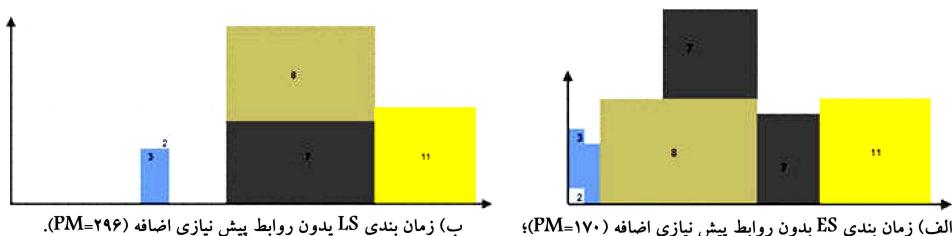
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲		۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۳			۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۴				۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۵					۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۶						۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۷							۰	۰	۰	۰	۰	۰
۸								۰	۱	۰	۰	۰
۹									۰	۱	۰	۰
۱۰										۰	۱	۰
۱۱											۰	۰
۱۲												۰

الف) ماتریس روابط پیش نیازی اولیه (دائمی)؛  
ج) ماتریس روابط پیش نیازی موقت  $A_{n \times n}^{\text{temp}}$

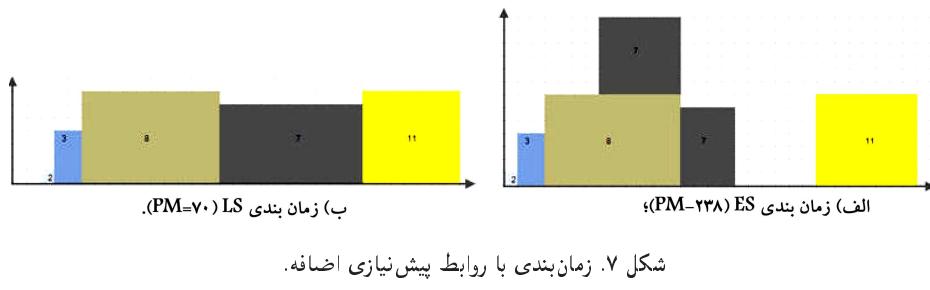
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱	۰	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲		۰	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰
۳			۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰
۴				۰	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۰
۵					۰	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰
۶						۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰
۷							۰	۰	۰	۰	۱	۰
۸								۰	۱	۰	۱	۰
۹									۰	۱	۰	۱
۱۰										۰	۱	۱
۱۱											۰	۱
۱۲												۰

ب) ماتریس طولانی ترین مسیر  $A_{n \times n}^{\text{lp}}$ ؛  
د) ماتریس روابط پیش نیازی جدید  $A_{n \times n}^{\text{eff}}$ .

شکل ۵. ماتریس‌های مورد استفاده در نمایش جواب.



شکل ۶. زمان بندی بدون روابط پیش نیازی اضافه.



شکل ۷. زمانبندی با روابط پیش‌نیازی اضافه.

جدول ۳. مقادیر پارامترها.

تعداد فعالیتها			
۲۲	۲۲	۱۲	$c_1 \in \{0, 5, 1, \dots, 5\}$
۱/۵	۳	۴	$\alpha \in \{0, 80, 0, 82, \dots, 0, 98\}$
۰,۸۲	۰,۸۴	۰,۹۶	$c_2 \in \{1, 2, \dots, 10\}$
۲	۲	۲	شرط توقف
۲۵۰۰	۱۵۰۰	۵۰۰	

الگوریتم براساس تعداد کل همسایگی‌های بررسی شده تعریف می‌شود که در قسمت تنظیم پارامترها مقدار مناسب آن با توجه به تعداد فعالیت‌ها تعیین شده است.

#### ۵.۲.۴. تنظیم پارامترها

پارامترهای الگوریتم، براساس آزمایشات عاملی کامل صورت گرفته روی مجموعه‌ی ۴۸۵ مسئله‌ی آزمایشی (امتشکل از مسائلی با ۱۲، ۲۲ و ۳۲ فعالیت با تعداد ۱ الی ۴ منبع) تعیین شده است. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم روی مجموعه مسائل آزمایشی در سطوح مختلف در جدول ۳ خلاصه شده است. مقادیر تنظیم شده برای پارامترها براساس تعداد فعالیت‌های شبکه ارائه شده است.

### ۵. نتایج محاسباتی

جواب‌های الگوریتم شبیه‌سازی تبرید ابتدا با جواب‌های مدل ریاضی صفر و ۱ که توسط یکی از نرم‌افزارهای حل مدل‌های ریاضی حل شده، مقایسه شده است و سپس با جواب‌های سه روش ابتکاری مقایسه صورت گرفته است. کلیه‌ی الگوریتم‌ها با C++ کد شده‌اند و توسط رایانه‌یی با مشخصات ۲,۳۰ GHz, ۴GB RAM @ ۱۵-۲۴۰ M CPU @ LINGO ۹,۰ برای حل مدل‌های ریاضی استفاده شده است.

#### ۱.۵. مقایسه‌ی حل شبیه‌سازی تبرید با جواب‌های حاصل از حل لینگو (مدل برنامه‌ریزی صفر و ۱)

ابتدا یک مدل برنامه‌ریزی صفر و ۱ غیرخطی برای مسئله‌ی تسطیح متابع ارائه و سپس مدل ریاضی برای مجموعه‌یی از مسائل آزمایشی حل می‌شود.

#### ۱.۱.۵. مدل برنامه‌ریزی صفر و ۱

در این مدل متغیر صفر و  $x_{it}$  نشان‌دهنده‌ی آن است که آیا فعالیت  $i$  در زمان  $t$  شروع می‌شود یا خیر. اگر فعالیت  $i$  در زمان  $t$  شروع شود،  $x_{it} = 1$  است و در غیر این صورت  $x_{it} = 0$  است. در این مدل مقدار مجموع (موزون) مربع نوسانات

اضافه کردن پیش‌نیازی‌های اضافه، زمان ختم پروژه و درنتیجه احتمال غیر موجه شدن جواب، افزایش یابد. بنابرین  $p_{Max}$  با  $\lambda$  رابطه‌ی مستقیم دارد.

تعداد پیش‌نیازی‌ها در شبکه‌های دارای  $OS$  بالا به خودی خود زیاد است و گزینه‌ها برای افزودن پیش‌نیازی‌های جدیدتر کمتر است. همچنین در شبکه‌های دارای  $OS$  بالا تعداد مسیرهای بحرانی بیشتر است و با اضافه کردن پیش‌نیازی‌های اضافه احتمال غیر موجه شدن جواب بیشتر خواهد بود. به همین دلیل در رابطه‌ی فوق  $p_{Max}$  دارد با  $OS$ : به عنوان مثال، بیشترین تعداد روابط پیش‌نیازی اضافه همزمان در مسئله‌یی با  $n = 12$  و  $\lambda = 1/0$  و  $OS = 0, 75$  و در مسئله‌یی با  $n = 32$  و  $\lambda = 1/5$  و  $OS = 0, 50$  بیشترین تعداد پیش‌نیازی‌های اضافه برای خواهد بود. به این معنا که در هر بار ایجاد همسایگی، بیشینه ۳۶ $c_1$  رابطه‌ی پیش‌نیازی اضافه به صورت تصادفی ایجاد و به پیش‌نیازی‌های مسئله‌ی اصلی اضافه می‌شود.

۲.۲.۴. پیش‌پردازش  
برای جلوگیری از غیر موجه شدن جواب‌ها، روابط اضافی را، که به تنهایی زمان اتمام پروژه را آنقدر افزایش می‌دهند که جواب غیر موجه می‌شود، با یک لیست ممنوع دائمی کنترل می‌کنیم. لیست ممنوع شامل روابط پیش‌نیازی اضافی‌یی است که به تنهایی منجر به غیر موجه شدن جواب می‌شود. الگوریتم شبیه‌سازی تبرید در پیش‌پردازش، روابط پیش‌نیازی اضافی ممنوع را تعیین، و آنرا از لیست گزینه‌های ممکن برای ایجاد همسایگی حذف می‌کند. پس از حذف گزینه‌های ممنوع، تعداد کل گزینه‌های ممکن برای پیش‌نیازی‌های اضافه را با  $np$  نمایش می‌دهیم.

۳.۲.۴. ایجاد همسایگی  
در هر بار ایجاد همسایگی، مقدار تصادفی  $nn$  (عددی صحیح بین ۱ تا  $p_{Max}$ ) تعیین می‌شود. از میان  $np$  پیش‌نیازی موجود در ماتریس  $A_{n \times n}^{temp}$  (که می‌تواند مقادیر صفر یا ۱ را داشته باشد)،  $nn$  گزینه به تصادف انتخاب می‌شوند. هر یک از گزینه‌های انتخاب شده به صورت تصادفی به مقدار متماش تغییر می‌کند. احتمال  $p$  این تغییر در هر بار ایجاد همسایگی، براساس آزمایشات انجام گرفته برابر  $0/1$  تعیین شده است.

۴.۲.۴. دمای اولیه، کاهش دما و شرط توقف  
دمای اولیه به گونه‌یی تعیین شده که اولین همسایگی‌ها با احتمال نسبتاً بالای پذیرفته می‌شود.  $T_0$  به صورت ضریبی از مقدار تابع هدف اولین جواب تصادفی تعیین می‌شود:  $T_0 = c_2 \times s_{firt}$ . مناسب‌ترین مقدار عددی برای ضریب  $c_2$  نیز در تنظیم پارامترها تعیین می‌شود.

در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید پیشنهادی، دمای هر مرحله براساس دمای مرحله‌ی قبل با سازوکار کاهش دمای هندسی  $T_i = \alpha \times T_{i-1}$  تعیین می‌شود. مقدار ضریب کاهش دمای  $\alpha$  در قسمت تنظیم پارامترها تعیین می‌شود. شرط توقف

محدودیت‌های ذکر شده، عبارت  $\sum_{t=EST_i}^{LST_i} t \cdot x_{it}$  نشان دهنده‌ی زمان شروع فعالیت  $i$  است.

به منظور مقایسه، جواب‌های حاصل از حل ۹۸ مسئله با نرم‌افزار لینگو و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید با یکدیگر مقایسه شده است. ویرگی ۹۸ مسئله‌ی مورد بررسی با جزئیات بیشتر در جدول ۴ به نمایش درآمده است. همچنین خلاصه‌ی نتایج حاصل از مقایسه‌ی دو الگوریتم در جدول ۵ آورده شده است. با توجه به غیرخطی بودنتابع هدف و زیاد بود تعداد متغیرهای صفر و ۱، محدودیتی از نظر مدت زمان حل برای لینگو در نظر گرفته نشده است. در عمدۀ این مسائل نرم‌افزار لینگو پس از اتمام عملیات حل گزارشی مبتنی بر حصول جوابی محلی، بهترین جواب حاصله در مدت حل و شرط توفّق داخلی خود را گزارش کرده است.

با بررسی این دو جدول می‌توان بیان کرد که زمان حل الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به مراتب کمتر از زمان حل لینگو است. این تفاوت آنقدر بالاست که عملکرد بعضًا ضعیف شبیه‌سازی تبرید در بعضی مسائل قابل چشم‌پوشی باشد. با افزایش تعداد فعالیت‌ها عملکرد شبیه‌سازی تبرید نسبت به لینگو بهتر می‌شود، به‌گونه‌یی که درصد جواب‌های بهتر این الگوریتم از ۱۶٪ در  $n = 12$  به ۵۷٪ در  $n = 22$  افزایش می‌یابد. با توجه به عملکرد بهتر شبیه‌سازی تبرید در مسائل با حجم بالا (چه از نظر معیار عملکرد سطحی و چه از نظر زمانی) و نیز با توجه با این که در مسائل با حجم کم، جواب شبیه‌سازی تبرید به‌طور نسبی قابل رقابت با لینگو است، کارایی بالاتر الگوریتم شبیه‌سازی تبرید قابل پذیرش است.

کارایی الگوریتم شبیه‌سازی تبرید همچنین در قسمت بعد از طریق مقایسه با الگوریتم‌های استکاری مورد بررسی قرار گرفته است.

**۲.۵. مقایسه‌ی الگوریتم‌های استکاری**  
سه الگوریتم استکاری بررسی شده است: ۱. الگوریتم برگس و کیلبریو<sup>[۱۳]</sup> که به صورت تکرارشونده و بازگشتی و براساس یک لیست اولویت به زمان‌بندی فعالیت‌ها می‌پردازد (BK). ۲. الگوریتم ساده و سریع زمان‌بندی در زودترین زمان ممکن (ES). ۳. درنهایت الگوریتم زمان‌بندی در دیرترین زمان ممکن (LS).

**۱.۲. تولید مسائل آزمایشی**  
در تولید مسائل آزمایشی در حوزه‌ی زمان‌بندی پروژه‌ی الگوریتم‌های متعددی معرفی شده که براساس ساختارهای مختلفی براساس زمان، شبکه، و نیازمندی‌های منبع یا به صورت ترکیبی به تولید مسائل آزمایشی می‌پردازند. در این تحقیق از الگوریتم RanGen<sup>[۱۴]</sup> استفاده شده است. نرم‌افزار RanGen تولیدکننده‌ی شبکه‌های AON است که به صورت تصادفی شبکه‌هایی با شاخص‌های دلخواه تولید می‌کند.

جدول ۴. تعداد مسائل آزمایشی با توجه به تعداد منابع و فعالیت‌ها

فعالیت ۱۲	فعالیت ۲۲	فعالیت ۳۲	مجموع
۱ منبع	۵	۱۰	۲۰
۲ منبع	۴	۸	۱۶
۳ منبع	۳	۶	۱۲
۴ منبع	۲	۴	۸
جمع	۱۴	۲۸	۵۶

منابع در دوره‌های متوالی کمینه می‌شود.

$$\min \sum_{k=1}^m \sum_{t=1}^{\delta_n} C_k \left( \sum_{i=1}^n r_{ik} \left( \sum_{q=\max\{t-d_i+1, EST_i\}}^{\min\{t, LST_i\}} x_{iq} - \sum_{q=\max\{t-d_i, EST_i\}}^{\min\{t-1, LST_i\}} x_{iq} \right) \right)$$

st :

$$\begin{aligned} \sum_{t=EST_i}^{LST_i} x_{it} &= 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{t=EST_i}^{LST_j} t \cdot x_{it} + d_i &\leq \sum_{t=EST_j}^{LST_j} t \cdot x_{jt} \quad (i, j) \in A \\ x_{it} &\in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad t = EST_i, \dots, LST_i \end{aligned}$$

عبارت صفر یا ۱ اخذ می‌کند نشان می‌دهد که مقدار صفر یا ۱ ایا فعالیت  $i$  در زمان  $t$  که  $t = 0, \dots, \delta_n$  فعال است یا خیر. توجه داریم که اگر فعالیت  $i$  در زمان  $t$  آغاز شود، این فعالیت در بازه زمانی  $(t-1, t+d_i]$  فعال (در حال انجام) خواهد بود؛ به عبارت دیگر فعالیت  $i$  زمانی در بازه  $t$  فعال است که شروع آن در فاصله‌ی  $t-d_i+1$  تا  $t = t-d_i+1$  و پایان مجموع فوق در زدن زودترین و دیرترین زمان شروع فعالیت  $i$  حدود بالا و پایین مجموع در نتیجه  $u_{kt} = \sum_{i=1}^n r_{ik} \sum_{q=\max\{t-d_i+1, EST_i\}}^{\min\{t, LST_i\}} x_{iq}$  نشان دهنده میزان منبع  $k$ ام مورد استفاده در دوره زمانی  $t$  است. محدودیت اول بیان می‌دارد که یک فعالیت تنها یک بار شروع می‌شود و محدودیت دوم مربوط به پیش‌نیازهای است. در

جدول ۵. خلاصه نتایج حل مسائل توسط شبیه‌سازی تبرید و لینگو

تعداد فعالیت‌ها	متوسط معیار عملکرد SA	متوسط معیار عملکرد Lingo	تعداد جواب‌های بهتر	تعداد جواب‌های بهتر Lingo	تعداد جواب‌های برابر	متوسط زمان (ms) Lingo	متوسط زمان (ms) SA	درصد جواب‌های بهتر SA
کل	۲۲	۲۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۷۸۴,۰۹	۱۷۳۹,۰۷	۱۷۸۴,۰۹
۲۴۷۱,۶۷	۴۵۳۶,۴۳	۲۸۱۴,۴۶	۱۷۸۴,۰۹	۱۷۸۴,۰۹	۱۷۸۴,۰۹	۱۷۸۴,۰۹	۱۷۸۴,۰۹	۱۷۸۴,۰۹
۲۴۴۴,۴۱	۴۶۴۰,۵۰	۲۷۵۶,۰۴	۱۷۳۹,۰۷	۱۷۳۹,۰۷	۱۷۳۹,۰۷	۱۷۳۹,۰۷	۱۷۳۹,۰۷	۱۷۳۹,۰۷
۲۷	۸	۱۰	۹	۹	۹	۱۰	۱۰	۱۰
۴۰	۳	۱۳	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴
۳۱	۳	۵	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳	۲۳
۱۴۸۶۵۷۵۶,۹۸	۵۳۰۸۴۹۲۱,۱۴	۱۷۴۶۰۴۵,۴۳	۴۰۱۰۸۲۱,۷۱	۴۰۱۰۸۲۱,۷۱	۴۰۱۰۸۲۱,۷۱	۴۰۱۰۸۲۱,۷۱	۴۰۱۰۸۲۱,۷۱	۴۰۱۰۸۲۱,۷۱
۱۳,۹۹	۶۶,۸۵	۱۳,۶۲	۰,۹۷	۰,۹۷	۰,۹۷	۰,۹۷	۰,۹۷	۰,۹۷
۲۷,۶	۵۷,۱	۳۵,۷	۱۶,۱	۱۶,۱	۱۶,۱	۱۶,۱	۱۶,۱	۱۶,۱

از هر دو روش زودترین و دیرترین زمان مناسب تر است. عملت برتری الگوریتم شبیه‌سازی تبرید را می‌توان در شیوه‌ی نمایش جواب و تولید همسایگی‌ها جست. همانطور که در قسمت ۳ بررسی شد، شیوه‌ی نمایش جواب انتخابی، منجر به حذف بسیاری از نقاط مغلوب در فضای جواب می‌شود که در سرعت و کیفیت الگوریتم پیشنهادی تأثیر قابل ملاحظه‌ی دارد. این در حالی است که بسیاری از الگوریتم‌های موجود در ادبیات موضوع و از جمله معروف‌ترین آن‌ها (الگوریتم K) بر مبنای جایه‌جایی فعالیت‌ها در بازه شناوری شان عمل می‌کنند و باعث می‌شود بسیاری از جواب‌های (غیر ضروری) مغلوب تولید و بررسی شوند.

## ۶. نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در مسئله‌ی تسطیح منابع سعی بر آن است که فعالیت‌ها به‌گونه‌ی زمان‌بندی شود که پروفایل منابع، که نشان‌دهنده میزان استفاده از منابع تجدیدپذیر در طی زمان است، تا حد ممکن مسطح باشد. در این نوشتار ضمن مرور کامل ادبیات موضوع، این نتیجه حاصل شد که روش‌های ابتکاری که کارایی آن‌ها بررسی شده باشد برای مسئله‌ی تسطیح منابع به‌ندرت یافت می‌شود.

در این نوشتار با استفاده از شبیه‌سازی تبرید اقدام به حل این مسئله می‌کنیم. برای نمایش جواب از بردارهای صفر و ۱، که به‌گونه‌ی مؤثر پیش‌نیازهای موقعت ایجاد می‌کنند، استفاده کردایم. براساس ویژگی‌های اثبات شده، معیار عملکرد را از طریق بردارهای پیش‌نیاز جدید و زمان‌بندی در زودترین زمان و در دیرترین زمان بهبود می‌دهیم.

کارایی الگوریتم شبیه‌سازی تبرید طی مقایسه‌ی جواب‌های مدل ریاضی صفر و ۱ و نیز با سه روش ابتکاری ES، LS و BK مورد سنجش قرار گرفته است. برای بررسی، مجموعه‌ی متنوعی از مسائل آزمایشی تولید شده است. نتایج محاسباتی

مقادیر در نظر گرفته شده برای شاخص‌ها در جدول ۶ آمده است. در این جدول  $n$  نشان‌دهنده تعداد فعالیت‌ها، OS نشان‌دهنده ضریب پیچیدگی شبکه است که نزدیک بودن آن به ۱ باعث می‌شود شبکه به حالت سری نزدیک شود، و RF نشان‌دهنده ضریب منابع است و نزدیک بودن آن به مقدار ۱ بیان می‌دارد که فعالیت‌ها نیازمند انواع بیشتری از منابع موجود هستند و RC نشان‌دهنده ضریب محدودیت منابع است. بیشتر بودن این شاخص بیان‌گراین است که فعالیت‌ها مقدار بیشتری از منابع موجود را طلب می‌کنند. همچنین  $m$  تعداد انواع منابع را نمایش می‌دهد. تعداد لیست‌های اولویت مورب بررسی در الگوریتم برگس list را مناسب با اندازه شبکه تعريف کردایم بدین صورت که  $2^0$  برای nlist = ۱۲ و  $2^1$  برای nlist = ۲۲ و  $2^2$  برای nlist = ۱۰۰ و  $2^3$  برای nlist = ۳۰ در نظر گرفته شده است. برای هر یک از ترکیب‌های فوق ۱۰ مسئله‌ی آزمایشی ایجاد شده که در مجموع  $960 = 10 \times 2^3 \times 3 \times 4$  مسئله‌ی متنوع در مجموعه مسائل آزمایشی ایجاد شده است.

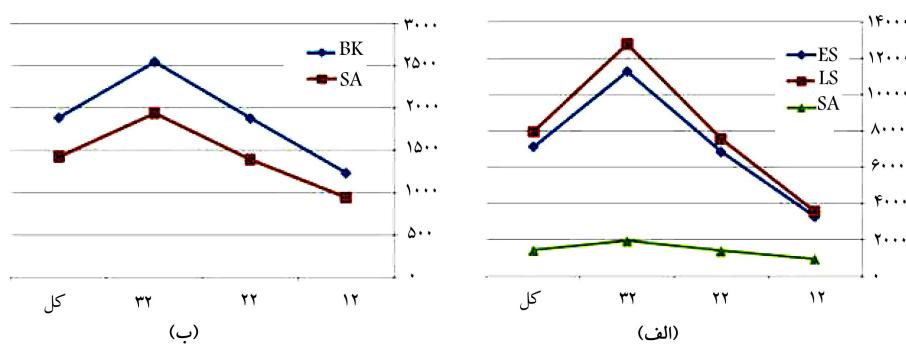
با توجه به نتایج نمایش داده شده در جدول ۷ و شکل ۸، ملاحظه می‌شود الگوریتم شبیه‌سازی تبرید نسبت به روش برگس (چه به لحاظ زمان حل و چه از نظر مقدار جواب) برتر است. همچنین این روش از نظر مقدار جواب (معیار عملکرد)

جدول ۶. شاخص‌های مربوط به مسائل آزمایش.

شاخص	تعداد حالت‌ها	مقادیر
$\{12, 22, 32\}$	۳	N
$\{0, 5, 0, 75\}$	۲	OS
$\{0, 5, 0, 75\}$	۲	RF
$\{0, 5, 0, 75\}$	۲	RC
$\{1, 2, 3, 4\}$	۴	$m$

جدول ۷. معیار عملکرد و زمان الگوریتم شبیه‌سازی تبرید و سه الگوریتم ابتکاری.

الگوریتم	۱۲ فعالیت			۲۲ فعالیت			۳۲ فعالیت			کل		
	معیار عملکرد	زمان	معیار عملکرد	زمان	معیار عملکرد	زمان	معیار عملکرد	زمان	معیار عملکرد	زمان	معیار عملکرد	زمان
ES	۳۲۷۳	۰,۰۰	۶۸۳۹,۱	۰,۰۰	۱۱۲۶۹,۴	۰,۰۰	۷۱۲۷,۲	۰,۰۰	۷۹۴۴,۴	۰,۰۰	۱۸۸۶,۶	۰,۰۰
LS	۳۵۳۱,۶	۰,۰۰	۷۵۲۶,۹	۰,۰۰	۱۲۷۷۴,۶	۰,۰۰	۴۹,۶۷	۲۵۴۸,۵	۲۰,۴۹	۱۲۷۷۴,۶	۰,۰۰	۱۹,۵۵
BK	۱۲۲۲,۲	۰,۴۸	۱۸۷۹,۱	۰,۴۹	۲۵۴۸,۵	۴۹,۶۷	۱۸۸۶,۶	۷۹۴۴,۴	۷۱۲۷,۲	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰
SA	۹۳۸,۵	۰,۰۹	۱۳۸۶,۷	۱,۳۳	۱۹۳۷,۹	۶,۶۵	۱۴۲۱	۱۴۲۱	۷۹۴۴,۴	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰



شکل ۸. معیار عملکرد الگوریتم شبیه‌سازی تبرید و سه الگوریتم ابتکاری.

زمانی و نیز امکان وجود محدودیت منابع، مدل‌ها را به مسائل دنیای واقعی نزدیک تر می‌کند و همچنین بررسی کارایی سیاری الگوریتم‌های فراابتکاری در حل مسئله‌ی تسطیح منابع روی مجموعه وسیعی از مسائل آزمایشی، از جمله نقص‌های ادبیات موضوع است.

نشان می‌دهد، الگوریتم ارائه شده نسبت به سه روش ابتکاری برتری دارد و نتایج قابل رقابتی را با جواب‌های مدل ریاضی به دست می‌دهد.  
به عنوان پیشنهاد برای تحقیقات آتی به نظر می‌رسد در نظر گرفتن مسئله‌ی تسطیح منابع با ویژگی‌هایی چون امکان شکست فعالیت‌ها، امکان وجود پنجره‌های

## پانوشت‌ها

1. Harris
2. Brinkmann
3. Leu
4. Georgios

## منابع (References)

1. Demeulemeester, E.L. and Herroelen, W.S., *Project Scheduling-A Research Handbook*, Kluwer Academic Publishers, Boston (2002).
2. Kastora, A. and Sirakoulis, K. "The effectiveness of resource levelling tools for resource constraint project scheduling problem", *International Journal of Project Management*, **27**(5), pp. 493-500 (2009).
3. Hashemi Doulabi, H., Seifi, A. and Shariat, S. "Efficient hybrid genetic algorithm for resource leveling via activity splitting", *Journal of Construction Engineering and Management*, **137**(2), pp. 137-146 (2011).
4. Heon, J.D. and El-Rayes, K. "Multi objective optimization of resource leveling and allocation during construction scheduling", *Journal of Construction Engineering and Management*, **137**(12), pp. 1080-1088 (2011).
5. Hariga, M. and El-Sayegh, S. "Cost optimization model for the multi-resource leveling problem with allowed activity splitting", *Journal of Construction Engineering and Management*, **137**(1), pp. 56-64 (2011).
6. Rieck, J., Zimmermann, J. and Gather, T. "Mixed-integer linear programming for resource leveling problems", *European Journal of Operational Research*, **221**(1), pp. 27-37 (2012).
7. Takamoto, M., Yamada, N., Kobayashi, Y. and Nonaka, H. "Zero-one quadratic programming algorithm for resource leveling for manufacturing process schedules", *Systems and Computers in Japan*, **26**, pp. 68-76 (1995).
8. Gather, T., Zimmermann, J. and Bartels, J.H. "Exact methods for the resource levelling problem", *Journal of Scheduling*, **14**(6), pp. 557-569 (2011).
9. Ahuja, H.N., *Construction Performance Control by Networks*, John Wiley, New York (1976).
10. Younis, M.A. and Saad, B. "Optimal resource leveling of multi-resource projects", *Computers and Industrial Engineering*, **31**, pp. 1-4 (1996).
11. Easa, S.M. "Resource leveling in construction by optimization", *Journal of Construction Engineering and Management*, **115**, pp. 302-316 (1989).
12. Son, J. and Mattila, K. "Binary resource leveling model: Activity splitting allowed", *Journal of Construction Engineering and Management*, **130**(6), pp. 887-894 (2004).
13. Neumann, K., Schwindt, C. and Zimmermann, J., *Project Scheduling with Time Windows and Scarce Resources*, Springer, Berlin (2003).
14. Burgess, A.R. and Killebrew, J.B. "Variation in activity level on a cyclic arrow diagram", *The Journal of Industrial Engineering*, **13**, pp. 76-83 (1962).
15. Harris, R.B. "Packing method for resource leveling (pack)", *Journal of Construction Engineering and Management*, **116**, pp. 39-43 (1990).
16. Brinkmann, K. and Neumann, K. "Heuristic procedures for resource-constrained project scheduling with minimal and maximal time lags: The resource-levelling and minimum project-duration problems", *Journal of Decision Systems*, **5**, pp. 129-156 (1996).
17. Neumann, K. "Scheduling of projects with stochastic evolution structure", In: Weglarz, J. (Ed.), *Project Scheduling-Recent Models, Algorithms and Applications*, Kluwer Academic publishers, Boston, pp. 309-332 (1999).
18. Neumann, K. and Zimmermann, J. "Procedures for resource levelling and net present value problems in project scheduling with general temporal and resource constraints", *European Journal of Operational Research*, **127**, pp. 425-443 (2000).
19. Leu, S.S., Yang, C.H. and Huang, J.C. "Resource leveling in construction by genetic algorithm based optimization and its decision support application", *Automation in Construction*, **10**, pp. 27-41 (2000).
20. Leu, S.S., Chen, A.T. and Yang, C.H. "A fuzzy optimal model for construction resource leveling scheduling", *Canadian Journal of Civil Engineering*, **26**(6), pp. 673-684 (1999).
21. Georgios, K.K. and Konstantinos, P.A. "A simulated annealing hyperheuristic for construction resource leveling", *Construction Management and Economics*, **28**(2), pp. 163-175 (2010).
22. Demeulemeester, E., Vanhoucke, M. and Herroelen, W. "RanGen: A random network generator for activity-on-the-node networks", *Journal of Scheduling*, **6**, pp. 17-38 (2003).